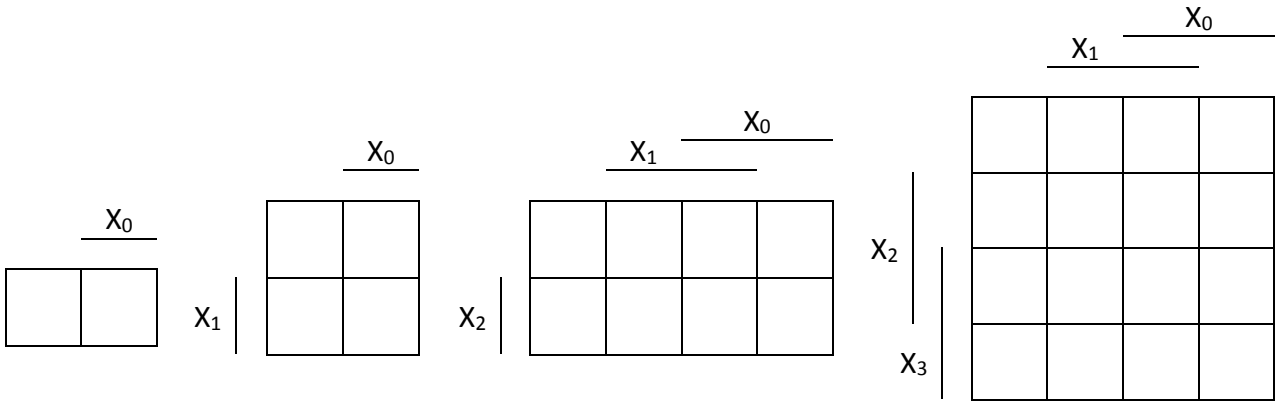
Pracovný list č. 3

Téma: **Spôsoby zápisu logickej funkcie**

Zápis logickej funkcie
- pravdivostnou tabuľkou
- skráteným zápisom logických hodnôt
- Karnaughovou mapou
- algebrickým výrazom – súčtová a súčinová normálna forma

1. ***Pravdivostná tabuľka*** – kombinácie hodnôt nezávislých logických premenných zapíšeme usporiadane pod seba t.j. kombinácie logických premenných budeme považovať za binárne čísla a zapíšeme ich pod seba podľa narastajúcej hodnoty.
   Ku každej kombinácii nezávislých hodnôt pripíšeme funkčnú hodnotu. Ak nie je funkčná hodnota určená, tak do riadku tabuľky zapíšeme X.
   Počet riadkov tabuľky pre **n** premenných = $\mathbf{2^n}$
2. ***Skrátený zápis logických hodnôt*** – vychádza z faktu, že v pravdivostnej tabuľke sú kombinácie hodnôt nezávislých logických premenných vypísané usporiadane a teda pri skrátenom zápise nám stačí zapísať len funkčné hodnoty z pravej strany tabuľky.
3. ***Karnaughova mapa*** – úsporný grafický zápis. Mapa pre **n** premenných je štvorec alebo obdĺžnik, ktorý je pravouhlou sieťou rozdelený na $\mathbf{2^n}$ políčok. Každé políčko mapy zodpovedá jednej kombinácii hodnôt nezávislých premenných, pričom čiarou nad mapou sa označuje oblasť, kde nezávislá premenná =1.



Karnaughove mapy pre n=1,2,3,4:

Riešený príklad

Funkciu zadanú skráteným zápisom $y_1 = f(x_2, x_1, x_0) = (10110010)$ prepíšte do pravdivostnej tabuľky a do Karnaughovej mapy.

x_2	x_1	x_0	y
0	0	0	**1**
0	0	1	**0**
0	1	0	**1**
0	1	1	**1**
1	0	0	**0**
1	0	1	**0**
1	1	0	**1**
1	1	1	**0**

Funkčné hodnoty zadané skráteným zápisom prepíšeme do stĺpca y pravdivostnej tabuľky bez zmeny poradia.

	x_1		x_0	
	000 **1**	010 **1**	011 **1**	001 **0**
x_2	100 **0**	110 **1**	111 **0**	101 **0**

y1

Každé políčko v Karnaughovej mape zodpovedá jednej kombinácii hodnôt nezávislých premenných t.j. jednému riadku pravdivostnej tabuľky.

Ak premenná má pri políčku čiaru, tak v políčku nadobúda hodnotu 1, ak pri políčku nemá čiaru, tak nadobúda hodnotu nula.

Pre ukážku sú hodnoty nezávislých premenných vypísané v ľavom hornom rohu každého políčka v poradí premenných x_2, x_1, x_0.

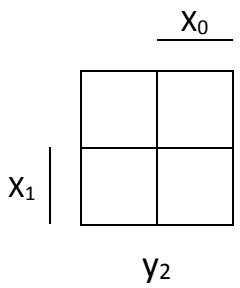
Väčším znakom sú zapísané samotné funkčné hodnoty.

Úloha č. 1

Prepíšte funkcie do pravdivostnej tabuľky a Karnaughovej mapy:

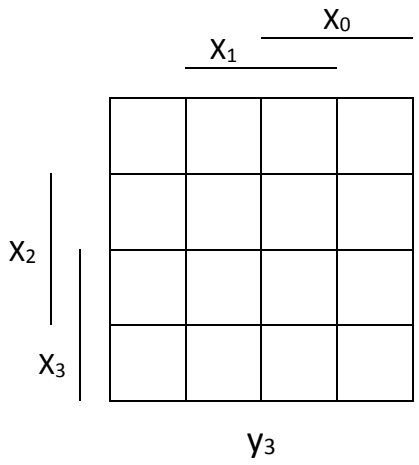
$y_2 = f(x_1, x_0) = (0110)$

x_1	x_0	y_2
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	



$y_3 = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (1001\ 1111\ 10X0\ 0010)$

x_3	x_2	x_1	x_0	y_3
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	



Úloha č. 2

$y_4 = f(x_2, x_1, x_0) = (101X\ 0111)$

$y_5 = f(a, b, c, d) = (1111\ 1010\ 0000\ 0101)$

Pracovný list č. 4

Téma: **Algebrický zápis logickej funkcie – normálne formy**

Úplná disjunktívna (súčtová) normálna forma (ÚDNF) – zodpovedá logickému súčtu tých základných logických súčinov, ktorým prislúcha funkčná hodnota 1. Základný logický súčin je súčin všetkých nezávislých logických premenných (t.j. vstupných premenných). Ak premenná pre zodpovedajúcu funkčnú hodnotu sa rovná 1, tak v súčine vystupuje ako priama, ak sa rovná 0, tak v súčine vystupuje ako negovaná.

Úplná konjunktívna (súčinová) normálna forma (ÚKNF) – zodpovedá logickému súčinu tých základných logických súčtov, ktorým prislúcha funkčná hodnota 0. Základný logický súčet je súčet všetkých nezávislých logických premenných (t.j. vstupných premenných). Ak premenná pre zodpovedajúcu funkčnú hodnotu sa rovná 1, tak v súčte vystupuje ako negovaná, ak sa rovná 0, tak v súčte vystupuje ako priama.

Riešený príklad 1

Vypíšte ÚDNF pre funkciu y zadanú pravdivostnou tabuľkou.

x_2	x_1	x_0	y	základný logický súčin
0	0	0	**1**	$\bar{x}_2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0$
0	0	1	0	$\bar{x}_2 \cdot \bar{x}_1 \cdot x_0$
0	1	0	**1**	$\bar{x}_2 \cdot x_1 \cdot \bar{x}_0$
0	1	1	0	$\bar{x}_2 \cdot x_1 \cdot x_0$
1	0	0	0	$x_2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0$
1	0	1	0	$x_2 \cdot \bar{x}_1 \cdot x_0$
1	1	0	**1**	$x_2 \cdot x_1 \cdot \bar{x}_0$
1	1	1	0	$x_2 \cdot x_1 \cdot x_0$

ÚDNF vypisujeme z riadkov tabuľky, kde funkčná hodnota sa rovná 1.
V zadanej funkcii y sa jedná o prvý, tretí a siedmy riadok tabuľky.

$$y = \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0 + \bar{x}_2 \cdot x_1 \cdot \bar{x}_0 + x_2 \cdot x_1 \cdot \bar{x}_0$$

Úloha č. 1

Vypíšte ÚDNF z funkcií y_1, y_2, y_3, y_4 zadaných pomocou pravdivostných tabuliek:

x_1	x_0	y_1	y_2
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	1

x_2	x_1	x_0	y_3	y_4
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Riešený príklad 2

Vypíšte ÚKNF pre funkciu y zadanú pravdivostnou tabuľkou.

x_2	x_1	x_0	y	základný logický súčet
0	0	0	1	$x_2 + x_1 + x_0$
0	0	1	**0**	$\boldsymbol{x_2 + x_1 + \bar{x}_0}$
0	1	0	1	$x_2 + \bar{x}_1 + x_0$
0	1	1	**0**	$\boldsymbol{x_2 + \bar{x}_1 + \bar{x}_0}$
1	0	0	**0**	$\boldsymbol{\bar{x}_2 + x_1 + x_0}$
1	0	1	1	$\bar{x}_2 + x_1 + \bar{x}_0$
1	1	0	1	$\bar{x}_2 + \bar{x}_1 + x_0$
1	1	1	**0**	$\boldsymbol{\bar{x}_2 + \bar{x}_1 + \bar{x}_0}$

ÚKNF vypisujeme z riadkov tabuľky, kde funkčná hodnota sa rovná 0.
V zadanej funkcii y sa jedná o druhý, štvrtý, piaty a ôsmy riadok tabuľky.

$$\boldsymbol{y = (x_2 + x_1 + \bar{x}_0) \cdot (x_2 + \bar{x}_1 + \bar{x}_0) \cdot (\bar{x}_2 + x_1 + x_0) \cdot (\bar{x}_2 + \bar{x}_1 + \bar{x}_0)}$$

Úloha č. 2

Vypíšte ÚKNF z funkcií y_1, y_2, y_3, y_4 zadaných pomocou pravdivostných tabuliek v úlohe č.1.

Úloha č. 3

Funkciu zadanú skráteným zápisom: $y_5 = f(a,b,c) = (10110011)$

- prepíšte do pravdivostnej tabuľky
- vypíšte úplnú disjunktívnu normálnu formu (ÚDNF)
- vypíšte úplnú konjunktívnu normálnu formu (ÚKNF)

Úloha č. 4

Funkciu zadanú skráteným zápisom: $y_6 = f(x_2, x_1, x_0) = (10101010)$

- prepíšte do pravdivostnej tabuľky
- vypíšte úplnú disjunktívnu normálnu formu (ÚDNF)
- ÚDNF zjednodušte pomocou zákonov Boolovej algebry
- vypíšte úplnú konjunktívnu normálnu formu (ÚKNF)
- ÚKNF zjednodušte pomocou zákonov Boolovej algebry

Pracovný list č. 5

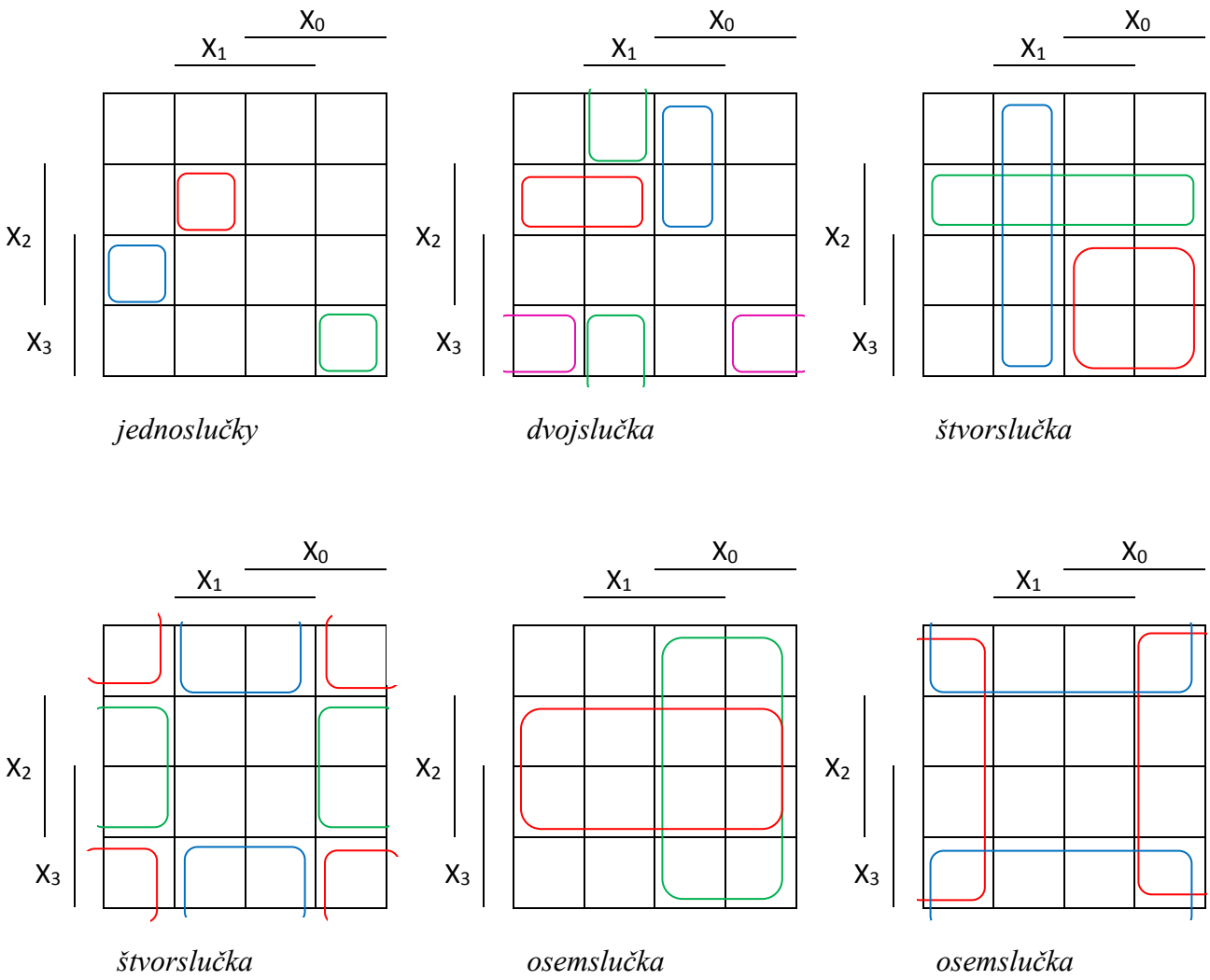
Téma: **Minimalizácia logickej funkcie – grafická metóda – 1.časť**

Minimalizáciou logickej funkcie rozumieme taký postup na zjednodušenie výrazu popisujúceho logickú funkciu, aby výsledný výraz bol minimálny. Minimálnym výrazom rozumieme výraz, ktorý má minimálny počet písmen.

Grafická metóda minimalizácie je metóda minimalizácie v Karnaughovej mape. Združovaním susedných políčok do pravidelných slučiek - konfigurácii dosiahneme zjednodušenie výrazu popisujúceho funkciu.

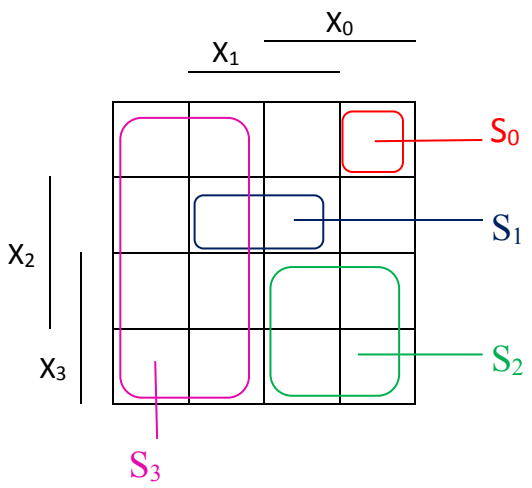
Pravidelná slučka (konfigurácia) – zoskupenie susedných políčok v mape, ktorých počet je 2^k, pričom *k* nazývame stupňom slučky (napr.: 1, 2, 4, 8, 16-slučka) a príklady ich tvarov sú uvedené v nasledujúcich mapách

Príklady tvarov slučiek:



Premenná priradená ku slučke – premenná, ktorá v celej slučke nadobúda konštantnú hodnotu.

Príklad na určenie premenných priradených ku slučkám v mape pre 4 premenné (n=4):



Karnaughova mapa pre n=4 so slučkami

slučka S_3:
- x_3 **nenadobúda** v slučke S_3 konšt. hodnotu
- x_2 **nenadobúda** v slučke S_3 konšt. hodnotu
- x_1 **nenadobúda** v slučke S_3 konšt. hodnotu
- x_0 **nadobúda** v slučke S_3 konšt. hodnotu

Premenné priradené ku slučke S_3:

x_0

slučka S_2:
- x_3 **nadobúda** v slučke S_2 konšt. hodnotu
- x_2 **nenadobúda** v slučke S_2 konšt. hodnotu
- x_1 **nenadobúda** v slučke S_2 konšt. hodnotu
- x_0 **nadobúda** v slučke S_2 konšt. hodnotu

Premenné priradené ku slučke S_2:

x_3, x_0

slučka S_0:
- x_3 na**dobúda** v slučke S_0 konšt. hodnotu
- x_2 **nadobúda** v slučke S_0 konšt. hodnotu
- x_1 **nadobúda** v slučke S_0 konšt. hodnotu
- x_0 **nadobúda** v slučke S_0 konšt. hodnotu

Premenné priradené ku slučke S_0:

x_3, x_2, x_1, x_0

slučka S_1:
- x_3 **nadobúda** v slučke S_1 konšt. hodnotu
- x_2 **nadobúda** v slučke S_1 konšt. hodnotu
- x_1 **nadobúda** v slučke S_1 konšt. hodnotu
- x_0 **nenadobúda** v slučke S_1 konšt. hodnotu

Premenné priradené ku slučke S_1:

x_3, x_2, x_1

Minimálna disjunktívna (súčtová) normálna forma:

Minimalizácia v Karnaughovej mape je založená na tom, že v mape danej funkcie zahŕňane jednotky do slučiek, pričom sa snažíme, aby slučky boli čo najväčšie, ich počet čo najmenší a aby každá jednotka bola zahrnutá v niektorej slučke.

Ak niektorá jednotka je už zahrnutá v slučke, ale umožní vytvoriť novú slučku s jednotkou, ktorá nie je zahrnutá v žiadnej slučke, novú slučku vytvoríme bez ohľadu na to, že sa budú slučky prekrývať.

Žiadna slučka nemôže byť nadbytočná. Nadbytočná slučka je taká, v ktorej všetky jednotky sú už zahrnuté v iných slučkách.

X – nedefinovanú hodnotu zahrnieme do slučky vtedy, ak nám pomôže zväčšiť už existujúcu slučku (žolík).

Riešený príklad

1. *Zadanú logickú funkciu zobrazíme v Karnaughovej mape:*

a \ b \ c			
	1	0	1	1
	1	0	0	1

y

2. *Označíme minimálny počet maximálnych slučiek tak, aby každá **jednotka** bola zahrnutá v niektorej slučke:*

a \ b \ c			
	1	0	1	1
	1	0	0	1

y

3. *Vypíšeme minimálnu disjunktívnu normálnu formu – **MDNF** ako **logický súčet logických súčinov** premenných priradených ku slučkám.*

   Ak premenná v slučke nadobúda konšt. hodnotu ***jedna***, v súčine vystupuje ako ***priama***, ak nadobúda konšt. hodnotu ***nula***, v súčine vystupuje ako ***negovaná***.

MDNF:

$$y = \bar{a} \cdot c + \bar{b}$$

dvojslučka
- premenná *a* nadobúda konšt. hodnotu 0, teda v súčine bude $\bar{a}$
- premenná *c* nadobúda konšt. hodnotu 1, teda v súčine bude c
- premenná *b* nenadobúda konš. hodnotu, v súčine nevystupuje
- súčin zodpovedajúci dvojslučke: $\bar{a} \cdot c$

štvorslučka
- premenná *b* nadobúda konšt. hodnotu 0, teda v súčine bude $\bar{b}$
- premenné *a, c* nenadobúdajú v slučke konšt. hodnotu
- súčin zodpovedajúci štvorslučke bude pozostávať len z jednej premennej $\bar{b}$

Úloha č. 1

Funkcie y_1, y_2 sú zadané pomocou Karnaughovej mapy. Označte slučky a vypíšte MDNF

a \ b c				
	1	1	0	0
a	0	1	1	0

y_1

x_3 \ x_2 \ x_1 x_0				
	1	0	0	1
x_2	0	1	1	0
	0	0	1	0
x_3	1	0	X	X

y_2

Úloha č. 2

Funkcie y_3, y_4, y_5 zadané pravdivostnou tabuľkou prepíšte do Karnaughovej mapy a použitím grafickej metódy minimalizácie vypíšte MDNF.

x_3	x_2	x_1	x_0	y_3	y_4	y_5
0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	X	0	1
0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	X	0
1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	X	0
1	0	1	1	X	1	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	X	1	1
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	0

Pracovný list č. 6

Téma: **Minimalizácia logickej funkcie – grafická metóda – 2.časť**

Minimálna konjunktívna (súčinová) normálna forma:

Minimalizácia v Karnaughovej mape je založená na tom, že v mape danej funkcie zahŕňane nuly do slučiek, pričom sa snažíme, aby slučky boli čo najväčšie, ich počet čo najmenší a aby každá nula bola zahrnutá v niektorej slučke.

Ak niektorá nula je už zahrnutá v slučke, ale umožní vytvoriť novú slučku s nulou, ktorá nie je zahrnutá v žiadnej slučke, novú slučku vytvoríme bez ohľadu na to, že sa budú slučky prekrývať.

Žiadna slučka nemôže byť nadbytočná. Nadbytočná slučka je taká, v ktorej všetky nuly sú už zahrnuté v iných slučkách.

X – nedefinovanú hodnotu zahrnieme do slučky vtedy, ak nám pomôže zväčšiť už existujúcu slučku (žolík).

Riešený príklad

1. *Zadanú logickú funkciu zobrazíme v Karnaughovej mape:*

		b		c
	0	1	0	0
a	0	1	1	0
		y		

2. *Označíme minimálny počet maximálnych slučiek tak, aby každá* ***nula*** *bola zahrnutá v niektorej slučke:*

		b		c
	0	1	0	0
a	0	1	1	0
		y		

3. *Vypíšeme minimálnu konjunktívnu normálnu formu – **MKNF** ako **logický súčin logických súčtov** premenných priradených ku slučkám.*

   Ak premenná v slučke nadobúda konšt. hodnotu ***nula***, v súčte vystupuje ako ***priama***, ak nadobúda konšt. hodnotu ***jedna***, v súčte vystupuje ako ***negovaná***.

MKNF:

$y = (\boldsymbol{a} + \bar{\boldsymbol{c}}) \cdot \boldsymbol{b}$

dvojslučka
- premenná *a* nadobúda konšt. hodnotu 0, teda v súčte bude a
- premenná *c* nadobúda konšt. hodnotu 1, teda v súčte bude $\bar{c}$
- premenná *b* nenadobúda konš. hodnotu, v súčte nevystupuje
- súčet zodpovedajúci dvojslučke: $(\boldsymbol{a} + \bar{\boldsymbol{c}})$

štvorslučka
- premenná *b* nadobúda konšt. hodnotu 0, teda v súčte bude b
- premenné *a, c* nenadobúdajú v slučke konšt. hodnotu
- súčet zodpovedajúci štvorslučke bude pozostávať len z jednej premennej $\boldsymbol{b}$

Úloha č. 1

Funkcie y_1, y_2 sú zadané pomocou Karnaughovej mapy. Označte slučky a vypíšte MKNF. (Vo funkcii y_2 si uvedomte, že nedefinovaná hodnota X, môže pomôcť zväčšiť slučku.)

		b		c
	1	1	0	0
a	0	1	1	0

y_1

		x_1		x_0
	1	0	0	1
x_2	0	1	1	0
	0	0	1	0
x_3	1	0	X	X

y_2

Úloha č. 2

Funkcie y_3, y_4, y_5 zadané pravdivostnou tabuľkou prepíšte do Karnaughovej mapy a použitím grafickej metódy minimalizácie vypíšte MKNF.

x_3	x_2	x_1	x_0	y_3	y_4	y_5
0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	X	0	1
0	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	X	0
1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	X	0
1	0	1	1	X	1	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	X	1	1
1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	0

Úloha č. 3

Funkcie y_6, y_7 zadané skráteným zápisom:

- prepíšte do pravdivostnej tabuľky,
- prepíšte do Karnaughovej mapy,
- označte slučky a vypíšte MDNF,
- označte slučky a vypíšte MKNF.

$y_6 = f(x_2, x_1, x_0) = (101X\ 0111)$

$y_7 = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (1100\ 0011\ 1X0X\ 0010)$

Pracovný list č. 7

Téma: **Logické členy – hradlá, logická sieť**

Tabuľka logických členov - hradiel

Popis hradla	***Názov hradla***	***Funkcia***	***Pravdivostná tabuľka***	***Značka typ 1***	***Značka typ 2***
negácia	NOT	$\bar{a}$	a: 0, 1 y: 1, 0		
logický súčet	OR	$a + b$	a: 0, 0, 1, 1 b: 0, 1, 0, 1 y: 0, 1, 1, 1		
logický súčin	AND	$a \cdot b$	a: 0, 0, 1, 1 b: 0, 1, 0, 1 y: 0, 0, 0, 1		
negovaný logický súčet	NOR	$\overline{a + b}$	a: 0, 0, 1, 1 b: 0, 1, 0, 1 y: 1, 0, 0, 0		
negovaný logický súčin	NAND	$\overline{a \cdot b}$	a: 0, 0, 1, 1 b: 0, 1, 0, 1 y: 1, 1, 1, 0		
nezhoda	XOR	$a \oplus b$ $\bar{a} \cdot b + a \cdot \bar{b}$	a: 0, 0, 1, 1 b: 0, 1, 0, 1 y: 0, 1, 1, 0		
zhoda	NXOR	$\overline{a \oplus b}$ $\bar{a} \cdot \bar{b} + a \cdot b$	a: 0, 0, 1, 1 b: 0, 1, 0, 1 y: 1, 0, 0, 1		

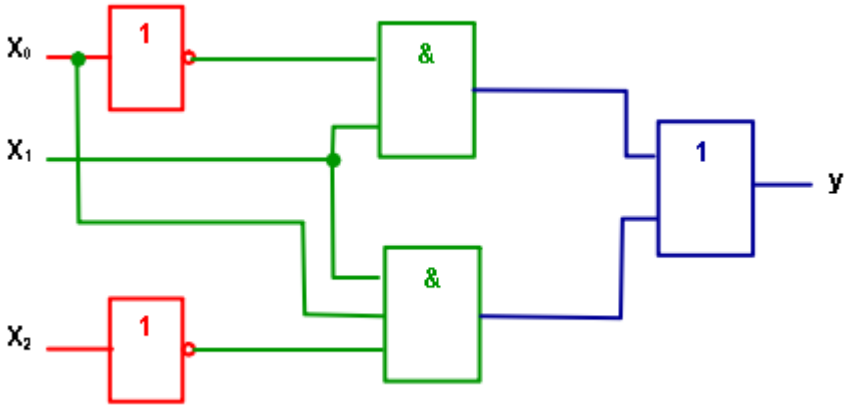
Logická sieť je grafický model logického obvodu, je zostavený zo symbolických značiek logických členov a väzieb medzi nimi.

Riešený príklad 1

Nakreslite logickú sieť k zadanej funkcii - MDNF: $y = x_1 \cdot \bar{x}_0 + \bar{x}_2 \cdot x_1 \cdot x_0$

Postup

1. *nakreslíme logické členy zodpovedajúce operácii z najvyššou prioritou t.j.* ***negácii,***
2. *nakreslíme logické členy realizujúce* ***logický súčin*** *a ich prepojenia,*
3. *nakreslíme logické členy realizujúce* ***logický súčet*** *a ich prepojenia*

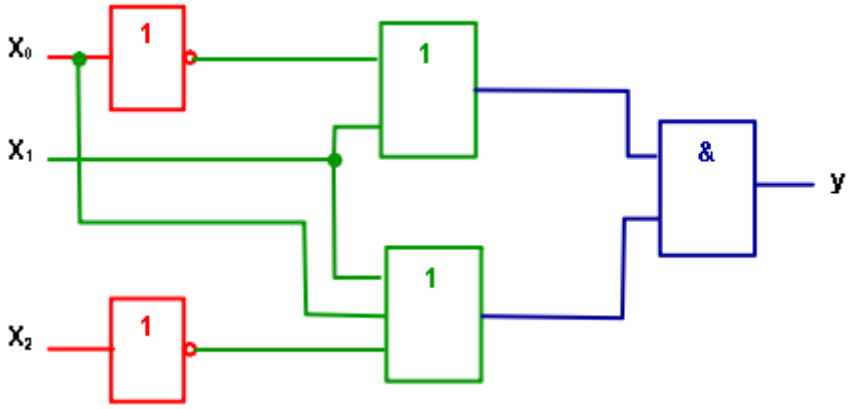


Riešený príklad 2

Nakreslite logickú sieť k zadanej funkcii - MKNF: $y = (x_1 + \bar{x}_0) \cdot (\bar{x}_2 + x_1 + x_0)$

Postup

1. *nakreslíme logické členy zodpovedajúce operácii z najvyššou prioritou t.j.* ***negácii****,*
2. *nakreslíme logické členy realizujúce* ***logický súčet*** *a ich prepojenia,*
3. *nakreslíme logické členy realizujúce* ***logický súčin*** *a ich prepojenia*



Úloha č. 1

Nakreslite logickú sieť k funkciám:

$$y_1 = a \cdot b \cdot c + \bar{b} \cdot \bar{c}$$
$$y_2 = (a + \bar{c}) \cdot b$$
$$y_3 = x_2 . x_1 + \bar{x}_2 \cdot x_1 \cdot \bar{x}_0 + x_1 . x_0$$

Úloha č. 2

K funkcii zadanej Karnaughovou mapou vypíšte:

- MDNF a zakreslite logickú sieť
- MKNF a zakreslite logickú sieť

x_0

x_1

0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	X	1
0	1	1	X

x_2

x_3

y_4

Úloha č. 3

Funkciu y_5 zadanú skráteným zápisom:

- prepíšte do pravdivostnej tabuľky,
- prepíšte do Karnaughovej mapy,
- vypíšte MDNF a zakreslite logickú sieť,
- vypíšte MKNF a zakreslite logickú sieť.

$y_5 = f(x_3, x_2, x_1, x_0) = (1100\ 1110\ 1100\ 1110)$

Pracovný list č. 8

Téma: **Logické siete s použitím logických členov NAND a NOR**

1. Funkciu zapísanú ako minimálnu disjunktívnu normálnu formu - ***MDNF*** môžeme upraviť pomocou De Morganových zákonov a zákona dvojitej negácie na formu vhodnú pre členy ***NAND.***
2. Funkciu zapísanú ako minimálnu konjunktívnu normálnu formu - ***MKNF*** môžeme upraviť pomocou De Morganových zákonov a zákona dvojitej negácie na formu vhodnú pre členy ***NOR.***

Riešený príklad 1

Nakreslite logickú sieť s použitím členov NAND pre funkciu $y_1 = a \cdot b \cdot c + \bar{b} \cdot \bar{c}$

$$y_1 = a \cdot b \cdot c + \bar{b} \cdot \bar{c} = \overline{\overline{a \cdot b \cdot c + \bar{b} \cdot \bar{c}}} =$$
$$= \overline{\overline{a \cdot b \cdot c} \cdot \overline{\overline{\bar{b} \cdot \bar{c}}}}$$

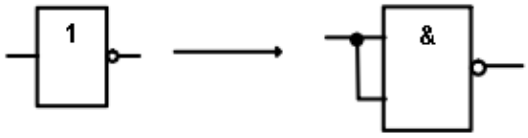
Funkciu upravíme pomocou zákona dvojitej negácie:

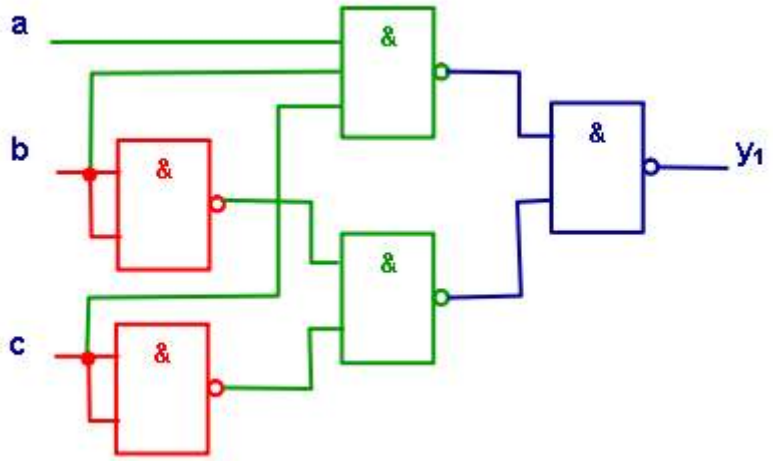
$$\overline{\overline{A}} = A$$

Následne použijeme De Morganov zákon:

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Realizácia negácie pomocou NAND:





Riešený príklad 2

Nakreslite logickú sieť s použitím členov NOR pre funkciu: $y_2 = (a + \bar{c}) \cdot \bar{b}$

$$y_2 = (a + \bar{c}) \cdot \bar{b} = \overline{\overline{(a + \bar{c}) \cdot \bar{b}}} =$$
$$= \overline{\overline{(a + \bar{c})} + \bar{\bar{b}}} = \overline{\overline{(a + \bar{c})} + b}$$

Funkciu upravíme pomocou zákona dvojitej negácie:

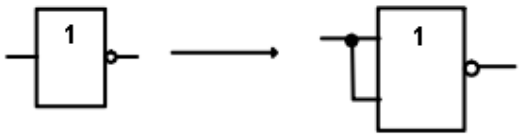
$$\bar{\bar{A}} = A$$

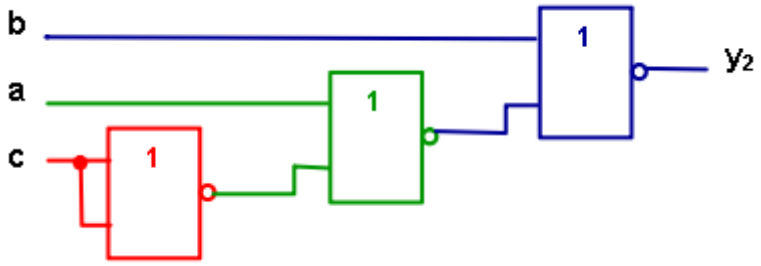
Následne použijeme De Morganov zákon:

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$$

Dvojitá negácia nad premennou b sa vyruší.

Realizácia negácie pomocou NOR:





Úloha č. 1

K funkciám zadaným Karnaughovou mapou vypíšte:

- MDNF a zakreslite logickú sieť pomocou členov NAND
- MKNF a zakreslite logickú sieť pomocou členov NOR

y_3

$x_2 \backslash x_1 x_0$	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	X	1
10	0	1	1	X

y_4

$x_2 \backslash x_1 x_0$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	1	1	1
11	0	1	1	0
10	1	0	X	X

Úloha č. 2

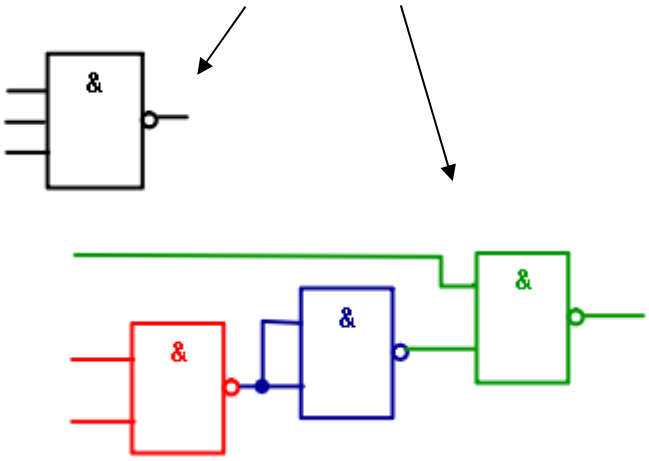
Funkciu zadanú pravdivostnou tabuľkou:

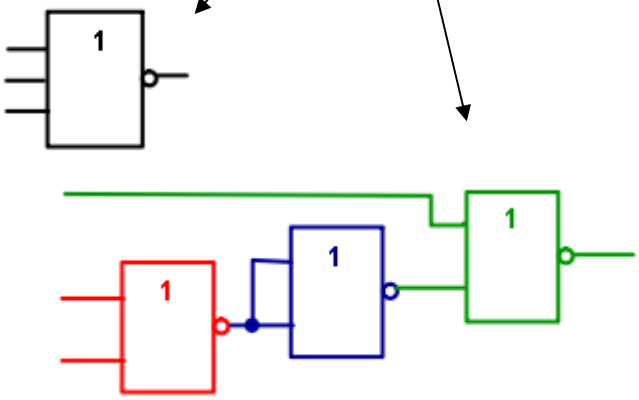
- prepíšte do Karnaughovej mapy
- vypíšte MDNF a zakreslite logickú sieť s použitím dvojvstupových členov NAND
- vypíšte MKNF a zakreslite logickú sieť s použitím dvojvstupových členov NOR

x_3	x_2	x_1	x_0	y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Úprava trojvstupového člena NAND na dvojvstupové členy:

$$\overline{a \cdot b \cdot c} = \overline{\overline{\overline{(a \cdot b)} \cdot c}}$$



Úprava trojvstupového člena NOR na dvojvstupové členy:

$$\overline{a + b + c} = \overline{\overline{\overline{(a + b)} + c}}$$