

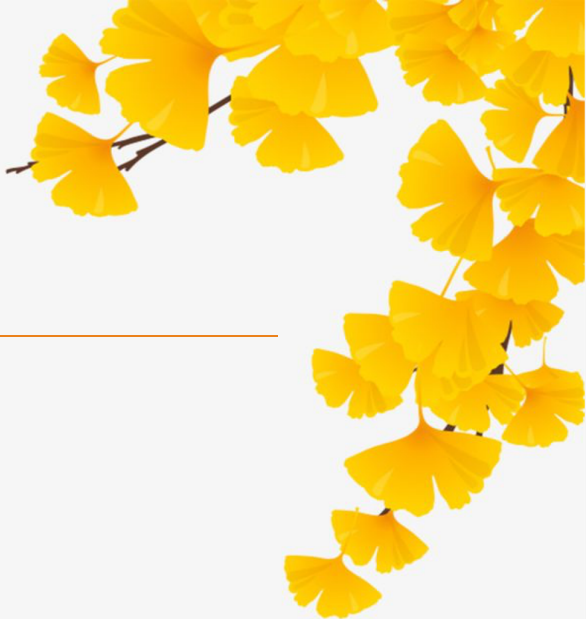
量子光学

Quantum Optics

李小飞

电子科技大学·光电科学与工程学院

2022 年 11 月 24 日



- 量子光学: 采用非相对量子力学, 研究从红外到紫外光子与一般性的物质, 比如电子, 原子, 分子之间的相互作用的一门学科

求實求真
大氣大為

- 量子光学: 采用非相对量子力学, 研究从红外到紫外光子与一般性的物质, 比如电子, 原子, 分子之间的相互作用的一门学科
- 课程目标:
 - 掌握量子光学的基本理论
 - 了解量子光学的前沿应用

大氣大為
求實求真

- 平时成绩 20%
- 课堂讨论 30%
- 期末考试 50%

求實求真
大氣大為

- 《Quantum optics》 Scully, Zubairy, 1997 (Cambridge)
- 《Quantum Optics: An Introduction》, Fox, Mark, 2006
- 《Introductory Quantum Optics》, Gerry, Knight, 2004 (Cambridge)

求實求真
大氣大為

- 《Quantum optics》 Scully, Zubairy, 1997 (Cambridge)
- 《Quantum Optics: An Introduction》, Fox, Mark, 2006
- 《Introductory Quantum Optics》, Gerry, Knight, 2004 (Cambridge)
- 《Statistical Methods in Quantum Optics》 Howard, Carmichael, 1999
- 《Mathematical Methods of Quantum Optics》 Ravinder Rupchand Puri, 2001

六氣大為
求實求真

- 《Quantum optics》 Scully, Zubairy, 1997 (Cambridge)
- 《Quantum Optics: An Introduction》, Fox, Mark, 2006
- 《Introductory Quantum Optics》, Gerry, Knight, 2004 (Cambridge)
- 《Statistical Methods in Quantum Optics》 Howard, Carmichael, 1999
- 《Mathematical Methods of Quantum Optics》 Ravinder Rupchand Puri, 2001
- 《量子光学研究前沿》上海交通大学出版社出版, 张卫平, 2014
- 《量子光学》科学出版社, 郭光灿, 2022

求實求真
大氣大為

牛津大学 Mark Fox (1) [点这里](#)

牛津大学 Mark Fox (2) [点这里](#)

慕尼黑大学 Immanuel Bloch [点这里](#)

求實求真
大氣大為

- 光学 (光物理, 光化学, 光材料, 光谱精细结构)
- 光学工程 (激光, 光电器件, 光电探测, 非经典光源, 量子成像, 量子雷达)
- 量子信息学 (量子计算, 量子通信, 量子精密测量, 量子传感, 超冷原子, 量子图像处理)

求實求真
大氣大為

三大光学: 几何光学, 波动光学 (物理光学), 量子光学

■ 经典光学 (麦克斯韦方程)

不能解释: 黑体辐射, 光电效应, 康普顿效应, 原子光谱, 自发发射, 受激发射...

求實求真
大氣大為

三大光学: 几何光学, 波动光学 (物理光学), 量子光学

- 经典光学 (麦克斯韦方程)

不能解释: 黑体辐射, 光电效应, 康普顿效应, 原子光谱, 自发发射, 受激发射...

- 半经典光学 (原子能级量子化 + 经典光场 + 光子假说)

不能解释: 延迟选择实验, 量子擦除实验, 相干态, 压缩态, 量子计算, 量子通信, 量子存储, ...

志氣大為
求真

三大光学: 几何光学, 波动光学 (物理光学), 量子光学

- 经典光学 (麦克斯韦方程)

不能解释: 黑体辐射, 光电效应, 康普顿效应, 原子光谱, 自发发射, 受激发射...

- 半经典光学 (原子能级量子化 + 经典光场 + 光子假说)

不能解释: 延迟选择实验, 量子擦除实验, 相干态, 压缩态, 量子计算, 量子通信, 量子存储, ...

- 量子光学 (量子化粒子 + 量子化光场)

解释当前所有光学 (实验) 实验现象.

志氣大為
求真

- lecture-1 半经典光
- lecture-2and3 量子力学基础与谐振子
- lecture-3and4 光场量子化
- lecture-6to9 相干态与压缩态
- lecture-10to15 光场测量与光子统计
- lecture-16to20 光场中的原子

大氣大學
求實求真



电子科技大学

University of Electronic Science and Technology of China

第 1 讲：经典与半经典光学



- 经典和半经典光学
- 经典和半经典光学主要成就
- 经典和半经典光学所面临的困难

求實求真
大氣大為

1. 经典光学

2. 半经典光学

求實求真
大氣大為

介质中: 定义电位移矢量 \mathbf{D} 和磁场强度 \mathbf{H}

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} (*), \quad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \mathbf{B} (*)$$

求實求真
大氣大為

介质中: 定义电位移矢量 \mathbf{D} 和磁场强度 \mathbf{H}

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} (*), \quad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \mathbf{B} (*)$$

麦克斯韦方程:

I $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f$

II $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

III $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$

IV $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$

大氣大為
求實求真

对于真空 ($\rho_f = 0, \mathbf{J}_f = 0$),

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}, \quad \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$$

求實求真
大氣大為

对于真空 ($\rho_f = 0, \mathbf{J}_f = 0$),

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}, \quad \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$$

代入麦克斯韦方程 (IV)

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

得:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

大氣大為
求實求真

对于真空 ($\rho_f = 0, \mathbf{J}_f = 0$),

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}, \quad \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$$

代入麦克斯韦方程 (IV)

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

得:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

由麦克斯韦方程 (III)

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) &= -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ &= -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \end{aligned}$$

大氣大學
求實求真

由于

$$\begin{aligned}\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) &= \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \\ &= -\nabla^2 \mathbf{E}\end{aligned}$$

得:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

求實求真
大氣大為

由于

$$\begin{aligned}\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) &= \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \\ &= -\nabla^2 \mathbf{E}\end{aligned}$$

得:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

定义 $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$, 方程写为

$$\boxed{\mathbf{E}_{tt} = c^2 \nabla^2 \mathbf{E}}$$

大氣大為
求實求真

由于

$$\begin{aligned}\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) &= \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \\ &= -\nabla^2 \mathbf{E}\end{aligned}$$

得:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

定义 $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$, 方程写为

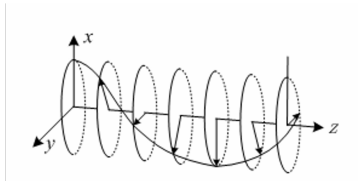
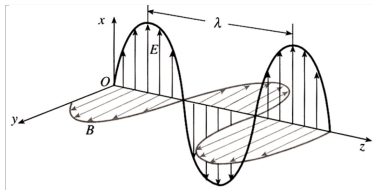
$$\boxed{\mathbf{E}_{tt} = c^2 \nabla^2 \mathbf{E}}$$

这是波动方程标准型 (见数理方程), 表明光波就是电磁波
若给出定解条件, 方程可求解

大氣大學
求實求真

$$\mathbf{E}_{tt} = c^2 \nabla^2 \mathbf{E}$$

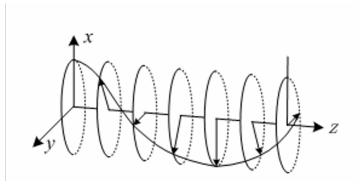
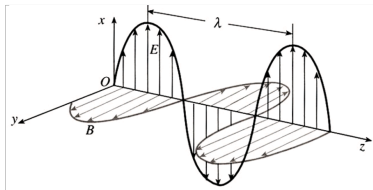
这是矢量方程. 对应光的偏振.



求實求真
大氣大為

$$\mathbf{E}_{tt} = c^2 \nabla^2 \mathbf{E}$$

这是矢量方程. 对应光的偏振.



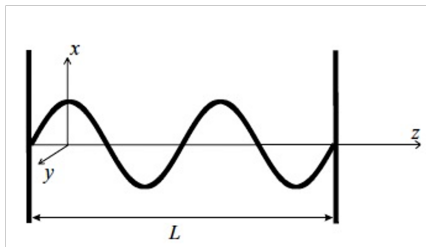
考虑标量化.

1. 线偏振 $\mathbf{E}(z, t) = E_x(z, t) \hat{e}_x$

2. 圆偏振 $\mathbf{E}(z, t) = E_\sigma(z, t) \hat{e}_\sigma$, with $\hat{e}_\pm = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x} \pm \hat{y})$

大氣大為
求實求真

例-1. 试求一维光学腔中的线偏振电磁场:



光学腔: $0 \leq z \leq L$

边界条件: $E_x(0) = E_x(L) = 0$

大氣大為
求實求真

解：方程可分离变量，设 $E_x(z, t) = T(t)Z(z)$ ，代入波动方程

$$\mathbf{E}_{tt} = c^2 \nabla^2 \mathbf{E}$$

得：

$$T''(t)Z(z) = c^2 T(t)Z''(z)$$

令：

$$\frac{T''}{c^2 T} = \frac{Z''}{Z} = -\lambda$$

转化为两常微分方程

$$\text{方程 (I): } \begin{cases} Z'' + \lambda Z = 0, & 0 < z < L \\ Z(0) = 0, & Z(L) = 0 \end{cases}$$

$$\text{方程 (II): } \begin{cases} T'' + \lambda c^2 T = 0 \\ \dots \end{cases}$$

大氣大學
求實求真

解方程 (I):
$$\begin{cases} Z'' + \lambda Z = 0, & 0 < z < L \\ Z(0) = 0, & Z(L) = 0 \end{cases}$$

分析: 这是一类边界条件固有值问题, 由数理方程直接给出

- 固有值: $\lambda_n = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} = \omega_n^2, \quad k_n = \frac{\omega_n}{c}$
- 固有解: $E_n(z) = \sin(\omega_n z)$

大氣大為
求實求真

解方程 (II) :

$$T'' + \lambda c^2 T = 0$$

代入方程 (I) 的固有值 λ_n , 得:

$$T'' + \lambda_n c^2 T = 0$$

变形为:

$$T'' + \omega_n^2 c^2 T = 0$$

特征方程有虚根, 通解:

$$T_n = c_n \cos \omega_n c t + d_n \sin \omega_n c t$$

大氣大學
求實求真

原方程的基本解:

$$\begin{aligned} E_n(z, t) &= T_n(t) Z_n(z) \\ &= (c_n \cos \omega_n ct + d_n \sin \omega_n ct) \sin \omega_n z \\ &= a_n \exp(i\omega_n ct) \sin \frac{n\pi z}{L} \end{aligned}$$

- 基本解: $E_n(z, t) = a_n q_n(t) \sin(k_n z)$
- 叠加解: $E_x(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n q_n(t) \sin(k_n z)$

把解代回由麦克斯韦方程 (III), 得磁场叠加解

$$H_y(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\epsilon_0}{k_n} q'_n(t) \cos(k_n z)$$

大氣大學
求真求實

令:

$$L \rightarrow \infty$$

得自由场解

$$E_x(z, t) = \frac{1}{2} E_{0x}(z) \exp[i(kz - \omega t)]$$

电磁场的哈密顿 (能量)

$$H = \frac{1}{2} \int_V dV \left[\epsilon_0 \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}^2(\mathbf{r}, t) \right]$$

大氣大學
求實求真

电磁场是一系列基本（振动）模式的叠加。

$$E_x(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n q_n(t) \sin(k_n z)$$

$$H_y(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\epsilon_0}{k_n} q'_n(t) \cos(k_n z)$$

自由场是自由振动；存在电荷或电流等环境，则是受迫振动，波动方程为：

$$\mathbf{E}_{tt} - c^2 \nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}$$

大氣大為
求實求真

基于麦克斯韦方程的波动光学, 不能解释如下实验

- 黑体辐射,
- 光电效应,
- 康普顿效应,
- 原子光谱,
- 光的发射与吸收...

* 对上述问题的解释导致量子力学的建立

大氣大為
求實求真

1. 经典光学

2. 半经典光学

求實求真
大氣大為

1900 年, 普朗克提出热辐射能量量子假说

$$E = n\varepsilon, \quad \varepsilon = h\nu = \hbar\omega$$

1905 年, 爱因斯坦提出光量子假说, 揭示光的波粒二象性本质.

$$E = h\nu = \hbar\omega, \quad \mathbf{p} = \frac{h}{\lambda}\mathbf{n} = \hbar\mathbf{k}$$

基此发展出半经典光学, 可成功解释经典光学所面临的上述困难!

大氣大為
求實求真

- 量子化原子能级
- 经典的光学场 + 光量子假说

求實求真
大氣大為

例-2. 试采用半经典方法处理光与原子的相互作用问题:

解: 考虑沿 z 轴传播的单色光

$$\begin{cases} E_x = E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - \omega t\right) \\ E_y = E_z = 0 \end{cases}$$

光与原子的相互作用发生在原子内部, 这个尺度的光场可认为是均匀场

$$E_x = E_0 \cos(\omega t)$$

光波所产生的能量可看做是对原子能级的微扰

$$\begin{aligned} \hat{H}' &= e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E} = exE_x \\ &= \frac{1}{2} ex E_0 [e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}] \\ &= \hat{F} [e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}] \end{aligned}$$

大氣大學
求實求真

代入含时微扰公式

$$\omega_{m \rightarrow k} = \frac{2\pi}{\hbar} |F_{km}|^2 \delta(\varepsilon_k - \varepsilon_m + \hbar\omega)$$

对于自然光, 可得跃迁概率:

$$w_{k \rightarrow m} = \frac{4\pi^2 e^2}{3\hbar^2} I(\omega_{mk}) |\vec{r}_{mk}|^2 = B_{km} I(\omega_{mk})$$

求得爱因斯坦吸收系数 B_{km}

同理, 得爱因斯坦受激发射系数 B_{mk}

代入电磁辐射平衡条件 (发射的光子数等于吸收的光子数)

$$N_m [A_{mk} + B_{mk} I(\omega_{mk})] = N_k B_{km} I(\omega_{mk})$$

得自发发射系数 A_{mk}

大氣大為
求實求真

基于光子数目对应电磁场强度的基本假设, 得辐射场强度

$$\begin{aligned} J_{mk} &= N_m A_{mk} \hbar \omega_{mk} \\ &= N_m \frac{4e^2 \omega_{mk}^4}{3c^3} |\vec{r}_{km}|^2 \end{aligned}$$

成功解决辐射场问题, 如: 选择定则, 激发态寿命, 常见光谱, ...

增加自旋, 解决光谱分裂问题

增加旋-轨耦合, 解决复杂光谱问题

增加非线性效应, 解决变频问题

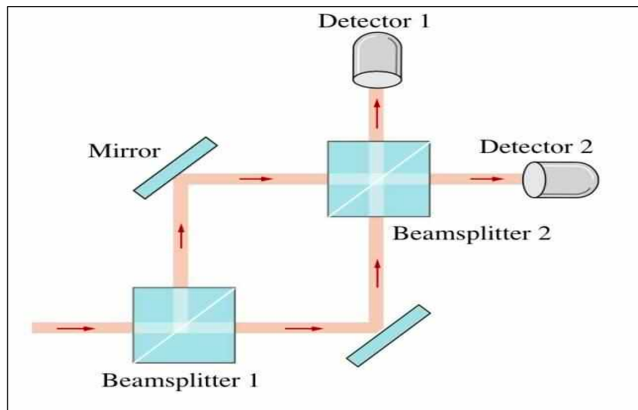
大氣大為
求實求真

半经典半量子光学取得了巨大成功,
但不能解释如下光学现象

- 延迟选择实验
- 量子擦除实验
- 相干态
- 压缩态
- 纠缠光子对
- 单光子源
- 量子隐形传态

* 这些问题的解释导致第二次量子革命, 1956 年后, 发展出非经典光源 (激光, 压缩光, 单光子), 人类进入量子光学时代.

大氣
求實
求真



- 光子总是处于叠加态 ● 光路的说法是不成立的

求實求真
大氣大為

1. 补全例 1 的计算
2. 补全例 2 的计算
3. 了解非线性光学
4. 量子擦除实验说明什么?

求實求真
大氣大為



电子科技大学

University of Electronic Science and Technology of China

Thanks for your attention!

A & Q

求實求真
大氣大為