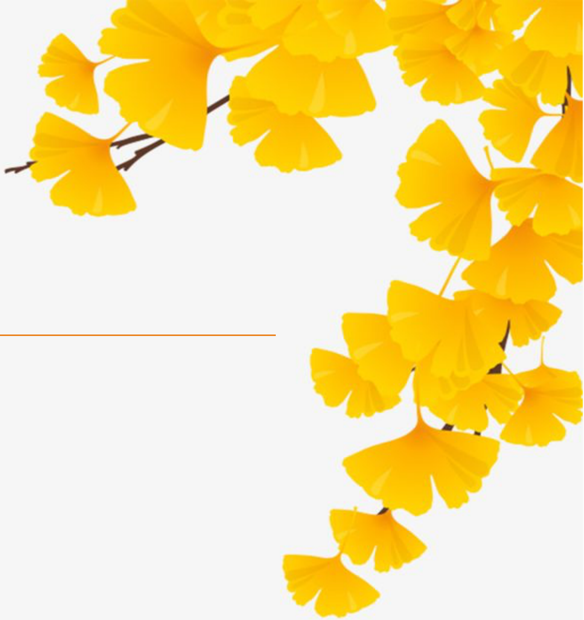
量 子 光 学

Quantum Optics



李小飞

光电科学与工程学院

2022 年 6 月 1 日

课程简介

- **量子光学**: is the study of the interaction of individual photons, in the wavelength range from the infrared to the ultraviolet, with ordinary matter - e.g. atoms, molecules, electrons, etc. - described by nonrelativistic quantum mechanics.
- **课程目标**:
  - Grasp of the basic theory of quantum optics
  - Know of the common application frontiers of quantum optics

分数构成

- Normal results 20%
- Group discussion 30%
- Project final report 50%

教材

- 《Quantum optics》 Scully, Zubairy, 1997 (Cambridge)
- 《Quantum Optics: An Introduction》, Fox, Mark, 2006
- 《Introductory Quantum Optics》, Gerry, Knight, 2005 (Cambridge)
- 《Statistical Methods in Quantum Optics》 Howard, Carmichael, 1999
- 《Mathematical Methods of Quantum Optics》 Ravinder Rupchand Puri, 2001
- 《量子光学研究前沿》上海交通大学出版社出版，张卫平, 2014
- 《量子光学》科学出版社, 郭光灿, 2022

网络教学资源

牛津大学 Mark Fox (1) 点这里

牛津大学 Mark Fox (2) 点这里

慕尼黑大学 Immanuel Bloch 点这里

量子光学相关专业

- 光学
- 光学工程
- 量子信息学（量子计算，量子通信）
- 光物理，光化学，光材料

光学的发展

三大光学: 几何光学, 波动光学 (物理光学), 量子光学

- 经典光学 (麦克斯韦方程)
  不能解释: 黑体辐射, 光电效应, 康普顿效应, 原子光谱, 自发发射, 受激发射...
- 半经典光学 (原子能级量子化 + 经典光场 + 光子假说)
  不能解释: 延迟选择实验, 量子擦除实验, 相干态, 压缩态, 量子计算, 量子通信, 量子存储...
- 量子光学 (量子化粒子 + 量子化光场)
  解释当前一切光学 (实验) 现象.

课程内容

- 经典与半经典光学 (2 学时)
- 量子力学基础 (4 学时)
- 量子化光场 (10 学时)
- 光子与光场统计 (10 学时)
- 光与物质的相互作用 (12 学时)
- 量子光学应用前沿 (2 学时)

电子科技大学
University of Electronic Science and Technology of China

第 1 讲：经典与半经典光学

本讲要点

- 经典和半经典光学
- 经典和半经典光学主要成就
- 经典和半经典光学所面临的困难

求實求真
大氣大為

Contents

介质中: 定义电位移矢量 D 和磁场强度 H

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}\,(*), \qquad \mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r}\mathbf{B}\,(*)$$

麦克斯韦方程:

I $\quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f$

II $\quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

III $\quad \nabla \times \mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$

IV $\quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$

对于真空 ($\rho_f = 0, \mathbf{J}_f = 0$),

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}, \qquad \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$$

代入麦克斯韦方程 (IV)

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

得:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

由麦克斯韦方程 (III)

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) &= -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ &= -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \end{aligned}$$

由于

$$\begin{aligned}\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) &= \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \\ &= -\nabla^2 \mathbf{E}\end{aligned}$$

得:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

由于 $c = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$, 方程可写为

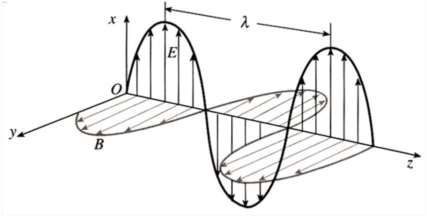
$$\boxed{\mathbf{E}_{tt} = c^2 \nabla^2 \mathbf{E}}$$

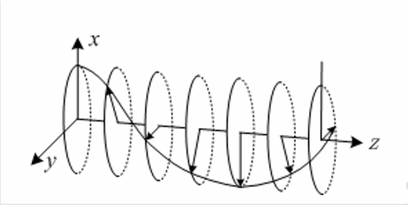
这是波动方程标准型 (见数理方程), 这表明光波就是电磁波

若给出定解条件, 方程可求解

$$\mathbf{E}_{tt} = c^2\nabla^2\mathbf{E}$$

这是矢量方程. 描述光的偏振.

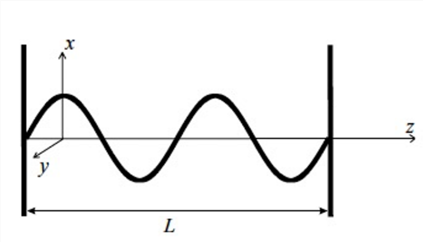




考虑标量化.

1. 线偏振 $\mathbf{E}(z,t) = E_x(z,t)\hat{e}_x$
2. 圆偏振 $\mathbf{E}(z,t) = E_x(z,t)\hat{e}_\sigma$, with $\hat{e}_\pm = \mp\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x} \pm \hat{y})$

例-1. 试求一维光学腔中的线偏振电磁场:



光学腔: $0 \leq z \leq L$

边界条件: $E_x(0) = E_x(L) = 0$

解: 设 $E_x(z,t) = T(t)Z(z)$, 代入波动方程

$$\mathbf{E}_{tt} = c^2 \nabla^2 \mathbf{E}$$

得:

$$T''(t)Z(z) = c^2 T(t) Z''(z)$$

分离变量, 令:

$$\frac{T''}{c^2 T} = \frac{Z''}{Z} = -\lambda$$

转化为两常微分方程

方程 (I): $\begin{cases} Z'' + \lambda Z = 0 \ , \quad 0 < z < L \\ Z(0) = 0 \, , \ Z(L) = 0 \end{cases}$

方程 (II): $\begin{cases} T'' + \lambda c^2 T = 0 \\ \ldots\ldots \end{cases}$

特征（辅助）方程法解方程(I)

- 固有值：$\lambda_n = \dfrac{n^2\pi^2}{L^2} = \omega_n^2,\quad k_n = \dfrac{\omega_n}{c}$
- 固有解：$E_n(z) = \sin(\omega_n z)$

解方程 II：

$$T'' + \lambda c^2 T = 0$$

代入 λ_n，得：$T'' + \lambda_n c^2 T = 0$
变形为：

$$T'' + \omega_n^2 c^2 T = 0$$

特征方程有虚根，通解：

$$T_n = c_n \cos\omega_n ct + d_n \sin\omega_n ct$$

大氣大為 求實求真

原方程的基本解:

$$
\begin{aligned}
E_n(z,t) &= T_n(t)Z_n(z) \\
&= (c_n \cos\omega_n ct + d_n \sin\omega_n ct)\sin\omega_n z \\
&= a_n \exp(i\omega_n ct)\sin\frac{n\pi z}{L}
\end{aligned}
$$

- 基本解: $E_n(z,t) = a_n q_n(t)\sin(k_n z)$
- 叠加解: $E_x(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n q_n(t)\sin(k_n z)$

把解代回由麦克斯韦方程 (III), 得磁场叠加解

$$
H_y(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\epsilon_0}{k_n} q_n'(t)\cos(k_n z)
$$

令:

$$L \to \infty$$

得自由场解

$$E_x(z,t) = \frac{1}{2} E_{0x}(z) \exp[i(kz - \omega t)]$$

电磁场的哈密顿(能量)

$$H = \frac{1}{2} \int dV \left[\epsilon_0 \mathbf{E^2}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B^2}(\mathbf{r}, t) \right]$$

电磁场是一系列基本振动模式的叠加.

$$E_x(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n q_n(t) \sin(k_n z)$$

$$H_y(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\epsilon_0}{k_n} q_n'(t) \cos(k_n z)$$

自由场是自由振动; 存在电荷或电流等环境, 则是受迫振动, 波动方程为:

$$\mathbf{E}_{tt} - c^2\nabla^2\mathbf{E} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}$$

经典光学面临的困难

基于麦克斯韦方程的波动光学，不能解释如下实验

- 黑体辐射，
- 光电效应，
- 康普顿效应，
- 原子光谱，
- 光的发射与吸收...

* 对上述问题的解释导致量子力学的建立

Contents

光量子假说

1900 年, 普朗克提出热辐射能量子假说

$$E = n\varepsilon, \qquad \varepsilon = h\nu = \hbar\omega$$

1905 年, 爱因斯坦提出光量子假说, 揭示光的波粒二象性本质.

$$E = h\nu = \hbar\omega, \qquad \mathbf{p} = \frac{h}{\lambda}\mathbf{n} = \hbar\mathbf{k}$$

基此发展出半经典光学, 可成功解释经典光学所面临的上述困难!

- 量子化原子能级
- 经典的光学场 + 光量子假说

例-2. 试采用半经典方法处理光与原子的相互作用问题:

解: 考虑沿 z 轴传播的单色光

$$\begin{cases} E_x = E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t\right) \\ E_y = E_z = 0 \end{cases}$$

光与原子的相互作用发生在原子内部, 这个尺度的光场可认为是均匀场

$$E_x = E_0 \cos(\omega t)$$

光波所产生的能量可看做是对原子能级的微扰

$$\begin{aligned} \hat{H}' &= e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E} = exE_x \\ &= \frac{1}{2} \mathrm{ex}\, E_0 \left[e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}\right] \\ &= \hat{F} \left[e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}\right] \end{aligned}$$

代入含时微扰公式

$$\omega_{m\to k}=\frac{2\pi}{\hbar}\left|F_{km}\right|^2\delta\left(\varepsilon_k-\varepsilon_m+\hbar\omega\right)$$

对于自然光, 可得跃迁概率:

$$w_{k\to m}=\frac{4\pi^2e^2}{3\hbar^2}I\left(\omega_{mk}\right)\left|\vec{r}_{mk}\right|^2=B_{km}I\left(\omega_{mk}\right)$$

求得爱因斯坦吸收系数 B_{km}
同理, 得爱因斯坦受激发射系数 B_{mk}
代入电磁辐射平衡条件 (发射的光子数等于吸收的光子数)

$$N_m\left[A_{mk}+B_{mk}I\left(\omega_{mk}\right)\right]=N_kB_{km}I\left(\omega_{mk}\right)$$

得自发发射系数 A_{mk}

基于光子数目决定电磁场强度的基本假设, 得辐射场强度

$$J_{mk} = N_m A_{mk} \hbar \omega_{mk} = N_m \frac{4e^2 \omega_{mk}^4}{3c^3} |\vec{r}_{km}|^2$$

成功解决辐射场问题, 如: 选择定则, 激发态寿命, 常见光谱, ...

增加自旋, 解决光谱分裂问题

增加旋-轨耦合, 解决复杂光谱问题

增加非线性效应, 解决变频问题

半经典光学面临的困难

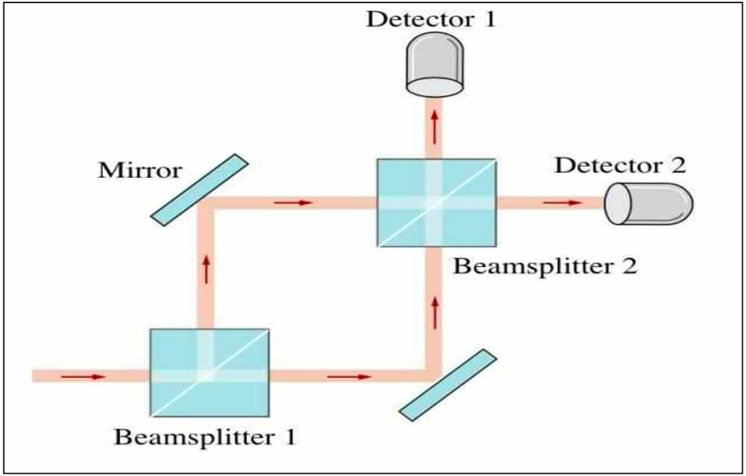
半经典半量子光学取得了具大成功.

但不能解释如下光学现象

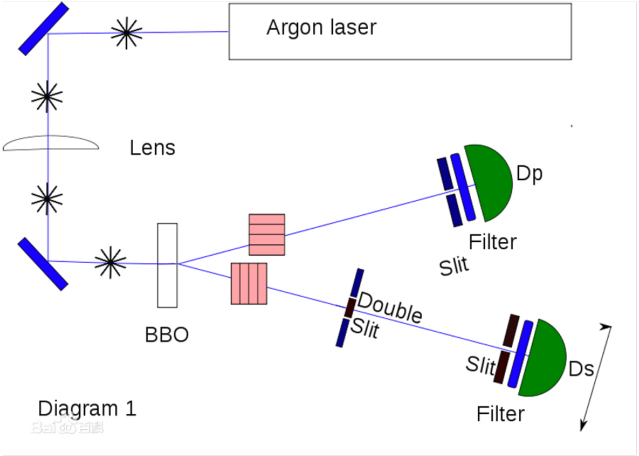
- 延迟选择实验
- 量子擦除实验
- 相干态
- 压缩态
- 纠缠光子对
- 单光子源
- 量子隐形传态

* 这些问题的解释导致第二次量子革命, 1956 年后, 发展出非经典光源 (激光, 压缩光, 单光子), 人类进入量子光学时代.

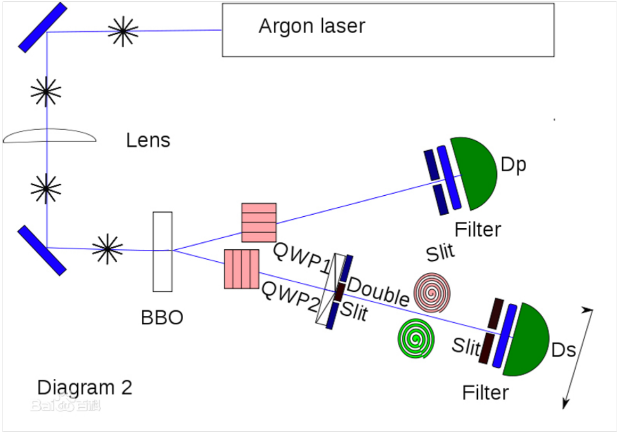
惠勒延迟选择实验


Detector 1
Mirror
Detector 2
Beamsplitter 2
Beamsplitter 1

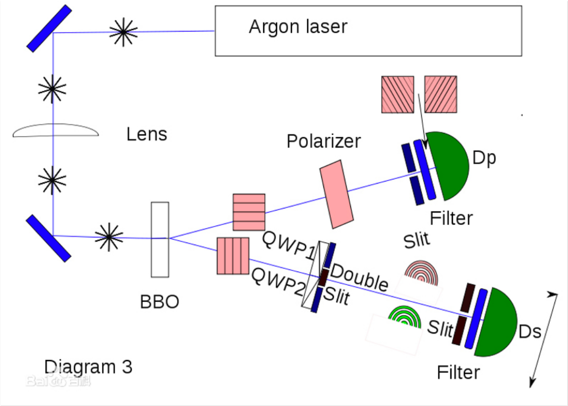
量子擦除实验



Argon laser
Lens
Dp
Filter
Slit
BBO
Double
Slit
Slit
Ds
Filter
Diagram 1



Dp	下路	QWP1（缝1）	QWP2（缝2）
垂直	水平	顺	逆
水平	垂直	逆	顺



Dp	下路	QWP1（缝1）	QWP2（缝2）
斜（+）	斜（-）	顺（逆）50%	顺（逆）50%
斜（-）	斜（+）	顺（逆）50%	顺（逆）50%

大氣大為 求實求真

课外作业

1. 补全例 1 的计算
2. 补全例 2 的计算
3. 了解非线性光学
4. 量子擦除实验说明什么?

Thanks for your attention!

A & Q

求實求真
大氣大為