Problemas 5

1. $\tau = 12$ anos (período de semidesintegração)

$N = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/\tau} N_0$

$t = 60$ anos

$\left(\frac{1}{2}\right)^{t/\tau} = \left(\frac{1}{2}\right)^{60/12} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} = 0{,}0313$

$\frac{N}{N_0}$ é proporcional à razão entre a massa final e inicial

$\frac{N}{N_0} = \frac{M}{M_0}$

$M = \left(\frac{1}{2}\right)^5 M_0 \Rightarrow M = 0{,}0313 \times 1\,g = 0{,}0313\,g$

O trítio tem 1 protão + 2 neutrões no núcleo

A sua massa é, aproximadamente: $3 \times 1{,}67 \times 10^{-27}$ Kg =

$\simeq 5 \times 10^{-27}$ Kg

O nº de átomos que existem em 1 g de trítio é

$N_0 = \frac{10^{-3}}{5 \times 10^{-27}} = 2 \times 10^{23}$ átomos

Podemos calcular o tempo que é necessário esperar para que reste apenas 1 átomo ($N=1$)

$1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/\tau} 2 \times 10^{23} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{t/\tau} = \frac{1}{2 \times 10^{23}}$

$\log\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{t/\tau}\right] = \log(5 \times 10^{-24}) \Leftrightarrow \frac{t}{\tau} \log\left(\frac{1}{2}\right) = \log 5 + \log(10^{-24})$

$\frac{t}{\tau}(-0{,}301) = 0{,}699 + 24 \Leftrightarrow t = \frac{0{,}699 - 24}{-0{,}301} \times 12$ anos

$= 929$ anos

Problemas 5

2. Amostra de linho contém

1 átomo de $^{14}_{6}C$ por 2×10^{12} átomos de $^{12}_{6}C$

Sabe-se que:

- $\tau = 5730$ anos (período de semidesintegração do carbono - 14)

- na atmosfera existe 1 átomo de $^{14}_{6}C$ por 1×10^{12} átomos de $^{12}_{6}C$ (é esta a proporção de carbono-14/carbono-12 que existia aquando da incorporação do carbono na planta linho)

Enquanto a planta esteve viva a proporção de carbono-14/carbono-12 manteve-se em 1 para 10^{12}, mas ao morrer a quantidade de carbono-14 no tecido diminuiu devido à desintegração ($^{14}_{6}C$ desintegra-se dando origem ao $^{14}_{7}N$)

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/\tau}$$

$N \equiv$ nº de átomos de $^{14}_{6}C$ que existem actualmente na amostra

$$\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/\tau}$$

$N_0 \equiv$ nº de átomos de $^{14}_{6}C$ que existiam na amostra quando a planta morreu

Mas $N/N_0 = (1 \text{ em } 2\times10^{12}) / (1 \text{ em } 1\times10^{12})$

$= 1/2$

Então

$$\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/\tau}$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{t/\tau}\right]$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{t}{\tau}\ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$t = \tau$$

$= 5730$ anos

Problemas 5

3. a) Declínio β^- do ^3H (trítio)

$$n \rightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}_e \quad (\text{declínio } \beta^-)$$

$n \equiv$ neutrão
$p \equiv$ protão
$\beta^- \equiv e^- \equiv$ electrão
$\bar{\nu}_e \equiv$ anti-neutrino (carga nula)

$$^3H \longrightarrow {}^3He + \beta^- + \bar{\nu}$$

mantem-se o nº de massa e aumenta em 1 o nº atómico

b) Declínio β^- do ^{60}Co

$$^{60}Co \longrightarrow {}^{60}Ni + \beta^- + \bar{\nu} \quad (\text{declínio } \beta^-)$$

mantem-se o nº de massa e aumenta em 1 o nº atómico

c) Declínio β^+ do ^{10}C

$$p \rightarrow n + \beta^+ + \nu_e \quad (\text{declínio } \beta^+)$$

$\beta^+ \equiv e^+ \equiv$ positrão
$\nu_e \equiv$ neutrino (carga nula)

$$^{10}C \longrightarrow {}^{10}B + \beta^+ + \nu_e$$

mantem-se o nº de massa e baixa em 1 o nº atómico

d) Declínio α do ^{210}Po

No declínio α há emissão de uma partícula α

$$\alpha \equiv 2p + 2n$$

$$^{210}Po \longrightarrow {}^{206}Pb + 2p + 2n$$

baixa em 4 o nº de massa e
baixa em 2 o nº atómico

e) Declínio α de ^{241}Am

$$^{241}Am \longrightarrow {}^{237}Np + 2p + 2n$$

baixa em 4 o nº de massa e
baixa em 2 o nº atómico

Problemas 5

4. $n + {}^{235}U \longrightarrow {}^{236}U \longrightarrow {}^{99}Zr + {}^{134}Te + 3n$

Energia cinética do $\underline{n}$ é desprezável (neutrão lento)

$$m_{^{235}U} = 235{,}044\ u = 235{,}044 \times 1{,}6605 \times 10^{-27}\ Kg$$
$$= 3{,}902905 \times 10^{-25}\ Kg$$

$$m_{^{99}Zr} = 98{,}917\ u = 98{,}917 \times 1{,}6605 \times 10^{-27}\ Kg$$
$$= 1{,}642517 \times 10^{-25}\ Kg$$

$$m_{^{134}Te} = 133{,}912\ u = 133{,}912 \times 1{,}6605 \times 10^{-27}\ Kg$$
$$= 2{,}223609 \times 10^{-25}\ Kg$$

$$m_n = 1{,}6749 \times 10^{-27}\ Kg$$

Massa (em repouso) inicial:

$$M_i = m_n + m_{^{235}U} = 1{,}6749 \times 10^{-27} + 3{,}902905 \times 10^{-25}$$
$$= 3{,}919654 \times 10^{-25}\ Kg$$

Massa (em repouso) final:

$$M_f = m_{^{99}Zr} + m_{^{134}Te} + 3\,m_n$$
$$= 1{,}642517 \times 10^{-25} + 2{,}223609 \times 10^{-25} + 3 \times (1{,}6749 \times 10^{-27})$$
$$= 3{,}916373 \times 10^{-25}\ Kg$$

Massa em repouso perdida:

$$\Delta m = M_i - M_f = (3{,}919654 - 3{,}916373) \times 10^{-25}$$
$$= 3{,}281 \times 10^{-28}\ Kg$$

$$\Delta E = (\Delta m) c^2 = (3{,}281 \times 10^{-28})(3 \times 10^8)^2$$
$$= 2{,}95 \times 10^{-11}\ J$$

Problemas 5

5.

$$4p \longrightarrow \alpha + 2\beta^+$$

$$m_{^4He} = m_\alpha + m_{2\beta^+} = 6,646 \times 10^{-27}\ Kg$$

$$m_p = 1,673 \times 10^{-27}\ Kg$$

$$\Delta m = 4 \times (1,673 \times 10^{-27}) - (6,646 \times 10^{-27})$$
$$= 0,046 \times 10^{-27}\ Kg$$

$$\Delta E = (\Delta m) c^2 = (0,046 \times 10^{-27})(3 \times 10^8)^2$$
$$= 4,14 \times 10^{-12}\ J$$

Problemas 5

6. obter a equação que dá a energia de um electrão no decaimento β^- : $A \rightarrow B + \beta^-$

$$E = \left(\frac{m_A^2 - m_B^2 + m_e^2}{2m_A}\right) c^2$$

$E_A = E_B + E_e$ (conservação da energia)

$E_A = m_A c^2$ (está em repouso)

vimos no estudo da relatividade que

$$E_n^2 - p_n^2 c^2 = m^2 c^4$$

Então : $E_B^2 = m_B^2 c^4 + p_B^2 c^2 \Rightarrow E_B = \sqrt{m_B^2 c^4 + p_B^2 c^2}$

$$\rightarrow m_A c^2 = \sqrt{m_B^2 c^4 + p_B^2 c^2} + E_e$$

$= \sqrt{m_B^2 c^4 + p_e^2 c^2} + E_e$ (pois $p_e = -p_B$, pela conservação do momento)

Mas $E_e^2 = m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2 \Rightarrow p_e^2 c^2 = E_e^2 - m_e^2 c^4$

substituindo na eq. que dá $m_A c^2$ (acima)

$$m_A c^2 = \sqrt{m_B^2 c^4 + E_e^2 - m_e^2 c^4} + E_e$$

$$m_A c^2 - E_e = \sqrt{(m_B^2 - m_e^2) c^4 + E_e^2}$$

$$(m_A c^2 - E_e)^2 = (m_B^2 - m_e^2) c^4 + E_e^2$$

$$m_A^2 c^4 - 2 m_A c^2 E_e + \cancel{E_e^2} = (m_B^2 - m_e^2) c^4 + \cancel{E_e^2}$$

$$-2 m_A c^2 E_e = (m_B^2 - m_e^2 - m_A^2) c^4$$

$$E_e = \left(\frac{m_A^2 - m_B^2 + m_e^2}{2m_A}\right) c^2$$

Problemas 5

7. $n \longrightarrow p + \beta^- + \bar{\nu}_e$

A energia é máxima quando o (anti)neutrino $\bar{\nu}_e$ tiver energia nula.
Nesse caso a energia do electrão é dada por

$$E_{máx} = \frac{m_n^2 - m_p^2 + m_e^2}{2m_n} c^2$$

$$= \frac{(1{,}6749 \times 10^{-27})^2 - (1{,}6726 \times 10^{-27})^2 + (9{,}1094 \times 10^{-31})^2}{2(1{,}6749 \times 10^{-27})} c^2$$

$$= 2{,}07 \times 10^{-13}\ J$$

A energia é mínima se o electrão ficar em repouso:

$$E_{min} = m_e c^2 = (9{,}1094 \times 10^{-31})(3 \times 10^8)^2$$

$$= 0{,}820 \times 10^{-13}\ J$$

Problemas 5

8. Os piões, que são produzidos nas camadas superiores da atmosfera, desintegram-se muito antes de atingirem o nível médio da água do mar: é necessário subir (por exemplo a uma montanha elevada) para ser possível detectá-los.

Mas os muões têm um tempo de meia vida que é ~100 vezes maior, o que lhe permite que uma grande parte deles cheguem ao solo antes de se desintegrarem.

Problemas 5

9. Consultar tabela da pág. 117 do Griffiths:

a) electrão : leptão

b) protão : barião

c) neutrão : barião

d) muão : leptão

e) pião : mesão

f) K : mesão

g) Λ : barião

Problemas 5

10.

a) $p \xrightarrow{?} e + \gamma$

Não é possível, pois não haveria conservação de carga

b) $\pi^0 + n \xrightarrow{?} \pi^- + p$

É possível (há conservação de carga e de estranheza - a estranheza é nula para todas as partículas envolvidas)

c) $\pi^0 + n \xrightarrow{?} \pi^+ + p$

Não é possível, pois não haveria conservação de carga

Problemas 5

11. Estranheza (s)

a) p : $s = 0$

b) Λ : $s = -1$

c) K^+ : $s = +1$

d) π^- : $s = 0$

e) Σ^0 : $s = -1$

f) n : $s = 0$

consultar secção 4.2.3 do livro (Griffiths)

Problemas 5

12. $\pi^- + \Sigma^+ \longrightarrow K^+ + \Xi^-$

Qual é a estranheza de Ξ^- ?

Estranhezas:

$S_{\pi^-} = 0$, $S_{K^+} = +1$

$S_{\Sigma^+} = -1$ $S_{\Xi^-} = ?$

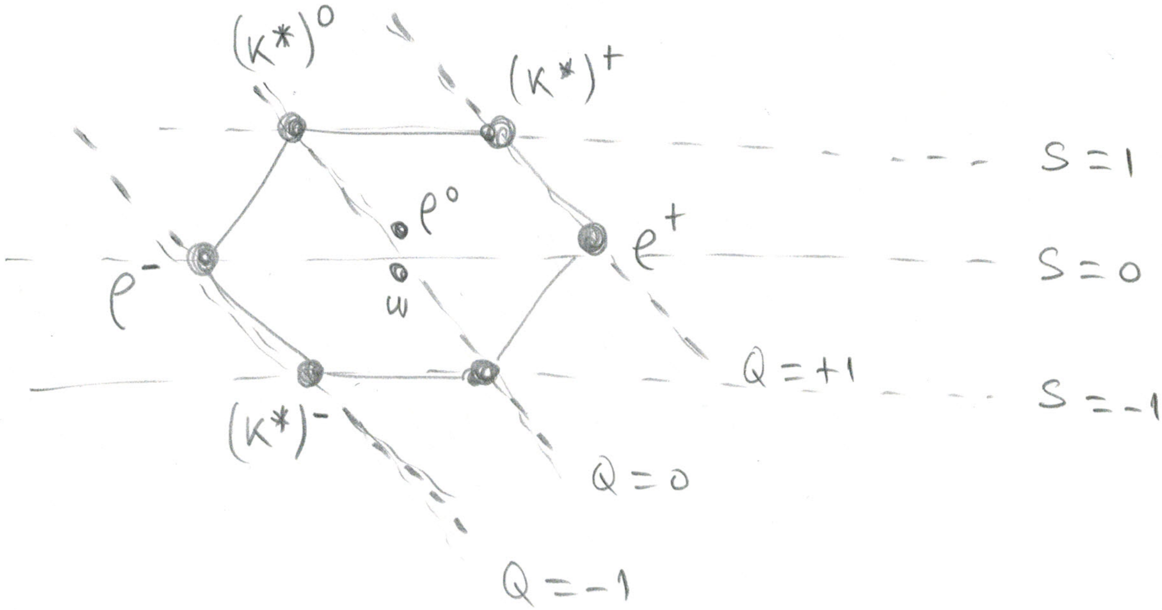
Para haver conservação da estranheza: tem que ser $S_{\Xi^-} = -2$

$0 - 1 = +1 - 2$

Problemas 5

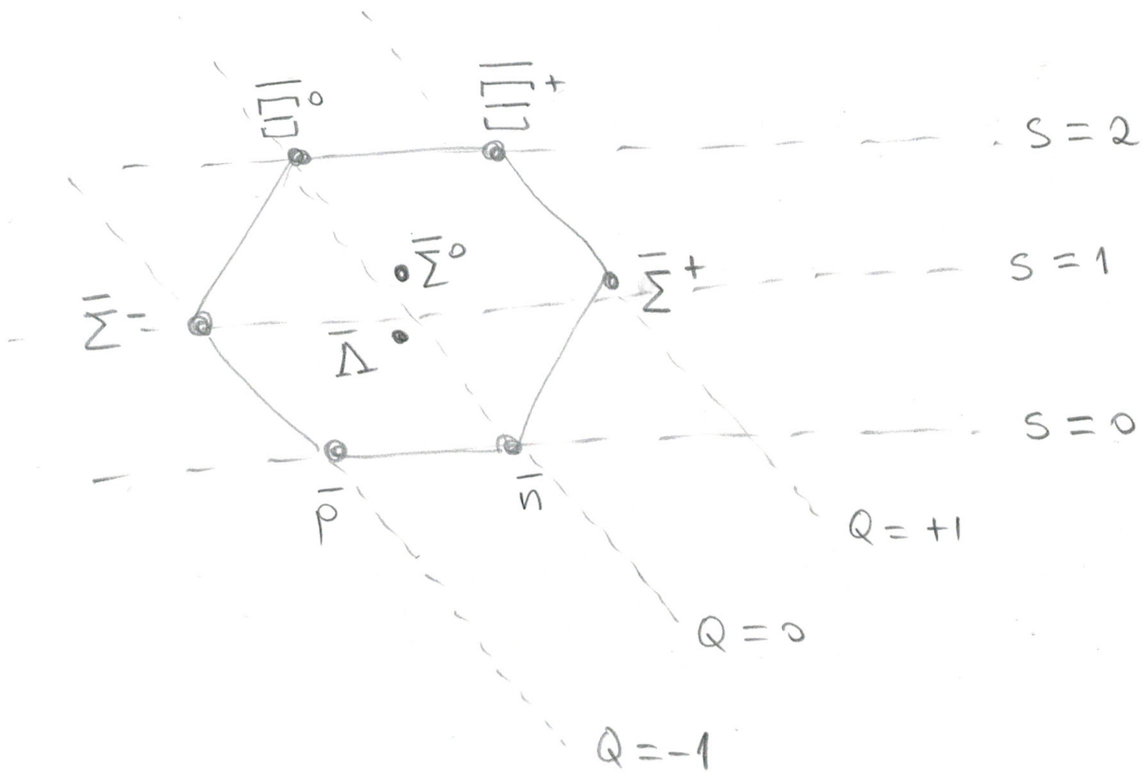
13. Octecto dos mesões vectores

$\left.\begin{array}{l}\rho^+\\ \rho^0\\ \rho^-\\ \omega\end{array}\right\} S=0 \qquad \left.\begin{array}{l}K^{*+}\\ K^{*0}\end{array}\right\} S=1 \qquad \left.\begin{array}{l}K^{*-}\\ \bar{K}^{*0}\end{array}\right\} S=-1$

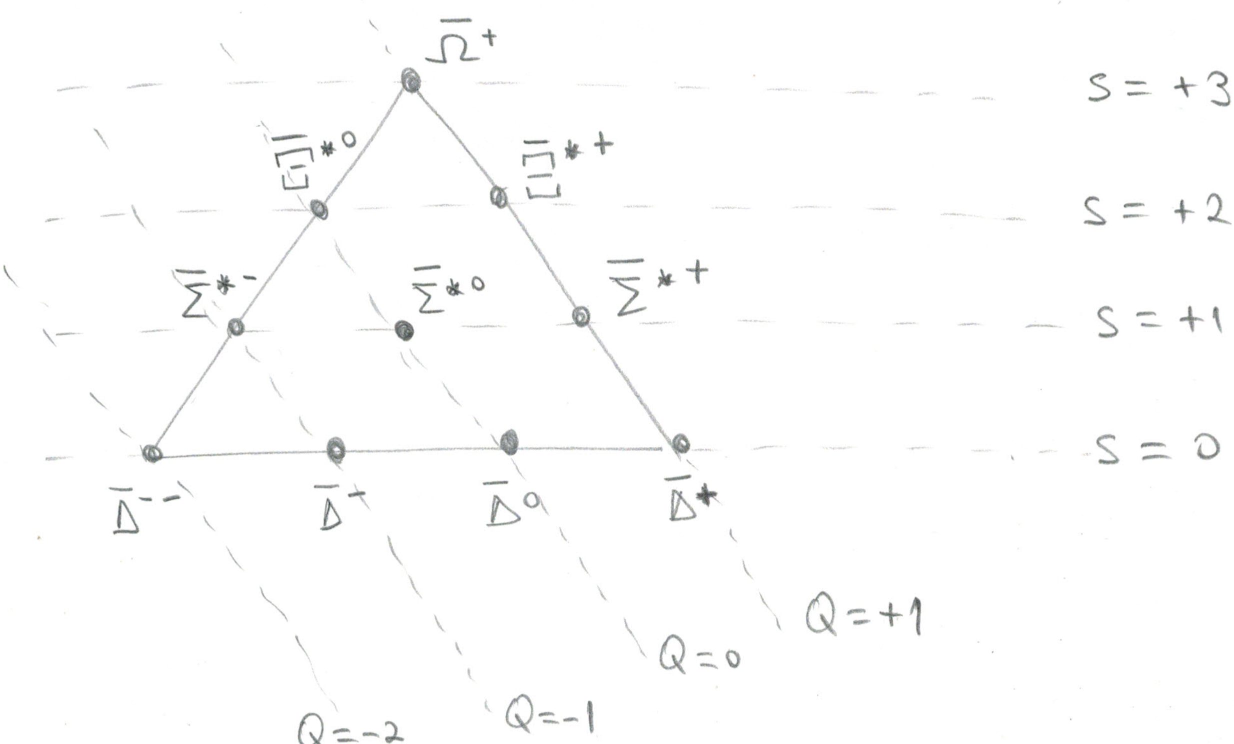


Problemas 5

14\. a) Octeto de anti-bariões



b) Decupleto de antibariões



Problemas 5

15. u, d, s, c

quark	Q	S	C
u	$+2/3$	0	0
d	$-1/3$	0	0
s	$-1/3$	-1	0
c	$+2/3$	0	$+1$

combinações possíveis para formar bariões

qqq	Q	S	C
uuu	$+2$	0	0
uud	$+1$	0	0
udd	0	0	0
ddd	-1	0	0
uus	$+1$	-1	0
uds	0	-1	0
dds	-1	-1	0
uss	0	-2	0
dss	-1	-2	0
sss	-1	-3	0
uuc	$+2$	0	$+1$
udc	$+1$	0	$+1$
ddc	0	0	$+1$
usc	$+1$	-1	$+1$
dsc	0	-1	$+1$
ssc	0	-2	$+1$
ucc	$+2$	0	$+2$
dcc	$+1$	0	$+2$
scc	$+1$	-1	$+2$
ccc	$+2$	0	$+3$

20 combinações

Problemas 5

16. u, d, s, c

quark	Q	S	C
u	+2/3	0	0
d	−1/3	0	0
s	−1/3	−1	0
c	+2/3	0	+1

anti-quark	Q	S	C
$\bar{u}$	−2/3	0	0
$\bar{d}$	+1/3	0	0
$\bar{s}$	+1/3	+1	0
$\bar{c}$	−2/3	0	−1

combinações possíveis para formar mesões $(q+\bar{q})$

$q\bar{q}$	Q	S	C
$u\bar{u}$	0	0	0
$u\bar{d}$	+1	0	0
$d\bar{u}$	−1	0	0
$d\bar{d}$	0	0	0
$u\bar{s}$	+1	+1	0
$d\bar{s}$	0	+1	0
$s\bar{u}$	−1	−1	0
$s\bar{d}$	0	−1	0
$s\bar{s}$	0	0	0
$u\bar{c}$	0	0	−1
$d\bar{c}$	−1	0	−1
$s\bar{c}$	−1	−1	−1
$c\bar{u}$	0	0	+1
$c\bar{d}$	+1	0	+1
$c\bar{s}$	+1	+1	+1
$c\bar{c}$	0	0	0

16 combinações

Problemas 5

17. Número de combinações possíveis usando 6 quarks (bariões)

(1) Todos iguais: (por ex. uuuuuu)
- existem 6 possibilidades

(2) Dois iguais (6 possibilidades) e o terceiro diferente (5 possibilidades):
no total: $5 \times 6 = 30$ possibilidades

(3) Todos diferentes:
há 6 maneiras de escolher o 1º
+ 5 " " " o 2º
+ 4 " " " o 3º

$6 \times 5 \times 4 = 120$

Mas é necessário dividir por 6 pois as permutações são equivalentes (ex.: uds, usd, dus, dsu, sud, sdu são o mesmo barião)

$$\text{Nº total} = 6 + 30 + \frac{120}{6} = \underline{\underline{56}}$$

Nº de combinações possíveis usando um quark e um antiquark (mesões)

Existem 6 maneiras de escolher a 1ª partícula e 6 maneiras de escolher a 2ª partícula:

$$6 \times 6 = \underline{\underline{36}}$$

Problemas 5

18. Λ_c^+ $(C=1, S=0)$

$C=1 \Rightarrow$ 1 quark c (charm)

$S=0 \Rightarrow$ nenhum quark s

As possibilidades são:

$$\begin{array}{ccc} cuu, & \boxed{cud,} & cdd \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ Q=+2 & \boxed{Q=+1} & Q=0 \end{array}$$

$$\boxed{\Lambda_c^+ \equiv cud}$$

Ω_c $(C=1, S=-2)$

$C=1 \Rightarrow$ 1 quark c

$S=-2 \Rightarrow$ 2 quarks s

$\boxed{css}$, $Q=0$

$$\boxed{\Omega_c \equiv css}$$

D^+ $(C=1, S=0)$

$C=1 \Rightarrow$ 1 quark c

Como o quark c tem $Q=+2/3$, o anti-quark que é preciso juntar tem que ter $Q=+1/3$
→ poderia ser $\bar{d}$ ou $\bar{s}$; mas $\bar{s}$ não pode ser porque tem estranheza +1; tem que ser $\bar{d}$ que tem estranheza $S=0$

$$\boxed{D^+ \equiv c\bar{d}}$$

Λ_b^0 $(S=0,\ C=0,\ B=-1)$

barião (qqq)

- tem que ter um quark b (p/ ter $B=-1$)
- não pode ter quarks s (p$\bar{q}$ $S=0$) nem c (p$\bar{q}$ $C=0$)

Nota: $Q=0$ p$\bar{q}$ $Q(b)=-1/3$
$Q(u)=+2/3$
$Q(d)=-1/3$

$\boxed{\Lambda_b^0 \equiv bud}$

B^- $(S=0,\ C=0,\ B=-1)$

mesão $(q\bar{q})$

- tem que ter um quark b $(B=-1)$
- o anti-quark tem que ser $\bar{u}$ ou $\bar{d}$ (porque $S=0$ e $C=0$)
- como quark b tem carga $-1/3$, o antiquark que falta tem que ter carga $-2/3$ (p/ que $Q=-1$), ou seja tem que ser $\bar{u}$

$\boxed{B^- \equiv b\bar{u}}$

$\bar{B}^0$ $(S=0,\ C=0,\ B=-1)$

mesão $(q\bar{q})$

- tem que ter quark b $(B=-1)$
- o anti-quark tem que ser $\bar{u}$ ou $\bar{d}$ (p$\bar{q}$ $S=0$ e $C=0$)
- como quark b tem carga $-1/3$, o anti-quark que falta tem que ter carga $+1/3$, logo tem que ser $\bar{d}$

$\bar{B}^0 \equiv b\bar{d}$

Problemas 5

19. Ξ_b^- tem um quark de cada família

As possibilidades são

qqq	Q
bsd	$-1/3 - 1/3 - 1/3 = -1$
bsu	$-1/3 - 1/3 + 2/3 = 0$
bcd	$-1/3 + 2/3 - 1/3 = 0$
bcu	$-1/3 + 2/3 + 2/3 = +1$
tsd	$+2/3 - 1/3 - 1/3 = 0$
tsu	$+2/3 - 1/3 + 2/3 = +1$
tcd	$+2/3 + 2/3 - 1/3 = +1$
tcu	$+2/3 + 2/3 + 2/3 = +2$

A única combinação que fornece $Q = -1$ é bsd

Este quark tem $S = -1$ (do quark s)

$B = -1$ (do quark b)

$C = 0$ (porque não tem nenhum quark c)

Problemas 5

20.

a) protão

Trata-se de um barião, composto por 3 quarks (u ou d)

$p \equiv uud \qquad (Q = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = +1)$

b) neutrão

Barião, composto por 3 quarks (u ou d)

$n \equiv udd \qquad (Q = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0)$

c) electrão : leptão, elementar

d) π^+

Mesão, composto por quark e anti-quark

$\pi^+ \equiv u\bar{d} \qquad (Q = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = +1)$

e) muão

Leptão da 2ª família, elementar

f) neutrino

Leptão, elementar

g) Ω^-

barião, $Q = -1$, $S = -3$

tem que ter 3 quarks s (para ser $S = -3$)

$\Omega^- \equiv sss \qquad (Q = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = -1)$

Problemas 5

21. $e^+ + e^- \longrightarrow \gamma + \gamma$

cada fotão tem que ter a energia igual à energia em repouso de e^+ (ou e^-)

$$E_\gamma = E_e = m_e c^2 = 9{,}1094 \times 10^{-31} \times (3 \times 10^8)^2$$
$$= 8{,}198 \times 10^{-14} \text{ J}$$
$$= 8{,}198 \times 10^{-14} / 1{,}602 \times 10^{-19} \text{ eV}$$
$$= 511{,}73 \text{ eV}$$
$$= 0{,}511 \text{ MeV}$$

Problemas 5

22.

$$\text{part} + \overline{\text{part.}} \longrightarrow \gamma \quad \text{(impossível)}$$

Ex.: $e^+ + e^- \longrightarrow \gamma$ (impossível)

Examinemos o processo num referencial em que e^+ e e^- se aproximam com a mesma velocidade e sentidos opostos (momento linear nulo).

Se o ~~ressultado~~ resultado fosse apenas 1 fotão, este teria que ter momento nulo; mas 1 fotão tem sempre momento, o que conduz a uma impossibilidade. São sempre necessários, pelo menos, dois fotões para que o momento seja nulo (momentos iguais e de sinais opostos)