

Bildfilterung im Frequenzbereich

Aufgabenstellung:

Es sollen verschiedene Filteroperationen (Tiefpass, Hochpass, usw.) auf Bildern durchgeführt werden. Die Bildfilterung soll dabei nicht durch Faltung mit entsprechenden Filterkernen durchgeführt werden, sondern stattdessen durch Multiplikation des fouriertransformierten Bildes mit der Filterübertragungsfunktion $H(u,v)$.

Stichworte: Anwendung der 2D-Fouriertransformation
Entwurf von Filtern im Frequenzbereich

Beschreibung:

Diskrete Signale (z.B. Digitalbilder) können mit Hilfe der diskreten Fouriertransformation (DFT) in den Frequenzbereich transformiert werden. Dabei wird ein Bild der Größe $m \times n$ in zwei Bilder der Größe $m \times n$ transformiert, eins für den Realanteil (cos-Anteile des Bildes) und eins für den Imaginäranteil (sin-Anteile des Bildes) der Fouriertransformierten. Die Abtastschrittweite zwischen zwei Bildpunkten beträgt im Ortsbereich (=Bild) 1 und im Ortsfrequenzbereich (=DFT) $1/m$ in x-Richtung bzw. $1/n$ in y-Richtung.

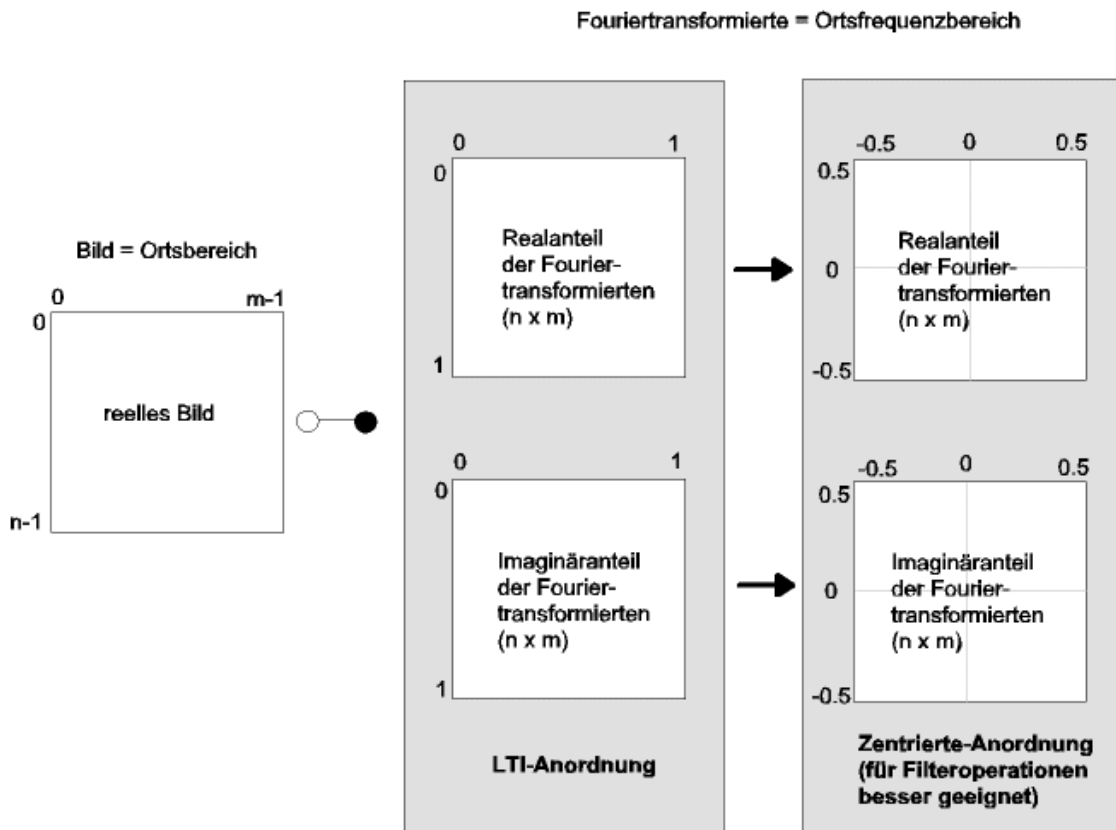


Bild 1: Diskrete Fouriertransformation

Bildfilterung im Frequenzbereich

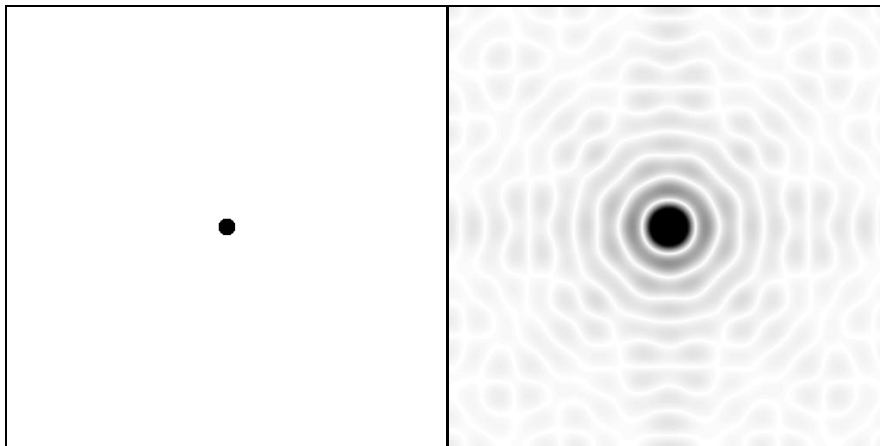


Bild 2: Bild einer Kreismarke Fouriertransformierte der Kreismarke
(zentriert)

Durch Multiplikation der Fouriertransformierten des Bildes mit der Filterübertragungsfunktion $\underline{H}(u,v)$ lassen sich nun Filteroperationen wie Tiefpaß, Hochpaß, Bandpaß u.s.w. sehr leicht ausführen (s. Bild 2 und 3).

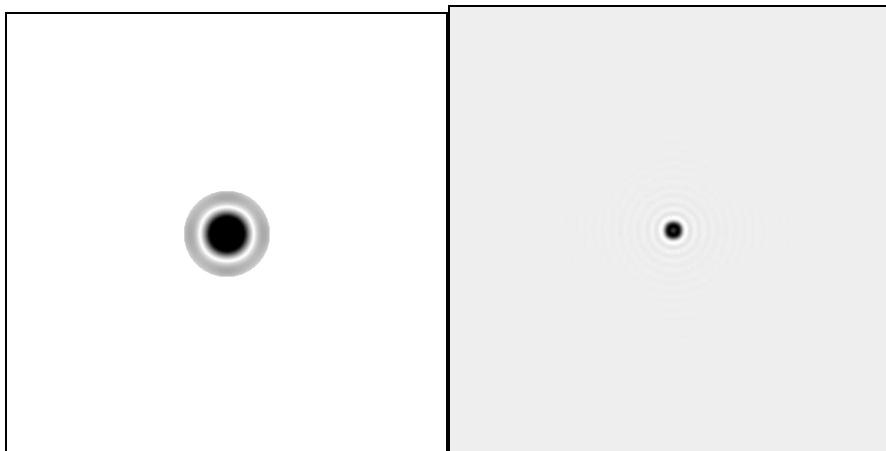


Bild 3: Fouriertransformierte
mit $\underline{H}(u,v)$ multipliziert
(Mittenbereich ausgestanzt) Tiefpaß-gefiltertes Bild

Im Rahmen des Praktikums sind verschiedene Filterfunktionen (im Frequenzbereich) zu realisieren:

Bildfilterung im Frequenzbereich

Lösungsansatz:

Der nachfolgend angegebene Datenflußgraph (Bild 4) ist in der vorbereiteten Funktionshülle

```
void RV03::operator()(int argc, char *argv[]) {..... }
```

bereits realisiert und vorgegeben. Aufgabe des Praktikums ist es, die Filteroperationen zu realisieren.

Die 2-dimensionale diskrete Fouriertransformation sowie die inverse Transformation sind bereits in der LTILib vorhanden und werden wie folgt angewendet:

```
fft2d.apply(src, real, imag);  
ifft2d.apply(real2, imag2, filt);
```

Die Fouriertransformation erfordert Bildpunkte vom Typ "double". Aus diesem Grund sind alle Bilddaten vom Typ "channel".

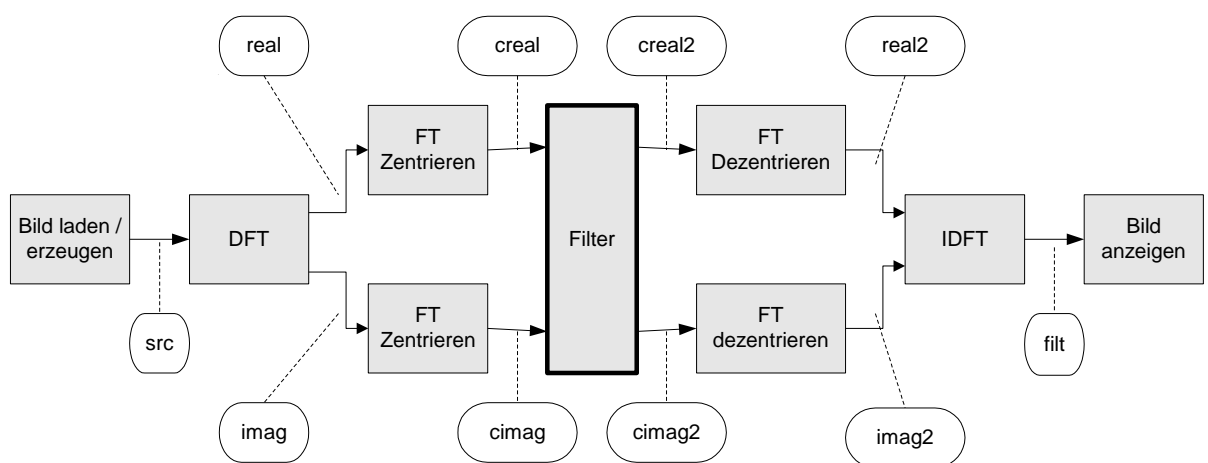


Bild 4: Datenfluß

Die Datenanordnung des Real- und Imaginärteils ist nach der DFT für die Transformation optimiert. Für die Filterung ist eine andere Datenanordnung günstiger (s. Bild 1). Aus diesem Grund wird die Fouriertransformierte vor der Filterung "zentriert" und nach der Filterung wieder "dezentriert". Die entsprechenden Funktionen sind bereits realisiert.

Die zentrierte Datenanordnung zeichnet sich dadurch aus, dass die Frequenz 0 in der Bildmitte ist. Die Übertragungsfunktionen müssen daher symmetrisch zu Bildmitte sein (s. Bild 3).

Bildfilterung im Frequenzbereich

Man kann zwischen verschiedenen Eingangsbildern wählen, indem der gewünschte PatternType aktiviert wird.

```
enum Pattern {PAT_BOAT,           // Bild eines Bootes
               PAT_CIRCLE,        // zentr. Kreis
               PAT_RECT,          // zentr. Quadrat
               PAT_LAMBDA,        // zentr. Grauwertkegel
               PAT_COSINE,        // Cosinusbild
               PAT_BOAT_SINNOISE}; // gestörtes Bild
```

```
Pattern PatternType=PAT_CIRCLE;
```

Analog soll man durch Auswahl der Filterfunktion die nachfolgend angegebenen Filter aktivieren können. Die entsprechenden Übertragungsfunktionen sind zu realisieren.

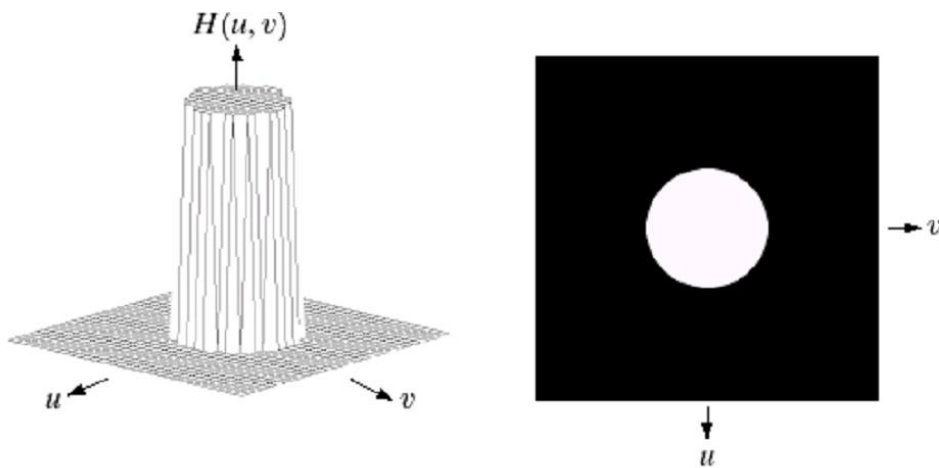


Bild 5: Übertragungsfunktion $H(u,v)$ = idealer Tiefpass

a) Idealer Tiefpass:

$$H(u,v) = \begin{cases} 1.0 & \text{für } r \leq \text{FilterSize} \\ 0.0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Anm.: r = euklid. Distanz zum Zentrum,

$$\text{also } (r = \sqrt{u^2 + v^2})$$

Dabei ist $(u, v) = (0,0)$ die Bildmitte !

Filtern Sie verschiedene Eingangsmuster und variieren Sie *FilterSize*. Erklären Sie die Ergebnisse mit Hilfe der Systemtheorie.

Bildfilterung im Frequenzbereich

b) Gauss-Tiefpass:

$$\underline{H}(u, v) = e^{-2\pi^2\sigma^2 \cdot w^2}$$

Anm.: w = normierte euklid. Distanz zum Zentrum

$$w = \sqrt{\left(\frac{u}{M}\right)^2 + \left(\frac{v}{N}\right)^2}$$

M, N : Bildbreite, Bildhöhe

σ = Stärke der Glättung

$(u, v) = (0,0)$ ist die Bildmitte

Filtern Sie verschiedene Eingangsmuster und variieren Sie σ (z.B. $\sigma=2$, $\sigma=4$).
Vergleichen Sie das Ergebnis des Gauss-Tiefpasses mit dem Ergebnis des idealen Tiefpasses. Erklären Sie die Ergebnisse mit Hilfe der Systemtheorie.

c) Idealer Hochpass:

$$H(u,v) = \begin{cases} 0.0 & \text{für } r \leq \text{Filtersize} \\ 1.0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Anm.: r = euklid. Distanz zum Zentrum (s.o.)

Filtern Sie verschiedene Eingangsmuster und variieren Sie *FilterSize*.
Erklären Sie die Ergebnisse mit Hilfe der Systemtheorie.

d) Gauss-Hochpass:

$$\underline{H}(u, v) = 1 - e^{-2\pi^2\sigma^2 \cdot w^2}$$

Anm.: w = normierte euklid. Distanz zum Zentrum (s.o.)

σ = Stärke der Glättung

Filtern Sie verschiedene Eingangsmuster und variieren Sie σ (z.B. $\sigma=2$, $\sigma=8$).
Vergleichen Sie das Ergebnis des Gauss-Tiefpasses mit dem Ergebnis des idealen Hochpasses. Erklären Sie die Ergebnisse mit Hilfe der Systemtheorie.

Bildfilterung im Frequenzbereich

e) Restaurieren eines periodisch gestörten Bildes :

Betrachten Sie die Fouriertransformierte des Bildmusters "PAT_BOAT_SINNOISE ". Entwerfen und realisieren Sie ein Entstörfilter, mit dem sich das Bild weitgehend restaurieren lässt.

f) High-frequency-emphasis-Filter:

$$\underline{H}(u, v) = a + b \cdot [\underline{H}_{HP}(u, v)]$$

$$\text{mit } \underline{H}_{HP}(u, v) = 1 - e^{-2\pi^2\sigma^2 \cdot w^2}$$

Anm.: w = normierte euklid. Distanz zum Zentrum (s.o.)

σ = Stärke der Glättung

$a = 1.0$ (typ.)

$b = 1.0 \dots 3.0$ (typ.)

Filtern Sie verschiedene Eingangsmuster und variieren Sie σ (z.B. $\sigma=1$, $\sigma=3$) sowie a und b . Wofür lässt sich dieses Filter einsetzen?

g) LoG-Filter: (Laplacian-of-Gaussian)

$$\underline{H}_{LoG}(u, v) = -4\pi^2 \cdot w^2 \cdot e^{-2\pi^2\sigma^2 w^2}$$

Anm.: w = normierte euklid. Distanz zum Zentrum (s.o.)

σ = Stärke der Glättung

Filtern Sie verschiedene Eingangsmuster und variieren Sie σ (z.B. $\sigma=4$, $\sigma=8$). Wie sieht $H(u, v)$ aus? Wofür lässt sich dieses Filter einsetzen?

Aufgabenbearbeitung:

Fertigzustellen sind

- Listing der entwickelten Software.
- Bilder, welche die Ergebnisse dokumentieren.

Weiter sollten Sie die Ergebnisse interpretieren können.