

1. 用定义计算行列式

$$(1) D_n = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ n-1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & n \end{vmatrix};$$

课后作业

$$(2) D_5 = \begin{vmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ 0 & a_{42} & a_{43} & 0 & 0 \\ 0 & a_{52} & a_{53} & 0 & 0 \end{vmatrix}.$$

2. 计算四阶行列式

$$D_4 = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

3. 计算四阶行列式

$$D_4 = \begin{vmatrix} 4 & 2 & -3 & 2 \\ 4 & -4 & 6 & -1 \\ 3 & -1 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 & 0 \end{vmatrix}.$$

课后作业

4. 计算六阶行列式

$$D_6 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 6 \end{vmatrix}.$$

5. 计算四阶行列式

$$D_4 = \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \\ c & d & a & b \\ d & c & b & a \end{vmatrix}.$$

课后作业

6. 证明：当 $\alpha \neq m\pi$ 时，

$$D_n = \begin{vmatrix} 2\cos\alpha & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2\cos\alpha & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2\cos\alpha & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2\cos\alpha & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2\cos\alpha \end{vmatrix}$$
$$= \sin(n+1)\alpha / \sin\alpha .$$

7. 计算 n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} y-b & b & b & \cdots & b \\ b & y-b & b & \cdots & b \\ b & b & y-b & \cdots & b \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ b & b & b & \cdots & y-b \end{vmatrix}.$$

课后作业

8. 设 $D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$, D 的 (i, j) 元的代数余子式记作 A_{ij} , 求 $A_{31} + 3A_{32} - 2A_{33} + 2A_{34}$.

9. 计算行列式

$$D = \begin{vmatrix} 1823 & 823 & 23 & 3 \\ 1549 & 549 & 49 & 9 \\ 1667 & 667 & 67 & 7 \\ 1986 & 986 & 86 & 6 \end{vmatrix}$$

10. 计算四阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-b \end{vmatrix}.$$

11. 求满足下列方程的实数 x, y, z :

$$\begin{vmatrix} 1 & x & y & z \\ x & 1 & 0 & 0 \\ y & 0 & 1 & 0 \\ z & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

12. 计算 n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} a_0 & -1 & & & \\ b_1 & a_1 & -1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & & \ddots & \\ & & & & -1 \\ b_{n-1} & & & & a_{n-1} \end{vmatrix}$$

(未标明元素均为零).

13.

计算 n 阶行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 1+a_1^2 & a_1a_2 & \cdots & a_1a_n \\ a_2a_1 & 1+a_2^2 & \cdots & a_2a_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_na_1 & a_na_2 & \cdots & 1+a_n^2 \end{vmatrix}.$$

14. 已知多项式

$$f(x) = \begin{vmatrix} x+1 & 2 & x-3 & 2 \\ 1 & 2x+2 & 7 & 5 \\ 3x+1 & 3 & 3x+3 & 8 \\ 1 & 8 & 0 & 4x+4 \end{vmatrix},$$

求 $f(x)$ 的最高次项.