课后作业

1. 设

$$A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 2\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix},$$

计算 $AB-BA.$

课后作业

2. 设

$$A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 5 & -2\\ 2 & -1 & 3 & 6\\ -3 & 1 & 0 & 7\\ -2 & 4 & 5 & 1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 1 & 3\\ -5 & 2 & 1 & 5\\ 3 & 2 & 4 & 6\\ 1 & 7 & -9 & 3\end{pmatrix},$$

计算 $|AB|$.

课后作业

3. 设

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\\ 3 & 1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 3 & 1 & 1\end{pmatrix},$$

求 $|AB|, |BA|.$

课后作业

4．设 A 与 B 都是幂等矩阵, 即 $A^2 = A$, $B^2 = B$, 证明 $A + B$ 是幂等矩阵的充要条件是

$$AB = BA = O.$$

课后作业

5. (1) 已知 $2A^2-13A+19E=O$, 试证: $A-4E$ 可逆,且求 $(A-4E)^{-1}$.

(2) 已知 $A^2+2A+2E=O$, 证明 $A+xE$ 可逆(其中 x 为任意实数),并求其逆阵的表达式.

(3) 设 n 阶方阵 A 与 B 满足 $A+B=AB$, 证明 $AB=BA$, 且 $A=B(B-E)^{-1}$.

课后作业

6. 设

$$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\ (ad-bc\neq 0),$$

求 A^{-1} .

课后作业

7. 已知

$$P=\begin{pmatrix}-1 & -2 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix},A=\begin{pmatrix}4 & 6 & 0\\ -3 & -5 & 0\\ -3 & -6 & 1\end{pmatrix}.$$

(1) 验证 $P^{-1}AP$ 是对角矩阵;

(2) 计算 A^5, A^n.

课后作业

8. 求下列矩阵的逆矩阵:

$$(1)\begin{pmatrix}1 & 6\\ 3 & -2\end{pmatrix},\qquad (2)\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix},$$

$$(3)\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix},\qquad (4)\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 2 & 0 & 0\\ 2 & 1 & 3 & 0\\ 1 & 2 & 1 & 4\end{pmatrix},$$

课后作业

(5) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 6 & -2 & 1 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$, (6) $\begin{pmatrix} 3 & 7 & -3 \\ -2 & -5 & 2 \\ -4 & -10 & 3 \end{pmatrix}$.

课后作业

9. 设 A 为五阶方阵, 且 $|A|=3.$

(1) 求 $|A^{-1}|, |A^{*}|, |A^{2}|;$

(2) 求 $\left|\left(\frac{1}{3}A\right)^{-1}-2A^{*}\right|.$

课后作业

10. 求解下列各题.

(1) 设三阶行列式 A, B 满足关系式

$$A^{-1}BA = 6A + BA,$$

且 $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$，求 B.

课后作业

(2) 设有矩阵方程

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

求 X.

课后作业

11 设方阵 A 满足

$$A^2 - A - 2E = O,$$

证明 A 及 $A+2E$ 都可逆，并求 A^{-1} 及 $(A+2E)^{-1}$.

课后作业

12

设 $A=\begin{pmatrix}0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$，$P$ 为三阶可逆矩阵，$B=P^{-1}AP$，求 $B^{2016}-2016A^{2}$.

课后作业

13 设矩阵 A,B,C 满足 $(E-C^{-1}B)^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}A=E$，求 A，其中

$$B=\begin{pmatrix}1&-1&0&0\\0&1&-1&0\\0&0&1&-1\\0&0&0&1\end{pmatrix},C=\begin{pmatrix}2&1&3&4\\0&2&1&3\\0&0&2&1\\0&0&0&2\end{pmatrix}.$$

课后作业

14

设方阵 A 满足 $A^2+2A-3E=O$，证明：A 和 $A+4E$ 均可逆，并求其逆.