知识点Z3.5

零状态响应的定义和求解

主要内容：

1. 零状态响应的定义
2. 零状态响应的求解

基本要求：

掌握零状态响应的求解方法

Z3.5 零状态响应的定义和求解

1.零状态响应的定义

零状态响应：系统的初始状态$y_{zs}(-l)=0$, $l=1, 2, \ldots n$，为零，仅由激励$f(k)$引起的响应，用$y_{zs}(k)$表示。

2.初始值的确定

由迭代法求出初始值$y_{zs}(j)$， $j=0, 1, \ldots n-1$

3.求解步骤

(1)设定齐次解；

(2)设定特解，代入方程求解；

(3)代入初始值，求待定系数。

例4 求如下离散系统的零输入响应和零状态响应。

$$y(k)+3y(k-1)+2y(k-2)=f(k),$$

$$f(k)=\varepsilon(k), y(-1)=1, y(-2)=0$$

解：(1)求零输入响应：

零输入响应满足方程：

$$y_{zi}(k)+3y_{zi}(k-1)+2y_{zi}(k-2)=0$$

$$y_{zi}(-1)=y(-1)=1, y_{zi}(-2)=y(-2)=0$$

方程特征根为：

$$\lambda_1=-1, \lambda_2=-2$$

3.1 差分方程的建立及经典解法

系统的零输入响应只有齐次解，为：

$$y_{zi}(k)=C_1(-1)^k+C_2(-2)^k,\qquad k\geq 0$$

将初始状态直接代入得：

$$y_{zi}(-1)=1$$
$$y_{zi}(-2)=0$$

解得：

$$C_1=1, C_2=-4$$

系统的零输入响应为：

$$y_{zi}(k)=[(-1)^k-4(-2)^k],\quad k\geq 0$$

3.1 差分方程的建立及经典解法

(2)求零状态响应：

$$y_{zs}(k)+3y_{zs}(k-1)+2y_{zs}(k-2)=f(k)$$

$$y_{zs}(-1)=y_{zs}(-2)=0$$

迭代求初始值(必须)：

$$y_{zs}(0)=f(0)-3y_{zs}(-1)-2y_{zs}(-2)=1$$

$$y_{zs}(1)=f(1)-3y_{zs}(0)-2y_{zs}(-1)=-2$$

特征根为-1，-2，故齐次解为：

$$y_{zsh}(k)=C_1(-1)^k+C_2(-2)^k$$

特解： $y_{zsp}(k)=P$ **满足：6*P* =1，得*P* =1/6**

零状态响应： $y_{zs}(k)=C_1(-1)^k+C_2(-2)^k+1/6$

代入初值：

$$y_{zs}(0)=C_1+C_2+1/6=1$$
$$y_{zs}(1)=-C_1-2C_2+1/6=-2$$

解得：

$$C_1=-\frac{1}{2},C_2=\frac{4}{3}$$

于是系统的零状态响应为：

$$y_{zs}(k)=[-\frac{1}{2}(-1)^k+\frac{4}{3}(-2)^k+\frac{1}{6}]\varepsilon(k)$$

(3)系统全响应为：

$$y(k)=y_{zi}(k)+y_{zs}(k)=[\underbrace{\frac{1}{2}(-1)^k-\frac{8}{3}(-2)^k}_{\text{固有响应}}+\underbrace{\frac{1}{6}}_{\text{强迫响应}}],\qquad k\geq 0$$