Prof.ssa Stefania Bufalino
DISAT- Politecnico di Torino
e-mail: stefania.bufalino@polito.it

Esercizi assegnati in Aula
su calcolo dimensionale e calcolo degli errori di misura

- Esercizio 1

Trovare la resistenza elettrica R di un filo che è sottoposto ad una tensione $V = 5.2 \pm 0.9V$ ed è attraversato da una corrente $I = 0.84 \pm 0.01A$, dove A indica Ampere ed è l'unità di misura della corrente elettrica (V=IR in accordo con la legge di Ohm). Valutare inoltre l'errore ΔR sulla determinazione della resistenza R.

Una possibile soluzione per Es.1

Dati $V = 5.2 \pm 0.9V$ e $I = 0.84 \pm 0.01A$ otteniamo $R = \dfrac{V}{I} = \dfrac{5.2V}{0.84A} = 6.19\Omega$

L'errore relativo percentuale che possiamo indicare per comodità con % nel seguito si determina come segue:

- errore su V $\quad \% \dfrac{\Delta V}{V} = \dfrac{0.9V}{5.2V} * 100 = 17.3\%$
- errore su I $\quad \% \dfrac{\Delta I}{I} = \dfrac{0.01A}{0.84A} * 100 = 1.19\%$

ne segue che l'errore su R è dato dalla somma dei due errori sopra stimati:

$$\% \frac{\Delta R}{R} = \% \frac{\Delta V}{V} + \% \frac{\Delta I}{I} = 18.4\% \quad \text{quindi} \quad \Delta R = \frac{18.4}{100} * 6.19\Omega = 1.14\Omega$$

e la resistenza del filo si indica come $R = (6.19 \pm 1.14)\Omega$

- Esercizio 2

Una sottile lastra metallica ha una lunghezza pari a $L = 3.70 \pm 0.01cm$ e una larghezza uguale a $W = 2.30 \pm 0.01cm$. Determinare l'area A della lastra e l'incertezza sul calcolo dell'area.

Una possibile soluzione per Es.2

Dati $L = 3.70 \pm 0.01cm$ e $W = 2.30 \pm 0.01cm$

l'area si determina come $A = lunghezza \times l\arg hezza = 3.70cm \times 2.30cm = 8.51cm^2$

L'errore relativo percentuale che possiamo indicare per comodità con % nel seguito si determina come segue:

- errore su L $\% \frac{\Delta L}{L} = \frac{0.01cm}{3.70cm} * 100 = 0.2\%$

-errore su W $\% \frac{\Delta W}{W} = \frac{0.01cm}{2.30cm} * 100 = 0.43\%$

l'errore sull'area A è dato dalla somma dei due errori sopra stimati:

$\% \frac{\Delta A}{A} = \% \frac{\Delta L}{L} + \% \frac{\Delta W}{W} = 0.63\%$ quindi $\Delta R = \frac{0.63}{100} * 8.51cm^2 = 0.05cm^2$ e l'area A della lastra si può scrivere come $A = (8.51 \pm 0.05)cm^2$

- Esercizio 3

La più piccola misura di lunghezza possibile in natura è quella della lunghezza di Planck ed è definita in funzione di tre costanti fondamentali in natura:

la velocità della luce c=3x10^8 m/s, la costante gravitazionale G=6.67x10^{-11} m^3/kg s^2 e la costante di Planck h=6.63x10^{-34} kg m^2/s. La lunghezza di Planck λ_P si determina nel seguente modo:

$$\lambda_P = \sqrt{\frac{G \cdot h}{c^3}}$$

Dimostrare che λ_P ha le dimensioni di una lunghezza e trovare l'ordine di grandezza di λ_P.

Una possibile soluzione per Es.3

Dai dati del problema e indicando con [L] la dimensione di una lunghezza, [T] la dimensione del tempo e con [M] la dimensione della massa, sappiamo che :

$[G] = [L^3 / MT^2]$

$[c] = [L]/[T]$

$[h] = [ML^2 / T]$

quindi la dimensione di λ_P è $[\lambda_P] = \sqrt{\frac{[L^3 / MT^2][ML^2 / T]}{L^3 / T^3}} = \sqrt{[L^2]} = [L]$ che è una lunghezza.

Il valore della costante di Planck è

$$\lambda_P = \sqrt{\frac{G \cdot h}{c^3}} = \sqrt{\frac{(6.67 \cdot 10^{-11} m^3 / kgs^2)(6.63 \cdot 10^{-34} kgm^2 / s)}{(3.0 \cdot 10^8 m / s)^3}} \approx 4 \cdot 10^{-35} m$$