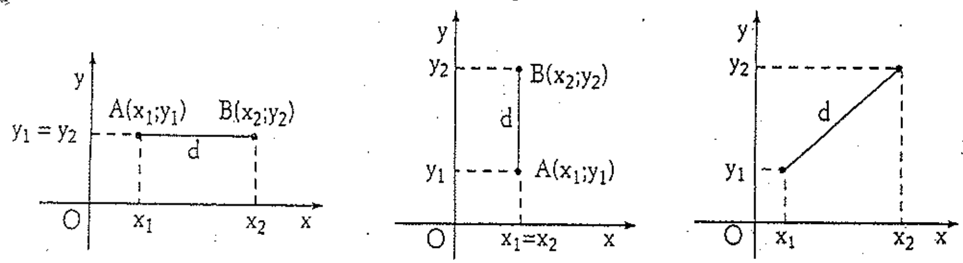
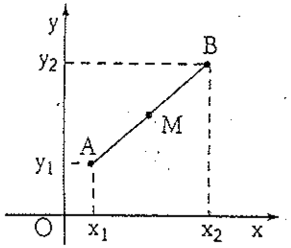
Distanza tra due punti



$d=|x_2-x_1|$ | $d=|y_2-y_1|$ | $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

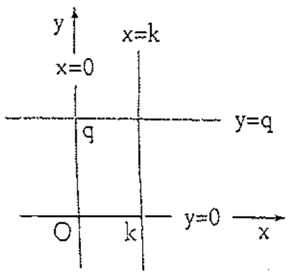
Punto medio di un segmento



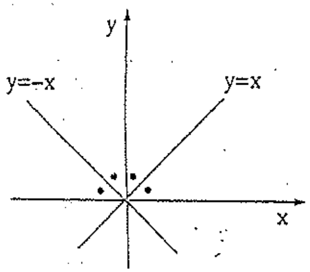
$$\begin{cases} x_M = \dfrac{x_1+x_2}{2} \\ y_M = \dfrac{y_1+y_2}{2} \end{cases}$$

Equazione della retta

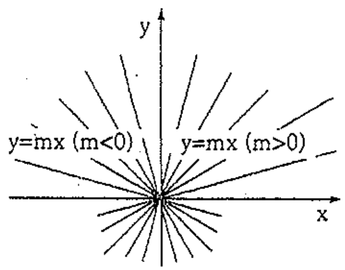
Equazioni degli assi e delle rette parallele agli assi



Bisettrici dei quadranti



Rette per l'origine

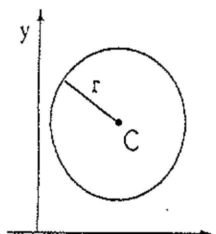


Equazione della retta in forma implicita

$ax+by+c=0 \longrightarrow m=-\dfrac{a}{b} \quad q=-\dfrac{c}{b} \longrightarrow y=mx+q$

Equazione della retta in forma esplicita

Equazione della circonferenza



Equazione della circonferenza con centro $C(x_0;y_0)$ e raggio r

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$$

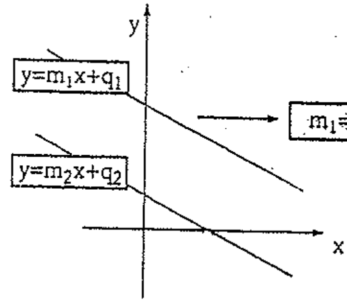
Equazione canonica della circonferenza

$$x^2+y^2+\alpha x+\beta y+\gamma=0$$

Centro: $C\left(-\dfrac{\alpha}{2};-\dfrac{\beta}{2}\right)$

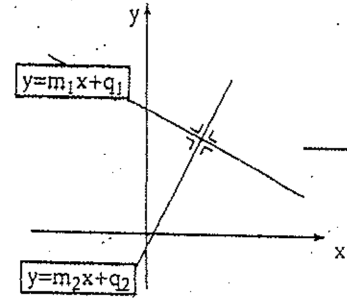
raggio: $r=\sqrt{\left(-\dfrac{\alpha}{2}\right)^2+\left(-\dfrac{\beta}{2}\right)^2-\gamma}$

Rette parallele



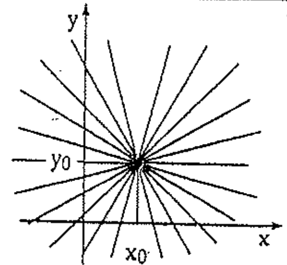
$\longrightarrow \boxed{m_1=m_2}$

Rette perpendicolari



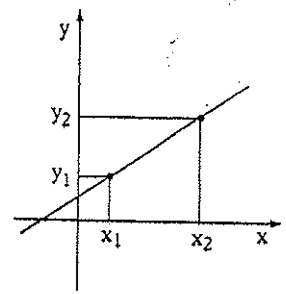
$\longrightarrow \boxed{m_1m_2=-1 \text{ ossia } m_2=-\dfrac{1}{m_1}}$

Retta passante per un punto



$y-y_0=m(x-x_0)$

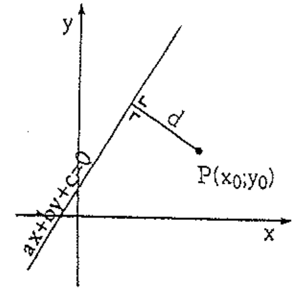
Retta passante per due punti



$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

Distanza di un punto da una retta



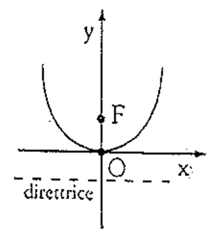
$$d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Equazione della parabola

Parabola avente per asse l'asse y e vertice nell'origine

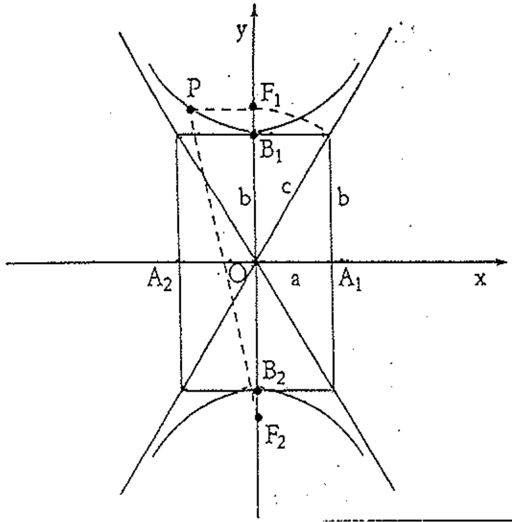
$\boxed{y=ax^2}$

$a>0$	$\longrightarrow$ concavità verso l'alto
$a<0$	$\longrightarrow$ concavità verso il basso
vertice	$\longrightarrow O(0\,;\,0)$
asse di simmetria	$\longrightarrow x=0$ (asse y)
fuoco	$\longrightarrow F\left(0\,;\,\dfrac{1}{4a}\right)$
direttrice	$\longrightarrow y=-\dfrac{1}{4a}$



Liceo "GOBETTI" - Omegna -
prof. DANIELI Marcello

Iperbole riferita al centro e agli assi con i fuochi sull'asse y



$|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = 2b$

$\overline{F_2F_1} = 2c \quad (c > b)$

$c^2 - b^2 = a^2 \longrightarrow c^2 = a^2 + b^2$

$F(0\,;\,\pm\sqrt{a^2 + b^2})$

$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1}$$

asintoti: $y = \pm\dfrac{b}{a}x$

$a \longrightarrow$ semiasse non trasverso
$b \longrightarrow$ semiasse trasverso
$c \longrightarrow$ semidistanza focale

$B_1(0\,;\,b),\ B_2(0\,;\,b) \longrightarrow$ vertici

Iperbole riferita a rette parallele ai propri assi con centro nel punto $O'(x_0\,;\,y_0)$

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = \pm 1$$

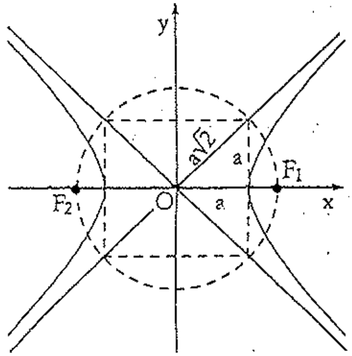
L'equazione $mx^2 + my^2 + px + qy + r = 0$, con m, n discordi rappresenta un'iperbole riferita a rette parallele ai propri assi con centro nel punto $O'\left(-\frac{p}{2m}; -\frac{q}{2n}\right)$:

se $\dfrac{p^2}{4m} + \dfrac{q^2}{4n} - r > 0$: asse trasverso parallelo all'asse x

se $\dfrac{p^2}{4m} + \dfrac{q^2}{4n} - r < 0$: asse trasverso parallelo all'asse y

Iperbole equilatera riferita al centro e agli assi con i fuochi sull'asse x

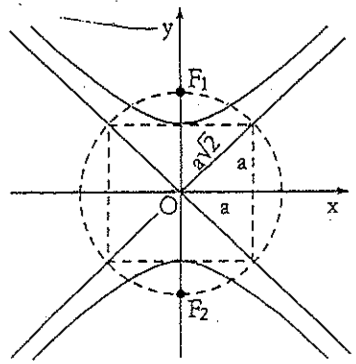
$\boxed{x^2 - y^2 = a^2}$



$c = a\sqrt{2}$ asintoti: $y = \pm x$

Iperbole equilatera riferita al centro e agli assi con i fuochi sull'asse y

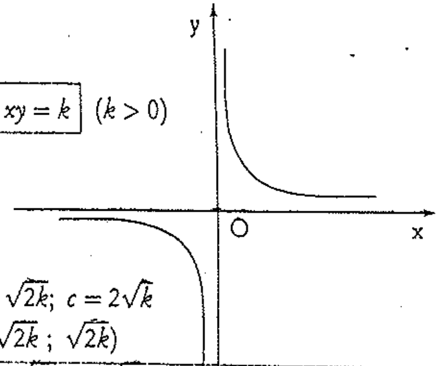
$\boxed{x^2 - y^2 = -a^2}$



$c = a\sqrt{2}$ asintoti: $y = \pm x$

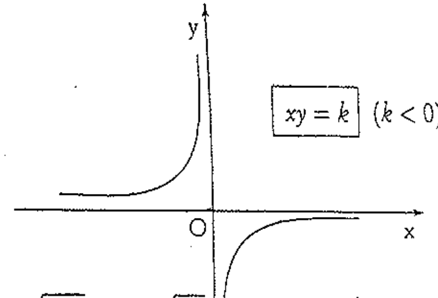
Iperbole equilatera riferita ai propri asintoti

$\boxed{xy = k}$ $(k > 0)$



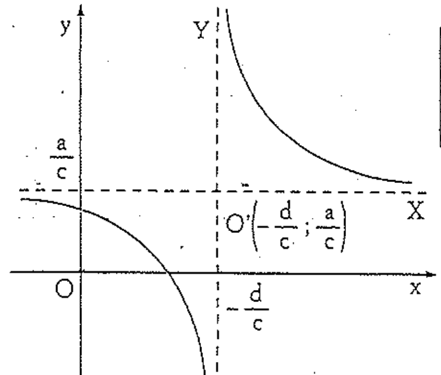
$a = \sqrt{2k};\ c = 2\sqrt{k}$
$F_1(\sqrt{2k}\,;\,\sqrt{2k})$
$F_2(-\sqrt{2k}\,;\,-\sqrt{2k})$

$\boxed{xy = k}$ $(k < 0)$



$a = \sqrt{-2k};\ c = 2\sqrt{-k}$
$F_1(-\sqrt{-2k}\,;\,\sqrt{-2k})$
$F_2(\sqrt{-2k}\,;\,-\sqrt{-2k})$

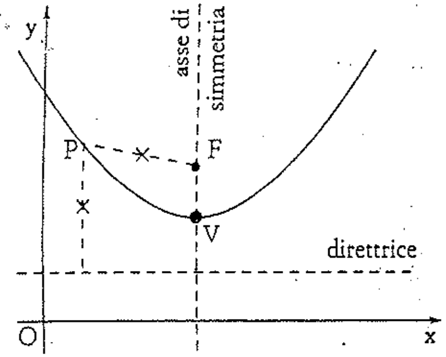
Funzione omografica



$$\boxed{\begin{gathered} y = \frac{ax + b}{cx + d} \\ (c \neq 0\,;\ ad - bc \neq 0) \end{gathered}}$$

Trasformazioni geometriche

	Trasformazione	Equazione della trasformazione	Sostituzione associata	Curva trasformata di $F(x\,;\,y) = 0$
σ_x	Simmetria rispetto all'asse x	$\begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases}$	$\begin{bmatrix} x \to x \\ y \to -y \end{bmatrix}$	$F(x\,;\,-y) = 0$
σ_y	Simmetria rispetto all'asse y	$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$	$\begin{bmatrix} x \to -x \\ y \to y \end{bmatrix}$	$F(-x\,;\,y) = 0$
$\sigma_{y=k}$	Simmetria rispetto a una parallela all'asse x	$\begin{cases} x' = x \\ y' = 2k - y \end{cases}$	$\begin{bmatrix} x \to -x \\ y \to 2k - y \end{bmatrix}$	$F(x\,;\,2k - y) = 0$
$\sigma_{x=h}$	Simmetria rispetto a una parallela all'asse y	$\begin{cases} x' = 2h - x \\ y' = y \end{cases}$	$\begin{bmatrix} x \to 2h - x \\ y \to y \end{bmatrix}$	$F(2h - x\,;\,y) = 0$
$\sigma_{y=x}$	Simmetria rispetto alla bisettrice del [illegible]	$\begin{cases} x' = y \\ [illegible] \end{cases}$	$\begin{bmatrix} x \to y \\ [illegible] \end{bmatrix}$	$F(y\,;\,x) = 0$



$\boxed{y = ax^2 + bx + c}$ $(\Delta = b^2 - 4ac)$

$a > 0 \longrightarrow$ concavità verso l'alto

$a < 0 \longrightarrow$ concavità verso il basso

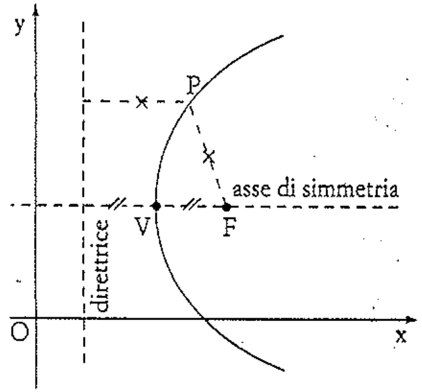
vertice $\longrightarrow V\left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

asse di simmetria $\longrightarrow x = -\frac{b}{2a}$

fuoco $\longrightarrow F\left(-\frac{b}{2a} ; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$

direttrice $\longrightarrow y = -\frac{1+\Delta}{4a}$

Parabola con asse di simmetria parallelo all'asse x



$\boxed{x = ay^2 + by + c}$ $(\Delta = b^2 - 4ac)$

$a > 0 \longrightarrow$ concavità verso destra

$a < 0 \longrightarrow$ concavità verso sinistra

vertice $\longrightarrow V\left(-\frac{\Delta}{4a} ; -\frac{b}{2a}\right)$

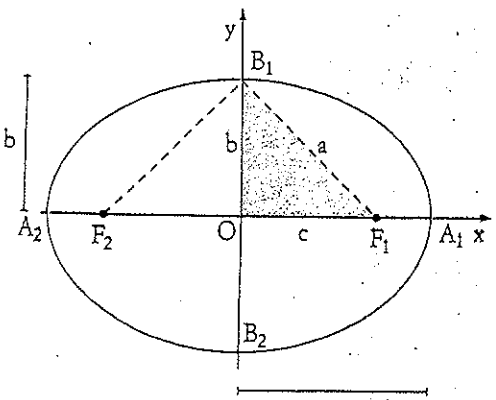
asse di simmetria $\longrightarrow y = -\frac{b}{2a}$

fuoco $\longrightarrow F\left(\frac{1-\Delta}{4a} ; -\frac{b}{2a}\right)$

direttrice $\longrightarrow x = -\frac{1+\Delta}{4a}$

Equazione dell'ellisse : formula di sdoppiamento : $\frac{x x_0}{a^2} + \frac{y y_0}{b^2} = 1$

Ellisse riferita al centro e agli assi con i fuochi sull'asse x



$\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$ con $a > b$

$\overline{F_1F_2} = 2c$ $(c < a)$

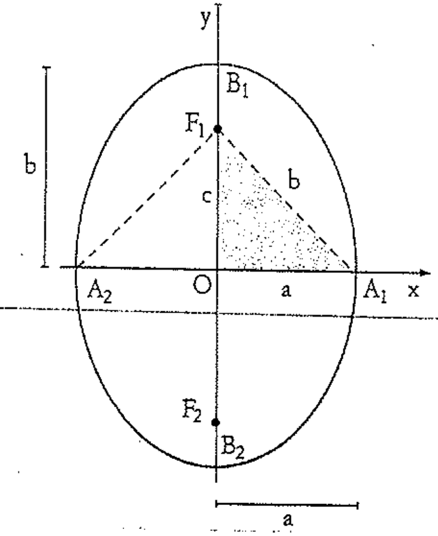
$\overline{A_1A_2} = 2a$ (asse maggiore)

$\overline{B_1B_2} = 2b$ (asse minore)

$a^2 - c^2 = b^2 \longrightarrow c^2 = a^2 - b^2$

$F(\pm\sqrt{a^2 - b^2} ; 0)$

$A_1(a ; 0),\ A_2(-a ; 0)$ } vertici



$\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1}$ con $a < b$

$\overline{F_1F_2} = 2c$ $(c < b)$

$\overline{A_1A_2} = 2a$ (asse minore)

$\overline{B_1B_2} = 2b$ (asse maggiore)

$b^2 - c^2 = a^2 \longrightarrow c^2 = b^2 - a^2$

$F(0 ; \pm\sqrt{b^2 - a^2})$

$A_1(a ; 0),\ A_2(-a ; 0)$, $B_1(0 ; b),\ B_2(0 ; -b)$ } vertici

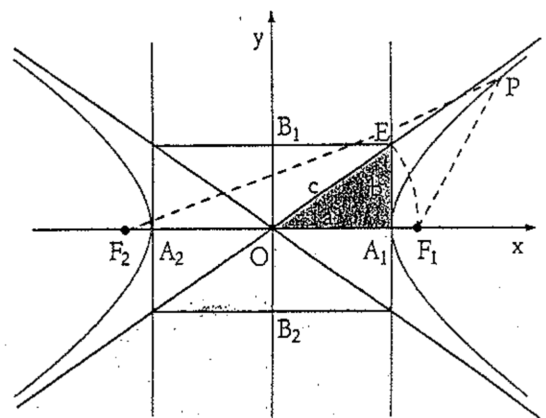
Ellisse riferita a rette parallele ai propri assi con centro nel punto $O'(x_0 ; y_0)$

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

L'equazione $mx^2 + ny^2 + px + qy + r = 0$, con m, n concordi e $\frac{p^2}{4m} + \frac{q^2}{4n} - r > 0$ rappresenta un'ellisse riferita a rette parallele ai propri assi con centro nel punto $O'\left(-\frac{p}{2m} ; \frac{q}{2n}\right)$

Equazione dell'iperbole : formula di sdoppiamento : $\frac{x x_0}{a^2} - \frac{y y_0}{b^2} = \pm 1$

Iperbole riferita al centro e agli assi con i fuochi sull'asse x



$|\overline{PF_2} - \overline{PF_1}| = 2a$

$\overline{F_2F_1} = 2c$ $(c > a)$

$c^2 - a^2 = b^2 \longrightarrow c^2 = a^2 + b^2$

$F(\pm\sqrt{a^2 + b^2} ; 0)$

$\boxed{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$

asintoti: $y = \pm\frac{b}{a}x$

$a \longrightarrow$ semiasse trasverso

$b \longrightarrow$ semiasse non trasverso

$c \longrightarrow$ semidistanza focale

	Trasformazione	Equazione della trasformazione	Sostituzione associata	Curva trasformata di $F(x\,;\,y)=0$
$(a\,;\,b)$	Traslazione di vettore $\vec{v}=(a\,;\,b)$	$\begin{cases} x'=x+a \\ y'=y+b \end{cases}$	$\begin{bmatrix} x\to x-a \\ y\to y-b \end{bmatrix}$	$F(x-a;y-b)=0$
$r_{o,\alpha}$	Rotazione di un angolo α con centro nell'origine	$\begin{cases} x'=x\cos\alpha-y\,sen\,\alpha \\ y'=x\,sen\,\alpha+y\cos\alpha \end{cases}$	$\begin{bmatrix} x\to x\cos\alpha+y\,sen\,\alpha \\ y\to -x\,sen\,\alpha+y\cos\alpha \end{bmatrix}$	$F(x\cos\alpha+y\,sen\,\alpha;$ $-x\,sen\,\alpha+y\cos\alpha)=0$
$\omega_{o,k}$	Omotetia di rapporto k con centro nell'origine	$\begin{cases} x'=kx \\ y'=ky \end{cases}$	$\begin{bmatrix} x\to x/k \\ y\to y/k \end{bmatrix}$	$F(x/k\,;\,y/k)=0$
$\delta_{h,k}$	Dilatazione di rapporti h e k con centro nell'origine	$\begin{cases} x'=hx \\ y'=ky \end{cases}$	$\begin{bmatrix} x\to x/h \\ y\to y/k \end{bmatrix}$	$F(x/h\,;\,y/k)=0$

Affinità

$$\begin{cases} x'=a_1x+b_1y+c_1 \\ y'=a_2x+b_2y+c_2 \end{cases} \quad \text{con } a_1b_2-a_2b_1\neq 0 \quad \begin{matrix} a_1b_2-a_2b_1>0 & \longrightarrow & \text{affinità diretta} \\ a_1b_2-a_2b_1<0 & \longrightarrow & \text{affinità contraria} \end{matrix}$$

Similitudini

$$\begin{cases} x'=a_1x+b_1y+c_1 \\ y'=a_2x+b_2y+c_2 \end{cases} \quad \text{con} \quad \begin{matrix} a_1b_2-a_2b_1\neq 0, \\ a_1^2+a_2^2=b_1^2+b_2^2=|a_1b_2-a_2b_1|=r^2 \end{matrix}$$

r = rapporto di similitudine ($r>0$)

Isometrie

$$\begin{cases} x'=a_1x+b_1y+c_1 \\ y'=a_2x+b_2y+c_2 \end{cases} \quad \text{con} \quad a_1^2+a_2^2=b_1^2+b_2^2=|a_1b_2-a_2b_1|=1$$

Goniometria e trigonometria

Relazioni e proprietà fondamentali

Relazioni tra le funzioni goniometriche di uno stesso angolo

$$sen^2\alpha+cos^2\alpha=1 \quad \begin{cases} sen^2\alpha=1-cos^2\alpha \\ cos^2\alpha=1-sen^2\alpha \end{cases}$$

$$tg\,\alpha=\frac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha} \quad \alpha\neq 90°+k\,180°$$

$$cotg\,\alpha=\frac{cos\,\alpha}{sen\,\alpha} \quad \alpha\neq k\,180° \qquad cotg\,\alpha=\frac{1}{tg\,\alpha} \quad \alpha\neq k\,90°$$

$$cos^2\alpha=\frac{1}{1+tg^2\alpha} \quad \text{e} \quad sen^2\alpha=\frac{tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha} \quad \text{con} \quad \alpha\neq 90°+k\,180°$$

Variazioni del seno e del coseno di un angolo

$$-1\leq sen\,\alpha\leq 1; \qquad -1\leq cos\,\alpha\leq 1$$

Periodicità delle funzioni goniometriche

$$\begin{cases} sen(\alpha+k\,360°)=sen\,\alpha \\ cos(\alpha+k\,360°)=cos\,\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} tg(\alpha+k\,180°)=tg\,\alpha \\ cotg(\alpha+k\,180°)=cotg\,\alpha \end{cases}$$

Funzioni goniometriche inverse

$$-\frac{\pi}{2}\leq arc\,sen\,y\leq\frac{\pi}{2} \qquad 0\leq arc\,cos\,y\leq\pi \qquad -\frac{\pi}{2}<arc\,tg\,y<\frac{\pi}{2} \qquad 0<arc\,cotg\,y<$$

Formule di addizione e sottrazione

$$sen(\alpha+\beta)=sen\,\alpha\,cos\,\beta+cos\,\alpha\,sen\,\beta \qquad sen(\alpha-\beta)=sen\,\alpha\,cos\,\beta-cos\,\alpha\,se$$

$$cos(\alpha+\beta)=cos\,\alpha\,cos\,\beta-sen\,\alpha\,sen\,\beta \qquad cos(\alpha-\beta)=cos\,\alpha\,cos\,\beta+sen\,\alpha\,se$$

$$tg(\alpha+\beta)=\frac{tg\,\alpha+tg\,\beta}{1-tg\,\alpha\,tg\,\beta} \quad \text{con } \alpha,\ \beta,\ \alpha+\beta\neq 90°+k\,180°$$

$$tg(\alpha-\beta)=\frac{tg\,\alpha-tg\,\beta}{1+tg\,\alpha\,tg\,\beta} \quad \text{con } \alpha,\ \beta,\ \alpha-\beta\neq 90°+k\,180°.$$

Formule di duplicazione

$$sen\,2\alpha=2\,sen\,\alpha\,cos\,\alpha$$

$$cos\,2\alpha=cos^2\alpha-sen^2\alpha=\begin{cases} 1-2\,sen^2\alpha \\ 2\,cos^2\alpha-1 \end{cases}$$

$$tg\,2\alpha=\frac{2\,tg\,\alpha}{1-tg^2\alpha} \quad \text{con } \alpha\neq 45°+k\,90° \wedge \alpha\neq 90°+k\,180°$$

Formule parametriche

$$sen\,\alpha=\frac{2t}{1+t^2} \qquad cos\,\alpha=\frac{1-t^2}{1+t^2} \quad \text{con} \quad t=tg\frac{\alpha}{2} \quad \text{e} \quad \alpha\neq 180°+k\,360°$$

$$sen\ \frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-cos\ \alpha}{2}} \qquad cos\ \frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+cos\ \alpha}{2}}$$

$$tg\ \frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-cos\ \alpha}{1+cos\ \alpha}} \quad \text{con } \alpha \neq 180° + k\,360°$$

$$tg\ \frac{\alpha}{2} = \frac{sen\ \alpha}{1+cos\ \alpha} \quad \text{con } \alpha \neq 180° + k\,360° \qquad tg\ \frac{\alpha}{2} = \frac{1-cos\ \alpha}{sen\ \alpha} \quad \text{con } \alpha \neq k\,180°$$

mule di prostaferesi

$$sen\ p + sen\ q = 2\ sen\ \frac{p+q}{2}\ cos\ \frac{p-q}{2}; \qquad cos\ p + cos\ q = 2\ cos\ \frac{p+q}{2}\ cos\ \frac{p-q}{2}$$

$$sen\ p - sen\ q = 2\ cos\ \frac{p+q}{2}\ sen\ \frac{p-q}{2}; \qquad cos\ p - cos\ q = -2\ sen\ \frac{p+q}{2}\ sen\ \frac{p-q}{2}$$

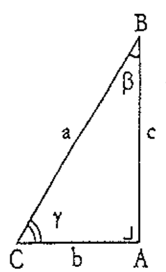
mule di Werner

$$sen\ \alpha\ sen\ \beta = \frac{1}{2}[cos(\alpha-\beta) - cos(\alpha+\beta)]$$

$$cos\ \alpha\ cos\ \beta = \frac{1}{2}[cos(\alpha+\beta) + cos(\alpha-\beta)]$$

$$sen\ \alpha\ cos\ \beta = \frac{1}{2}[sen(\alpha+\beta) + sen(\alpha-\beta)].$$

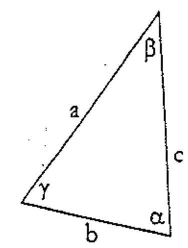
riangoli rettangoli



$$b = a\ sen\ \beta = a\ cos\ \gamma \qquad b = c\ tg\ \beta = c\ cotg\ \gamma$$

$$c = a\ sen\ \gamma = a\ cos\ \beta \qquad c = b\ tg\ \gamma = b\ cotg\ \beta$$

$$a = \frac{b}{sen\ \beta} = \frac{b}{cos\ \gamma} = \frac{c}{cos\ \beta} = \frac{c}{sen\ \gamma}$$



$$S = \frac{1}{2}ab\ sen\ \gamma = \frac{1}{2}bc\ sen\ \alpha = \frac{1}{2}ac\ sen\ \beta.$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad (\textit{formula di Erone})$$

con p = semiperimetro

Triangolo qualsiasi

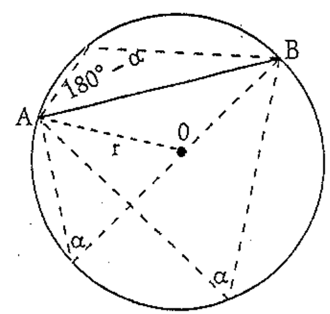
Teorema del coseno

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cos\ \alpha$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\ cos\ \beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\ cos\ \gamma$$

Teorema dei seni

$$\frac{a}{sen\ \alpha} = \frac{b}{sen\ \beta} = \frac{c}{sen\ \gamma} (= 2R)$$ con $2R$ diametro della circonferenza circoscritta

Teorema della corda



$$\overline{AB} = 2r\ sen\ \alpha$$

danieli M.

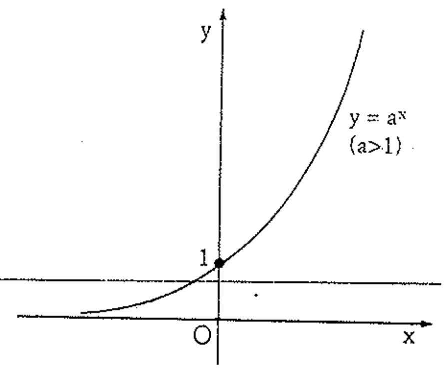
Funzione esponenziale $y = a^x$ con $a > 1$

dominio $D = (-\infty\ ;\ +\infty) = R$
codominio $C = (0\ ;\ +\infty) = R^+$

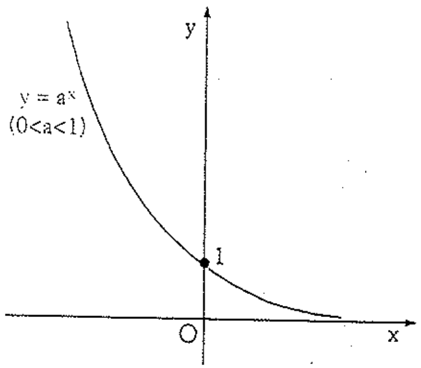
La funzione è crescente:

$x_1 < x_2 \iff a^{x_1} < a^{x_2}$

$\lim_{x \to +\infty} a^x = +\infty\ ;\ \lim_{x \to -\infty} a^x = 0$



Funzione esponenziale $y = a^x$ con $0 < a < 1$



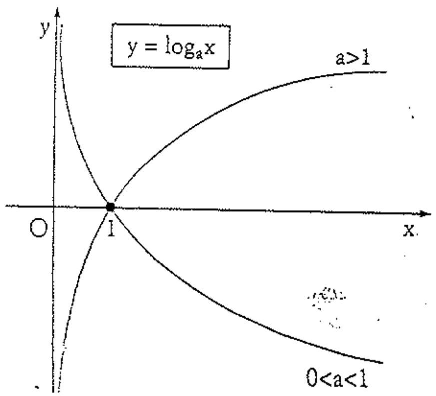
dominio $D = R$
codominio $C = R^+$

La funzione è decrescente:

$x_1 < x_2 \iff a^{x_1} > a^{x_2}$

$\lim_{x \to +\infty} a^x = 0\ ;\ \lim_{x \to -\infty} a^x = +\infty$

Funzioni logaritmiche $y = log_a x$



$D = R^+ = (0\ ;\ +\infty)$

$C = R = (-\infty\ ;\ +\infty)$

$x_1 = x_2 \iff log_a x_1 = log_a x_2$ (funzione biunivoca)

$a > 1 \begin{cases} x_1 < x_2 \iff log_a x_1 < log_a x_2 \text{ (funzione cresce} \\ \lim_{x \to +\infty} log_a x = +\infty\ ;\ \lim_{x \to 0^+} log_a x = -\infty \end{cases}$

$0 < a < 1 \begin{cases} x_1 < x_2 \iff log_a x_1 > log_a x_2 \text{ (funzione de} \\ \lim_{x \to +\infty} log_a x = -\infty\ ;\ \lim_{x \to 0^+} log_a x = +\infty \end{cases}$

Logaritmi

Definizione e proprietà fondamentali

$\boxed{log_a b = c \iff a^c = b}\quad a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0$

$a^{log_a b} = b \qquad log_a a^c = c \qquad log_a 1 = 0 \qquad log_a a = 1$

Operazioni

$log_a(m \cdot n) = log_a m + log_a n \qquad log_a \frac{m}{n} = log_a m - log_a n \qquad log_a \frac{1}{n} = -log$

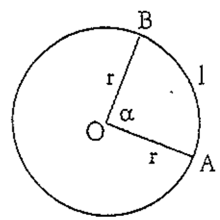
$log_a b^n = n \cdot log_a b \qquad log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} log_a b$

Cambiamenti di base

$log_a b = \frac{log_c b}{log_c a} \qquad log_a b = \frac{1}{log_b a} \qquad log_{a^c} b^c = log_a b \qquad log_{\frac{1}{a}} b = -log$

Misure delle superfici e dei volumi

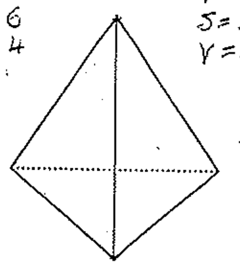
Circonferenza e cerchio



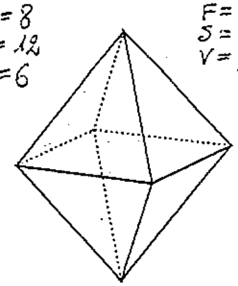
r = lunghezza del raggio
l = lunghezza dell'arco $\widehat{AB}$
α = ampiezza in radianti dell'arco $\widehat{AB}$
lunghezza della circonferenza $= 2\pi r$
area del cerchio $= \pi r^2$
lunghezza dell'arco di ampiezza α radianti : $l = \alpha \cdot r$

area del settore circolare di ampiezza α radianti : $s = \frac{1}{2}\alpha r^2$

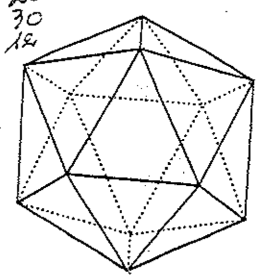
F = 4
S = 6
V = 4



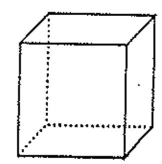
F = 8
S = 12
V = 6



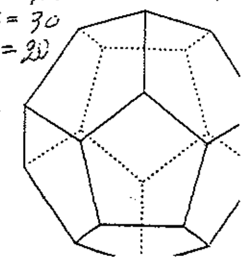
F = 20
S = 30
V = 12



F = 6
S = 12
V = 8



F = 12
S = 30
V = 20



2. LE DISPOSIZIONI SEMPLICI

- **Disposizioni semplici di n elementi distinti di classe k (con $k \leq n$)**: sono tutti i possibili gruppi che si possono formare con k elementi, presi fra gli n, tali che ogni gruppo è diverso dagli altri per gli elementi contenuti o per il loro ordine.

$$D_{n,k} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1).$$

3. LE DISPOSIZIONI CON RIPETIZIONE

- **Disposizioni con ripetizione di n elementi distinti di classe k (con $k \gtreqless n$)**: sono tutti i possibili gruppi che si possono formare con k elementi, anche ripetuti, presi fra gli n, tali che ogni gruppo è diverso dagli altri per gli elementi contenuti o per il loro ordine.

$$D'_{n,k} = n^k.$$

4. LE PERMUTAZIONI SEMPLICI

- **Permutazioni semplici di n elementi distinti**: sono tutti i gruppi formati dagli n elementi che differiscono per il loro ordine.

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1 = n!.$$

5. LE PERMUTAZIONI CON RIPETIZIONE

- **Permutazioni di n elementi di cui $h, k, \ldots$ ripetuti**: sono i gruppi formati dagli n elementi che differiscono per l'ordine degli elementi distinti e il posto occupato dagli elementi ripetuti.

$$P_n^{(h,k,\ldots)} = \frac{n!}{h! \cdot k! \cdot \ldots}.$$

7. LE COMBINAZIONI SEMPLICI

- **Combinazioni semplici di n elementi distinti di classe k (con $k \leq n$)**: sono tutti i possibili gruppi che si possono formare con k elementi, presi fra gli n, e tali che ogni gruppo è diverso dagli altri per almeno un elemento contenuto.

$$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{D_{n,k}}{P_k} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)}{k!}.$$

$C_{n,k}$ è chiamato **numero combinatorio** e può essere indicato con il simbolo $\binom{n}{k}$, che si legge «enne su kappa».

- **Legge dei tre fattoriali**

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}.$$

- **Legge delle classi complementari**

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}.$$

8. LE COMBINAZIONI CON RIPETIZIONE

- **Combinazioni con ripetizione di n elementi distinti di classe k (con $k \gtreqless n$)**: sono tutti i possibili gruppi che si possono formare con k elementi, presi fra gli n; ogni elemento di un gruppo può essere ripetuto fino a k volte, non interessa l'ordine in cui gli elementi si presentano e in ciascun gruppo è diverso il numero delle volte in cui un elemento compare.

$$C'_{n,k} = C_{n+k-1,k} = \binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1) \cdot (n+k-2) \cdot \ldots \cdot (n+1) \cdot n}{k!}.$$

9. I COEFFICIENTI BINOMIALI

- $\binom{n}{k}$ è chiamato **coefficiente binomiale**.

Si hanno: $\binom{n}{n} = 1$, $\binom{n}{0} = 1$, $\binom{0}{0} = 1$.

- **Formula di ricorrenza**

$$\binom{n}{k+1} = \binom{n}{k} \cdot \frac{n-k}{k+1}.$$

- **Formula di Stifel**

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}.$$

$$(A+B)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} A^{n-k} B^k.$$

6. LA PROBABILITÀ DELLA SOMMA LOGICA DI EVENTI

- Somma logica di due eventi: evento che si verifica quando almeno uno dei due eventi si verifica.
- Due eventi E_1 ed E_2 sono:
  - incompatibili se $E_1 \cap E_2 = \emptyset$;
  - compatibili se $E_1 \cap E_2 \neq \emptyset$.
- $p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2) - p(E_1 \cap E_2)$.

7. LA PROBABILITÀ CONDIZIONATA

- La probabilità condizionata di un evento E_1 rispetto a un evento E_2, non impossibile, è la probabilità di verificarsi di E_1 nell'ipotesi che E_2 si sia già verificato e si indica con $p(E_1 | E_2)$. Gli eventi si dicono:
  - stocasticamente indipendenti se $p(E_1 | E_2) = p(E_1)$;
  - correlati positivamente se $p(E_1 | E_2) > p(E_1)$;
  - correlati negativamente se $p(E_1 | E_2) < p(E_1)$.
- Vale il teorema: $p(E_1 | E_2) = \dfrac{p(E_1 \cap E_2)}{p(E_2)}$, con $p(E_2) \neq 0$.

8. LA PROBABILITÀ DEL PRODOTTO LOGICO DI EVENTI

- Prodotto logico o evento composto di due eventi $E_1 \cap E_2$: evento che si verifica quando si verificano entrambi gli eventi.
- Teorema della probabilità composta
  - $p(E_1 \cap E_2) = p(E_1) \cdot p(E_2 | E_1)$, se E_1 ed E_2 sono eventi dipendenti;
  - $p(E_1 \cap E_2) = p(E_1) \cdot p(E_2)$, se E_1 ed E_2 sono eventi indipendenti.

9. IL PROBLEMA DELLE PROVE RIPETUTE

- Schema delle prove ripetute (o di Bernoulli)
  Se p è la probabilità che un evento si verifichi e $q = 1 - p$ la probabilità che non si verifichi, ripetuti n esperimenti la probabilità che l'evento si verifichi k volte è:

$$p_{(k,n)} = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}.$$

10. IL TEOREMA DI BAYES

- Un evento E si può scrivere come unione di n eventi incompatibili, ognuno dei quali è il prodotto di due eventi:

$$E = (E \cap E_1) \cup (E \cap E_2) \cup \ldots \cup (E \cap E_n),$$

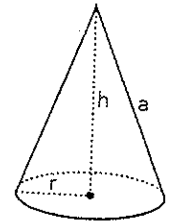
  dove $E_1, E_2, \ldots, E_n$ costituiscono una *partizione* dello spazio dei campioni U, cioè sono eventi non impossibili, a due a due incompatibili e la cui unione coincide con U.
- Applicando la probabilità dell'evento prodotto logico si ottiene la formula di disintegrazione:

$$p(E) = p(E_1) \cdot p(E | E_1) + p(E_2) \cdot p(E | E_2) + \ldots + p(E_n) \cdot p(E | E_n).$$

- Il teorema di Bayes permette di calcolare la probabilità che un determinato evento (o causa) E_i abbia preceduto l'evento E che si è verificato. La probabilità che l'evento E_i sia stato la premessa al verificarsi dell'evento E è

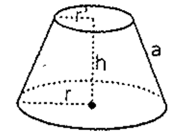
7. LE AREE E I VOLUMI DEI SOLIDI NOTEVOLI

CONO



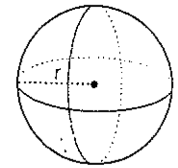
$A_b = \pi r^2$
$A_\ell = \pi r a$
$A_t = \pi r (a + r)$
$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$

TRONCO DI CONO



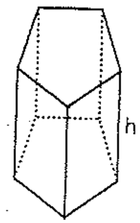
$A_b = \pi r^2$
$A'_b = \pi r'^2$
$A_\ell = \pi a (r + r')$
$A_t = A_\ell + A_b + A'_b$
$V = \frac{1}{3} \pi h (r^2 + r'^2 + r \cdot r')$

SFERA



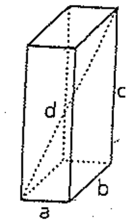
$A = 4\pi r^2$
$V = \frac{4}{3} \pi r^3$

PRISMA RETTO



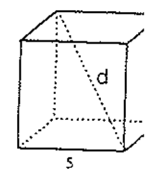
$A_\ell = 2p \cdot h$
$A_t = A_\ell + 2A_b$
$V = A_b \cdot h$

PARALLELEPIPEDO RETTANGOLO



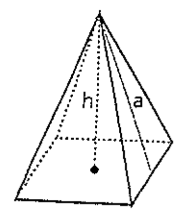
$A_b = ab$
$A_\ell = 2(ac + bc)$
$A_t = 2(ac + ab + bc)$
$V = a \cdot b \cdot c$
$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

CUBO



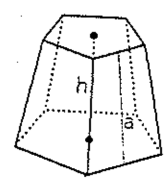
$A_b = s^2$
$A_t = 6s^2$
$V = s^3$
$d = s\sqrt{3}$

PIRAMIDE RETTA



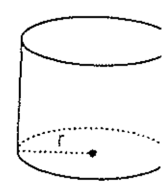
$A_\ell = p \cdot a$
$A_t = A_\ell + A_b$
$V = \frac{1}{3} A_b \cdot h$

TRONCO DI PIRAMIDE RETTA



$A_\ell = (p + p') \cdot a$
$A_t = A_\ell + A_b + A'_b$
$V = \frac{1}{3} h (A_b + A'_b + \sqrt{A_b \cdot A'_b})$

CILINDRO



$A_b = \pi r^2$
$A_\ell = 2\pi r \cdot h$
$A_t = 2\pi r (h + r)$

1. LE COORDINATE CARTESIANE NELLO SPAZIO

- La distanza fra due punti A e B è: $\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}$.
- Le coordinate del punto medio M di un segmento AB sono:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2},\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2},\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2}.$$

2. IL PIANO

- L'equazione di un generico piano è:

$ax + by + cz + d = 0$ forma implicita; $z = mx + ny + q$ forma esplicita.

- Condizioni di parallelismo e di perpendicolarità tra piani.

Due piani di equazioni $ax + by + cz + d = 0$ e $a'x + b'y + c'z + d' = 0$

• sono paralleli se e solo se: $a = ka'$, $b = kb'$, $c = kc'$, con $k \in \mathbb{R}$;
• sono perpendicolari se e solo se: $aa' + bb' + cc' = 0$.

- La distanza h del punto $A(x_A; y_A; z_A)$ dal piano di equazione $ax + by + cz + d = 0$ è:

$$h = \frac{|ax_A + by_A + cz_A + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

3. LA RETTA

- Equazioni generali:

$$\begin{cases} ax + by + cz + d = 0 \\ a'x + b'y + c'z + d' = 0 \end{cases}$$

- Equazioni ridotte:

$\begin{cases} x = gz + p \\ y = hz + q \end{cases}$ retta non parallela al piano Oxy

$\begin{cases} x = ky + r \\ z = ly + s \end{cases}$ retta non parallela al piano Oxz

$\begin{cases} y = mx + t \\ z = nx + u \end{cases}$ retta non parallela al piano Oyz

- Equazione della retta passante per due punti $A(x_1; y_1; z_1)$ e $B(x_2; y_2; z_2)$:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_2}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}.$$

4. ALCUNE SUPERFICI NOTEVOLI

- La superficie sferica di centro $C(x_0; y_0; z_0)$ e raggio r ha equazione:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2.$$

La sua equazione si può scrivere anche nella forma:

$$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0, \quad \text{con } \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + \frac{c^2}{4} - d \geq 0.$$

• ellissoide $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

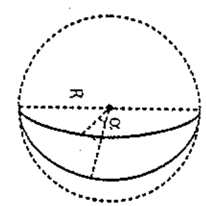
• iperboloide a una falda $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$

• paraboloide ellittico $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$

• iperboloide a due falde $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$

• paraboloide iperbolico $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -2z$

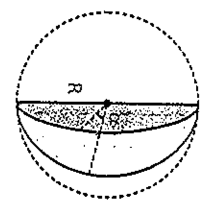
FUSO SFERICO



$S_f = 2R^2\alpha_{rad} = \frac{\alpha^\circ}{90^\circ}\pi R^2$

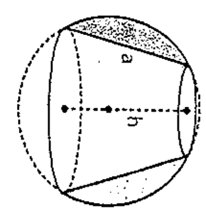
α_{rad}: ampiezza del diedro in radianti
α°: ampiezza del diedro in gradi

SPICCHIO SFERICO



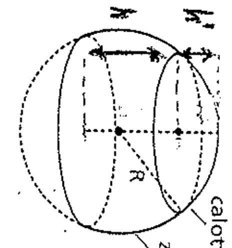
$V = \frac{2}{3}\alpha_{rad}R^3 = \frac{\alpha^\circ}{270^\circ}\pi R^3$

ANELLO SFERICO



$V = \frac{1}{6}\pi a^2 h$

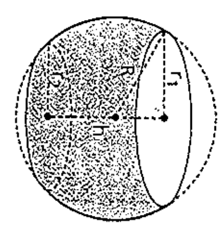
CALOTTA E ZONA SFERICA



$S = 2\pi R h'$

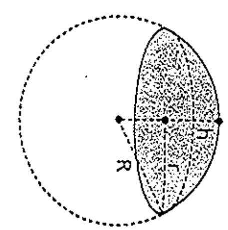
$S = 2\pi R h$

SEGMENTO SFERICO A DUE BASI



$V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{h}{2}\right)^3 + \pi r_1^2\frac{h}{2} + \pi r_2^2\frac{h}{2}$

SEGMENTO SFERICO A UNA BASE

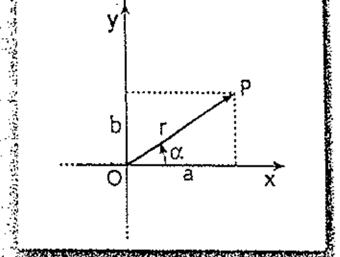


$V = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{h}{2}\right)^3 + \pi r^2\frac{h}{2} = \frac{1}{3}\pi h^2(3R - h)$

Coordinate polari [r; α]: un punto P può essere individuato da r, detto modulo, e α, detto argomento o anomalia.

- Date le coordinate polari di un punto $P[r; \alpha]$, si possono ricavare le sue coordinate cartesiane $(a; b)$ e viceversa:

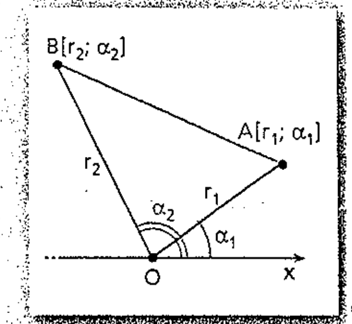
$$\begin{cases} a = r\cos\alpha \\ b = r\,\text{sen}\,\alpha \end{cases} \qquad \begin{cases} r = \sqrt{a^2+b^2} \\ \text{tg}\,\alpha = \dfrac{b}{a} \end{cases}$$



LE COORDINATE POLARI E LE EQUAZIONI DELLE CURVE

- In coordinate polari la distanza fra due punti è:

$$\overline{AB} = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1)}.$$



- Equazione di una retta passante per l'origine:

$$\text{tg}\,\alpha = m, \text{ con } \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

- Equazione di una retta non passante per l'origine:

$$d = r\cos(\theta - \alpha).$$

- Equazione della circonferenza di centro $C[r_C; \alpha_C]$ e raggio R:

$$r^2 - 2rr_C\cos(\alpha - \alpha_C) + r_C^2 - R^2 = 0.$$

- Equazione della spirale di Archimede:

$$r = m\alpha + q, \text{ con } r \geq 0 \text{ e } m \neq 0.$$

- Equazione della cardioide:

$$r = R(1 + \cos\alpha).$$

7. LA FORMA TRIGONOMETRICA DI UN NUMERO COMPLESSO

- Forma trigonometrica del numero complesso $a + bi$.
Dato il vettore $\overrightarrow{OP}$ di componenti a e b e con P di coordinate polari $[r; \alpha]$, quindi:

$$a + bi = r\cos\alpha + (r\,\text{sen}\,\alpha)i = r(\cos\alpha + i\,\text{sen}\,\alpha).$$

8. OPERAZIONI FRA NUMERI COMPLESSI IN FORMA TRIGONOMETRICA

- Dati due numeri complessi in forma trigonometrica $z_1 = r(\cos\alpha + i\,\text{sen}\,\alpha)$ e $z_2 = s(\cos\beta + i\,\text{sen}\,\beta)$, calcoliamo:
  - prodotto:

$$z_1 \cdot z_2 = r \cdot s[\cos(\alpha + \beta) + i\,\text{sen}(\alpha + \beta)];$$

  - quoziente:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r}{s} \cdot [\cos(\alpha - \beta) + i\,\text{sen}(\alpha - \beta)];$$

$$\frac{1}{z_1} = \frac{1}{r} \cdot (\cos\alpha - i\,\text{sen}\,\alpha);$$

  - potenza:
    - a esponente intero positivo: $z_1^n = r^n(\cos n\alpha + i\,\text{sen}\,n\alpha)$ (formula di De Moivre);
    - a esponente intero negativo: $z_1^{-n} = \frac{1}{r^n} \cdot (\cos n\alpha - i\,\text{sen}\,n\alpha)$.

9. LE RADICI n-ESIME DELL'UNITÀ

- Radice n-esima dell'unità: ogni numero complesso u tale che $u^n = 1$.

$$\sqrt[n]{1} = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\,\text{sen}\frac{2k\pi}{n}, \quad \text{con } k \in \mathbb{Z} \text{ e } k = 0, 1, 2, \ldots, n-1.$$

10. LE RADICI n-ESIME DI UN NUMERO COMPLESSO

- **Radice n-esima del numero complesso z**: ogni numero complesso w tale che $w^n = z$.

$$\sqrt[n]{r(\cos\alpha + i\,\text{sen}\,\alpha)} = \sqrt[n]{r} \cdot \left(\cos\frac{\alpha + 2k\pi}{n} + i\,\text{sen}\frac{\alpha + 2k\pi}{n}\right), \quad \text{con } k \in \mathbb{Z} \text{ e } k = 0, 1, 2, \ldots, n-1.$$

È possibile scrivere tali radici determinandone una e moltiplicandola per le radici n-esime dell'unità.

11. LA FORMA ESPONENZIALE DI UN NUMERO COMPLESSO

- La **forma esponenziale** del numero complesso $r(\cos\alpha + i\,\text{sen}\,\alpha)$ è $re^{i\alpha}$.
- **Formule di Eulero**:

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\,\text{sen}\,\alpha, \; e^{-i\alpha} = \cos\alpha - i\,\text{sen}\,\alpha,$$

$$\cos\alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2}, \; \text{sen}\,\alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i}.$$

4. LE DERIVATE FONDAMENTALI

Le derivate

Potenze di x	**Funzioni goniometriche**
$D\,k = 0$	$D \operatorname{sen} x = \cos x$
$D\,x = 1$	$D \cos x = -\operatorname{sen} x$
$D\,x^{\alpha} = \alpha x^{\alpha-1}$ se $\alpha \in \mathbb{N} - \{0\}, x \in \mathbb{R}$; se $\alpha \in \mathbb{R}, x > 0$	$D \operatorname{tg} x = \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$
$D\sqrt{x} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}, \quad x > 0$	$D \operatorname{cotg} x = -\dfrac{1}{\operatorname{sen}^2 x} = -(1 + \operatorname{cotg}^2 x)$
Funzioni logaritmiche ed esponenziali	**Inverse delle funzioni goniometriche**
$D\,a^x = a^x \ln a, \quad a > 0$	$D \operatorname{arctg} x = \dfrac{1}{1+x^2}$
$D\,e^x = e^x$	$D \operatorname{arccotg} x = -\dfrac{1}{1+x^2}$
$D \log_a x = \dfrac{1}{x}\log_a e, \quad x > 0, \quad a > 0 \wedge a \neq 1$	$D \arcsen x = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$D \ln x = \dfrac{1}{x}, \quad x > 0$	$D \arccos x = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

5. 6. 7. 8. LE REGOLE DI DERIVAZIONE

Le regole di derivazione

$D[k \cdot f(x)] = k \cdot f'(x)$
$D[f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$
$D[f(x) \cdot g(x)] = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$D\,\dfrac{1}{f(x)} = -\dfrac{f'(x)}{f^2(x)}$
$D\,\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$
$D[f(g(x))] = f'(z) \cdot g'(x), \quad \text{con } z = g(x)$
$D[f(x)]^{g(x)} = [f(x)]^{g(x)}\left[g'(x)\ln f(x) + \dfrac{g(x) \cdot f'(x)}{f(x)}\right]$
$D[f^{-1}(y)] = \dfrac{1}{f'(x)}, \quad \text{con } x = f^{-1}(y)$

10. IL DIFFERENZIALE DI UNA FUNZIONE

- Il **differenziale** di una funzione $f(x)$, relativo al punto x e all'incremento Δx, è il prodotto della derivata della funzione, calcolata in x, per l'incremento Δx. Lo indichiamo con $df(x)$ oppure dy:

$$dy = f'(x) \cdot \Delta x.$$

- Il **differenziale della variabile indipendente x** è uguale all'incremento della variabile stessa:

$$dx = \Delta x.$$

- $dy = f'(x) \cdot dx$, quindi

$$f'(x) = \frac{dy}{dx}.$$

11. LE APPLICAZIONI DELLE DERIVATE ALLA FISICA

- Data la **legge oraria** $s = f(t)$, ossia la funzione che lega la posizione s al tempo t:
  - $v_{ist} = f'(t)$ è la **velocità istantanea** all'istante t;
  - $a_{ist} = v'(t) = f''(t)$ è l'**accelerazione istantanea** all'istante t.
- Se $q(t)$ è la funzione che lega la quantità di carica, che passa in una sezione di un conduttore, al tempo t,

$$i_{ist} = q'(t).$$

2. GLI INTEGRALI INDEFINITI IMMEDIATI

Riportiamo nelle tabelle le primitive delle funzioni più usate.

Integrali immediati delle funzioni fondamentali

$\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c, \quad \text{con } \alpha \neq -1$	$\int \cos x \, dx = \text{sen}\, x + c$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln\lvert x \rvert + c$	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \text{tg}\, x + c$
$\int e^x dx = e^x + c$	$\int \frac{1}{\text{sen}^2 x} dx = -\text{cotg}\, x + c$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \text{arcsen}\, x + c$
$\int \text{sen}\, x \, dx = -\cos x + c$	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \text{arctg}\, x + c$

Integrali la cui primitiva è una funzione composta

$\int [f(x)]^{\alpha} f'(x)\, dx = \frac{[f(x)]^{\alpha+1}}{\alpha+1} + c, \quad \text{con } \alpha \neq -1$	$\int \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)} dx = \text{tg}\, f(x) + c$
$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln\lvert f(x) \rvert + c$	$\int \frac{f'(x)}{\text{sen}^2 f(x)} dx = -\text{cotg}\, f(x) + c$
$\int f'(x) e^{f(x)} dx = e^{f(x)} + c$	$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} dx = \text{arcsen}\, f(x) + c$
$\int f'(x) a^{f(x)} dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + c$	$\int \frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2} dx = \text{arctg}\, f(x) + c$
$\int f'(x)\, \text{sen} f(x)\, dx = -\cos f(x) + c$	$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{a^2-[f(x)]^2}} dx = \text{arcsen} \frac{f(x)}{\lvert a \rvert} + c, \quad \text{con } a \neq 0$
$\int f'(x) \cos f(x)\, dx = \text{sen} f(x) + c$	$\int \frac{f'(x)}{a^2+[f(x)]^2} dx = \frac{1}{a} \text{arctg} \frac{f(x)}{a} + c, \quad \text{con } a \neq 0$

4. L'INTEGRAZIONE PER PARTI

- Formula di integrazione per parti: $\int f(x) g'(x)\, dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) g(x)\, dx$

4. LE DISTRIBUZIONI DI PROBABILITÀ DI USO FREQUENTE

- **La distribuzione binomiale (o di Bernoulli)**
  - Una variabile casuale discreta X con valori $x = 0, 1, 2, \ldots, n$ ha una distribuzione di probabilità binomiale di parametri n e p se i valori della variabile sono dati dal numero di successi di un evento di probabilità costante p in n prove indipendenti e le corrispondenti probabilità si ricavano dal teorema delle prove ripetute, cioè:

    $$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

  - $M(X) = n \cdot p, \quad var(X) = n \cdot p(1-p), \quad \sigma(X) = \sqrt{n \cdot p(1-p)}$.

- **La distribuzione di Poisson**
  - Una variabile casuale discreta X con valori $x = 0, 1, 2, \ldots, n$ ha una distribuzione di Poisson se tali valori sono relativi al numero di volte in cui un evento può verificarsi in un intervallo di tempo o in un contesto fissato e le prove si realizzano in modo indipendente (*legge degli eventi rari*).

    La sua distribuzione di probabilità è

    $$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda},$$

    dove λ è un parametro che coincide con il valore medio e con la varianza di X:

    $M(X) = \lambda \quad \text{e} \quad var(X) = \lambda$.
  - Questa distribuzione approssima quella binomiale quando il numero delle prove n è elevato e il valore della probabilità p è piccolo, essendo $\lambda = np$.