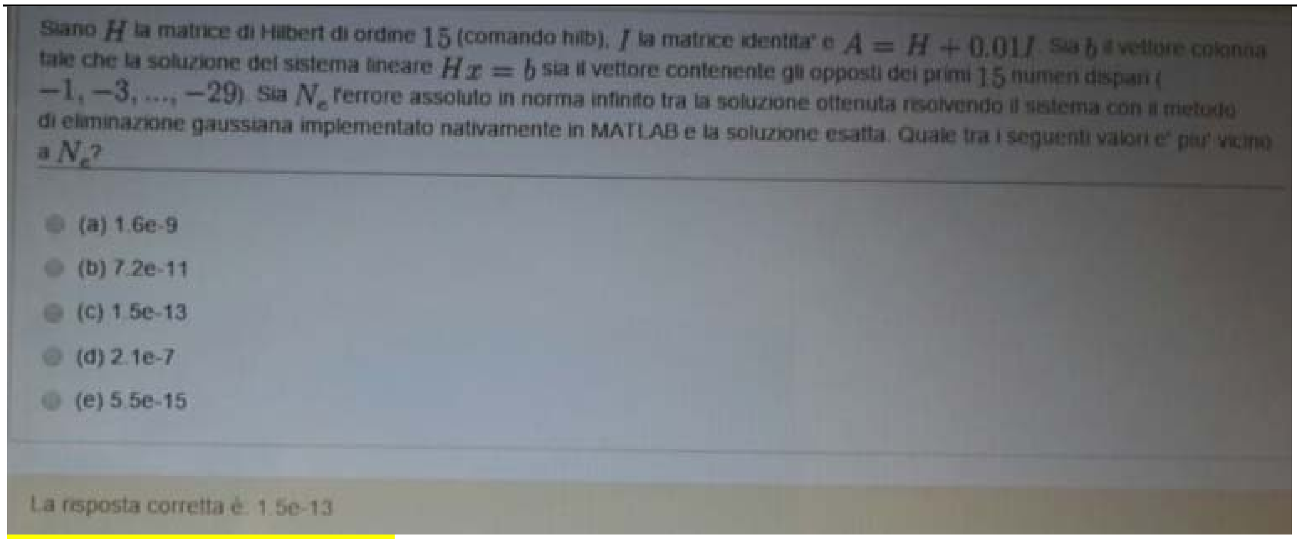
Sia H la matrice di Hilbert di ordine 7 e sia b il vettore colonna tale che la soluzione del sistema lineare Hx=b sia il vettore contenente i primi 7 interi strettamente positivi. Sia N l'errore assoluto in norma infinito tra la soluzione ottenuta risolvendo il sistema con il metodo di eliminazione gaussiana e la soluzione esatta.
Quale tra i seguenti valori è più vicino a N?

a-6.08e^-8
b-5.4e^-7
c-1.2e^-3
d-2.7e^-6
e-3.4e^-4

```
>> H=hilb(7);
>> x=[1:7]';
>> b=H*x;
>> xg=H\b;
>> norm(x-xg,inf)

ans =

   6.0167e-08
```


Siano H la matrice di Hilbert di ordine 15 (comando hilb), I la matrice identita' e $A = H + 0.01I$. Sia b il vettore colonna tale che la soluzione del sistema lineare $Hx = b$ sia il vettore contenente gli opposti dei primi 15 numeri dispari ($-1, -3, \ldots, -29$). Sia N_e l'errore assoluto in norma infinito tra la soluzione ottenuta risolvendo il sistema con il metodo di eliminazione gaussiana implementato nativamente in MATLAB e la soluzione esatta. Quale tra i seguenti valori e' piu' vicino a N_e?

(a) 1.6e-9
(b) 7.2e-11
(c) 1.5e-13
(d) 2.1e-7
(e) 5.5e-15

La risposta corretta è: 1.5e-13

Testo scrive Hx=b invece di Ax=b

```
>> H=hilb(15);
>> A=H+0.01*eye(15);
>> x=[-1:-2:-29]';
>> b=A*x;
>> xapp=A\b;
>> norm(x-xapp,inf)

ans =

   2.4336e-13
```

Sia $Ax = b$ un sistema lineare di ordine 18, ove A e' simmetrica e tridiagonale con tutti gli elementi uguali a 6 sulla diagonale principale e uguali a 3 sulle codiagonali superiore e inferiore e b ha elementi equispaziati in $[5, 8]$. Calcolare gli autovalori della matrice A e, in base alla proprieta' di quest'ultimi, risolvere il sistema lineare $Ax = b$ mediante la risoluzione di due sistemi triangolari, utilizzando la fattorizzazione di A piu' efficiente in termini di costo computazionale. La norma 1 del vettore ottenuto come somma del vettore soluzione del sistema triangolare inferiore associato al metodo e del vettore soluzione del sistema triangolare superiore, vale all'incirca

(a) $7.5558e-01$

(b) $8.4419e+01$

(c) $3.4638e+00$

(d) $4.4944e+01$

```
v=ones(18,1);
v_1=ones(17,1);
A_1=6*diag(v);
A_2=3*diag(v_1,1);
A_3=3*diag(v_1,-1);
A=A_1+A_2+A_3;

b=linspace(5,8,18);
e=eig(A);
R=chol(A);

y=R'\b';
x=R\y;
norm(x+y,1)
```

ans =
4.494419317417081e+01

Si costruisca la matrice $C = M + I$, dove M e' ottenuta tramite il comando magic(60) e I e' la matrice identita'. Si estragga successivamente da C la sottomatrice A costituita dalle prime 10 colonne di C e si consideri il sistema sovradeterminato $Ax = b$ con b costruito in modo che il vettore con tutti elementi uguali a 1 sia soluzione.

Si risolva il sistema lineare usando la fattorizzazione QR, e sia x^{QR} la soluzione ottenuta. Si calcoli inoltre la soluzione x^{EN} ottenuta risolvendo il sistema delle equazioni normali $A^T Ax = A^T b$, usando la fattorizzazione di Cholesky. Si calcolino per entrambe le soluzioni gli errori relativi in norma 2 rispetto alla soluzione esatta, indicandoli e^{QR} ed e^{EN}.

Si ha...

(a) $e^{QR} \simeq 7 \cdot 10^{-12}, \quad e^{EN} \simeq 6 \cdot 10^{-12}$

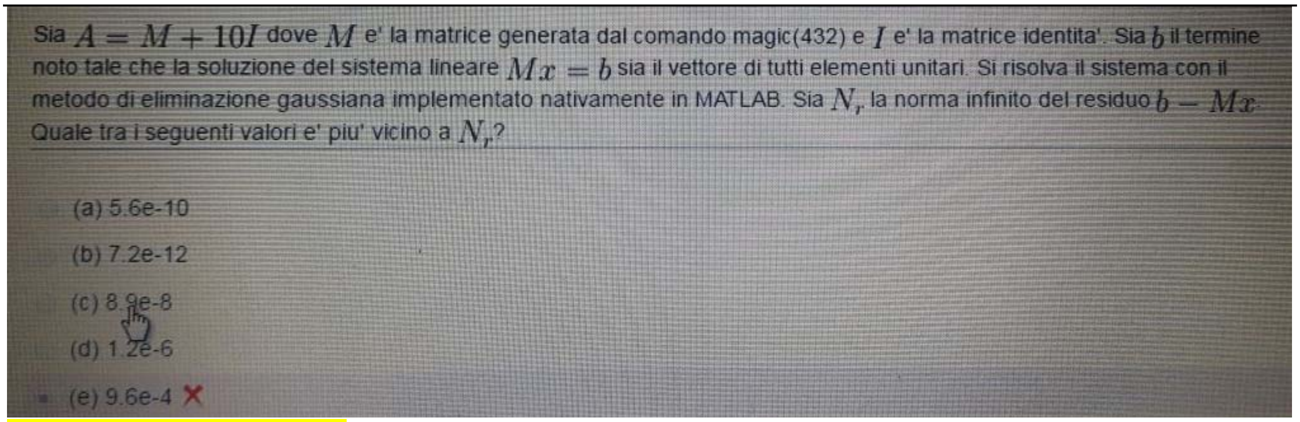
(b) $e^{QR} \simeq 7 \cdot 10^{-12}, \quad e^{EN} \simeq 6 \cdot 10^{-8}$

(c) $e^{QR} \simeq 7 \cdot 10^{-8}, \quad e^{EN} \simeq 6 \cdot 10^{-8}$

(d) $e^{QR} \simeq 7 \cdot 10^{-8}, \quad e^{EN} \simeq 6 \cdot 10^{-12}$

```
clear all
clc
M=magic(60);
I=eye(60);
C=M+I;
A=C(:,1:10);
b=sum(A,2);
[Q,R]=qr(A);
%c=Q'*b;
```

```
%c1=c(1:10);
%Rt = R(1:10,1:10);
%xstar = Rt\c1;
xqr=R\(Q'*b);
x=ones(10,1);
norm(x-xqr)/norm(x)
%norm(x-xstar);
RRR=chol(A'*A);
y=(RRR')\(A'*b);
xchol=RRR\y;
norm(x-xchol)/norm(x)
ans =
     6.272733334370430e-12
ans =
     4.418497414741637e-08
```



Sia $A = M + 10I$ dove M e' la matrice generata dal comando magic(432) e I e' la matrice identita'. Sia b il termine noto tale che la soluzione del sistema lineare $Mx = b$ sia il vettore di tutti elementi unitari. Si risolva il sistema con il metodo di eliminazione gaussiana implementato nativamente in MATLAB. Sia N_r la norma infinito del residuo $b - Mx$. Quale tra i seguenti valori e' piu' vicino a N_r?

(a) 5.6e-10

(b) 7.2e-12

(c) 8.9e-8

(d) 1.2e-6

(e) 9.6e-4

Testo scrive M ma intende A

```
M=magic(432);
I=eye(432);
A=M+10*I;
b=sum(A,2);
x=A\b;
nr=norm(b-A*x,inf)
```

nr =

    8.195638656616211e-08

---

matrice di hilbert ordine 10, sia la soluzione del sistema (Hx=b) x il vettore (-2:-2:-20), trovare l'errore assoluto in norma infinita tra la soluzione del sistema risolto con gauss e la soluzione esatta.

```
H=hilb(10);
x=[-2:-2:-20]';
b=H*x;
xg=H\b;
format short e
norm(x-xg,inf)
ans =
   6.4151e-03
```

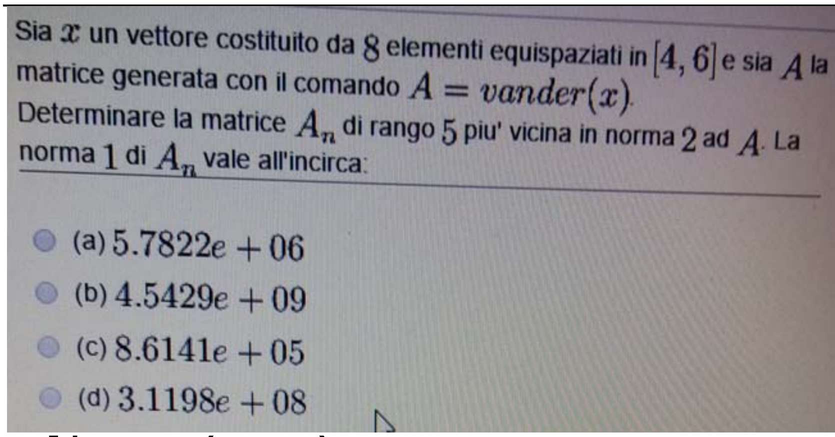
Si vuole determinare il polinomio esponenziale di secondo grado p(x)=a e^(2x)+b e^(x)+c che approssima nel senso dei minimi quadrati la nube di punti(x,y) x=[0.34 0.19 0.25 0.61 0.47 0.35 0.83] y=[0.58 0.54 0.91 0.28 0.75 1.17 0.38] il coefficiente a di p(x) vale circa:

a)-0.23
b)0.26
c)-0.18
d)-0.47
e)0.31

```
>> x=[0.34 0.19 0.25 0.61 0.47 0.35 0.83];
y=[0.58 0.54 0.91 0.28 0.75 1.17 0.38];
>> xnew=exp(x);
>> doc
>> p=polyfit(xnew,y,2)

p =

  -1.7865e-01   1.6653e-01   8.6282e-01
```



Sia x un vettore costituito da 8 elementi equispaziati in $[4, 6]$ e sia A la matrice generata con il comando $A = vander(x)$.
Determinare la matrice A_n di rango 5 piu' vicina in norma 2 ad A. La norma 1 di A_n vale all'incirca:

(a) $5.7822e+06$
(b) $4.5429e+09$
(c) $8.6141e+05$
(d) $3.1198e+08$

```
x=linspace(4,6,8);
A=vander(x);
[U,S,V]=svd(A);
An=zeros(8,8);
for k=1:5 % provare n=8 per rappresentazione completa
    An=An+S(k,k)*U(:,k)*V(:,k)';
end
norm(A-An)
norm(An,1)
```

```
ans =
   0.0012
ans =
  8.6141e+05
```

Valutare $y = \sqrt{(e^x - 1)/x}$ per $x = 10^{-6}$.
Successivamente riformulare y al fine di evitare il fenomeno della cancellazione numerica e, assumendo come valore esatto quello che si ottiene mediante la riformulazione proposta, calcolare l'errore relativo associato a y.
Esso vale all'incirca:

- (a) $2.5687e - 10$
- (b) $1.8992e - 11$
- (c) $5.3490e - 05$
- (d) $4.1241e - 07$

La risposta corretta è: $1.8992e - 11$

```
clc
clear all
format long e
x=10^-6;
f = @(x) sqrt((exp(x)-1)./x);
yerr=f(x)
f2_ex = 0;
for i = 1:16
    f2_ex = f2_ex+x.^(i-1)/factorial(i);
end
y=sqrt(f2_ex)
er2 = abs(y-yerr)./abs(y)
```

```
yerr =
   1.000000249981061e+00
y =
   1.000000250000052e+00
er2 =
   1.899169235591877e-11
```

Domanda **4** Risposta errata Punteggio ottenuto -20,00 su 100,00 Contrassegna domanda	Sia $A = M + 10I$ dove M e' la matrice generata dal comando magic(432) e I e' la matrice identita'. Sia b il termine noto tale che la soluzione del sistema lineare $Ax = b$ sia il vettore di tutti elementi unitari. Si risolva il sistema con il metodo di eliminazione gaussiana implementato nativamente in MATLAB. Sia N_r la norma infinito del residuo $b - Ax$. Quale tra i seguenti valori e' piu' vicino a N_r?

- (a) 9.6e-4
- (b) 8.9e-8
- (c) 5.6e-10
- (d) 7.2e-12 ✗
- (e) 1.2e-6

La risposta corretta è: 8.9e-8

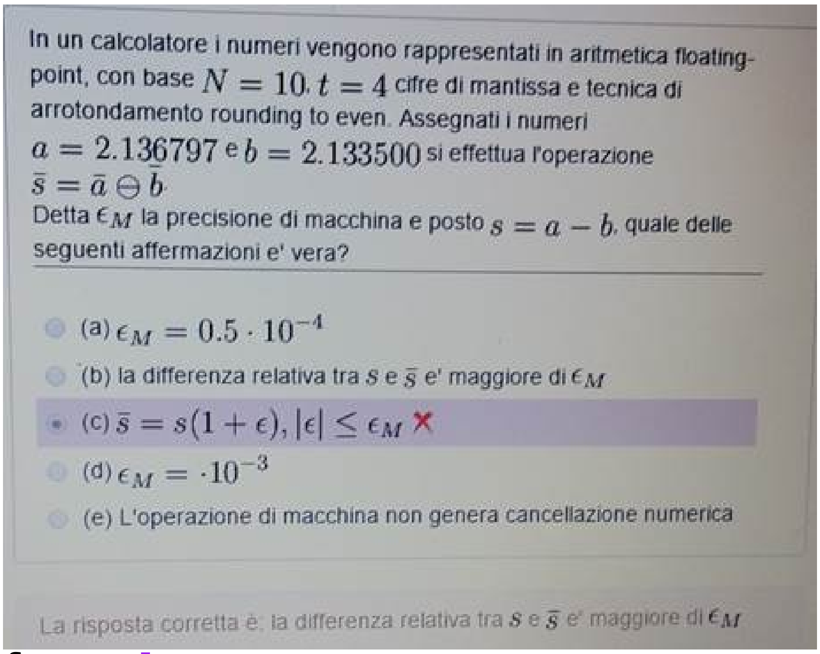
```
>> A=magic(432)+10*eye(432);
>> b=sum(A,2);
>> x=A\b;
>> norm(b-A*x,inf)
ans =
   8.195638656616211e-08
```

Sia $Ax = b$ un sistema lineare di ordine 32, ove A e' simmetrica e tridiagonale con tutti gli elementi uguali a 16 sulla diagonale principale e uguali a 8 sulle codiagonali superiore e inferiore e b ha elementi equispaziati in $[-5, 1]$.
Calcolare gli autovalori della matrice A e, in base alla proprieta' di quest'ultimi, risolvere il sistema lineare $Ax = b$ mediante la risoluzione di due sistemi triangolari, utilizzando la fattorizzazione di A piu' efficiente in termini di costo computazionale.
La norma 1 del vettore ottenuto come somma del vettore soluzione del sistema triangolare inferiore associato al metodo e del vettore soluzione del sistema triangolare superiore, vale all'incirca:

- (a) $1.4857e + 01$
- (b) $8.4419e + 01$
- (c) $3.4638e + 02$
- (d) $7.5558e - 01$

```
n=32;
A=16*eye(n)+8*diag(ones(n-1,1),1)+8*diag(ones(n-1,1),-1);
autov=eig(A);
R=chol(A);
b=linspace(-5,1,32)';
y=R'\b;
x=R\y;
norm(x+y,1)
ans =

   1.485668884538399e+01
```



In un calcolatore i numeri vengono rappresentati in aritmetica floating-point, con base $N = 10$, $t = 4$ cifre di mantissa e tecnica di arrotondamento rounding to even. Assegnati i numeri $a = 2.136797$ e $b = 2.133500$ si effettua l'operazione $\bar{s} = \bar{a} \ominus \bar{b}$

Detta ϵ_M la precisione di macchina e posto $s = a - b$, quale delle seguenti affermazioni e' vera?

- (a) $\epsilon_M = 0.5 \cdot 10^{-4}$
- (b) la differenza relativa tra s e $\bar{s}$ e' maggiore di ϵ_M
- (c) $\bar{s} = s(1 + \epsilon), |\epsilon| \leq \epsilon_M$ ✗
- (d) $\epsilon_M = \cdot 10^{-3}$
- (e) L'operazione di macchina non genera cancellazione numerica

La risposta corretta è: la differenza relativa tra s e $\bar{s}$ e' maggiore di ϵ_M

```
format long e
a=2.136797;b=2.133500;
as=2.137;bs=2.134;
s=a-b;
ss=as-bs;
epsm=0.5*10^-3
abs(s-ss)/abs(s)
epsm =
     5.000000000000000e-04
ans =
     9.008189262959666e-02
```

---

sia a la matrice di hilbert di dim 30. il numero di elementi Aij tali per cui sen(aij)>0.03 è:

```
n=30;
A=hilb(n);
nnn=0;
for i=1:n
   for j=1:30
      if sin(A(i,j))>0.03
         nnn=nnn+1;
      end
   end
end
nnn

nnn=549
```

Generare la matrice A di Hilbert di ordine n=7 e applicare ad essa 18 iterazioni del metodo delle potenze inverse per calcolare un'approssimazione dell'autovalore lambda_p piu' vicino a p=1, a partire dal vettore unitario.
Successivamente utilizzare il comando eigs per calcolare il valore di riferimento ''esatto''.
L'errore relativo associato all'approssimazione determinata con il metodo delle potenze inverse vale all'incirca:
a) 4.8734e-09
(b) 8.3889e-03
(c) 2.4567e-09
(d) 3.6555e-11

```
clc
clear all
format long e
p=1; n=7;
A=hilb(7);
z=ones(n,1);
w=z/norm(z);
lambda(1)=p;
[L,U,P]=lu(A-p*eye(n));
for m=1:18
    y=L\P*w;
    z=U\y;
    lambda(m+1)=p+1/(w'*z);
    w=z/norm(z);
end
lambda(m+1)
y=eigs(A)
abs(lambda(m+1)-y(1))/abs(y(1))
```

```
ans =
   1.674818382541611e+00
y =
   1.660885338926931e+00
   2.719201981493452e-01
   2.128975490832798e-02
   1.008587610770143e-03
   2.938636814590121e-05
   4.856763362380168e-07
ans =
   8.388925645934492e-03
```

A partire dal vettore unitario, eseguire 24 iterazioni del metodo delle potenze applicato alla matrice generata con il comando A=vander(x), ove x e' un vettore di 10 elementi equispaziati in [-1,1]. La terza componente dell'approssimazione dell'autovettore di norma 2 unitaria, associato all'autovalore di modulo massimo vale all'incirca:
(a) 3.4521e-01
(b) 1.4109e-02
(c) 6.8431e-02
(d) 1.4778e-01

```
x=linspace(-1,1,10);
n=10;
A=vander(x);
z=ones(n,1);
w=z/norm(z);
lambda(1)=0;
for m=1:24
    z=A*w;
    lambda(m+1)=w'*z;
    w=z/norm(z);
end
lambda(m+1);
y=eigs(A);
w(3)
```

ans =
  1.477823041759128e-01