

Esercizi assegnato in aula + esercizi per casa (27/04/2018)
Dinamica dei sistemi - Urti

Esercizio assegnato in aula in data 27/04

Un blocco di pietra di massa $m=150$ kg si trova su una piattaforma mobile di un camion di massa $M= 1500$ kg. La piattaforma è ruvida e i coefficienti di attrito statico e dinamico valgono $\mu_s=0.6$ e $\mu_d=0.45$.

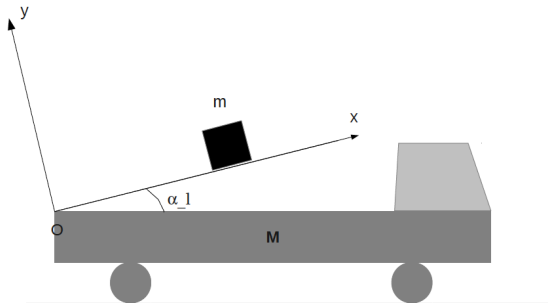
La piattaforma viene progressivamente inclinata di un angolo che chiamiamo α .

Determinare:

- 1) il valore limite dell'angolo α_l in corrispondenza del quale il blocco inizia a scivolare lungo la piattaforma;
- 2) Il valore del coefficiente di attrito tra le ruote del camion e il terreno affinché il camion rimanga fermo.

Soluzione:

- 1) Consideriamo il seguente sistema di riferimento:



Fino a quando il blocco di massa m rimane fermo sulla piattaforma la seconda legge di Newton lungo le due componenti x e y si può scrivere come:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -mg \sin(\alpha) + F_s = 0 \\ m\ddot{y} = N - mg \cos(\alpha) = 0 \end{cases}$$

e quindi:

$$\begin{cases} mg \sin(\alpha) = F_s \\ N = mg \cos(\alpha) \end{cases}$$

Per definizione di attrito statico, applicata in assenza di moto, possiamo scrivere:

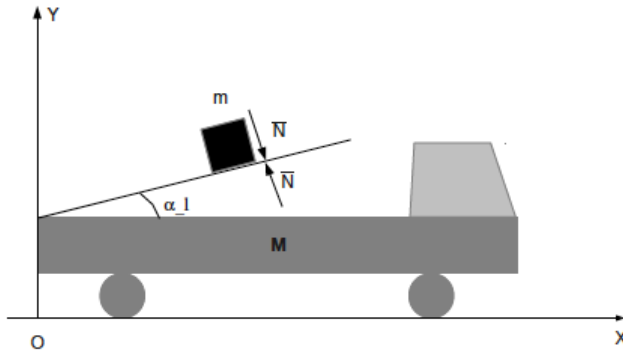
$$|F_s| \leq \mu_{sp} N = \mu_{sp} mg \cos(\alpha)$$

che utilizzando la relazione che abbiamo trovato $F_s = mg \sin(\alpha)$ diventa:

$$mg \sin(\alpha) \leq \mu_{sp} mg \cos(\alpha) \Rightarrow \sin(\alpha) \leq \mu_{sp} \cos(\alpha) \Rightarrow \tan(\alpha) \leq \mu_{sp}$$

Da cui si ricava che il valore dell'angolo limite è $\alpha_l = 31^\circ$

2) Per risolvere questo secondo punto può risultare utile scegliere il sistema di riferimento come riportato di seguito:



Noi sappiamo che la forza normale \vec{N} è applicata sul blocco m dalla piattaforma e che una forza normale uguale a \vec{N} in modulo ma con verso opposto è applicato dal camion al terreno. Questa forza normale che non è bilanciata lungo l'asse x dall'attrito delle ruote sul terreno sarebbe responsabile del moto del camion.

Nel sistema di riferimento scelto e indicato sopra la forza normale applicata dal blocco m sul camion può essere decomposta lungo le due direzioni X e Y nel seguente modo:

$$\begin{cases} N_x = N \sin(\alpha) = mg \cos(\alpha) * \sin(\alpha) \\ N_y = -N \cos(\alpha) = -mg \cos(\alpha) * \cos(\alpha) = -mg \cos^2(\alpha) \end{cases}$$

La seconda legge di Newton riferita alle forze che agiscono sul camion si può scrivere come:

$$\begin{cases} M\ddot{X} = N_x + F_s \\ M\ddot{Y} = R_T - Mg + N_y \end{cases}$$

dove R_T è la reazione (normale) applicata dal terreno sulle ruote del camion. Si noti che nella prima equazione stiamo considerando la generica espressione di N_x e F_s senza tenere conto del segno.

Lungo l'asse Y per avere equilibrio avremo quindi
 $M\ddot{Y} = R_T - Mg + N_y = 0 \Rightarrow R_T = Mg - N_y$ e poiché $N_y = -mg\cos(\alpha)^2$

si può scrivere

$$R_T = Mg - N_y = Mg + mg\cos(\alpha)^2$$

Per avere equilibrio lungo l'asse X deve essere

$$M\ddot{X} = N_x + F_s = 0 \Rightarrow F_s = -N_x = -mg \cos(\alpha) * \sin(\alpha)$$

Utilizzando la definizione di attrito statico, se non vogliamo che ci siano moto per il camion si ha:

$$|F_s| \leq \mu_{st} R_T = \mu_{st} (Mg + mg \cos(\alpha)^2)$$

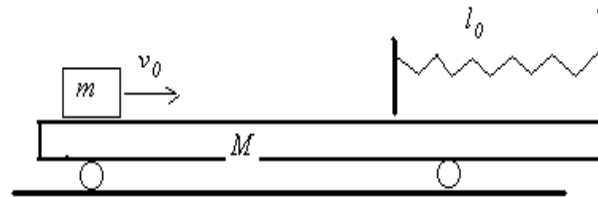
$$\Rightarrow \mu_{st} \geq \frac{|F_s|}{Mg + mg \cos(\alpha)^2}$$

$F_s = -mg \cos(\alpha) * \sin(\alpha)$, therefore $|F_s| = mg \cos(\alpha) * \sin(\alpha)$; so:

$$\mu_{st} \geq \frac{mg \cos(\alpha) * \sin(\alpha)}{Mg + mg \cos(\alpha)^2} \Rightarrow \mu_{st} \geq \frac{m \cos(\alpha) * \sin(\alpha)}{M + m \cos(\alpha)^2} = 0.040$$

Esercizio per casa n.1

Una molla di costante elastica $K=1000 [N/m]$ e lunghezza a riposo $l_0 = 0.5[m]$ ha un'estremità collegata ad una parete B fissata su una piattaforma mobile che giace su una strada orizzontale. L'altra estremità A si trova ad una distanza l_0 da B sulla piattaforma. La massa totale del sistema è $M=20 [kg]$. Un cubetto di massa $m=0.5[kg]$ giace sulla piattaforma nel punto C ad una distanza $L = 0.6[m]$ da A. Non vi è attrito tra la massa e la piattaforma né tra la piattaforma e la strada (che è equivalente a dire che la piattaforma e il cubetto hanno ruote molto piccole di massa trascurabile). Inizialmente m e M sono in quiete: m viene colpita e acquisisce una velocità \vec{v}_0 verso A, sulla piattaforma, andando a colpire la molla dopo un tempo $t_0 = 0.3$ s.



Trovare le velocità \vec{v} e \vec{V} di m e M

- dopo la collisione con la molla
- quando la molla raggiunge la minima lunghezza e trovare la massima compressione della molla.

Esercizio per casa n.2

Un tubo ha la forma mostrata in figura: due sezioni perpendicolari una all'altra sono collegate da un quarto di cerchio AB. Il tubo è fissato sul carrello che è inizialmente in quiete su delle rotaie orizzontali. Il raggio di curvatura della sezione curva è $R=10$ [cm]. Le pareti del tubo sono lisce. La massa totale del tubo e del carrello è $M = 2$ [kg]. Una pallina di massa $m = 0.01$ [kg] è lanciata orizzontalmente dentro il tubo con una velocità $v_0=50$ [m/s].

Trovare:

1. la massima altezza h raggiunta dalla pallina (punto C).
2. le velocità, rispettivamente v e V , della pallina e del carrello quando la pallina esce dal tubo.

