**Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет**

**информационных технологий, механики и оптики ** **УЧЕБНЫЙ ЦЕНТР ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ФТФ**

Группа R3137 К работе допущен Студент Ракин Илья Николаевич Работа выполнена Преподаватель Смирнов А. В. Отчет принят

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.01

Исследование распределения случайной величины

**Цели работы:**

Путём многократного измерения определённого интервала времени исследовать, как распределяется случайная величина

**Процесс выполнения лабораторной работы:**

* Провести многократные измерения определенного интервала времени.
* Построить гистограмму распределения результатов измерения.
* Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
* Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения, средним значением и дисперсией.

**Объект исследования и метод экспериментального исследования**

Многократное измерение определённого интервала времени (в данном случае промежуток времени в 5 секунд)

1. **Рабочие формулы и исходные данные.**

* Функция нормального распределения (или функция Гаусса):

В которой:

**ρ** - *плотность вероятности (или закон распределения исследуемой величины), с-1*

**σ** *– среднеквадратичное (стандартное) отклонение, с*

**t** *– значение времени в данный момент, с*

**⟨𝑡⟩** *– математическое ожидание, с*

* **Среднее арифметическое всех результатов измерений:**

Здесь:

**N** *–* *полное число измерений*

* **Выборочное среднеквадратичное отклонение:**
* **Среднеквадратичное отклонение среднего значения:**
* **Доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка времени:**

Где:

*– интервал времени, c*

*– коэффициент Стьюдента, зависящий от числа измерений* ***N*** *и доверительной вероятности*

1. **Измерительные приборы**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Наименование* | *Диапазон* | *Погрешность прибора* |
| Механические наручные часы | 0 - 6 с | 0,5 с |
| Электронный секундомер мобильного телефона | 0 - 5,67 с | 0,05 c |

1. **Процесс выполнения измерений**

Для выполнения измерений было решено использовать механические наручные часы и электронный секундомер мобильного телефона. Сам процесс представлял из себя ручное включение секундомера телефона при переходе секундной стрелки на следующее деление, выжидание пяти секунд, отслеживая их по стрелке механических часов и остановка электронного секундомера при прохождении секундной стрелкой механических часов пяти делений времени. Данное действие выполняем пятьдесят раз, записывая показатель секундомера телефона после каждой итерации.

После пятидесяти успешных запусков секундомера было получено пятьдесят значений времени с точностью в две значащие цифры после запятой.

Ниже приведена таблица с результатами прямых измерений и их обработки.

1. **Результаты прямых измерений ( приведено в порядке возрастания).**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № | , c |  |  |
| 1 | 4,31 | -0,630 | 0,397 |
| 2 | 4,41 | -0,530 | 0,281 |
| 3 | 4,41 | -0,530 | 0,281 |
| 4 | 4,45 | -0,490 | 0,240 |
| 5 | 4,48 | -0,460 | 0,211 |
| 6 | 4,52 | -0,420 | 0,176 |
| 7 | 4,54 | -0,400 | 0,160 |
| 8 | 4,56 | -0,380 | 0,144 |
| 9 | 4,57 | -0,370 | 0,137 |
| 10 | 4,64 | -0,300 | 0,090 |
| 11 | 4,65 | -0,290 | 0,084 |
| 12 | 4,7 | -0,240 | 0,058 |
| 13 | 4,72 | -0,220 | 0,048 |
| 14 | 4,76 | -0,180 | 0,032 |
| 15 | 4,77 | -0,170 | 0,029 |
| 16 | 4,78 | -0,160 | 0,026 |
| 17 | 4,8 | -0,140 | 0,020 |
| 18 | 4,81 | -0,130 | 0,017 |
| 19 | 4,85 | -0,090 | 0,008 |
| 20 | 4,89 | -0,050 | 0,002 |
| 21 | 4,9 | -0,040 | 0,002 |
| 22 | 4,9 | -0,040 | 0,002 |
| 23 | 4,92 | -0,020 | 0,000 |
| 24 | 4,92 | -0,020 | 0,000 |
| 25 | 4,92 | -0,020 | 0,000 |
| 26 | 4,93 | -0,010 | 0,000 |
| 27 | 4,95 | 0,010 | 0,000 |
| 28 | 4,96 | 0,020 | 0,000 |
| 29 | 4,97 | 0,030 | 0,001 |
| 30 | 4,98 | 0,040 | 0,002 |
| 31 | 4,99 | 0,050 | 0,003 |
| 32 | 5,02 | 0,080 | 0,006 |
| 33 | 5,05 | 0,110 | 0,012 |
| 34 | 5,05 | 0,110 | 0,012 |
| 35 | 5,06 | 0,120 | 0,014 |
| 36 | 5,11 | 0,170 | 0,029 |
| 37 | 5,12 | 0,180 | 0,032 |
| 38 | 5,14 | 0,200 | 0,040 |
| 39 | 5,15 | 0,210 | 0,044 |
| 40 | 5,15 | 0,210 | 0,044 |
| 41 | 5,15 | 0,210 | 0,044 |
| 42 | 5,24 | 0,300 | 0,090 |
| 43 | 5,26 | 0,320 | 0,103 |
| 44 | 5,35 | 0,410 | 0,168 |
| 45 | 5,38 | 0,440 | 0,194 |
| 46 | 5,44 | 0,500 | 0,250 |
| 47 | 5,44 | 0,500 | 0,250 |
| 48 | 5,61 | 0,670 | 0,449 |
| 49 | 5,64 | 0,700 | 0,490 |
| 50 | 5,67 | 0,730 | 0,533 |
|  | c |  | C  , c-1 |

Расчет среднего арифметического всех результатов измерений:

Расчет суммы отклонений значений времени от среднего значения:

Расчет выборочного среднеквадратичного отклонения:

Расчет максимального значения плотности распределения:

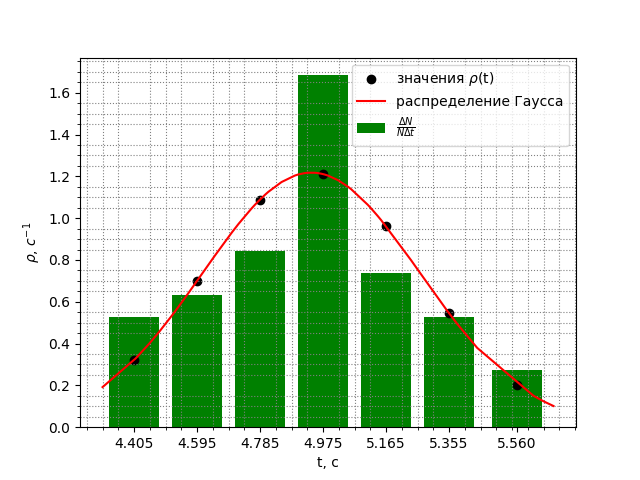
1. **Расчет результатов косвенных измерений (*таблицы, примеры расчетов*).**

Далее приведена разбитая на 7 равных интервалов таблица результатов измерений данных для удобства построения гистограммы и функции Гаусса

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Границы интервалов, *c* |  |  |  |  |
| 4,31 | 5 | 0,526 | 4,405 | 0,321 |
| 4,5 |  |  |  |  |
| 4,5 | 6 | 0,631 | 4,595 | 0,699 |
| 4,69 |  |  |  |  |
| 4,69 | 8 | 0,842 | 4,785 | 1,089 |
| 4,88 |  |  |  |  |
| 4,88 | 16 | 1,684 | 4,975 | 1,211 |
| 5,07 |  |  |  |  |
| 5,07 | 7 | 0,736 | 5,165 | 0,962 |
| 5,26 |  |  |  |  |
| 5,26 | 5 | 0,526 | 5,355 | 0,545 |
| 5,45 |  |  |  |  |
| 5,45 | 3 | 0,273 | 5,560 | 0,203 |
| 5,67 |  |  |  |  |

1. **Результат обработки полученных значений**

С помощью языка программирования **Python и библиотеки Matplotlib\*** из полученных данных была построена гистограмма плотности вероятности и график функции нормального распределения (Гаусса)



Далее проверим, насколько точно выполняется в опытах соотношение между вероятностями и долями

1. **Таблица стандартных доверительных интервалов**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  | Интервал, с | |  |  |  |
|  |  | от | до |
|  | ⟨𝑡⟩𝑁 ± 𝜎N | 4,613 | 5,268 | 34 | 0,68 | 0,6827 |
|  | ⟨𝑡⟩𝑁 ± 2𝜎N | 4,285 | 5,595 | 47 | 0,94 | 0,9545 |
|  | ⟨𝑡⟩𝑁 ± 3𝜎N | 3,958 | 5,923 | 50 | 1 | 0,9973 |

1. **Расчет среднеквадратичного отклонения среднего значения**
2. **Табличное значение коэффициента Стьюдента для доверительной вероятности 𝛼 = 0,95:**

𝑡𝛼, 𝑁 = 2,01

1. **Доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка времени:**
2. **Вывод**

В результате выполнения работы было выяснено, что результаты измерения случайной величины распределяются согласно нормальному распределению, также называемому распределением Гаусса, повышая точность распределения значений при увеличении числа измерений величины. Экспериментальный график демонстрирует схожесть гистограммы с функцией нормального распределения Гаусса.

**\*Язык программирования Python был выбран в силу удобства его использования, высочайшей точности работы и безошибочной обработки данных, а также из желания цифровизации процесса выполнения.**

## Ниже приведён код программы (см. далее):

|  |
| --- |
| import numpy as np #включение библиотеки численных массивов import matplotlib.pyplot as plt #включение библиотеки визуализации данных двумерной графикой import matplotlib.ticker as tck #включение библиотеки упрощения визуализации данных  t = np.array([4.405, 4.595, 4.785, 4.975, 5.165, 5.355, 5.56]) # значения ti из табл. 2 (4 столбец)  delta = np.array([0.526315789,0.631578947,0.842105263,1.684210526, 0.736842105,0.526315789,0.272727273]) # delta N / N delta t (значения 3-го столбца таблицы 2)  rho = np.array([0.321165912, 0.699857048, 1.089299739, 1.210998542, 0.961607856, 0.54539424, 0.202803669]) # значения плотности вероятности (5 столбец таблицы 2) p\_all = np.array([0.191772489, 0.329233381, 0.329233381, 0.398158309, 0.45469383, 0.53571756, 0.578249601, 0.621835485, 0.64394436, 0.801167161, 0.823488203, 0.931657355, 0.972438121, 1.047648492, 1.064858578, 1.081342944, 1.111967281, 1.126027638, 1.173083607, 1.204014399, 1.209052883, 1.209052883, 1.215788564, 1.215788564, 1.215788564, 1.217466991, 1.217421598, 1.215697905, 1.212845578, 1.208872575, 1.203789957, 1.182040449, 1.150987309, 1.150987309, 1.138693786, 1.064183823, 1.046945605, 1.010472675, 0.991328436, 0.991328436, 0.991328436, 0.800271498, 0.755304382, 0.555986327, 0.493656238, 0.379503154, 0.379503154, 0.150134067, 0.123954819, 0.101485537]) # все значения плотности вероятности (для каждого t) t\_all = np.array([4.31, 4.41, 4.41, 4.45, 4.48, 4.52, 4.54, 4.56, 4.57, 4.64, 4.65, 4.7, 4.72, 4.76, 4.77, 4.78, 4.8, 4.81, 4.85, 4.89, 4.9, 4.9, 4.92, 4.92, 4.92, 4.93, 4.95, 4.96, 4.97, 4.98, 4.99, 5.02, 5.05, 5.05, 5.06, 5.11, 5.12, 5.14, 5.15, 5.15, 5.15, 5.24, 5.26, 5.35, 5.38, 5.44, 5.44, 5.61, 5.64, 5.67]) # все значения времени ti fig, ax = plt.subplots() # объявление фигуры гистограммы ax.bar(t, delta, width=0.15, color = 'green') # построение гистограммы ax.scatter(t, rho\_scatter, color='black') # точки соотв. значениям плотности вероятности на графике ax.plot(t\_big, t\_arg, c='red') # функция Гаусса ax.grid(which='minor') # «сетка» графика ax.minorticks\_on() # «сетка» графика ax.grid(which='minor', c='gray', linestyle=':') # «сетка» графика locator = tck.FixedLocator(np.array([4.405, 4.595,4.785, 4.975,5.165,5.355,5.56])) # значения на горизонтальной оси ax.xaxis.set\_major\_locator(locator) # установка значений горизонтальной оси  plt.xlabel(r"t, c") # подпись оси Х plt.ylabel(r"$\rho$, $c^{-1}$") # подпись оси Y plt.legend([r"значения $\rho$(t)", r"распределение Гаусса", r"$\frac{\Delta N}{N\Delta t}$"]) # «легенда» (обозначения фигур) plt.show()# демонстрация графика |