

Konstruktiivinen logiikka ja formaali todistaminen

0 – Johdanto

Niklas Halonen & Alma Nevalainen

June 24, 2024

Tällä tunnilla selviää:

- Kurssin käytänteet, aiheet ja tavoitteet
- Mitä on (konstruktivinen) logiikka
- Mitä on matematiikka
- Miten todistaa, että $\sqrt{2}$ on irrationaalinen
- Mitä *todistaminen* edes tarkoittaa

- MA ja KE 8-palkki (15.00 – 16.15)
- Ei arvosanaa, S-merkintä
- Läpipääsy vaatii, että tekee joka *maailmasta* vähintään puolet tehtävistä
- Kotitehtäviä tulee jonkin verran :)

- 0. Matemaatiikan määritelmät
- 1. Lauselogiikka
- 2. Todistaminen
- 3. Formaali logiikka $\perp \vdash 4 = 5$
- 4. Aritmetiikka, \mathbb{N}
- 5. Funktiot, $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
- 6. Joukot, $\{2n \mid n \in \mathbb{N}\}$

Kurssin tavoitteet

- Ymmärtää lause- ja predikaattilogiikan perusteet
 - Mitä on totuusarvot
 - Totuus ja epätotuus
 - Implikaatio
 - Konjunktio, disjunktio
 - Negaatio
- Tietää 1900-luvun vaihteessa joukko-oppia piinaavia paradokseja
- Tietää tyyppiteorian perusteet
 - Tyypit
 - Todistustermit
- Ymmärtää luonnollisten lukujen konstruktion ja induktioperiaatteen
- Osaa induktiivista päättelyä
- Tietää miten matematiikkaa formalisoidaan tietokoneavusteisesti Leanillä

Mitä on logiikka

- Filosofian haara
- Kieli, jossa lauseet vastaavat "korrektia" päättelyä
 - "Mars on punainen" ja "Mars on planeetta"
seuraa "Mars on punainen planeetta"
 - "Mars on sininen" ja "Mars on planeetta"
seuraa "Mars on sininen planeetta"
- Perusta matematiikalle (Logisismi)
- $A \wedge (\neg A \vee B) \Rightarrow B = 1$
- $\forall x, \text{lentävä_lintu}(x) \rightarrow \text{lentää}(x)$

FOUNDATIONS

FUNDAMENTAL RULES

MATHEMATICAL LOGIC

$$p \Rightarrow q$$

CONSISTENT SET OF AXIOMS?

GÖDEL INCOMPLETENESS THEOREMS

SET THEORY



CATEGORY THEORY



MEASURE THEORY



TOPOLOGY



1 HOLE (GENUS 1)

DIFFERENTIAL GEOMETRY

COMPLEX ANALYSIS



BUTTERFLY EFFECT



CHAOS THEORY



THEORY OF COMPUTATION

00011100

$P \neq NP?$

COMPLEXITY THEORY

PARTITION THEORY

GROUP THEORY



ORDER THEORY

PURE MATHEMATICS



FRactal GEOMETRY

DYNAMICAL SYSTEMS

FLUID FLOW



ECOSYSTEMS

CARDINAL NUMBERS

\aleph_0 ALPH NULL

PRIME NUMBERS
3, 11, 43, 907

INFINITY
 ∞

COMBINATORICS



LINEAR ALGEBRA



MATRICES
(6 7)
(-3 2)

ALGEBRA
 $x^2 + 4x + 3 = 0$
 $x^2 - 4x - 3 = 0$
 $(x+3)(x-1) = 0$

VECTORS



STRUCTURES

SPACES

GEOMETRY

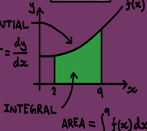
CHANGES

CALCULUS

DIFFERENTIAL
GRADIENT = $\frac{dy}{dx}$

INTEGRAL

DIFFERENTIAL EQUATIONS



VECTOR CALCULUS



VECTOR CALCULUS

OCTONION

$[e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7]$

QUATERNION

$a+bi+cj+dk$

PI
 π EXPONENTIAL
 e

COMPLEX NUMBERS
3, i, 4+3i, -4i

REAL NUMBERS
 $-4\pi, \sqrt{2}, e$

RATIONAL NUMBERS
 $-7, \frac{1}{2}, 2.32$

INTEGERS
 $\dots -2, -1, 0, 1, 2 \dots$

NATURAL NUMBERS
 $1, 2, 3, 4, 5 \dots$
+
-
x
÷
ARITHMETIC

NUMBER SYSTEMS

INDIA c. 820

ALGEBRA

FIRST ZERO 0

NEGATIVE NUMBERS

-8 III

CHINA 200 BCE

GREECE 600-300 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

EGYPT FIRST EQUATION

3000 BCE

50,000 BCE

3000 BCE

Mitä on matematiikka

Mitä on todistaminen