

## 一、选择题

1、复数 $\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ 的指数表示是（ ）

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5}{12}\pi}$ ;      (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5}{6}\pi}$ ;      (C)  $\sqrt{2}e^{i\frac{5}{12}\pi}$ ;      (D)  $\sqrt{2}e^{i\frac{5}{6}\pi}$ .

参考答案：A

2、一个非零的复数 $z$ 乘以 $-i$ ，则相当于（ ）

- (A) 将复数 $z$ 逆时针旋转 $\pi$ ;      (B) 将复数 $z$ 逆时针旋转 $\frac{\pi}{2}$ ;  
(C) 将复数 $z$ 顺时针旋转 $\frac{\pi}{2}$ ;      (D) 将复数 $z$ 顺时针旋转 $\frac{3\pi}{2}$ .

参考答案：C

3、设 $z_1$ 和 $z_2$ 为非零复数，则下列等式中，不成立的是（ ）

- (A)  $\operatorname{Ln}(z_1^2 z_2^2) = 2\operatorname{Ln}z_1 + 2\operatorname{Ln}z_2$ ;      (B)  $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\bar{z}_1 \cdot z_2}{|z_2|^2}$ ;  
(C)  $\operatorname{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \operatorname{Arg}z_1 + \operatorname{Arg}z_2$ ;      (D)  $\operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2) = \operatorname{Re}(\bar{z}_1 z_2)$ .

参考答案： A

4、下列复数中不是实数的是（ ）

- (A)  $\cos i$ ;      (B)  $\ln i$ ;      (C)  $\ln 2$ ;      (D)  $i \sin i$ .

参考答案： B

5、极限  $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{2i} \left( \frac{z}{\bar{z}} - \frac{\bar{z}}{z} \right) = ( \quad )$

(A) 1;

(B) 不存在;

(C) -1;

(D) 0.

参考答案: B

## 二、填空题

6、 $\sqrt[3]{1-i} = \sqrt[6]{2} \left( \cos \frac{-\frac{\pi}{4} + 2k\pi}{3} + i \sin \frac{-\frac{\pi}{4} + 2k\pi}{3} \right), i = 0, 1, 2$ .

7、设 $z = (\sqrt{3} - i)^7$ ，则 $\text{Im}z$ 的值为  $64$ .

8、 $\oint_{|z|=2} (|z| - e^z \sin z) dz = 0$ .

9、设 $z = \frac{(\pi+i)^{100}}{(\pi-i)^{100}}$ ，则 $|z| = 1$ .

10、设 $C$ 为正向圆周 $|z| = 3$ ， $g(\xi) = \oint_C \frac{2z^2 - z - 2}{z - \xi} dz$ ，则 $g(2) = 8\pi i$ .

### 三、计算题

1

11、设函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 在复平面上解析, 且 $v(x, y) = 6xy + 2y$ ,  $f(0) = -1$ , 求 $u(1, 1)$ 的值.

12、判别函数 $f(z) = 3|z|^2$ 在何处可导? 何处解析? **在0处可导, 处处不解析**

13、设 $z$ 满足方程 $e^z = i^i$ , 求 $\text{Im}(z)$ .

$$\text{Im}(2) = 2k\pi$$

14、设函数 $f(z) = x^2 - y^2 + iv(x, y)$ 在复平面上解析, 求 $f'(\frac{1}{2})$ 的值. **1**

15、设 $C$ 是由原点到 $1 + i$ 的直线段, 求积分 $\int_C (\bar{z})^2 dz$ 的值.  **$\frac{2}{3} - \frac{2}{3}i$**

16、求积分  $\oint_{|z|=1} \operatorname{Im}(z) dz$ .  $-\pi$

17、求积分  $\oint_{|z|=2} \frac{\sin \frac{\pi}{4} z}{z^2 - 1} dz$ .  $\sqrt{2}\pi i$

18、(本题 6 分) 求积分  $\oint_{|z|=3} \frac{\sin z}{\left(z - \frac{\pi}{2}\right)^4} dz$ .  $0$

19、(本题 6 分) 求积分  $\oint_{|z|=2} \frac{\bar{z}}{|z|} dz$ .  $4\pi i$

20、(本题 6 分) 求积分  $\int_0^i z e^{z^2} dz$ .  $\frac{1}{2}(e^{-1} - 1)$

21、（本题 6 分）设函数  $f(z) = x^2 + 2xy - y^2 + i(y^2 + axy - x^2)$  在复平面内处处解析，求常数  $a$ .

$$a = 2$$

22、（本题 4 分）设  $\gamma$  是上半单位圆周（逆时针旋转），则  $\left| \int_{\gamma} \frac{e^z}{z} dz \right| \leq \pi e$ .