概率论与数理统计期末练习卷

一、单项选择题

1.某人向同一目标独立重复进行射击，每次击中目标的概率为p $(0<p<1)$，则此人第四次射击时恰好第 2 次命中目标的概率为(　　)。

(A)$3p(1-p)^2$　　(B) $6p(1-p)^2$

(C)$3p^2(1-p)^2$　　(D) $6p^2(1-p)^2$

2.假设事件A和B满足$P(B|A)=1$，则（　　）。

(A) A 是必然事件　　(B) $P(\bar{B}|A)=0$

(C) $B\subset A$　　(D) $A\subset B$

3.已知随机变量$X\sim N(\mu,16)$，又$P\{X\le -2\}=0.5$，则$P\{X<2\}$（　）。

（A）$\phi(2)$　（B）$\phi(0)$　（C）$\phi(1)$　（D）$\phi(3)$

4.设函数$F(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ x, & 0\le x\le 1/2 \\ 1, & x>1/2 \end{cases}$，则$F(x)$（　）。

（A）是离散型随机变量的分布函数　（B）是连续型随机变量的分布函数

（C）是随机变量的分布函数　（D）不是随机变量的分布函数

5.设随机变量X和Y都服从正态分布$N(0,\sigma^2)$，且P$\{X\le 1, Y\le -1\}=1/4$，则P$\{X>1, Y>-1\}$等于（　）。

(A) 1/4　(B) 1/2

(C) 3/4　(D) 1/16

6.设随机变量X的期望和方差均存在，则下列选项**正确**的是（　）

(A) $D\big(D(X)\big)=0$　(B) $D\big(D(X)\big)=1$

(C) $E\big(E(X)\big)=2E(X)$　(D) $E\big(E(X)\big)=E^2(X)$

7.设$X_1,X_2,\ldots,X_n$为来自正态总体$N(\mu,\sigma^2)$的简单随机样本，$\bar{X}$为样本平均值，记：

$$S_1{}^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2,\quad S_2{}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2,$$

$S_3{}^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$，　　$S_4{}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$

则服从自由度为$n-1$的 t 分布的随机变量是(　　)。

(A)$t=\frac{\bar{X}-\mu}{S_1/\sqrt{n-1}}$　　　　(B)　$t=\frac{\bar{X}-\mu}{S_2/\sqrt{n-1}}$

(C)　$t=\frac{\bar{X}-\mu}{S_3/\sqrt{n}}$　　　　(D)　$t=\frac{\bar{X}-\mu}{S_4/\sqrt{n}}$

8.下列哪个**不属于**常用估计量的评选标准的是（　）

(A) 无偏性 (B) 有效性　(C) 相合性　(D)灵活性

9. 在假设检验中，显著性水平α表示(　).

(A) H_0为真接受H_0的概率　　　(B) H_0 为真拒绝H_0的概率

(C) H_0为不真接受H_0的概率　　　(D) H_1为真接受H_1的概率

10. 已知$\phi(1)=0.8413$，则上α分为点$Z_{0.8413}=$（　　）。

(A) 0.8413　(B) 0.1587　(C) 1　(D) −1

二、填空题（每空 3 分，共 15 分）

11.设$P(A)=0.5, P(B)=0.6, P(AB)=0.3$，则$P(\overline{A\cup B})=$ ________。

12.设X是连续型随机变量，其密度函数为 $f(x)=\begin{cases} c(4x-2x^2), & 0<x<2 \\ 0, & 其它 \end{cases}$，则常数$c$=__________。（**结果用分数表示**）

13.已知随机变量X服从参数为 1 的泊松分布，则$P\{X=E(X^2)\}$=__________。

14.设随机变量X具有 $E(X)=2, D(X)=3$，则由切比雪夫不等式得$P\{|X-2|\geq 4\}\leq$ __________。（**结果用分数表示**）

15.设随机变量X～$F(n,n)$且$P\{X>a\}=0.2$，a为常数，则$P\left\{X>\frac{1}{a}\right\}=$ ________。

16. 设随机变量X与Y相互独立，下表是二维随机变量(X,Y)的联合分布律及边缘分布律中的部分数值，请将表中空白①至⑧填入正确的数值，并写出计算过程。

$X \backslash Y$	y_1	y_2	y_3	$P\{X=x_i\}=p_{i\cdot}$
x_1	①	$\frac{1}{8}$	②	③
x_2	$\frac{1}{8}$	④	⑤	⑥
$P\{Y=y_j\}=p_{\cdot j}$	$\frac{1}{6}$	⑦	⑧	1

过程：

结果：

①______ ；②______ ；③______；④______；⑤______；⑥______；⑦______；⑧ _

17． 设总体X的概率密度函数$f(x;\lambda)=\begin{cases}\lambda^2 x\, e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，其中$\lambda>0$为未知参数，$X_1,X_2,\dots,X_n$为来自总体$X$的随机样本，$x_1,x_2,\dots,x_n$为相应的样本值。

求：（1）参数λ的**矩估计量**；（2）参数λ的**最大似然计量**。

18． 由于某渔业养殖场收到水质污染，需要测定该养殖场中的鱼的含汞量，随机地取 10 条鱼，测得各条鱼的含汞量（单位：毫克）为：

0.8　1.6　0.9　0.8　1.2　0.4　0.7　1.0　1.2　1.1

计算得 $\bar{x}=0.97$，$S^2=0.33^2$。 假设鱼的含汞量服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，求：

（1）关于σ^2的置信水平为 0.9 的双侧置信区间；

（2）检验假设$H_0:\mu\le 1.2$，$H_1:\mu>1.2$（右边检验，取$\alpha=0.1$）。

（$\chi^2_{0.05}(9)=16.92,\chi^2_{0.95}(9)=3.33,t_{0.1}(9)=1.383,\sqrt{10}=3.16$）

（最终结果保留两位小数）

19． 设 $X_1,X_2,\dots,X_{30}$是一组独立同服从均匀分布$U(0,1)$的随机变量序列。根据中心极限定理求$P\{\sum_{i=1}^{30}X_i\ge 12\}$的概率。**（结果用$\phi(\cdot)$表示，结果可以含根式）**

20． 设随机变量(X,Y)的分布函数

$$F(x,y)=\begin{cases}(1-e^{-2x})(1-e^{-3y}), & x>0,y>0\\ 0, & \text{其它}\end{cases},$$

求（1）$F_X(x)$， $f_X(x)$，$f_Y(y)$； (2) X与Y是否相互独立？（3）$f_{X|Y}(x|y)$；（4）$\mathrm{Cov}(-X,Y)$。

21．设总体X服从参数为θ的指数分布，其概率密度函数为

$$f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}e^{-x/\theta}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}，其中\theta>0为未知参数，$$

$X_1,X_2,\dots,X_n$为来自总体X的随机样本。

证明：（1） $\bar{X}$ 和 $nY=n\min(X_1,X_2,\dots,X_n)$均为$\theta$的无偏估计量；

（2）$\bar{X}$ 较 nY有效。