

一、选择题

1、复数 $\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ 的指数表示是（ ）

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5}{12}\pi}$; (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5}{6}\pi}$; (C) $\sqrt{2}e^{i\frac{5}{12}\pi}$; (D) $\sqrt{2}e^{i\frac{5}{6}\pi}$.

参考答案： A

2、一个非零的复数 z 乘以 $-i$, 则相当于（ ）

- (A) 将复数 z 逆时针旋转 π ;
(B) 将复数 z 逆时针旋转 $\frac{\pi}{2}$;
(C) 将复数 z 顺时针旋转 $\frac{\pi}{2}$;
(D) 将复数 z 顺时针旋转 $\frac{3\pi}{2}$.

参考答案： C

3、设 z_1 和 z_2 为非零复数，则下列等式中，不成立的是（ ）

(A) $\ln(z_1^2 z_2^2) = 2\ln z_1 + 2\ln z_2;$

(B) $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1} \cdot z_2}{|z_2|^2};$

(C) $\arg\left(\frac{z_1}{\overline{z}_2}\right) = \arg z_1 + \arg z_2;$

(D) $\operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2) = \operatorname{Re}(\bar{z}_1 z_2).$

参考答案： A

4、下列复数中不是实数的是（ ）

(A) $\cos i;$

(B) $\ln i;$

(C) $\ln 2;$

(D) $i \sin i.$

参考答案： B

5、极限 $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{2i} \left(\frac{z}{\bar{z}} - \frac{\bar{z}}{z} \right) = (\quad)$

- (A) 1; (B) 不存在; (C) -1; (D) 0.

参考答案: B

二、填空题

6、 $\sqrt[3]{1-i} = \underline{\sqrt[6]{2} \left(\cos \frac{-\frac{\pi}{4} + 2k\pi}{3} + i \sin \frac{-\frac{\pi}{4} + 2k\pi}{3} \right)}, k=0,1,2$.

7、设 $z = (\sqrt{3} - i)^7$, 则 $Im z$ 的值为 64.

8、 $\oint_{|z|=2} (|z| - e^z \sin z) dz = \underline{0}$.

9、设 $z = \frac{(\pi+i)^{100}}{(\pi-i)^{100}}$, 则 $|z| = \underline{1}$.

10、设 C 为正向圆周 $|z| = 3$, $g(\xi) = \oint_C \frac{2z^2 - z - 2}{z - \xi} dz$, 则 $g(2) = \underline{8\pi i}$.

三、计算题

1

11、设函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 在复平面上解析, 且 $v(x, y) = 6xy + 2y$, $f(0) = -1$, 求 $u(1, 1)$ 的值.

12、判别函数 $f(z) = 3|z|^2$ 在何处可导? 何处解析? **在0处可导, 处处不解析**

13、设 z 满足方程 $e^z = i^i$, 求 $\operatorname{Im}(z)$. **$\operatorname{Im}(2) = 2k\pi$**

14、设函数 $f(z) = x^2 - y^2 + iv(x, y)$ 在复平面上解析, 求 $f'(\frac{1}{2})$ 的值. **1**

15、设 C 是由原点到 $1 + i$ 的直线段, 求积分 $\int_C (\bar{z})^2 dz$ 的值. **$\frac{2}{3} - \frac{2}{3}i$**

16、求积分 $\oint_{|z|=1} \operatorname{Im}(z) dz.$ -π

17、求积分 $\oint_{|z|=2} \frac{\sin \frac{\pi}{4} z}{z^2 - 1} dz.$ \sqrt{2}\pi i

18、(本题 6 分) 求积分 $\oint_{|z|=3} \frac{\sin z}{\left(z - \frac{\pi}{2}\right)^4} dz.$ 0

19、(本题 6 分) 求积分 $\oint_{|z|=2} \frac{\bar{z}}{|z|} dz.$ 4\pi i

20、(本题 6 分) 求积分 $\int_0^i z e^{z^2} dz.$ \frac{1}{2}(e^{-1} - 1)

21、(本题 6 分) 设函数 $f(z) = x^2 + 2xy - y^2 + i(y^2 + axy - x^2)$ 在复平面内处处解析, 求常数 a .

$$a = 2$$

22、(本题 4 分) 设 γ 是上半单位圆周 (逆时针旋转), 则 $\left| \int_{\gamma} \frac{e^z}{z} dz \right| \leq \pi e.$