

高压油管压力控制问题的研究

摘要

本文综合分析了高压油管的进油量、出油量与时间的微分关系，给出了高压油管在不同情况下的压力变化情况，建立压力控制模型，讨论了如何控制高压油管内压力稳定的问题。

对于附件中的数据，利用 MATLAB 进行多项式拟合，分别得到凸轮边缘曲线极径与极角的关系式，针阀运动高度与时间的关系式，弹性模量与压力的关系式。

对于问题一，建立了高压油管压力变化的微分方程，再根据目标建立最优决策模型。油管压力变化同时受供油装置和喷油装置影响，且两个装置互相独立，因此我们首先可以分别计算出供油与喷油导致压力变化的微分方程，再作差得到油管压力变化的微分方程。针对情况一，将连续的时间离散化，以周期内每一单位时间压力偏移量之和均值最小或周期内压力最大偏移量最小为目标，建立最优决策模型。给定系统工作的时段，以 0.01 的步长进行搜索，得到单向阀每次开启时间为 0.25ms 时稳定效果最优，且同时满足了两个决策目标。此时压力偏移量之和均值为 1.5732MPa ，最大偏移量的最小值为 4.734MPa 。对于情况二，首先以规定时间的实际压力与期望压力之差最小为目标，之后类比情况一的模型控制压力的稳定，得到第一阶段阀门开启时间分别为 0.77ms 、 0.58ms 、 0.56ms ，稳定压力在 150MPa 阶段时，阀门开启时间为 0.67ms 。

对于问题二，在问题一的基础上，深入分析高压油泵和喷油嘴的工作原理，得到其分别导致压力变化的微分方程，将其转化为与问题一相似的模型，再进行求解。结合实际工作过程，柱塞向上运动时，单向阀先关闭后开启，柱塞向下运动时，单向阀始终关闭；由此通过求柱塞腔残余容积变化的微分方程，推导出柱塞腔内压力变化的微分方程；喷油嘴针阀升程随时间变化，利用三角函数等计算出喷油嘴工作时液体有效通行面积的分段函数。因为燃油经喷油嘴进入标准大气压环境，利用流量公式计算出喷油对高压油管内燃油压力变化的微分方程，再结合问题一中的压力控制模型，通过步长搜索进行求解。最后我们得到角速度为 0.08rad/ms ，决策目标平均偏移量为 2.3389MPa ，最大偏移量 5.0955MPa 。

对于问题三情况一，在问题二的基础上，增加一个喷油嘴，改变喷油对油管压力的影响。喷油嘴工作使油管内压力减小，当存在两个喷油管在同一时刻工作，则其对压力影响更大，不利于稳定油管压力。所以根据问题二的喷油微分方程，以两个喷油嘴不在同一时刻工作为前提，建立喷油活动导致油管压力变化的微分方程。再结合问题二的供油微分方程，作差得到此情况下油管压力变化的微分方程。类比上述模型的控制压力稳定的目标，利用步长搜索，得到另一个喷油嘴一个周期中在 53.45ms 时开始工作。

对于问题三情况二，在情况一的基础上再增加一个减压阀。开启减压阀则高压燃油进入低压回路。因为在柴油机的整个系统中形成联通回路，回路分为低压油路与高压油路两部分，可以判断低压回路的燃油压力应等于问题二中给出的油泵中的低压燃油的压力 0.5MPa 。由此按照第一问的推理步骤，计算出减压阀导致油管压力变化的微分方程。再与供油及喷油的压力变化方程联合作差，得到油管压力变化的微分方程。类比上述模型的控制压力稳定的目标，利用步长搜索，可得结果。

关键词：微分方程；定步长搜索；优化决策模型；拟合

一、问题重述

高压油管的压力控制是燃油发动机高效工作的关键之一。燃油进入和喷出的间歇性工作过程会导致高压油管内压力的变化，使所喷出的燃油量出现偏差，从而影响发动机的效率，考虑不同情况下，建立模型，给出方案，使得高压油管的压力能够实现稳定：

问题一：某型号高压油管的内腔长度为 500mm，内直径为 10mm，供油入口 A 处小孔的直径为 1.4mm，通过单向阀开关控制，单向阀每打开一次后就要关闭 10ms。喷油器每秒工作 10 次，每次工作时喷油时间为 2.4ms，喷油器喷油速率给出。高压油泵在 A 处压力恒为 160 MPa，高压油管内的初始压力为 100 MPa。如果要将高压油管内的压力尽可能稳定在 100 MPa 左右，如何设置单向阀每次开启的时长？如果要将高压油管内的压力从 100 MPa 增加到 150 MPa，且分别经过约 2 s、5 s 和 10 s 的调整过程后稳定在 150 MPa，给出单向阀开启的时长的调整方案。

问题二：给出燃油来源的柱塞腔与喷油嘴的工作原理。凸轮驱动柱塞上下运动，当柱塞腔内的压力大于高压油管内的压力时，单向阀开启，燃油进入高压油管内。喷油嘴上方有一针阀，当其升程大于 0 时，针阀开启，燃油向喷孔流动，通过喷孔喷出。附件给出凸轮边缘曲线与角度的关系和一个喷油周期内针阀升程与时间的关系。据此确定凸轮的角速度，使得高压油管内的压力尽量稳定在 100 MPa 左右。

问题三：在问题 2 的基础上，再增加一个喷油嘴，每个喷嘴喷油规律相同，喷油和供油策略应如何调整？在 D 处安装一个直径为 1.4mm 的单向减压阀，打开后会使得高压油管内燃油的压力减小。请给出高压油泵和减压阀的控制方案。

二、模型的假设

- 1、不考虑流体在管道内流动的损耗，即管道内各处流体压力总是相等。
- 2、高压油管在工作期间运行良好，不会出现破裂、堵塞等故障。
- 3、喷油嘴工作时导致的管内压力影响忽略不计。
- 4、油管因高压发生的微小形变忽略不计，即油管的体积保持不变。
- 5、从喷油嘴喷出的燃油直接进入标准大气压环境。
- 6、高压油管与喷油嘴中燃油压力相差可忽略不计。

三、符号说明与名词解释

$T_{\text{进}}$	控制燃油进入高压油管的单向阀每次开启的时长
$P_{\text{进}}(t)$	燃油进入高压油管导致的高压油管内压力变化量随时间的关系
$P_{\text{出}}(t)$	燃油流出高压油管导致的高压油管内压力变化量随时间的关系
$P(t)$	表示随时间 t 变化的管内实际压力
$v_B(t)$	喷油嘴的喷油速率
h_i	柱塞腔内压力恰好等于高压油管内燃油压力时柱塞移动的距离

P_z	柱塞腔内燃油的压力
$A(t)$	针阀底部与喷油嘴水平面形成的圆环面积

四、模型的准备

4.1 燃油的压力与密度的关系

由注 2，燃油的压力变化量与密度变化量成正比，比例系数为 $\frac{E}{\rho}$ ，即在时间区间 $[t, t + \Delta t]$ ：

$$\frac{dP}{d\rho} = \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\rho(t + \Delta t) - \rho(t)} = \frac{E}{\rho} \quad (4-1)$$

ρ 为燃油密度， E 为弹性模量，当压力为 100Mpa 时，燃油的密度为 0.850 mg/mm^3

由附件 3 中弹性模量与压力的关系，使用 MATLAB 中曲线拟合工具箱 cftool 做多项式拟合,得：

$$E = (4.064e-12)P^6 + (-1.24e-09)P^5 + (3e-07)P^4 + (9.352e-06)P^3 + 0.01164P^2 + 4.856P + 1538 \quad (4-2)$$

$SSE = 0.433 < 1$ ，拟合效果好

将(4-3)代入(4-4)中，使用 MATLAB 求数值解，再进行多项式拟合，且 $SSE < 1$ ：

$$P = P(\rho) = (1.136e+07)\rho^4 + (-3.918e+07)\rho^3 + (5.072e+07)\rho^2 + (-2.918e+07)\rho + 6.297e+06 \quad (4-5)$$

4.2 进出高压油管的燃油流量

$$Q = CA\sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}} \quad (4-6)$$

Q 为单位时间流过小孔的燃油量 (mm^3/ms)， $C = 0.85$ 为流量系数， A 为小孔的面积 (mm^2)， ΔP 为小孔两边的压力差 (MPa)， ρ 为高压侧燃油的密度 (mg/mm^3)。

4.3 凸轮边缘曲线极径和极角的关系

$$s = s(\theta) \quad (4-7)$$

由附件 1 中极径和极角的数据，使用 MATLAB 做多项式拟合， $SSE < 1$ 得：

$$s = -0.06315\theta^4 + 0.7934\theta^3 - 2.647\theta^2 + 0.9696\theta + 7.09 \quad (4-8)$$

4.4 针阀运动距离与时间的关系

$$h = h(t) \quad (4-9)$$

由附件 2 数据，使用 MATLAB 中做多项式拟合， $SSE < 1$ 得：

$$h(t) = \begin{cases} -281.8t^4 + 235.9t^3 - 45.31t^2 + 2.976t - 0.03891 & 0 < t \leq 0.45 \\ 2 & 0.45 < t \leq 2 \\ -280t^4 + 2509t^3 - 8402t^2 + (1.246e+04)t - 6897 & 2 < t \leq 2.45 \\ 0 & 2.45 < t \leq 100 \end{cases} \quad (4-10)$$

五、问题一模型的建立与求解

5.1 问题一的分析

问题一要求针对两种不同情况给出阀门开放时间方案，情况一是要使得油管内部压力稳定在初始压力 100Mpa ；情况二是将高压油管内的压力从 100Mpa 增加到 150Mpa ，且分别经过约 2s ， 5s 和 10s 的调整过程后稳定在 150Mpa 。

假设高压油管内压力处处相同，则高压油管内压力变化分为两部分，一部分是高压油泵进油使压力增大，另一部分是喷油管出油使压力减小。我们根据 Δt 时间内，燃油流过一处时质量不变，分别得到供油与喷油过程中密度 $\Delta\rho$ 与时间 Δt 的关系，从而得到压力 ΔP 与 Δt 的关系，分别建立供油和喷油的压力变化微分方程，得到关于油管内压力变化的微分方程。

对于情况一，要求稳定初始压力 100Mpa ，在给定单向阀开放时间时，我们考虑了两种决策方案，一是保证一个系统周期内压力偏移量之和的均值最小，二是考虑在一个系统周期内的某时刻的最大偏移量最小。

对于情况二，应先在给定时间内令油管内压力尽可能接近 150Mpa ，再使其在之后时间内尽量稳定在 150Mpa ，即与情况一类似。

5.2 情况一模型的建立

5.2.1 燃油进入的压力变化

因 A 口压力恒定，故从 A 口流入的燃油密度恒定，则可计算出很短一段时间内进入高压油管的燃油质量。油管体积不变，已得到燃油进入使高压油管内燃油质量变化量，则可求得燃油的密度变化量，进而得到进油导致的油管内压力变化量。

当阀门打开时，燃油从压力恒为 160Mpa 的入口 A 处进入时，密度为 ρ_A ；当阀门关闭时，燃油不进入油管。考虑在时间区间 $[t, t + \Delta t]$ 内从 A 口流入燃油的质量，假定初始时刻单向阀开启，得^[1]：

$$m(t + \Delta t) - m(t) = \Delta m_{\text{进}} = \begin{cases} \rho_A \cdot \int_t^{t+\Delta t} Q(t) \cdot dt & nT_{\text{进}} < t \leq (n+1)T_{\text{进}} \\ 0 & (n+1)T_{\text{进}} < t \leq (n+1)T_{\text{进}} + 10 \end{cases} \quad (n=0,1,2,3,\dots) \quad (5-1)$$

其中, $T_{\text{进}}$ 为单向阀每次开启的时长。 ρ_A 代表 $P_A=160\text{MPa}$ 的燃油密度。

因为流量 $Q(t)=CA\cdot\sqrt{\frac{2[P_A-P(t)]}{\rho_A}}$ 连续函数, 由积分中值定理得:

$$\Delta m_{\text{进}} = \begin{cases} \rho_A \cdot CA \cdot \sqrt{\frac{2[P_A-P(\xi)]}{\rho_A}} \cdot \Delta t & nT_{\text{进}} < t \leq (n+1)T_{\text{进}} \\ 0 & (n+1)T_{\text{进}} < t \leq (n+1)T_{\text{进}} + 10 \end{cases} \quad (n=0,1,2,3\cdots) \quad (5-2)$$

其中, $\xi \in (t, t+\Delta t)$

因为高压油管的体积恒定, 根据密度公式, 在时间区间 $[t, t+\Delta t]$ 内的密度变化为:

$$\rho(t+\Delta t) - \rho(t) = \frac{m(t+\Delta t) - m(t)}{V_{\text{管}}} = \frac{\Delta m_{\text{进}}}{V_{\text{管}}} \quad (5-3)$$

燃油的压力变化量与密度变化量成正比, 则 $[t, t+\Delta t]$ 内油管内的压力变化为:

$$\begin{aligned} P_{\text{进}}(t+\Delta t) - P_{\text{进}}(t) &= \frac{E}{\rho} \cdot [\rho(t+\Delta t) - \rho(t)] \\ &= \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{CA\Delta t}{V_{\text{管}}} \cdot \sqrt{2\rho_A[P_A-P(\xi)]} & nT_{\text{进}} < t < (n+1)T_{\text{进}} \\ 0 & (n+1)T_{\text{进}} < t < (n+1)T_{\text{进}} + 10 \end{cases} \quad (n=0,1,2,3\cdots) \end{aligned} \quad (5-4)$$

其中, $V_{\text{管}}$ 表示高压油管的体积, $\rho_{\text{管}}$ 表示管内燃油的密度, $P_{\text{进}}(t)$ 表示在不考虑燃油喷出状况下随时间 t 变化的管内压力函数。

公式两边同时除以 Δt , 并令 $\Delta t \rightarrow 0$ 取极限, 得:

$$\frac{dP_{\text{进}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{CA}{V_{\text{管}}} \cdot \sqrt{2\rho_A(P_A-P)} & nT_{\text{进}} < t < (n+1)T_{\text{进}} \\ 0 & (n+1)T_{\text{进}} < t < (n+1)T_{\text{进}} + 10 \end{cases} \quad (n=0,1,2,3\cdots) \quad (5-5)$$

其中, P 表示随时间变化的管内实际压力。

5.2.2 燃油喷出的压力变化

喷油嘴每秒工作十次, 即 100ms 为一个完整的周期, 其中 2.4ms 为喷油嘴工作时间, 97.6ms 为喷油嘴休息待工时间。当喷油嘴关闭时, 燃油不喷出; 燃油在时刻 t 的密度为 $\rho(t)$, 由题意, 喷油嘴打开时, 在一个喷油周期 2.4ms 内喷油速率为:

$$v_B(t) = \begin{cases} 100t & 0 < t \leq 0.2 \\ 20 & 0.2 < t \leq 2.2 \\ 240-100t & 2.2 < t \leq 2.4 \end{cases} \quad (5-6)$$

考虑时间区间 $[t, t+\Delta t]$ 内的喷出燃油的质量，根据密度公式，积分得：

$$\Delta m_{\text{出}} = \begin{cases} \int_t^{t+\Delta t} v_B(t) \rho(t) dt & 0 < t \leq 2.4 \\ 0 & 2.4 < t \leq 100 \end{cases} \quad (5-7)$$

根据燃油进入的压力变化推导过程，利用中心极限定理、质量与密度的关系、密度与压力的关系等，同理可得：

$$\frac{dP_{\text{出}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{100t \cdot \rho(t)}{V_{\text{管}}} & 0 < t \leq 0.2 \\ \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{20 \cdot \rho(t)}{V_{\text{管}}} & 0.2 < t \leq 2.2 \\ \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{(240-100t) \cdot \rho(t)}{V_{\text{管}}} & 2.2 < t \leq 2.4 \\ 0 & 2.4 < t \leq 100 \end{cases} \quad (5-8)$$

5.2.3 油管整体的压力变化

燃油进出对高压油管的内部压力均有影响，一方面燃油进入使管内压力增大；另一方面燃油流出使管内压力减小，故：

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dP_{\text{进}}}{dt} - \frac{dP_{\text{出}}}{dt} \quad (5-9)$$

5.2.4 决策目标

初始状态，阀门与喷油嘴同时打开，该时刻与两者下一次同时打开的时刻之间的间隔时间为一个大周期 T_t ，首先将大周期分为等长度的 n 段， $n \rightarrow +\infty$ ，在 $i\Delta t$ 时刻对应的压力偏移为：

$$\Delta P_i = |P(i\Delta t) - P_0| = |P(i\Delta t) - 100| \quad (i = 1, 2, 3 \dots) \quad (5-10)$$

为保证该阶段压力尽量稳定，我们给出两种决策方案：

5.2.4.1 大周期内的最大偏移量最小

目标一为：

$$\min \left\{ \max \{ |\Delta P_1|, |\Delta P_2|, |\Delta P_3|, \dots \} \right\} \quad (5-11)$$

5.2.4.2 周期内的偏移量之和最小

即所有的压力偏移量之和的均值最小，则目标二为：

$$\min \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta P_i| \quad (5-12)$$

5.2.5 模型的综合

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{目标} \left\{ \begin{array}{l} \min \{ \max \{ |\Delta P_1|, |\Delta P_2|, |\Delta P_3|, \dots \} \} \\ \min \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta P_i| \end{array} \right. \\ \frac{dP}{dt} = \frac{dP_{\text{进}}}{dt} - \frac{dP_{\text{出}}}{dt} \\ \frac{dP_{\text{进}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{CA}{V_{\text{管}}} \cdot \sqrt{2\rho_A(P_A - P)} & nT_{\text{进}} < t \leq (n+1)T_{\text{进}} \\ 0 & (n+1)T_{\text{进}} < t \leq (n+1)T_{\text{进}} + 10 \end{cases} \quad (n=0,1,2,3\cdots) \\ \frac{dP_{\text{出}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{100t \cdot \rho(t)}{V_{\text{管}}} & 0 < t \leq 0.2 \\ \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{20 \cdot \rho(t)}{V_{\text{管}}} & 0.2 < t \leq 2.2 \\ \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{(240-100t) \cdot \rho(t)}{V_{\text{管}}} & 2.2 < t \leq 2.4 \\ 0 & 2.4 < t \leq 100 \end{cases} \end{array} \right. \quad (5-13)$$

5.3 情况二的模型建立

对于情况二，控制过程分为两个阶段，一个阶段使压力增大，一个阶段实现压力的稳定。

5.3.1 阶段一：压力增大

首先分别要在规定时间 2, 5, 10s 内实现压力从 100MPa 到 150MPa 的增长，控制此时的单向阀每次开启的时长为 $T_{\text{进}}^1$ ，参考情况一的压力控制模型得到燃油进入的压力变化差：

$$\frac{dP_{\text{进}1}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{CA}{V_{\text{管}}} \cdot \sqrt{2\rho_A(P_A - P)} & nT_{\text{进}}^1 < t \leq (n+1)T_{\text{进}}^1 \\ 0 & (n+1)T_{\text{进}}^1 < t \leq (n+1)T_{\text{进}}^1 + 10 \end{cases} \quad (n=0,1,2,3\cdots) \quad (5-14)$$

阶段一持续至 t_0 时刻，使该时刻的管内压力尽量接近 150MPa，此时目标为：

$$\min |P(t_0) - 150| \quad (t_0 = 2, 5, 10) \quad (5-15)$$

模型的综合：

$$\left\{ \begin{array}{l} \min |P(t_0) - 150| \quad (t_0 = 2, 5, 10) \\ \frac{dP}{dt} = \frac{dP_{\text{进1}}}{dt} - \frac{dP_{\text{出}}}{dt} \\ \frac{dP_{\text{进1}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{CA}{V_{\text{管}}} \cdot \sqrt{2\rho_A(P_A - P)} & nT_{\text{进}}^1 < t \leq (n+1)T_{\text{进}}^1 \\ 0 & (n+1)T_{\text{进}}^1 < t \leq (n+1)T_{\text{进}}^1 + 10 \end{cases} \quad (n = 0, 1, 2, 3 \dots) \\ \frac{dP_{\text{出}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{100t \cdot \rho(t)}{V_{\text{管}}} & 0 < t \leq 0.2 \\ \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{20 \cdot \rho(t)}{V_{\text{管}}} & 0.2 < t \leq 2.2 \\ \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{(240 - 100t) \cdot \rho(t)}{V_{\text{管}}} & 2.2 < t \leq 2.4 \\ 0 & 2.4 < t \leq 100 \end{cases} \end{array} \right. \quad (5-16)$$

5.3.2 阶段二：压力稳定

在 t_0 时刻后，实现管内温度尽量稳定在 150 MPa ，设此阶段单向阀每次开启的时长为 $T_{\text{进}}^2$ ，则此时压力变化方程为：

$$\frac{dP_{\text{进2}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{CA}{V_{\text{管}}} \cdot \sqrt{2\rho_A(P_A - P)} & t_0 + nT_{\text{进}}^2 < t < t_0 + (n+1)T_{\text{进}}^2 \\ 0 & t_0 + (n+1)T_{\text{进}}^2 < t < t_0 + (n+1)T_{\text{进}}^2 + 10 \end{cases} \quad \begin{cases} (n = 0, 1, 2, 3 \dots) \\ (t_0 = 2, 5, 10) \end{cases} \quad (5-17)$$

初始状态，阀门与喷油嘴同时打开，该时刻与两者下一次同时打开的时刻之间的间隔时间为一个大周期 T_t ，首先将大周期分为等长度的 n 段， $n \rightarrow +\infty$ ，第 i 段时间对应的压力偏移量为：

$$\Delta P_i = |P(i\Delta t) - 150| \quad (i = 1, 2, 3 \dots) \quad (5-18)$$

此时目标为：

$$\begin{cases} \text{目标一：} \min \left\{ \max \left\{ |\Delta P_1|, |\Delta P_2|, |\Delta P_3|, \dots \right\} \right\} \\ \text{目标二：} \min \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta P_i| \end{cases} \quad (5-19)$$

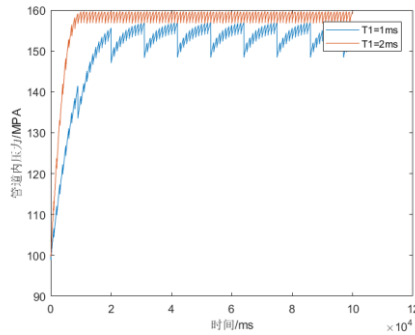
模型的综合：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{目标} \left\{ \begin{array}{l} \min \left\{ \max \left\{ |\Delta P_1|, |\Delta P_2|, |\Delta P_3|, \dots \right\} \right\} \\ \min \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta P_i| \end{array} \right. \\ \frac{dP}{dt} = \frac{dP_{\text{进}2}}{dt} - \frac{dP_{\text{出}}}{dt} \\ \frac{dP_{\text{进}2}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{CA}{V_{\text{管}}} \cdot \sqrt{2\rho_A(P_A - P)} & t_0 + nT_{\text{进}}^2 < t < t_0 + (n+1)T_{\text{进}}^2 \\ 0 & t_0 + (n+1)T_{\text{进}}^2 < t < t_0 + (n+1)T_{\text{进}}^2 + 10 \end{cases} \quad \begin{cases} (n=0,1,2,3,\dots) \\ (t_0=2,5,10) \end{cases} \\ \frac{dP_{\text{出}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{100t \cdot \rho(t)}{V_{\text{管}}} & 0 < t \leq 0.2 \\ \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{20 \cdot \rho(t)}{V_{\text{管}}} & 0.2 < t \leq 2.2 \\ \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{(240-100t) \cdot \rho(t)}{V_{\text{管}}} & 2.2 < t \leq 2.4 \\ 0 & 2.4 < t \leq 100 \end{cases} \end{array} \right. \quad (5-20)$$

5.4 问题一的求解

5.4.1 求解的步骤(二重定步长搜索)

先定一个大步长 1, 对 $T=1:10$, 得到这 10 个 T 下压力随时间的变化, 图像只选取 1 和 2 展示, 如图一所示, 观察发现 $T=1\text{ms}$ 时, 就完全不能平稳在 100MPa , 故单向阀开启时间显然小于 1ms :



图一: 大步长图像

5.4.1.1 情况一(压力稳定在 100MPa)

Step1 确定决策变量 T 的小步长 $=0.01$, 对于 $[0.01, 1]$ 分割而成的 100 个 T 值, 进行 step2 到 step7, 分别计算该值下的管道压力随时间的变化关系;

Step2 以 0.01ms 为时间步长, 把 10s 分割成 10^6 个时间点, 初始化计时器 $t=0$, 因为管道压力随时间变化 $\frac{dp}{dt} = \frac{dp_{\text{进}}}{dt} - \frac{dp_{\text{出}}}{dt}$, $\frac{dp_{\text{进}}}{dt}$ 是 2 阶段的分段函数, $\frac{dp_{\text{出}}}{dt}$ 是 4 阶段的分段函数, 所以 $\frac{dp}{dt}$ 是 8 阶段的分段函数;

Step3 单向阀工作的周期 $T_1 = T + 10$, 用 MATLAB 的 $\text{mod}(t, T_1)$ 函数求出单向阀在一个 T_1 内所处的时刻, 将这一时刻与 $\frac{dp_{\text{进}}}{dt}$ 的分段点比较, 得到当前阶段的 $\frac{dp_{\text{进}}}{dt}$;

Step4 同理，喷油嘴工作的周期 $T_2=100$ ，用 $\text{mod}(t, T_2)$ 求出喷油嘴在一个 T_2 内所处的时刻，将这一时刻与 $\frac{dp_{\text{出}}}{dt}$ 的分段点比较，得到当前阶段的 $\frac{dp_{\text{出}}}{dt}$ ；

Step5 因此，我们得到了当前阶段的 $\frac{dp}{dt}$ ，单向阀和喷油嘴分别进入下一阶段所需时间中的最小值 t_{last} ，就是 $\frac{dp}{dt}$ 进入下一阶段的时间，我们以当前管道压力 P_{present} 为初值，用 `ode15s` 函数计算出 $[t \ t+t_{\text{last}}]$ 区间内的数值解，更新计时器 $t = t+t_{\text{last}}$ ，同时更新 P_{present} ，然后，重复 step2-step5，直到 $t \geq 10s$ ；

Step6 对于确认的 T ，计算出所有时刻 $\text{abs}(\text{油管压力}-100)$ ，求和再除以时刻数得到平均偏移量，找出最大值就是最大偏移量；

Step7 根据不同的决策目标，分别得到平均偏移量最小时的 T 和最大偏移量最小时的 T 。

5.4.1.2 情况二：阶段一（压力增长）

通过前面定的大步长的图一，观察发现 $T=2s$ 时，在 $2s$ 之前管内压力就到达了 160Mpa ，并在 160Mpa 上下短幅波动：

在情况一求解步骤的基础上只进行三步修改：

Step1 选择 0.01 的小步长，对 $0.01:0.01:2$ 的 T 求解微分方程；

Step6 分别计算出在 $t_0 = 2, 5, 10$ 时， $\text{abs}(\text{油管压力}-150)$ ；

Step7 选择符合目标的 T 。

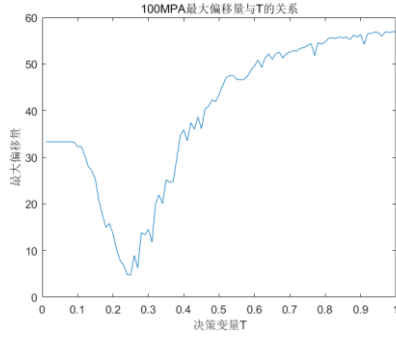
5.4.1.3 情况二：阶段二（压力在 150MPa 稳定）

对于本情况，只需对情况一进行一步修改：

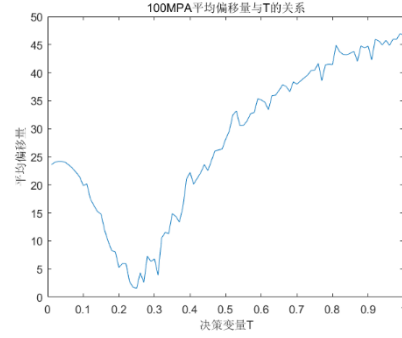
Step6 对于确认的 T ，计算出所有时刻 $\text{abs}(\text{油管压力}-150)$ ，求和再除以时刻数得到平均偏移量，找出最大值就是最大偏移量；

5.4.2 结果的展示与分析

对于第一小问，由图二、图三我们得到要尽量保持压力为 100MPa ，则单向阀每次开启时间为，平均偏移量为 1.5732MPa ，最大偏移量为 4.734MPa 。

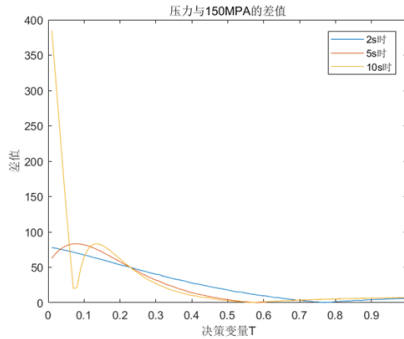


图二：平均偏移量的变化

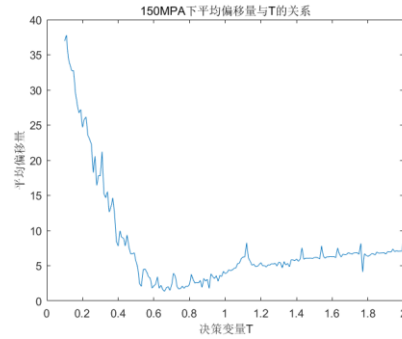


图三：最大偏移量的变化

对于第二小问，要在 2s、5s、10s 分别使压力从初始的 100MPa 上升至 150MPa，则需要控制单向阀开启时间分别为 0.77s、0.58s、0.56s。计算得到要保持压力为 150MPa，则单向阀每次开启时间为 ，平均偏移量为 1.490590MPa，最大偏移量为 4.0759MPa。



图四：压力与150Mpa 的差值



图五：平均偏移量的变化

六、问题二模型的建立与分析

6.1 问题二的分析

问题二是对问题一的深化，仍然先分别讨论燃油流入与燃油喷出对压力的影响。

由柱塞在柱塞腔中的运动特性可知，柱塞向上运动时腔内压力先增大至100Mpa后继续增大至最大值再减小直至运动到上止点，向下运动时阀门始终关闭，柱塞腔内进行加油。分段讨论柱塞的运动，结合柱塞与高压油泵的压力比较，可得高压油管由于燃油进入导致的压力变化量与时间的微分方程；对喷油嘴分析，可将高压油管与喷油嘴中燃油压力视为相等。针阀上升时，针阀与喷油嘴之间的横截面圆环面积先增大后不变，当圆环面积小于喷油嘴小孔面积时，流速与圆环面积有关，反之与喷油嘴小孔面积有关。进而可运用注2的流量公式得高压油管喷出的流量。将流量与时间的关系转化为由于喷油嘴喷出燃油导致的压力减小量与时间的关系，进而建立喷出燃油导致的压力减小量与时间的微分方程，最后利用问题一中模型的思想进行建模。

6.2 模型的建立

6.2.1 高压油泵模型

由题意，柱塞向上运动时，没有外界燃油进入高压油泵；柱塞从上止点向下运动时，外界燃油进入高压油泵加油。由于柱塞在下止点时低压燃油压力为 0.5Mpa, 向上运动过程可分为两部分，先减小柱腔体积压缩腔内燃油直至腔内压力等于高压油管内压力，之后燃油开始进入高压油管内，若在上止点之前腔内压力小于高压油管压力，则之后腔内压力仍会增大，故第二部分运动直至上止点处，腔内压力始终大于等于高压油管内压力。

6.2.1.1 柱塞腔残余容积变化

①当柱塞在最低处时，低压燃油会充满柱塞腔，因此此时柱塞位于高压油泵底部，由附件 1，凸轮边缘曲线极径 $s_1 = 2.413mm$ ；

②当柱塞在最高处时，由附件 1，凸轮边缘曲线极径 $s_2 = 7.239mm$ ，已知此时柱塞腔残余容积为 $V_{cr} = 20mm^3$ ，柱塞腔内直径 $d_z = 5mm$ ，

可得柱塞离柱塞腔顶部距离为

$$h_0 = \frac{V_{cr}}{\pi \left(\frac{d_z}{2} \right)^2} = \frac{20}{2.5^2 \times \pi} = 1.0186mm \quad (6-1)$$

$$\text{柱塞在柱塞腔内可移动的总长 } \Delta s = s_1 - s_2 = 7.239 - 2.413 = 4.826mm \quad (6-2)$$

$$\text{柱塞腔高度 } h_z = \Delta s + h_0 = 4.826 + 1.0186 = 5.8446mm \quad (6-3)$$

由附件一得凸轮边缘曲线极径与极角的关系 $s = s(\theta)$ ，又 $\theta = \omega t$ ，令凸轮做匀角速度运动，则 $s = s_\theta(\theta) = s(t)$ ，又因凸轮极径改变量 $s(t) - s_1$ 等于柱塞移动量 h ，故凸轮驱动柱塞运动时柱塞腔残余容积为

$$V = \pi \left(\frac{d_z}{2} \right)^2 h_{cr} = \pi \left(\frac{d_z}{2} \right)^2 [h_z - (s(t) - s_1)] = \pi \left(\frac{d_z}{2} \right)^2 (h_z - h) \quad (6-4)$$

其中， d_z 为油泵底部直径。

6.2.1.2 临界高度

临界高度 h_l ，柱塞到达 h_l 时，腔内压力恰好等于高压油管内压力。因高压油管初始压力为 100Mpa，柱塞到达临界高度时腔内压力 $P_z = 100Mpa$ 。

当柱塞由下止点运行到临界高度 h_l 的过程中，燃油质量不变：

$$\rho_0 V_z = \rho_l V_l \quad (6-5)$$

ρ_0 为柱塞在下止点时的腔内密度， ρ_l 为高压油管内燃油的密度。

联立 (4-3) (6-3) (6-6) 得：

$$h_l = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}\right) h_z \quad (6-7)$$

6.2.1.3 压力变化

当柱塞移动量 $h \leq h_l$ 时，单向阀关闭，由高压油泵进入高压油管的燃油量为 0，

$$\frac{dp_{\text{进}}}{dt} = 0$$

当柱塞移动量 $h > h_l$ 时，单向阀开启，燃油由高压油泵进入高压油管：

分析柱塞腔中柱塞上部空间，由 $\rho = \frac{m}{V}$ ，微分得 $Vd\rho + \rho dV = dm$ ，同除 dt ，得

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{dm}{Vdt} - \frac{\rho dV}{Vdt} \quad (6-8)$$

由 (6-4) 求导得：

$$\frac{dV}{dt} = \pi \left(\frac{d_z}{2}\right)^2 \frac{dh}{dt} = \pi \left(\frac{d_z}{2}\right)^2 \frac{d[h_z - (s(t) - s_1)]}{dt} = -\pi \left(\frac{d_z}{2}\right)^2 \frac{ds(t)}{dt} \quad (6-9)$$

当柱塞腔内的压力 P_z 大于高压油管内的压力 P 时，单向阀开启，柱塞腔内燃油质量随时间变化为

$$\frac{dm}{dt} = -\rho_z Q = -\rho_z CA \sqrt{\frac{2(P_z - P)}{\rho_z}} = -CA \sqrt{2\rho_z (P_z - P)} \quad (6-10)$$

将 (4-1) (6-9) (6-10) 代入 (6-8) 得

$$\frac{dP_z}{dt} = \frac{E}{\rho_z} \cdot \frac{-CA \sqrt{2\rho_z (P_z - P)} + \rho_z \pi \left(\frac{d_z}{2}\right)^2 \frac{ds(t)}{dt}}{V(t)} \quad (6-11)$$

因为此时油泵内压力始终大于管内压力，由问题一的模型得：

$$\frac{dP_{\text{进}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{CA}{V_{\text{管}}} \cdot \sqrt{2\rho_z (P_z - P)} & t_l < t < T_\omega \\ 0 & 0 < t < t_l \end{cases} \quad (6-12)$$

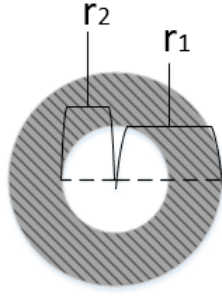
其中， T_ω 表示凸轮转一周的时间； t_l 表示柱塞上移到 h_l 的时间。

6.2.2 喷油嘴喷油流量模型

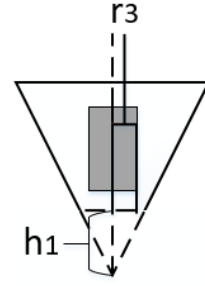
6.2.2.1 与流量相关的小孔面积变化

6.2.2.1.1 模型的准备

假设针阀在移动过程中，始终处于密封座中心位置。将喷油嘴补为圆锥形，给出补充过的喷油嘴的俯视图及左视图如下：



图六：喷油嘴俯视图



图七：喷油嘴左视图

针阀向上运动时，针阀与喷油嘴的同一横截面形成的圆环面积从 0 开始不断增加，与燃油流速相关的有效小孔面积即为圆环面积，运动至圆环面积等于喷油嘴小孔面积后，有效小孔面积即为喷油嘴喷孔面积。根据三角函数及面积公式，可以知道临界条件即圆环面积等于喷孔面积时，有如下方程组成立：

$$\begin{cases} \pi r_1^2 - \pi r_2^2 = \pi r_3^2 \\ h_1 \cdot \tan \alpha = r_3 \\ (h_1 + h_2) \cdot \tan \alpha = r_1 \end{cases} \quad (6-13)$$

其中， r_1 表示针阀底部所处水平圆面的半径， r_2 表示针阀的底部半径， r_3 表示喷油嘴喷口的半径， h_1 为补充的圆锥底部部分的高， h_2 为临界条件时针阀上升的高度。

由题意知 $r_2 = 1.25\text{mm}$, $r_3 = 0.7\text{mm}$, $\alpha = 9^\circ$ ，可以得到

$$\begin{cases} r_1 = \sqrt{r_2^2 + r_3^2} \approx 1.4327\text{mm} \\ h_1 = \frac{r_2}{\tan 9^\circ} \approx 7.8922\text{mm} \\ h_2 = \frac{r_1}{\tan 9^\circ} - h_1 \approx 1.1535\text{mm} \end{cases} \quad (6-14)$$

又由 (4-7)， $h_2 = 1.1535\text{mm}$ 时， $t_0 = 0.3314\text{ms}$ ， $t_1 = 2.1186\text{ms}$ ， t_0, t_1 为一个周期内针阀运动到临界状态的时刻

当针阀上升高度小于 h_2 ，由于针阀底端同水平面的液体缝隙面积小于喷孔面积，则此时圆环面积为小孔面积影响液体流量，根据三角函数及针阀升程函数可知，针阀底端所在水平面半径随时间变化：

$$r_1(t) = [h(t) + h_1] \cdot \tan \alpha \quad (6-15)$$

得到圆环面积：

$$A(t) = \pi r_1^2(t) - \pi r_2^2 \quad (6-16)$$

当针阀上升高度不小于 h_2 时，即 $2.1186 < t \leq 2.45$ 小孔面积不再改变，等于喷口面积：

$$A(t) = \pi r_2^2 \quad (6-17)$$

当针阀升程为零时，即 $2.45 < t \leq 100$ 时，小孔面积等于 0：

由此得到小孔面积随时间变化的分段函数：

$$A(t) = \begin{cases} \pi r_1^2(t) - \pi r_2^2 & 0 < t \leq 0.3314, 2.1186 < t \leq 2.45 \\ \pi r_2^2 & 0.3314 < t \leq 2.1186 \\ 0 & 2.45 < t \leq 100 \end{cases} \quad (6-18)$$

根据查阅的资料及题目给定的注释 2，可以知道喷油嘴喷孔处的燃油流量满足公式：

$$Q = CA \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}^{[2]} \quad (6-19)$$

又因为当针阀向上移动时，小孔面积是随时间变化的分段函数。小孔一侧为管道内压力为 $P(t)$ ，其随时间变化。根据实际工作环境，喷嘴喷出燃油到气腔中，故我们合理假定另一侧压力为标准大气压，为 0.1013MPa。由于管道内环境为高压，远远大于管道外压力，小孔两侧压力差近似等于管道内的压力。则喷油嘴工作时燃油流量^[2]简化为：

$$Q(t) = CA(t) \sqrt{\frac{2P(t) - P_h}{\rho_{\text{管}}}} = CA(t) \sqrt{\frac{2P(t)}{\rho_{\text{管}}}} \quad (6-20)$$

其中， P_h 表示标准大气压。

根据模型一的压力变化推导可以知道：

$$\frac{dP_{\text{出}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{v_{\text{管}}} \cdot C \sqrt{\frac{2P(t)}{\rho_{\text{管}}}} \cdot [\pi r_1^2(t) - \pi r_2^2] & 0 < t \leq 0.3314, 2.1186 < t \leq 2.45 \\ \frac{E}{v_{\text{管}}} \cdot C \sqrt{\frac{2P(t)}{\rho_{\text{管}}}} \cdot \pi r_2^2 & 0.3314 < t \leq 2.1186 \\ 0 & 2.45 < t \leq 100 \end{cases} \quad (6-21)$$

6.2.3 模型的综合

结合问题一中控制压力稳定模型，可得本问模型为：

$$\begin{aligned}
& \text{目标} \begin{cases} \min \{ \max \{ |\Delta P_1|, |\Delta P_2|, |\Delta P_3|, \dots \} \} \\ \min \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta P_i| \end{cases} \\
& \begin{cases} \frac{dP}{dt} = \frac{dP_{\text{进}}}{dt} - \frac{dP_{\text{出}}}{dt} \\ \frac{dP_z}{dt} = \frac{E}{\rho_z} \cdot \frac{-CA\sqrt{2\rho_z(P_z - P)} + \rho_z\pi\left(\frac{d_z}{2}\right)^2 \frac{ds(t)}{dt}}{V(t)} \\ \frac{dP_{\text{进}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{CA}{V_{\text{管}}} \cdot \sqrt{2\rho_z(P_z - P)} & t_l < t < T_{\omega} \\ 0 & 0 < t < t_l \end{cases} \\ \frac{dP_{\text{出}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{v_{\text{管}}} \cdot C \sqrt{\frac{2P(t)}{\rho_{\text{管}}}} \cdot [\pi r_1^2(t) - \pi r_2^2] & 0 < t \leq 0.3314, 2.1186 < t \leq 2.45 \\ \frac{E}{v_{\text{管}}} \cdot C \sqrt{\frac{2P(t)}{\rho_{\text{管}}}} \cdot \pi r_2^2 & 0.3314 < t \leq 2.1186 \\ 0 & 2.45 < t \leq 100 \end{cases} \end{cases} \quad (6-22)
\end{aligned}$$

6.3 模型的求解

根据喷油嘴的喷射规律，我们可以知道在一个工作周期内，喷油嘴处于关闭状态的时间的时间长达 97.55ms，如果凸轮一致保持均角速度运动，则会导致高压油管内压力不断增加，无法实现压力稳定在 100MPa 的目标。问题一的给出条件，单向阀每开启一次就关闭 10ms，因为凸轮转一圈即类似于单向阀开启一次，则凸轮转一圈就必须停止 10ms。

6.3.1 求解的步骤

Step1 确定角速度的小步长=0.01，对于[0.01, 0.5]分割而成的 50 个 w 值，进行 step2 到 step6，分别计算该值下的管道压力随时间的变化关系；

Step2 以 0.01ms 为时间步长 deltat，把 10s 分割成 1000000 个时间点，初始化计

时器 t=0，因为管道压力随时间变化 $\frac{dp}{dt} = \frac{dp_{\text{进}}}{dt} - \frac{dp_{\text{出}}}{dt}$ ，根据油泵的工作规律，我们可

以得到 $\frac{dp_{\text{进}}}{dt}$ 是 2 阶段的分段函数，根据喷油嘴的工作规律，我们也可以得到 $\frac{dp_{\text{出}}}{dt}$ 是 4

阶段的分段函数，所以 $\frac{dp}{dt}$ 是 8 阶段的分段函数，油泵压力随时间变化 $\frac{dp_z}{dt}$ 是 2 阶段的分段函数，所以油泵压力变化和管道压力变化的微分方程组有 12 种情况；

Step3 根据确定的角速度 w，可以得到油泵工作的周期 $T_1 = T + 10$ ，用 matlab 的 mod(t, T1) 函数求出油泵在一个 T1 内所处的时刻，并与油泵工作周期的分段点比较；同理，喷油嘴工作的周期 $T_2 = 100$ ，用 mod(t, T2) 求出喷油嘴在一个 T2 内所处的时刻，并与喷油嘴工作周期的分段点比较；再根据油泵压力和管道压力的大小关系，判断出当前情况下应使用哪一种情况的微分方程组；

Step4 因此，我们得到了当前阶段的微分方程组，我们以当前管道压力 P_present 和油泵压力 Pz_present 为初值，用 ode15s 函数计算出 [t t+delta_t] 区间内的数值

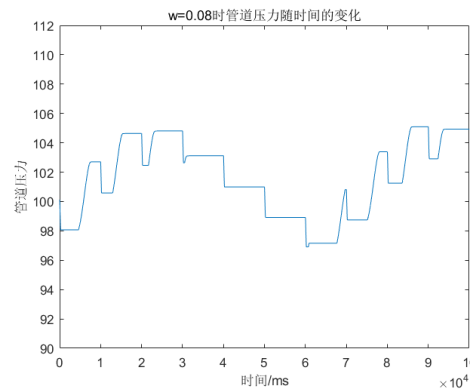
解，更新计时器 $t = t + \Delta t$ ，同时更新 P_{present} 和 Pz_{present} ，然后，重复 step2-step5，直到 $t \geq 10s$ ；

Step5 计算出所有时刻 $\text{abs}(\text{油管压力}-100)$ ，求和再除以时刻数得到平均偏移量，找出最大值就是最大偏移量；

Step6 根据不同的决策目标，分别得到平均偏移量最小时的 w 和最大偏移量最小时的 w ；

6.3.2 结果的展示与分析

MATLAB 求解得， $w = 0.08 \text{ rad/ms}$ ，目标决策平均偏移量为 2.3389，最大偏移量为 5.0955



图八： $w = 0.08$ 时管道压力随时间得变化

七、问题三模型的建立与分析

7.1 问题三的分析

在问题二的基础上首先增加一个喷油嘴。假设两个喷油嘴同时工作，明显会导致管内压力变化更大，不利于控制压力稳定。故我们合理考虑在一个工作周期内，两个喷油嘴交替工作。令第二个喷油嘴在第一个喷油嘴关闭之后才工作，根据问题二模型，得到管内压力的微分方程，再结合稳定压力的目标，建立模型，确定喷油嘴及高压油泵的控制方案。

在增加了喷油嘴的基础上，再增加一个减压阀。减压阀开启后，油管内通过减压阀流回低压油路，考虑低压油路的压力为问题二给定的油泵内的最低压力，就可以根据减压阀流出燃料流量的变化，计算出减压阀对油管压力的影响。再综合考虑问题二的一个模型，得到此情况下的管内压力的微分方程，以压力稳定为目标，建立模型，确定出高压油泵和减压阀的控制方案。

7.2 模型的建立

7.2.1 双喷油嘴工作模型

7.2.1.1 双喷油嘴压力变化

因为两个喷油嘴具有同样的喷油规律，故都在一秒内工作十次，工作周期为 100s。假定第一个喷油嘴在 0 时刻开始工作，第二个喷油嘴在 t_j 时刻开始工作。两个喷油嘴不同时工作： $t_j \in (2.45ms, 97.55ms)$



图三：喷油嘴一个工作周期

根据模型二的内容，可以得到此时喷油嘴工作的小孔面积变化规律，即：

$$A(t) = \begin{cases} \pi r_1^2(t) - \pi r_2^2 & 0 < t \leq 0.3314, 2.1186 < t \leq 2.45, \\ & t_j < t \leq t_j + 0.3314, t_j + 2.1186 < t \leq t_j + 2.45 \\ \pi r_2^2 & 0.3314 < t \leq 2.1186, \\ & t_j + 0.3314 < t \leq t_j + 2.1186 \\ 0 & 2.45 < t \leq t_j, t_j + 2.45 < t \leq 100 \end{cases} \quad (7-1)$$

将(6-23)代入流量公式(4-4)，按照问题一的压力变化推导过程得：

$$\frac{dP_{\text{出}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{v_{\text{管}}} \cdot C \sqrt{\frac{2P(t)}{\rho_{\text{管}}}} \cdot [\pi r_1^2(t) - \pi r_2^2] & 0 < t \leq 0.3314, 2.1186 < t \leq 2.45, \\ & t_j < t \leq t_j + 0.3314, t_j + 2.1186 < t \leq t_j + 2.45 \\ \frac{E}{v_{\text{管}}} \cdot C \sqrt{\frac{2P(t)}{\rho_{\text{管}}}} \cdot \pi r_2^2 & 0.3314 < t \leq 2.1186, \\ & t_j + 0.3314 < t \leq t_j + 2.1186 \\ 0 & 2.45 < t \leq t_j, t_j + 2.45 < t \leq 100 \end{cases} \quad (7-2)$$

7.2.1.1 模型的综合

根据问题二综合模型，可以得到：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{目标} \begin{cases} \min \{ \max \{ |\Delta P_1|, |\Delta P_2|, |\Delta P_3|, \dots \} \} \\ \min \sum_{i=1}^n |\Delta P_i| \end{cases} \\ \frac{dP}{dt} = \frac{dP_{\text{进}}}{dt} - \frac{dP_{\text{出}}}{dt} \\ \frac{dP_{\text{进}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{CA}{V_{\text{管}}} \cdot \sqrt{2\rho_z(P_z - P)} & t_l < t < T_{\omega} \\ 0 & 0 < t < t_l \end{cases} \\ \frac{dP_{\text{出}}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{v_{\text{管}}} \cdot C \sqrt{\frac{2P(t)}{\rho_{\text{管}}}} \cdot [\pi r_1^2(t) - \pi r_2^2] & 0 < t \leq 0.3314, 2.1186 < t \leq 2.45, \\ & t_j < t \leq t_j + 0.3314, t_j + 2.1186 < t \leq t_j + 2.45 \\ \frac{E}{v_{\text{管}}} \cdot C \sqrt{\frac{2P(t)}{\rho_{\text{管}}}} \cdot \pi r_2^2 & 0.3314 < t \leq 2.1186, \\ & t_j + 0.3314 < t \leq t_j + 2.1186 \\ 0 & 2.45 < t \leq t_j, t_j + 2.45 < t \leq 100 \end{cases} \end{array} \right. \quad (7-3)$$

7.2.2 减压阀模型

7.2.2.1 减压阀压力变化

打开单向减压阀后，高压油管内的燃油可以在压力下回流到外部低压油路中，实现减压。泵-管-喷系统内分为高压油路和低压油路两个部分，油路通过管道联通，由特殊装置实现高压与低压的转变。因为问题二给出了柱塞运动到下止点时，高压油泵内的低压燃油的压力为 0.5Mpa ，故可以合理推测外部低压油路的燃油压力为 0.5Mpa 。

得到流量公式：

$$Q(t) = CA \sqrt{\frac{2P(t) - P_l}{\rho_{\text{管}}}} \quad (7-4)$$

其中， $A = \pi r^2 = (0.07)^2 \pi$ ， $P_l = 0.5\text{Mpa}$ ，为低压油路的燃油压力

参考问题一的压力推导过程，得到减压阀对压力的影响：

$$\frac{dP_{jyf}}{dt} = \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{\rho_A \cdot CA}{V_{\text{管}}} \cdot \sqrt{\frac{2[P(t) - P_l]}{\rho_{\text{管}}}} & nT_{jyf} < t < (n+1)T_{jyf} \\ 0 & (n+1)T_{jyf} < t < (n+1)T_{jyf} + t_{jyf} \end{cases} \quad (n=0,1,2,3\cdots) \quad (7-5)$$

其中， T_{jyf} 为每次减压阀开启的时长； t_{jyf} 表示减压阀两次打开之间的间隔时间。

7.2.2.2 模型的综合

管内的压力同时受高压油泵、两个喷油嘴和减压阀三部分的影响，高压油泵的影响与第二问一致：

$$\begin{aligned} & \text{目标} \begin{cases} \min \{ \max \{ |\Delta P_1|, |\Delta P_2|, |\Delta P_3|, \dots \} \} \\ \min \sum_{i=1}^n |\Delta P_i| \end{cases} \\ & \left\{ \begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= \frac{dP_{\text{进}}}{dt} - \frac{dP_{\text{出}}}{dt} - \frac{dP_{jyf}}{dt} \\ \frac{dP_{\text{进}}}{dt} &= \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{CA}{V_{\text{管}}} \cdot \sqrt{2\rho_z(P_z - P)} & t_l < t < T_{\omega} \\ 0 & 0 < t < t_l \end{cases} \\ \frac{dP_{\text{出}}}{dt} &= \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot C \sqrt{\frac{2P(t)}{\rho_{\text{管}}}} \cdot [\pi r_1^2(t) - \pi r_2^2] & 0 < t \leq 0.3314, 2.1186 < t \leq 2.45, \\ & t_j < t \leq t_j + 0.3314, t_j + 2.1186 < t \leq t_j + 2.45 \\ \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot C \sqrt{\frac{2P(t)}{\rho_{\text{管}}}} \cdot \pi r_2^2 & 0.3314 < t \leq 2.1186, \\ & t_j + 0.3314 < t \leq t_j + 2.1186 \\ 0 & 2.45 < t \leq t_j, t_j + 2.45 < t \leq 100 \end{cases} \\ \frac{dP_{jyf}}{dt} &= \begin{cases} \frac{E}{\rho_{\text{管}}} \cdot \frac{\rho_A \cdot CA}{V_{\text{管}}} \cdot \sqrt{\frac{2[P(t) - P_l]}{\rho_{\text{管}}}} & nT_{jyf} < t < (n+1)T_{jyf} \\ 0 & (n+1)T_{jyf} < t < (n+1)T_{jyf} + t_{jyf} \end{cases} \end{aligned} \quad (n=0,1,2,3\cdots) \end{cases} \quad (7-6)$$

7.3 模型的求解

7.3.1 双喷油嘴

求解算法与问题二的求解算法大致相同，从角速度的定步长搜索，变成角速度和第二个喷油嘴的工作时刻的双重循环。

Step1 确定角速度的步长=0.01，同时确定工作时刻的步长=0.3，对于[0.01,1]分割而成的100个 w 值和[2.45 97.55]分割而成的317个 t 值，进行step2到step6，分别计算该值下的管道压力随时间的变化关系；

Step2 以0.01ms为时间步长 Δt ，把10s分割成1000000个时间点，初始化计时器 $t=0$ ，因为管道压力随时间变化 $dP/dt = dP_{jin}/dt - dP_{chu}/dt$ ，根据油泵的工作规律，我们可以得到 dP_{jin}/dt 是2阶段的分段函数，根据两个喷油嘴的工作规律，我们也可以得到 dP_{chu}/dt 是8阶段的分段函数，所以 dP/dt 是16阶段的分段函数，油泵压力随时间变化 dP_z/dt 是2阶段的分段函数，所以油泵压力变化和管道压力变化的微分方程组有24种情况；

Step3 根据确定的角速度 w ，可以得到油泵工作的周期 $T1 = T+10$ ，用matlab的 $\text{mod}(t, T1)$ 函数求出油泵在一个 $T1$ 内所处的时刻，并与油泵工作周期的分段点比较；同理，喷油嘴组工作的周期 $T2 = 100$ ，用 $\text{mod}(t, T2)$ 求出喷油嘴组在一个 $T2$ 内所处的时刻，并与喷油嘴组工作周期的分段点比较；再根据油泵压力和管道压力的大小关系，判断出当前情况下应使用哪一种情况的微分方程组；

Step4 因此，我们得到了当前阶段的微分方程组，我们以当前管道压力 P_{present} 和油泵压力 P_z_{present} 为初值，用ode15s函数计算出 $[t \ t+\Delta t]$ 区间内的数值解，更新计时器 $t = t+\Delta t$ ，同时更新 P_{present} 和 P_z_{present} ，然后，重复step2-step5，直到 $t \geq 10s$ ；

Step5 计算出所有时刻 $\text{abs}(\text{油管压力}-100)$ ，求和再除以时刻数得到平均偏移量，找出最大值就是最大偏移量；

Step6 根据不同的决策目标，分别得到平均偏移量最小时的 w 和 t ，和最大偏移量最小时的 w 的 t ；

利用MATLAB求解得，得到另一个喷油嘴一个周期中在53.45ms时开始工作

八、模型的检验

8.1 拟合效果的检验：

对于3个附件中给出的凸轮边缘曲线极径与极角的关系，针阀运动高度与时间的关系，弹性模量与压力的关系，分别运用多项式拟合方法求解出相应变量之间的关系式，现进行相关拟合优度的检验，考察相关指数的大小，越接近1，则认为曲线拟合效果越好：

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m \left(\hat{y}_i - y_i \right)^2}{\sum_{i=1}^m \left(y_i - \bar{y} \right)^2} \quad (8-1)$$

可求得凸轮边缘曲线极径与极角的关系 $R_1^2 = 0.9993$ ，曲线拟合效果好。

针阀运动高度与时间的关系 $R_2^2 = 0.999$ ，曲线拟合效果好。

弹性模量与压力的关系 $R_3^2 = 1.0000$ ，曲线拟合效果好。

8.2 对压力控制模型的稳定性分析

基于微分方程中对稳定性的分析，公式(5-5) (5-8) (5-9)联立后，可转变为方程

$$\frac{dP}{dt} = f(t, P) + R(t, P) \quad (8-2)$$

此时 $R(t, P)$ 为扰动函数，如果存在 $\varepsilon > 0$ 的条件，它存在 $\sigma(\varepsilon) > 0$ 和 $\eta(\varepsilon) > 0$ ，令 $P_0 - \varphi(t_0) < \sigma(\varepsilon)$ ，那么可得 $|R(t, P)| < \eta(\varepsilon)$ ，于是可知解 $P = \varphi(t)$ 在受到扰动的情况下仍是稳定的。

九、模型的评价与改进

9.1 模型的优点

1. 将高压油管内压力的变化分解为进油导致的压力变化与出油导致的压力变化，合理简化了模型。
2. 紧密结合了实际的柴油机高压共轨喷油系统原理，模型具有现实意义，应用性强。
3. 模型思想简单，易于理解，并体现了建立微分方程模型的基本思想，得到的结果符合现实。

9.2 模型的缺点

1. 高压油管通过喷油嘴与柴油机燃烧室连通，但由于题目条件的限制，我们假设喷油嘴外部为标准大气环境，模型与真实的柴油机喷油系统具有一定的差距。
2. 忽略了管道中流体力对其燃油压力影响。

参考文献

- [1] 李汉龙, 缪淑贤, 韩婷, 王金宝等人. 数学建模入门与提高 (第一版) [M]. 北京: 国防工业出版社, 2013, 127-130.
- [2] 徐龙. 柴油机高压共轨电控喷油系统控制策略研究[D]. 杭州电子科技大学, 2018.
- [3] 何双杰. 柴油机高压共轨喷油系统的研究[D]. 杭州电子科技大学, 2018.
- [4]. 姜启源, 谢金星, 叶俊, 数学模型(第三版) [M], 高等教育出版社, 2003. 8
- [5]. 卓金武, 魏永生, 秦健等人, MATLAB 在数学建模中的应用, [M.] 北京航空航天大学出版社, 2011. 04

附录：
模型一情况一和情况二的阶段一求解

pro11.m

clear

pro1_prepare

juli_min1=zeros(1,100);%2s 时与 150 的差距

juli_min2=zeros(1,100);%5s

juli_min3=zeros(1,100);%10s

all_P=zeros(100,1000000);

pianyi_sum = zeros(1,100);

pianyi_max = zeros(1,100);

i=1;

for T = 0.01:0.01:1%决策变量

jishi = 0;%计时器

total_P=[];

rho0=0.85;%燃油目前的密度

P0=100;

tic

while jishi<=10000

 t1 = mod(jishi,T+10);

```

t2 = mod(jishi,100);

if roundn(t1,-3)==T+10

    t1=0;

end

if roundn(t2,-3)==100

    t2=0;

end

t_shengyu = 0;

if roundn(t1,-3)<roundn(T,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(0.2,-3)

    t_shengyu=min(T-t1,0.2-t2);%当前状态的剩余时

    tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

    if round(fitresult2.p1*rho0^4 + fitresult2.p2*rho0^3 + ...

        fitresult2.p3*rho0^2 + fitresult2.p4*rho0 + fitresult2.p5) < 160

        [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) 0.85 * (pi*0.7^2)* sqrt(2*rhogao*(160-

(fitresult2.p1*x^4 + fitresult2.p2*x^3 + fitresult2.p3*x^2 + ...

        fitresult2.p4*x + fitresult2.p5)))/(500*pi*5^2)-100*t2*x/(500*pi*5^2),

tspan, rho0);

    else

        [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) -100*t2*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

    end

    rho1 = real(rho1);

```

```

rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2
+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

P1(1)=[];

total_P=[total_P,P1'];

P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(2.2,-3)

t_shengyu=min(T-t1,2.2-t2);%当前状态的剩余时

tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

if round(fitresult2.p1*rho0^4 + fitresult2.p2*rho0^3 + ...
fitresult2.p3*rho0^2 +fitresult2.p4*rho0 + fitresult2.p5) < 160

[t1,rho1] = ode15s(@(t,x) 0.85 * (pi*0.7^2)* sqrt(2*rhogao*(160-
(fitresult2.p1*x^4 + fitresult2.p2*x^3 + fitresult2.p3*x^2 + ...
fitresult2.p4*x + fitresult2.p5)))/(500*pi*5^2)-20*x/(500*pi*5^2),
tspan, rho0);

else

[t1,rho1] = ode15s(@(t,x) -20*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

end

rho1 = real(rho1);

rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2

```



```

+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

P1(1)=[];

total_P=[total_P,P1'];

P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(2.4,-3)

    t_shengyu=min(T-t1,2.4-t2);%当前状态的剩余时

    tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

    if round(fitresult2.p1*rho0^4 + fitresult2.p2*rho0^3 + ...

        fitresult2.p3*rho0^2 +fitresult2.p4*rho0 + fitresult2.p5) < 160

        [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) 0.85 * (pi*0.7^2)* sqrt(2*rhogao*(160-

(fitresult2.p1*x^4 + fitresult2.p2*x^3 + fitresult2.p3*x^2 + ...

        fitresult2.p4*x          +          fitresult2.p5)))/(500*pi*5^2)-(480-

20*t2)*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

    else

        [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) -(480-20*t2)*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

    end

    rho1 = real(rho1);

    P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2

+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

P1(1)=[];

total_P=[total_P,P1'];

```

```

P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(100,-3)

    t_shengyu=min(T-t1,100-t2);%当前状态的剩余时

    tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

    if round(fitresult2.p1*rho0^4 + fitresult2.p2*rho0^3 + ...

        fitresult2.p3*rho0^2 + fitresult2.p4*rho0 + fitresult2.p5) < 160

        [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) 0.85 * (pi*0.7^2)* sqrt(2*rhogao*(160-

(fitresult2.p1*x^4 + fitresult2.p2*x^3 + fitresult2.p3*x^2 + ...

        fitresult2.p4*x + fitresult2.p5)))/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

    else

        [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) 0, tspan, rho0);

    end

    rho1 = real(rho1);

    rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

    P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2

+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

    P1(1)=[];

    total_P=[total_P,P1'];

    P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

    jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T+10,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(0.2,-3)

```

```

t_shengyu=min(T+10-t1,0.2-t2);%当前状态的剩余时

tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

[t1,rho1] = ode15s(@(t,x) -(100*t2)*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

rho1 = real(rho1);

rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2
+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

P1(1)=[];

total_P=[total_P,P1'];

P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T+10,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(2.2,-3)

t_shengyu=min(T+10-t1,2.2-t2);%当前状态的剩余时

tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

[t1,rho1] = ode15s(@(t,x) -20*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

rho1 = real(rho1);

rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2
+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

P1(1)=[];

total_P=[total_P,P1'];

P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

```

```

jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T+10,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(2.4,-3)

    t_shengyu=min(T+10-t1,2.4-t2);%当前状态的剩余时

    tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

    [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) -(240-120*t2)*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

    rho1 = real(rho1);

    rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

    P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2
+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

    P1(1)=[];

    total_P=[total_P,P1'];

    %total_P=[total_P;fitresult2.p1*rho1.^4      +      fitresult2.p2*rho1.^3      +
fitresult2.p3*rho1.^2 +fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5];

    P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

    jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T+10,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(100,-3)

    t_shengyu=min(T+10-t1,100-t2);%当前状态的剩余时

    tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

    [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) 0, tspan, rho0);

    rho1 = real(rho1);

    rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

    P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2

```

```

+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

    P1(1)=[];

    total_P=[total_P,P1'];

    P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

    jishi = jishi + t_shengyu;

end

end

all_P(i,:)=total_P(1:1000000);

pianyi_sum(i)=sum(abs(total_P-100));

pianyi_max(i)=max(abs(total_P-100));

juli_min1(i)=abs(total_P(200000)-150);

juli_min2(i)=abs(total_P(500000)-150);

juli_min3(i)=abs(total_P(1000000)-150);

i=i+1;

toc

end

[min_sum minIdx1] = min(pianyi_sum)

[min_max minIdx2] = min(pianyi_max)

[min_juli1 minjuliIdx1] = min(juli_min1)

```

模型一情况二的阶段二求解

pro12.m

clear

pro1_prepare

all_P = zeros(200,500000);

pianyi_max = zeros(1,200);

pianyi_sum = zeros(1,200);

i=1;

for T = 0.1:0.01:2

jishi = 0;%计时器

total_P=[];

rho0=rho_150;%燃油目前的密度

P0=150;

tic

while jishi<=5000

 t1 = mod(jishi,T+10);

 t2 = mod(jishi,100);

 if roundn(t1,-3)==T+10

 t1=0;

 end

```

if roundn(t2,-3)==100

    t2=0;

end

t_shengyu = 0;

if roundn(t1,-3)<roundn(T,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(0.2,-3)

    t_shengyu=min(T-t1,0.2-t2);%当前状态的剩余时

    tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

    if (fitresult2.p1*rho0^4 + fitresult2.p2*rho0^3 + ...

        fitresult2.p3*rho0^2 + fitresult2.p4*rho0 + fitresult2.p5) < 160

        [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) 0.85 * (pi*0.7^2)* sqrt(2*rhogao*(160-

(fitresult2.p1*x^4 + fitresult2.p2*x^3 + fitresult2.p3*x^2 + ...

        fitresult2.p4*x + fitresult2.p5)))/(500*pi*5^2)-100*t2*x/(500*pi*5^2),

tspan, rho0);

    else

        [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) -100*t2*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

    end

    rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

    P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2

+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

    P1(1)=[];

    total_P=[total_P,P1'];

```

```

P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(2.2,-3)

    t_shengyu=min(T-t1,2.2-t2);%当前状态的剩余时

    tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

    if (fitresult2.p1*rho0^4 + fitresult2.p2*rho0^3 + ...

        fitresult2.p3*rho0^2 + fitresult2.p4*rho0 + fitresult2.p5) < 160

        [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) 0.85 * (pi*0.7^2)* sqrt(2*rhogao*(160-

(fitresult2.p1*x^4 + fitresult2.p2*x^3 + fitresult2.p3*x^2 + ...

        fitresult2.p4*x    +    fitresult2.p5)))/(500*pi*5^2)-20*x/(500*pi*5^2),

tspan, rho0);

    else

        [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) -20*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

    end

    rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

    P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2

+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

    P1(1)=[];

    total_P=[total_P,P1'];

    P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

    jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(2.4,-3)

```



```

t_shengyu=min(T-t1,2.4-t2);%当前状态的剩余时

tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

if (fitresult2.p1*rho0^4 + fitresult2.p2*rho0^3 +...

    fitresult2.p3*rho0^2 +fitresult2.p4*rho0 + fitresult2.p5) < 160

    [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) 0.85 * (pi*0.7^2)* sqrt(2*rhogao*(160-
(fitresult2.p1*x^4 + fitresult2.p2*x^3 + fitresult2.p3*x^2 +...

    fitresult2.p4*x          +          fitresult2.p5)))/(500*pi*5^2)-(480-
20*t2)*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

else

    [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) -(480-20*t2)*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

end

rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2
+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

P1(1)=[];

total_P=[total_P,P1'];

P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(100,-3)

    t_shengyu=min(T-t1,100-t2);%当前状态的剩余时

    tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

    if (fitresult2.p1*rho0^4 + fitresult2.p2*rho0^3 +...

```

```

fitresult2.p3*rho0^2 + fitresult2.p4*rho0 + fitresult2.p5) < 160

[t1,rho1] = ode15s(@(t,x) 0.85 * (pi*0.7^2)* sqrt(2*rhogao*(160-
(fitresult2.p1*x^4 + fitresult2.p2*x^3 + fitresult2.p3*x^2 + ...
fitresult2.p4*x + fitresult2.p5)))/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

else

[t1,rho1] = ode15s(@(t,x) 0, tspan, rho0);

end

rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2
+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

P1(1)=[];

total_P=[total_P,P1'];

P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T+10,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(0.2,-3)

t_shengyu=min(T+10-t1,0.2-t2);%当前状态的剩余时

tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

[t1,rho1] = ode15s(@(t,x) -(100*t2)*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2
+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

P1(1)=[];

```

```

total_P=[total_P,P1'];

P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T+10,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(2.2,-3)

    t_shengyu=min(T+10-t1,2.2-t2);%当前状态的剩余时

    tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

    [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) -20*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

    rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

    P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2
+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

    P1(1)=[];

    total_P=[total_P,P1'];

    P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

    jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T+10,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(2.4,-3)

    t_shengyu=min(T+10-t1,2.4-t2);%当前状态的剩余时

    tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

    [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) -(240-120*t2)*x/(500*pi*5^2), tspan, rho0);

    rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

    P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2
+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

    P1(1)=[];

```

```

total_P=[total_P,P1'];

P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

jishi = jishi + t_shengyu;

elseif roundn(t1,-3)<roundn(T+10,-3)&&roundn(t2,-3)<roundn(100,-3)

    t_shengyu=min(T+10-t1,100-t2);%当前状态的剩余时

    tspan = 0:0.01:roundn(t_shengyu,-3);

    [t1,rho1] = ode15s(@(t,x) 0, tspan, rho0);

    rho0 = rho1(length(rho1));%燃油目前的密度

    P1=fitresult2.p1*rho1.^4 + fitresult2.p2*rho1.^3 + fitresult2.p3*rho1.^2
+fitresult2.p4*rho1 + fitresult2.p5;

    P1(1)=[];

    total_P=[total_P,P1'];

    P0 = total_P(length(total_P));%燃油目前的压力

    jishi = jishi + t_shengyu;

end

end

all_P(i,:)=total_P(1:500000);

pianyi_sum(i)=sum(abs(total_P(1:500000)-150));

pianyi_max(i)=max(abs(total_P(1:500000)-150));

i=i+1;

toc

```

```
end
```

模型二求解

pro2.m

```
clear
```

```
data = xlsread('附件 3-弹性模量与压力.xlsx','A2:B402');
```

```
p=data(:,1);
```

```
E=data(:,2);
```

```
%拟合弹性模量与压力的关系
```

```
[fitresult, gof] = createFit(p, E);
```

```
%求密度从 0.85 到 0.9 之间的压力的数值解
```

```
rhospan = [0.85 0.9];
```

```
p0 = 100;
```

```
[rho,p] = ode15s(@(rho,x) (fitresult.p1*x^6 + fitresult.p2*x^5 + fitresult.p3*x^4 + ...  
    fitresult.p4*x^3 + fitresult.p5*x^2 + fitresult.p6*x + fitresult.p7)/rho, rhospan,
```

```
p0);
```

```
%用求出的数值解拟合压力与密度的关系
```

```
[beta1, ~] = createFit1(rho, p);
```

```
data = xlsread('附件 1-凸轮边缘曲线.xlsx','A2:B629');
```

```
L = data(:,2);
```

```

theta = data(:,1);

%拟合极径与极角的关系

[beta2, ~] = createFit2(theta, L);


%上升段的距离随时间变化

yundong1 = xlsread('附件 2-针阀运动曲线.xlsx','A2:B46');

penyouzui_t1 = yundong1(:,1);

penyouzui_h1 = yundong1(:,2);

%拟合上升段距离时间变化的多项式

[h_beta1,~] = juli_t1(penyouzui_t1,penyouzui_h1);

%下降段的距离随时间变化

yundong3 = xlsread('附件 2-针阀运动曲线.xlsx','D2:E46');

penyouzui_t3 = yundong3(:,1);

penyouzui_h3 = yundong3(:,2);

[h_beta3,~] = juli_t3(penyouzui_t3,penyouzui_h3);


Lmax = max(L);%初始位置的极经 上止点

Lmin = min(L);%下止点


%得到上止点液体体积和下止点液体体积

V_min = 20;

V_max = 20 + pi*2.5^2*(Lmax-Lmin);

```

```

Pmin = 0.5;

%求 0.5 压力下的密度 也就是下止点的密度

pspan = [100 0.5];

rho0 = 0.85;

[p1,rho_min] = ode15s(@(x,rho) rho/(fitresult.p1*x^6 + fitresult.p2*x^5 +
fitresult.p3*x^4 +...
fitresult.p4*x^3 + fitresult.p5*x^2 + fitresult.p6*x + fitresult.p7),pspan, rho0);

rho_min = rho_min(length(rho_min));%0.5MPa 下的密度

m = rho_min*V_max;%高压油泵的质量

S_youbeng = pi*2.5^2;%高压油泵的面积

for w = 0.01:0.01:5

jishi = 0;%计时器

total_P2 = [];%管道压力

total_rho2 = []; %管道密度

T1 = roundn(6.27/w,-2);%活塞周期

T2 = 100;

```

```
rho2_pre = 0.85;
```

```
i=1;
```

```
tic
```

```
while jishi < 1000
```

```
    T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1+10),-2);
```

```
    T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);
```

```
    if mod(roundn(T1_shengyu,-2),T1+10)==0
```

```
        T1_shengyu=0;
```

```
    end
```

```
    if mod(roundn(T2_shengyu,-2),T2)==0
```

```
        T2_shengyu=0;
```

```
    end
```

```
    t_shengyu = 0;
```

```
%12 种情况 前四种都是活塞处于下降状态 后八种是上升状态
```

```
    if T1_shengyu < roundn(T1/2,-2) && T2_shengyu < roundn(0.33,-2)
```

```
        t_shengyu = min(roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu,0.33-T2_shengyu);
```



```

tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

tspan = mod(tspan,T2);

[t1,rho] = ode15s(@(t,x) -
0.85*pi/(pi*5^2*500)*(((7.892+(h_beta1.p1*t^4+h_beta1.p2*t^3+...
h_beta1.p3*t^2+h_beta1.p4*t+h_beta1.p5))*tand(9))^2-
1.25^2)*sqrt(2*x*...
((beta1.p1*x^4 +beta1.p2*x^3 +beta1.p3*x^2 +beta1.p4*x + beta1.p5)-
0.101)),tspan,rho2_pre);

rho(1) = [];

total_rho2 = [total_rho2;rho];

rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

jishi = jishi+t_shengyu;

T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1),-2);

T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);

if (roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu) == min(roundn(T1/2,-2)-
T1_shengyu,2.12-T2_shengyu)

rho1_pre = rho_min;

end

elseif T1_shengyu < roundn(T1/2,-2) && T2_shengyu < roundn(2.12,-2)

t_shengyu = min(roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu,2.12-T2_shengyu);

tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

tspan = mod(tspan,T2);

```

```

[t1,rho] = ode15s(@ (t,x) -0.85*pi/(pi*5^2*500)*0.7^2*sqrt(2*x*...
((beta1.p1*x^4 +beta1.p2*x^3 +beta1.p3*x^2 +beta1.p4*x + beta1.p5)-
0.101)),tspan,rho2_pre);

rho(1) = [];

total_rho2 = [total_rho2;rho];

rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

jishi = jishi+t_shengyu;

T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1),-2);

T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);

if      (roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu)      ==      min(roundn(T1/2,-2)-
T1_shengyu,2.46-T2_shengyu)

    rho1_pre = rho_min;

end

elseif T1_shengyu < roundn(T1/2,-2) && T2_shengyu < roundn(2.46,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu,2.46-T2_shengyu);

    tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

    tspan = mod(tspan,T2);

    [t1,rho]      =      ode15s(@ (t,x)      -
0.85*pi/(pi*5^2*500)*(((7.892+(h_beta3.p1*t^4+h_beta3.p2*t^3+h_beta3.p3*t^2+...
h_beta3.p4*t+h_beta3.p5))*tand(9))^2-1.25^2)*sqrt(2*x*...

```

```

        ((beta1.p1*x^4 +beta1.p2*x^3 +beta1.p3*x^2 +beta1.p4*x +
beta1.p5)-0.101)),tspan,rho2_pre);

rho(1) =[];

total_rho2 = [total_rho2;rho];

rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

jishi = jishi+t_shengyu;

T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1),-2);

T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);

if      (roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu)      ==      min(roundn(T1/2,-2)-
T1_shengyu,100-T2_shengyu)

        rho1_pre = rho_min;

end

elseif T1_shengyu < roundn(T1/2,-2) && T2_shengyu < roundn(T2,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu,100-T2_shengyu);

    tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

    tspan = mod(tspan,T2);

    tspan(tspan == 0) = T2;

    [t1,rho] = ode15s(@(t,x) 0,tspan,rho2_pre);

    rho(1) =[];

    rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

    total_rho2 = [total_rho2;rho];

```

```

jishi = jishi+t_shengyu;

T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1),-2);

T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);

if      (roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu)      ==      min(roundn(T1/2,-2)-
T1_shengyu,100-T2_shengyu)

        rho1_pre = rho_min;

end

elseif T1_shengyu <roundn(T1,-2)  && T2_shengyu < roundn(0.33,-2)

        t_shengyu = min(roundn(T1,-2)-T1_shengyu,0.33-T2_shengyu);

        tspan = 0:0.01:0.01;

        tspan = roundn(tspan+jishi,-2);

        if roundn(rho1_pre,-3)>roundn(rho2_pre,-3)

                [t1,rho]                        =                        ode15s(@(t,x)

odefun1(t,x,w,beta1,beta2,h_beta1,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

                else

                [t1,rho]                        =                        ode15s(@(t,x)

odefun5(t,x,w,beta1,beta2,h_beta1,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

                end

        rho = real(rho);

        rho1 = rho(:,1);

```

```

rho2 = rho(:,2);

rho2(1) = [];

rho2_pre = rho2(length(rho2));

total_rho2 = [total_rho2;rho2_pre];

rho1_pre = rho1(length(rho1));%更新当前的密度

jishi = jishi+0.01;

elseif T1_shengyu <roundn(T1,-2)  && T2_shengyu < roundn(2.12,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1,-2)-T1_shengyu,2.12-T2_shengyu);

    tspan = 0:0.01:0.01;

    tspan = roundn(tspan+jishi,-2);

    if roundn(rho1_pre,-3)>roundn(rho2_pre,-3)

        [t1,rho] = ode15s(@(t,x)
odefun2(t,x,w,beta1,beta2,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

    else

        [t1,rho] = ode15s(@(t,x)
odefun6(t,x,w,beta1,beta2,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

    end

    rho = real(rho);

    rho1 = rho(:,1);

```

```

rho2 = rho(:,2);

rho2(1) = [];

rho2_pre = rho2(length(rho2));

total_rho2 = [total_rho2;rho2_pre];

rho1_pre = rho1(length(rho1));%更新当前的密度

jishi = jishi+0.01;

elseif T1_shengyu <roundn(T1,-2) && T2_shengyu < roundn(2.46,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1,-2)-T1_shengyu,2.46-T2_shengyu);

    tspan = 0:0.01:0.01;

    tspan = roundn(tspan+jishi,-2);

    if roundn(rho1_pre,-3)>roundn(rho2_pre,-3)

        [t1,rho] = ode15s(@ (t,x)
odefun3(t,x,w,beta1,beta2,h_beta3,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

    else

        [t1,rho] = ode15s(@ (t,x)
odefun7(t,x,w,beta1,beta2,h_beta3,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

    end

    rho = real(rho);

```

```

rho1 = rho(:,1);

rho2 = rho(:,2);

rho2(1) = [];

rho2_pre = rho2(length(rho2));

total_rho2 = [total_rho2;rho2_pre];

rho1_pre = rho1(length(rho1));%更新当前的密度

jishi = jishi+0.01;

elseif T1_shengyu <roundn(T1,-2) && T2_shengyu < roundn(100,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1,-2)-T1_shengyu,100-T2_shengyu);

    tspan = 0:0.01:0.01;

    tspan = roundn(tspan+jishi,-2);

    if roundn(rho1_pre,-3)>roundn(rho2_pre,-3)

        [t1,rho] = ode15s(@(t,x)
odefun4(t,x,w,beta1,beta2,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

    else

        [t1,rho] = ode15s(@(t,x)
odefun8(t,x,w,beta1,beta2,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

    end

    rho = real(rho);

```

```

rho1 = rho(:,1);

rho2 = rho(:,2);

rho2(1) = [];

rho2_pre = rho2(length(rho2));

total_rho2 = [total_rho2;rho2_pre];

rho1_pre = rho1(length(rho1));%更新当前的密度

jishi = jishi+0.01;

elseif T1_shengyu < roundn(T1+10,-2) && T2_shengyu < roundn(0.33,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1+10,-2)-T1_shengyu,0.33-T2_shengyu);

    tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

    tspan = mod(tspan,T2);

    [t1,rho] = ode15s(@(t,x) -
0.85*pi/(pi*5^2*500)*(((7.892+(h_beta1.p1*t^4+h_beta1.p2*t^3+...
h_beta1.p3*t^2+h_beta1.p4*t+h_beta1.p5))*tand(9))^2-
1.25^2)*sqrt(2*x*...
((beta1.p1*x^4 +beta1.p2*x^3 +beta1.p3*x^2 +beta1.p4*x + beta1.p5)-
0.101)),tspan,rho2_pre);

rho(1) = [];

total_rho2 = [total_rho2;rho];

rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

jishi = jishi+t_shengyu;

```



```

elseif T1_shengyu < roundn(T1+10,-2) && T2_shengyu < roundn(2.12,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1+10,-2)-T1_shengyu,2.12-T2_shengyu);

    tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

    tspan = mod(tspan,T2);

    [t1,rho] = ode15s(@(t,x) -0.85*pi/(pi*5^2*500)*0.7^2*sqrt(2*x*...

        ((beta1.p1*x^4 +beta1.p2*x^3 +beta1.p3*x^2 +beta1.p4*x + beta1.p5)-

0.101)),tspan,rho2_pre);

    rho(1) = [];

    total_rho2 = [total_rho2;rho];

    rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

    jishi = jishi+t_shengyu;

elseif T1_shengyu < roundn(T1+10,-2) && T2_shengyu < roundn(2.46,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1+10,-2)-T1_shengyu,2.46-T2_shengyu);

    tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

    tspan = mod(tspan,T2);

    [t1,rho] = ode15s(@(t,x) -

0.85*pi/(pi*5^2*500)*(((7.892+(h_beta3.p1*t^4+h_beta3.p2*t^3+h_beta3.p3*t^2+...

        h_beta3.p4*t+h_beta3.p5))*tand(9))^2-1.25^2)*sqrt(2*x*...

        ((beta1.p1*x^4 +beta1.p2*x^3 +beta1.p3*x^2 +beta1.p4*x +

beta1.p5)-0.101)),tspan,rho2_pre);

```

```

rho(1) = [];

total_rho2 = [total_rho2;rho];

rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

jishi = jishi+t_shengyu;

T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1),-2);

T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);

if      (roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu)      ==      min(roundn(T1/2,-2)-
T1_shengyu,100-T2_shengyu)

        rho1_pre = rho_min;

end

elseif T1_shengyu < roundn(T1+10,-2) && T2_shengyu < roundn(T2,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1+10,-2)-T1_shengyu,100-T2_shengyu);

    tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

    tspan = mod(tspan,T2);

    tspan(tspan == 0) = T2;

    [t1,rho] = ode15s(@(t,x) 0,tspan,rho2_pre);

    rho(1) = [];

    rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

    total_rho2 = [total_rho2;rho];

    jishi = jishi+t_shengyu;

```

```

        T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1),-2);

        T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);

        if      (roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu)      ==      min(roundn(T1/2,-2)-
T1_shengyu,100-T2_shengyu)

                rho1_pre = rho_min;

        end

end

end

toc

total_P                                     =

beta1.p1*total_rho2.^4+beta1.p2*total_rho2.^3+beta1.p3*total_rho2.^2+beta1.p4*tota
l_rho2+beta1.p5;

        all_P(i,:) = total_P(1:100000);

        pianyi_sum(i) = sum(abs(total_P-100));

        pianyi_max(i) = max(abs(total_P-100));

        i=i+1;

end

```

模型三情况一求解

pro31.m

clear

data = xlsread('附件 3-弹性模量与压力.xlsx','A2:B402');

p=data(:,1);

E=data(:,2);

%拟合弹性模量与压力的关系

[fitresult, gof] = createFit(p, E);

%求密度从 0.85 到 0.9 之间的压力的数值解

rhospan = [0.85 0.9];

p0 = 100;

[rho,p] = ode15s(@(rho,x) (fitresult.p1*x^6 + fitresult.p2*x^5 + fitresult.p3*x^4 + ...

fitresult.p4*x^3 + fitresult.p5*x^2 + fitresult.p6*x + fitresult.p7)/rho, rhospan,

p0);

%用求出的数值解拟合压力与密度的关系

[beta1, ~] = createFit1(rho, p);

data = xlsread('附件 1-凸轮边缘曲线.xlsx','A2:B629');

L = data(:,2);

theta = data(:,1);

%拟合极径与极角的关系

```
[beta2, ~] = createFit2(theta, L);
```

%上升段的距离随时间变化

```
yundong1 = xlsread('附件 2-针阀运动曲线.xlsx','A2:B46');
```

```
penyouzui_t1 = yundong1(:,1);
```

```
penyouzui_h1 = yundong1(:,2);
```

%拟合上升段距离时间变化的多项式

```
[h_beta1,~] = juli_t1(penyouzui_t1,penyouzui_h1);
```

%下降段的距离随时间变化

```
yundong3 = xlsread('附件 2-针阀运动曲线.xlsx','D2:E46');
```

```
penyouzui_t3 = yundong3(:,1);
```

```
penyouzui_h3 = yundong3(:,2);
```

```
[h_beta3,~] = juli_t3(penyouzui_t3,penyouzui_h3);
```

```
Lmax = max(L);%初始位置的极经 上止点
```

```
Lmin = min(L);%下止点
```

%得到上止点液体体积和下止点液体体积

```
V_min = 20;
```

```
V_max = 20 + pi*2.5^2*(Lmax-Lmin);
```

```
Pmin = 0.5;
```

```

%求 0.5 压力下的密度 也就是下止点的密度

pspan = [100 0.5];

rho0 = 0.85;

[p1,rho_min] = ode15s(@(x,rho) rho/(fitresult.p1*x^6 + fitresult.p2*x^5 +
fitresult.p3*x^4 +...
fitresult.p4*x^3 + fitresult.p5*x^2 + fitresult.p6*x + fitresult.p7),pspan, rho0);

rho_min = rho_min(length(rho_min));%0.5MPa 下的密度

m = rho_min*V_max;%高压油泵的质量

S_youbeng = pi*2.5^2;%高压油泵的面积

for t_penyoudiu = 2.45:0.3:97.55

for w = 0.01:0.01:1

jishi = 0;%计时器

total_P2 = [];%管道压力

total_rho2 = []; %管道密度

T1 = roundn(6.27/w,-2);%活塞周期

T2 = 100;

```

```
rho2_pre = 0.85;
```

```
i=1;
```

```
tic
```

```
while jishi < 1000
```

```
    T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1+10),-2);
```

```
    T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);
```

```
    if mod(roundn(T1_shengyu,-2),T1+10)==0
```

```
        T1_shengyu=0;
```

```
    end
```

```
    if mod(roundn(T2_shengyu,-2),T2)==0
```

```
        T2_shengyu=0;
```

```
    end
```

```
    t_shengyu = 0;
```

```
    if T1_shengyu < roundn(T1/2,-2) && T2_shengyu < roundn(0.33,-2)
```

```
        t_shengyu = min(roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu,0.33-T2_shengyu);
```

```
        tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);
```

```
        tspan = mod(tspan,T2);
```

```

[t1,rho] = ode15s(@(t,x) -
0.85*pi/(pi*5^2*500)*(((7.892+(h_beta1.p1*t^4+h_beta1.p2*t^3+...
h_beta1.p3*t^2+h_beta1.p4*t+h_beta1.p5))*tand(9))^2-
1.25^2)*sqrt(2*x*...
((beta1.p1*x^4 +beta1.p2*x^3 +beta1.p3*x^2 +beta1.p4*x + beta1.p5)-
0.101)),tspan,rho2_pre);

rho(1) = [];

total_rho2 = [total_rho2;rho];

rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

jishi = jishi+t_shengyu;

T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1),-2);

T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);

if (roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu) == min(roundn(T1/2,-2)-
T1_shengyu,2.12-T2_shengyu)

rho1_pre = rho_min;

while t_pengyouzui<100

end

end

elseif T1_shengyu < roundn(T1/2,-2) && T2_shengyu < roundn(2.12,-2)

t_shengyu = min(roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu,2.12-T2_shengyu);

tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

tspan = mod(tspan,T2);

```



```

[t1,rho] = ode15s(@(t,x) -0.85*pi/(pi*5^2*500)*0.7^2*sqrt(2*x*...
((beta1.p1*x^4 +beta1.p2*x^3 +beta1.p3*x^2 +beta1.p4*x + beta1.p5)-
0.101)),tspan,rho2_pre);

rho(1) =[];

total_rho2 = [total_rho2;rho];

rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

jishi = jishi+t_shengyu;

T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1),-2);

T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);

if      (roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu)      ==      min(roundn(T1/2,-2)-
T1_shengyu,2.46-T2_shengyu)

    rho1_pre = rho_min;

end

elseif T1_shengyu < roundn(T1/2,-2) && T2_shengyu < roundn(2.46,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu,2.46-T2_shengyu);

    tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

    tspan = mod(tspan,T2);

    [t1,rho]      =      ode15s(@(t,x)      -
0.85*pi/(pi*5^2*500)*(((7.892+(h_beta3.p1*t^4+h_beta3.p2*t^3+h_beta3.p3*t^2+...
h_beta3.p4*t+h_beta3.p5))*tand(9))^2-1.25^2)*sqrt(2*x*...

```

```

        ((beta1.p1*x^4 +beta1.p2*x^3 +beta1.p3*x^2 +beta1.p4*x +
beta1.p5)-0.101)),tspan,rho2_pre);

rho(1) =[];

total_rho2 = [total_rho2;rho];

rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

jishi = jishi+t_shengyu;

T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1),-2);

T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);

if (roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu) == min(roundn(T1/2,-2)-
T1_shengyu,100-T2_shengyu)

    rho1_pre = rho_min;

end

elseif T1_shengyu < roundn(T1/2,-2) && T2_shengyu < roundn(T2,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu,100-T2_shengyu);

    tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

    tspan = mod(tspan,T2);

    tspan(tspan == 0) = T2;

    [t1,rho] = ode15s(@(t,x) 0,tspan,rho2_pre);

    rho(1) =[];

    rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

    total_rho2 = [total_rho2;rho];

```

```

jishi = jishi+t_shengyu;

T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1),-2);

T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);

if      (roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu)      ==      min(roundn(T1/2,-2)-
T1_shengyu,100-T2_shengyu)

        rho1_pre = rho_min;

end

elseif T1_shengyu <roundn(T1,-2)  && T2_shengyu < roundn(0.33,-2)

        t_shengyu = min(roundn(T1,-2)-T1_shengyu,0.33-T2_shengyu);

        tspan = 0:0.01:0.01;

        tspan = roundn(tspan+jishi,-2);

        if roundn(rho1_pre,-3)>roundn(rho2_pre,-3)

                [t1,rho]                        =                        ode15s(@(t,x)
odefun1(t,x,w,beta1,beta2,h_beta1,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

        else

                [t1,rho]                        =                        ode15s(@(t,x)
odefun5(t,x,w,beta1,beta2,h_beta1,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

        end

        rho = real(rho);

        rho1 = rho(:,1);

```

```

rho2 = rho(:,2);

rho2(1) = [];

rho2_pre = rho2(length(rho2));

total_rho2 = [total_rho2;rho2_pre];

rho1_pre = rho1(length(rho1));%更新当前的密度

jishi = jishi+0.01;

elseif T1_shengyu <roundn(T1,-2)  && T2_shengyu < roundn(2.12,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1,-2)-T1_shengyu,2.12-T2_shengyu);

    tspan = 0:0.01:0.01;

    tspan = roundn(tspan+jishi,-2);

    if roundn(rho1_pre,-3)>roundn(rho2_pre,-3)

        [t1,rho] = ode15s(@(t,x)
odefun2(t,x,w,beta1,beta2,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

    else

        [t1,rho] = ode15s(@(t,x)
odefun6(t,x,w,beta1,beta2,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

    end

    rho = real(rho);

    rho1 = rho(:,1);

```

```

rho2 = rho(:,2);

rho2(1) = [];

rho2_pre = rho2(length(rho2));

total_rho2 = [total_rho2;rho2_pre];

rho1_pre = rho1(length(rho1));%更新当前的密度

jishi = jishi+0.01;

elseif T1_shengyu <roundn(T1,-2) && T2_shengyu < roundn(2.46,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1,-2)-T1_shengyu,2.46-T2_shengyu);

    tspan = 0:0.01:0.01;

    tspan = roundn(tspan+jishi,-2);

    if roundn(rho1_pre,-3)>roundn(rho2_pre,-3)

        [t1,rho] = ode15s(@ (t,x)
odefun3(t,x,w,beta1,beta2,h_beta3,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

    else

        [t1,rho] = ode15s(@ (t,x)
odefun7(t,x,w,beta1,beta2,h_beta3,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

    end

    rho = real(rho);

```

```

rho1 = rho(:,1);

rho2 = rho(:,2);

rho2(1) = [];

rho2_pre = rho2(length(rho2));

total_rho2 = [total_rho2;rho2_pre];

rho1_pre = rho1(length(rho1));%更新当前的密度

jishi = jishi+0.01;

elseif T1_shengyu <roundn(T1,-2) && T2_shengyu < roundn(100,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1,-2)-T1_shengyu,100-T2_shengyu);

    tspan = 0:0.01:0.01;

    tspan = roundn(tspan+jishi,-2);

    if roundn(rho1_pre,-3)>roundn(rho2_pre,-3)

        [t1,rho] = ode15s(@ (t,x)
odefun4(t,x,w,beta1,beta2,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

    else

        [t1,rho] = ode15s(@ (t,x)
odefun8(t,x,w,beta1,beta2,T1),tspan,[rho1_pre rho2_pre]);

    end

    rho = real(rho);

```

```

rho1 = rho(:,1);

rho2 = rho(:,2);

rho2(1) = [];

rho2_pre = rho2(length(rho2));

total_rho2 = [total_rho2;rho2_pre];

rho1_pre = rho1(length(rho1));%更新当前的密度

jishi = jishi+0.01;

elseif T1_shengyu < roundn(T1+10,-2) && T2_shengyu < roundn(0.33,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1+10,-2)-T1_shengyu,0.33-T2_shengyu);

    tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

    tspan = mod(tspan,T2);

    [t1,rho] = ode15s(@(t,x) -
0.85*pi/(pi*5^2*500)*(((7.892+(h_beta1.p1*t^4+h_beta1.p2*t^3+...
h_beta1.p3*t^2+h_beta1.p4*t+h_beta1.p5))*tand(9))^2-
1.25^2)*sqrt(2*x*...
((beta1.p1*x^4 +beta1.p2*x^3 +beta1.p3*x^2 +beta1.p4*x + beta1.p5)-
0.101)),tspan,rho2_pre);

rho(1) = [];

total_rho2 = [total_rho2;rho];

rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

jishi = jishi+t_shengyu;

```

```

elseif T1_shengyu < roundn(T1+10,-2) && T2_shengyu < roundn(2.12,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1+10,-2)-T1_shengyu,2.12-T2_shengyu);

    tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

    tspan = mod(tspan,T2);

    [t1,rho] = ode15s(@(t,x) -0.85*pi/(pi*5^2*500)*0.7^2*sqrt(2*x*...

        ((beta1.p1*x^4 +beta1.p2*x^3 +beta1.p3*x^2 +beta1.p4*x + beta1.p5)-

0.101)),tspan,rho2_pre);

    rho(1) = [];

    total_rho2 = [total_rho2;rho];

    rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

    jishi = jishi+t_shengyu;

elseif T1_shengyu < roundn(T1+10,-2) && T2_shengyu < roundn(2.46,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1+10,-2)-T1_shengyu,2.46-T2_shengyu);

    tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

    tspan = mod(tspan,T2);

    [t1,rho] = ode15s(@(t,x) -

0.85*pi/(pi*5^2*500)*(((7.892+(h_beta3.p1*t^4+h_beta3.p2*t^3+h_beta3.p3*t^2+...

        h_beta3.p4*t+h_beta3.p5))*tand(9))^2-1.25^2)*sqrt(2*x*...

        ((beta1.p1*x^4 +beta1.p2*x^3 +beta1.p3*x^2 +beta1.p4*x +

beta1.p5)-0.101)),tspan,rho2_pre);

```



```

rho(1) = [];

total_rho2 = [total_rho2;rho];

rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

jishi = jishi+t_shengyu;

T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1),-2);

T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);

if      (roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu)      ==      min(roundn(T1/2,-2)-
T1_shengyu,100-T2_shengyu)

        rho1_pre = rho_min;

end

elseif T1_shengyu < roundn(T1+10,-2) && T2_shengyu < roundn(T2,-2)

    t_shengyu = min(roundn(T1+10,-2)-T1_shengyu,100-T2_shengyu);

    tspan = roundn(jishi:0.01:jishi+t_shengyu,-2);

    tspan = mod(tspan,T2);

    tspan(tspan == 0) = T2;

    [t1,rho] = ode15s(@(t,x) 0,tspan,rho2_pre);

    rho(1) = [];

    rho2_pre = rho(length(rho));%更新当前管道密度

    total_rho2 = [total_rho2;rho];

    jishi = jishi+t_shengyu;

```

```

T1_shengyu = roundn(mod(jishi,T1),-2);

T2_shengyu = roundn(mod(jishi,T2),-2);

if      (roundn(T1/2,-2)-T1_shengyu)      ==      min(roundn(T1/2,-2)-
T1_shengyu,100-T2_shengyu)

        rho1_pre = rho_min;

    end

end

end

toc

total_P                                     =

beta1.p1*total_rho2.^4+beta1.p2*total_rho2.^3+beta1.p3*total_rho2.^2+beta1.p4*tota
l_rho2+beta1.p5;

    all_P(i,:) = total_P(1:100000);

    pianyi_sum(i) = sum(abs(total_P-100));

    pianyi_max(i) = max(abs(total_P-100));

    i=i+1;

end

end

[min_1 mindex] = min(all_P)

```