

# 博弈论作业一

截止日期：2022 年 3 月 6 日（周日）

- 要求字迹工整，可辨认。
- QQ 群作业提交。

**第一题：劣势策略与纳什均衡** 考虑以下博弈：

		参与者二		
		左	中	右
参与者一	上	(1, 0)	(0, 1)	(1, 2)
	中	(0, 3)	(3, 0)	(0, 1)
	下	(1, 1)	(2, 1)	(2, 2)

- 此博弈中是否有严格劣策略 (strictly dominated strategy)? 是什么?
- 此博弈中是否有不严格劣策略 (weakly dominated strategy)? 是什么?
- 重复剔除严格劣策略 (iterated elimination of strictly dominated strategies) 的预测是什么?
- 什么是纯策略纳什均衡 (pure strategy Nash equilibrium)? 此博弈的纯策略纳什均衡是什么?

**第二题：鹰鸽博弈 (Hawk-Dove game)** 考虑两只动物竞争的情形。每只动物可以采取的策略有两种，一种是鹰式策略，即为凶悍策略，另一种是鸽式策略，即温和策略。如鹰碰到鸽，则鸽逃跑，鹰独享猎物。如鹰碰到鹰，则搏斗发生，两败俱伤。如鸽碰到鸽，则分享猎物。博弈收益如下：

		动物二	
		鹰	鸽
动物一	鹰	(0, 0)	(4, 1)
	鸽	(1, 4)	(3, 3)

1. 什么是纳什均衡 (更一般的定义，包含混合策略)?
2. 此博弈的纯策略纳什均衡 (pure strategy Nash equilibrium) 是什么?
3. 此博弈的混合策略纳什均衡 (mixed strategy Nash equilibrium) 是什么?

### 第三题：古诺模型 (Cournot Model)

1. 注：此小问除了厂家数量以外，其他设定均与课上讨论的两个厂家的古诺模型相同。

三个厂家生产同质商品。令  $q_1, q_2, q_3$  分别为厂家 1, 2, 3 的产量。 $P(Q) = a - Q$  为总产量  $Q = q_1 + q_2 + q_3$  时的市场出清价格。假设厂家  $i$  生产  $q_i$  产量时的总成本为  $C_i(q_i) = cq_i$ 。为保证均衡产量为正，假设  $c < a$ 。三个厂家同时定产量。这个模型的均衡是什么？

2. 注：此小问除了两个厂家的边际成本不同以外，其他设定均与课上讨论的两个厂家的古诺模型相同。

两个厂家生产同质商品。令  $q_1, q_2$  分别为厂家 1, 2 的产量。 $P(Q) = a - Q$  为总产量  $Q = q_1 + q_2$  时的市场出清价格。假设厂家  $i$  生产  $q_i$  产量时的总支出为  $C_i(q_i) = c_i q_i$ ，其中  $c_1 \neq c_2$ 。为保证均衡产量为正，假设  $2c_i < a$ 。两个厂家同时定产量。这个模型的纳什均衡是什么？

### 第四题：优势未必是好的（此题较难）

三个评委 (1, 2, 3) 投票从三个候选人 (a,b,c) 中选出优胜者。三个评委的偏好如下：

- 评委一：偏好排序为 a, b, c (即最希望 a 获胜，其次是 b)
- 评委二：偏好排序为 c, a, b
- 评委三：偏好排序为 b, c, a

评选规则为：票高者获胜，如出现平局，以评委一的投票判定胜利者。（选举规则似乎对评委一有利。）

请回答以下三个问题。

1. 对于每一个评委，是否有严格/不严格劣策略 (weakly/strictly dominated strategies)?
2. 剔除第一小问中所有的严格/不严格劣策略后，对于每一个评委，是否又出现了严格/不严格劣策略？
3. 重复剔除严格/不严格劣策略后，选举的结果是什么？选举结果是评委一希望看到的吗？