

GRE 数学机经 200 题解析

第一套

Section 1

1. A

本题考点 : Algebra, rate problems

Quantity A : 小瓶液体平均每盎司的价格 ;

Quantity B : 大瓶液体平均每盎司的价格。

$$\text{瓶中液体每盎司的价格} = \frac{\text{一瓶液体单价}}{\text{一瓶液体重量}}$$

根据条件可知, $\frac{\text{小瓶液体重量}}{\text{大瓶液体重量}} = \frac{2}{5}$, $\frac{\text{小瓶液体单价}}{\text{大瓶液体单价}} = \frac{1}{2}$ 。

设 : 小瓶液体重量为 $2x$, 则大瓶液体重量为 $5x$; 小瓶液体单价为 y , 则大瓶液体单价为 $2y$, 且 x, y 均为正数, 结合题目条件可计算得出

$$QA (\text{小瓶液体每盎司的价格}) = \frac{\text{小瓶液体单价}}{\text{小瓶液体重量}} = \frac{y}{2x}$$

$$QB (\text{大瓶液体每盎司的价格}) = \frac{\text{大瓶液体单价}}{\text{大瓶液体重量}} = \frac{2y}{5x}$$

比较得出, $\frac{y}{2x} > \frac{2y}{5x}$, 即 QA 大于 QB , 所以答案选 A。

2. A

本题考点 : Geometry, Triangles

Quantity A : $\angle BDC$ 的角度大小 ;

Quantity B : 120°

看图可知, $\angle A = 90^\circ$, 是一个直角, 由此可知, $\triangle BAD$ 和 $\triangle BAC$ 都是直角三角形, 且 $\angle BDA + \angle BDC = 180^\circ$

根据题目条件可知, $AB = 12$, $AC = 30$, 且 $AD = \frac{2}{5}AC$, 即 $AD = 12$,

则 $\triangle BAD$ 是一个等腰直角三角形, $\angle DBA = \angle BDA = 45^\circ$

可得出 $\angle BDC = 180^\circ - \angle BDA = 135^\circ$, 即 QA 大于 QB , 所以答案选 A。

3. A

本题考点 : Arithmetic, Properties of Integers

Quantity A : (集合 T 中为 4 的倍数的整数个数) *4 ;

Quantity B : (集合 T 中为 5 的倍数的整数个数) *5

根据题目条件可知, 集合 T 包含[11,100]这一区间范围内的所有整数, 条件中有出现 inclusive 这一单词, 表示 11 和 100 这两个数也在集合 T 之中。

我们可以先算算[1,100]这一区间范围为 4 的倍数的整数个数、为 5 的倍数的整数个数

$$[1,100] \text{ 这一区间范围为 4 的倍数的整数个数} = \frac{100}{4} = 25,$$

而[1,10]区间范围内有 4, 8 这两个 4 的倍数,

因此集合 T 中为 4 的倍数的整数个数 = 25-2 = 23

$$QA = 23*4 = 92$$

$$[1,100] \text{ 这一区间范围为 5 的倍数的整数个数} = \frac{100}{5} = 20$$

而[1,10]区间范围内有 5, 10 这两个 5 的倍数,

因此集合 T 中为 5 的倍数的整数个数 = 20-2 = 18

$$QB = 18*5 = 90$$

综上所述, QA 大于 QB, 所以答案选 A。

4. C

本题考点 : Algebra, Solving Quadratic Equations

Quantity A : $(x + 3)^2$;

Quantity B : 16

题目条件给出 $x^2 + 6x = 7$, 即 $x^2 + 6x - 7 = 0$

$$\text{运用二次方程求根公式 } x = -\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

求解可得 $x_1 = 1, x_2 = -7$

将 x 的两个解代入 $(x + 3)^2$ 中

得 QA = 16, 即 QA 等于 QB

综上所述, 答案选 C。

5. B

本题考点 : Arithmetic, Prime Numbers and Factorizations

Quantity A: 数字 500 的不同的质因数的个数 ;

Quantity B: 数字 360 的不同的质因数的个数。

$500 = (2)(2)(5)(5) = 2^2 * 5^2$, 500 有 2, 5 这两个质因数, 即 QA 为 2

$360 = (2)(2)(2)(3)(5) = 2^3 * 3^2 * 5$, 500 有 2, 3, 5 这三个质因数, 即 QB 为 3

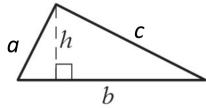
综上所述, QA 小于 QB, 所以答案选 B。

6. B

本题考点 : Geometry, Triangles

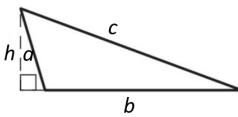
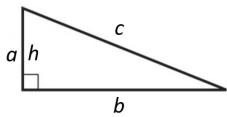
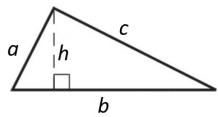
Quantity A: 周长为 8 的三角形区域面积 ;

Quantity B: 8。



根据题目条件可知, $a+b+c = 8$, 三角形的面积 $= \frac{bh}{2}$,

三角形可能出现锐角三角形、直角三角形、钝角三角形这三种情况, 如下图所示,



即 $h \leq a$, $a = 8-b-c$, 则 $h \leq a < 8-b$, 那么三角形的面积 $\frac{bh}{2} < \frac{b*(8-b)}{2}$

设 $f(x) = b*(8-b) = -b^2 + 8b = -(b-4)^2 + 16$,

因为 $b > 0$, 所以当 $b = \frac{8}{2} = 4$ 时, $f(x)$ 有最大值 $= 4*(8-4) = 16$,

即 $\frac{b*(8-b)}{2} \leq \frac{16}{2} = 8$, $\frac{bh}{2} < \frac{b*(8-b)}{2} < 8$

$QA < QB$, 所以选 B。

7. D

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

Quantity A: 数列 L 所有数字的算术平均数

Quantity B: 0

根据题目条件可知, 数列 L 中有 7 个数, 且该数列的极差为 0, 即该数列中 7 个数字相同。

则可知,

当数列中的数字小于 0 时, $QA < 0$;

当数列中的数字等于 0 时, $QA = 0$;

当数列中的数字大于 0 时, $QA > 0$ 。

综上所述, 结合题目条件无法判断 QA 与 QB 的数量比较大小, 答案选 D。

8. D

本题考点 : Arithmetic, Absolute Value

Quantity A = $s+2$;

Quantity B = $|t|$

根据题目条件可知, $s = |t-2|$, 即

当 $t > 2$ 时, $s = t-2$, $QA = s+2 = t-2+2 = t$, $QA = QB$;

当 $t < 2$ 时, $s = 2-t$, $QA = s+2 = 2-t+2 = 4-t$, 若 $0 < t < 2$, 则 $QA > QB$, 若 $t \leq 0$, 仍然 $QA > QB$ 。

所以 QA 与 QB 的数量比较不确定, 答案选 D。

9. E

本题考点 : Data Analysis, Probability

一个零钱罐里有 10 枚十分钱硬币和 x 枚二十五分钱硬币。如果从零钱罐中任意抽取一枚硬币，抽中二十五分钱硬币的概率为 0.6。 x 为多少？

$$\text{抽中二十五分钱硬币的概率} = \frac{\text{二十五分钱硬币枚数}}{\text{零钱罐硬币总枚数}} = \frac{x}{10+x}$$

根据题目条件可知， $\frac{x}{10+x} = 0.6$ ，解出 $x = 15$ ，所以答案选 E。

10. D

本题考点 : Algebra, Coordinate Geometry

在平面直角坐标系中，点(3,1)在圆上，圆心坐标为(0,-3)。该圆的面积为多少？

圆的解析式为 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ ，圆的面积 = πr^2

根据题目条件可知， $x = 3$, $y = 1$, $a = 0$, $b = -3$ ，代入圆的解析式中

$$(3 - 0)^2 + [1 - (-3)]^2 = r^2$$

$$r = \sqrt{(3 - 0)^2 + [1 - (-3)]^2} = 5$$

圆的面积 = $\pi 5^2 = 25\pi$ ，所以答案选 D。

11. B

本题考点 : Algebra, Operations with Algebraic Expressions

代数恒等式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$$(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 = [(2x + 1) + (2x - 1)] * [(2x + 1) - (2x - 1)] = 4x * 2 = 8x$$

答案选 B

12. D

本题考点 : Algebra, Coordinate Geometry

下列哪一条直线的线性方程不包含任何横纵坐标皆为整数的点？

即问，下列哪个方程表示 x 和 y 不能同时为整数。

此题可采用代入数字的方法来解，我们分别将 0, 1, 2 代入各个线性方程，发现

在 A 选项 $y = 4$ 的情况当中，不论 x 为什么数， y 都是整数 4，只要 x 取到整数，都可以得到横纵坐标皆为整数的点，故排除此选项；

在 B 选项 $y = \frac{1}{2}x$ 的情况当中，当 $x = 0$ 时， $y = 0$ ， $x = 1$ 时， $y = \frac{1}{2}$ ， $x = 2$ 时， $y = 1$ ，即当 x 取到偶数， y 为整数，就可以得到横纵坐标皆为整数的点，故排除此选项；

在 C 选项 $y = x + 3$ 的情况当中，当 $x = 0$ 时， $y = 3$ ， $x = 1$ 时， $y = 4$ ， $x = 2$ 时， $y = 5$ ，即当 x 取到整数， y 也为整数，就可以得到横纵坐标皆为整数的点，故排除此选项；

在 D 选项 $y = x + \frac{1}{2}$ 的情况当中，当 $x = 0$ 时， $y = \frac{1}{2}$ ， $x = 1$ 时， $y = 1\frac{1}{2}$ ， $x = 2$ 时， $y = 2\frac{1}{2}$ ，即当 x 取到整数时， y 总是有个 $\frac{1}{2}$ 的尾巴，所以在这条直线上找不到横纵坐标皆为整数的点，所以该选项符合题目要求；

在 E 选项 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 的情况当中，当 $x = 0$ 时， $y = 3$ ， $x = 1$ 时， $y = 3\frac{1}{2}$ ， $x = 2$ 时， $y = 4$ ，即当 x 取到

偶数, y 为整数, 就可以得到横纵坐标皆为整数的点, 故排除此选项。

综上所述, 答案选 D。

13. ABC

本题考点 : Data Analysis, Sets

一位兽医有 70 名客户, 这些客户要么养狗, 要么养猫, 或者养狗又养猫。这 70 名客户中, 有 36 名客户养猫, 其中包含 20 名养狗又养猫的客户。下列哪些陈述是正确的?

选择所有正确的陈述。

令集合 D 表示养狗的客户组成的集合, $|D|$ 表示养狗客户的总人数;

令集合 C 表示养猫的客户组成的集合, $|C|$ 表示养猫客户的总人数;

$|C \cup D|$ 表示所有客户的总人数, $|C \cap D|$ 表示养狗又养猫的客户人数。

根据题目条件可知,

$$|C| = 36, |C \cap D| = 20, |C \cup D| = 70.$$

根据容斥定理可知 :

$$|C \cup D| = |C| + |D| - |C \cap D|$$

$$|D| = 54, \text{ 即养狗的客户总数为 54 人;}$$

$$|D| - |C \cap D| = 34, \text{ 即只养狗不养猫的客户总数为 34 人;}$$

$$|C| - |C \cap D| = 16, \text{ 即只养猫不养狗的客户总数为 16 人。}$$

所以 A, B, C 三个选项内容都正确, 答案为 ABC。

14-16 题的具体数据信息见饼状图

14. $\frac{9}{20}$

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

在 20-49 的年龄段中, 有几分之几的人表明他们采用报纸或网络作为获取新闻的渠道?

根据第一张饼状图可知, 20-49 年龄段的人群中, 有 10% 的人采用报纸获取新闻, 35% 的人采用网络获取新闻, 所以

$$\text{采用报纸或网络获取新闻的人数比例} = 10\% + 35\% = 45\% = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$$

所以答案是 $\frac{9}{20}$ 。

15. B

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

下列哪个选项最接近受访人群中, 采用网络获取新闻人数占全体受访总人数的百分比?

$$\text{采用网络获取新闻人数占全体受访总人数的百分比} = \frac{\text{采用网络获取新闻人数}}{\text{全体受访总人数}}$$

全体受访总人数 = [20-49 年龄段]受访总人数 + [50+ 年龄段]受访总人数

全体受访总人数 = 240 + 300 = 540

采用网络获取新闻人数 = [20-49 年龄段]采用网络获取新闻人数 + [50+ 年龄段]采用网络获取新闻人数

[20-49 年龄段]采用网络获取新闻人数 = [20-49 年龄段]采用网络获取新闻人数百分比 * [20-49 年龄段]

受访总人数

[20-49 年龄段]采用网络获取新闻人数 = 35% * 240 = 84

[50+年龄段]采用网络获取新闻人数 = [50+年龄段]采用网络获取新闻人数百分比*[50+年龄段]受访总人数

[50+年龄段]采用网络获取新闻人数 = $11\% * 300 = 33$

采用网络获取新闻人数 = $84 + 33 = 117$

采用网络获取新闻人数占全体受访总人数的百分比 = $\frac{117}{540} \approx 21.7\%$

所以该题答案选 B。

16. B

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

在 50+年龄段的受访者中, 将网络作为获取新闻首选渠道的人, 比采用收音机作为获取新闻首选渠道的人, 大约少了百分之多少?

题目问较少的占比比较多的占比, 少了百分之多少, 默认该百分比中, 分母为“采用收音机作为获取新闻首选渠道的人”的占比, 即

$$\text{所求百分比} = \frac{\text{收音机作为获取新闻首选渠道的人百分比} - \text{收音机作为获取新闻首选渠道的人百分比}}{\text{收音机作为获取新闻首选渠道的人百分比}} * 100\%$$

据图可知, 收音机作为获取新闻首选渠道的人占比 11%, 采用收音机作为获取新闻首选渠道的人占比 15%

$$\text{所求百分比} = \frac{15\% - 11\%}{15\%} * 100\% \approx 26.67\% \approx 27\%$$

综上所述, 答案选 B

17. E

本题考点 : Arithmetic, Properties of Integers

当一个正整数 x 除以 42 时, 余数为 19。当 x 除以 7 时, 余数为多少呢?

设 x 除以 42 时, 商为 y。在整数的除法运算中, 有余数, 则商为整数, 所以 y 也是正整数。

则 $x = 42y + 19$

$$\frac{x}{7} = \frac{42y + 19}{7} = 6y + 2 + \frac{5}{7}$$

商为 $6y + 2$, 余为 5。

综上所述, 答案为 E。

18. $x = 12$

本题考点 : Arlgebra, Linear Equations in two Variables

如果 x 比 y 的一半大 4, y 比 x 的一半大 10, 那么 x 的值为多少?

根据题目信息可以列出二元一次方程组

$$\begin{cases} x = \frac{y}{2} + 4 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ y = \frac{x}{2} + 10 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

将②式代入①式可得

$$x = \frac{(\frac{x}{2} + 10)}{2} + 4$$

$$x = \frac{x}{4} + 9$$

$$\frac{3}{4}x = 9$$

$$x = 12$$

19. A

本题考点 : Arithmetic, Percents

一位钢琴演奏者同意以下收费标准 : 首场演出的出场费比平时出场费少 12.5%, 第二场演出的出场费比首场演出的出场费多 20%。第二场演出的出场费比平时出场费多了百分之多少?

根据题目可知,

$$\frac{\text{首场演出的出场费} - \text{平时出场费}}{\text{平时出场费}} = -12.5\%$$

$$\frac{\text{首场演出的出场费}}{\text{平时出场费}} = 87.5\% \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{\text{第二场演出的出场费} - \text{首场演出的出场费}}{\text{首场演出的出场费}} = 20\%$$

$$\frac{\text{第二场演出的出场费}}{\text{首场演出的出场费}} = 120\% \cdots \textcircled{2}$$

将①②两式相乘可得

$$\frac{\text{第二场演出的出场费}}{\text{平时出场费}} = 87.5\% * 120\% = 105\%$$

$$\frac{\text{第二场演出的出场费} - \text{平时出场费}}{\text{平时出场费}} = 5\%$$

综上所述, 答案为 5%。

20. 550

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

表格中的罗列出了 5 本教科书的具体页数。当 5 本书页数的平均值与 5 本书页数的中位数相等时, x 最大能取到多大的值。

据表格可知, A, B, C, D 四本书从小到大排列页数为 480, 490, 510, 520

5 本书的中位数应该为从小到大排到第三位的页数值, 所以中位数不可能为 480 和 520。

$$\text{平均数} = \text{中位数} = 490 \quad x \leq 490$$

$$\text{故而, } \begin{cases} \text{平均数} = \text{中位数} = x \quad 490 < x < 510 \\ \text{平均数} = \text{中位数} = 510 \quad x \geq 510 \end{cases}$$

即 $490 \leq \text{平均数} = \text{中位数} \leq 510$

当 $\text{平均数} = \text{中位数} = 510$ 时, x 取到最大值

$$480 + 490 + 510 + 520 + x = 510 * 5$$

$$x = 550$$

Section 2

1. D

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

在 X 实验中得到了 500 个测量值, 平均值 (算术平均数) 为 280, 数值 k 处于整组数据第 75 的百分位上。在 Y 实验中也得到了 500 个测量值, 平均值 (算术平均数) 也为 280, 数值 n 处于整组数据第 75 的百分位上。

Quantity A : k

Quantity B : n

根据题目条件无法得知 k, n 的具体数值大小, 故而不能确定 QA 与 QB 的数值比较关系。

所以答案为 D。

2. C

本题考点 : Algebra, Inequalities

Quantity A : 当 $9 \leq x \leq 12$, $-2 \leq y \leq 8$ 时, $\frac{2}{x-y}$ 的最大值 ;

Quantity B : 2

当 $x-y$ 取到最小值时, $\frac{2}{x-y}$ 有最大值。

故而 x 取最小值 9, y 取最大值 8 时, $\frac{2}{x-y}$ 的最大值为 2, 即 QA 为 2。

QA = QB, 所以答案选 C。

3. D

本题考点 : Algebra, Operations with Algebraic Expressions

$x-y = 5$

Quantity A: $x^2 - y^2$

Quantity B: 5

根据题目条件, $QA = (x+y)(x-y) = (x+y)(5)$, 无法得知 $x+y$ 的数值, QA 无法定量, 所以不能确定 QA 与 QB 的数值比较关系, 答案选 D。

4. B

本题考点 : Algebra, Functions

$f(x) = 4x^2 + 28 + 49$

Quantity A: 当 $f(b)$ 为 $f(x)$ 最小值时, b 的数值。

Quantity B: -3

根据二次函数的系数特性可知, 当二次项系数大于 0 时, 函数图像抛物线开口向上,

当 $x = -\frac{28}{2*4} = -\frac{7}{2}$ 时, $f(x)$ 有最小值, 即 $QA = -\frac{7}{2}$

QA < QB, 所以答案选 B。

5. C

本题考点 : Arithmetic, Exponents and Roots

Quantity A : $(27)^{-8}$

Quantity B : $(81)^{-6}$

$$(27)^{-8} = ((3^3)^{-8}) = (3)^{-24}$$

$$(81)^{-6} = ((3^4)^{-6}) = (3)^{-24}$$

$QA = QB$, 所以答案选 C。

6. D

本题考点 : Algebra, Rules of Exponents

m 和 n 皆为整数。

Quantity A : $(\sqrt{10^{2m}})(\sqrt{10^{2n}})$

Quantity B : 10^{mn}

$$(\sqrt{10^{2m}})(\sqrt{10^{2n}}) = \sqrt{(10^{2m})(10^{2n})} = \sqrt{10^{2m+2n}} = \sqrt{(10^{m+n})^2} = 10^{m+n}, \text{ 即 } QA = 10^{m+n}$$

根据题目条件, 无法得知 m, n 的具体数值或数量关系, 故而不能确定 QA 与 QB 的数值比较关系。
所以答案为 D。

7. A

本题考点 : Algebra, Coordinate Geometry

一条直线经过第一、第三象限和原点, 与 x 轴的夹角为 w° , 且 $w > 45^\circ$, (m,n) 为直线在第一象限上的一点。

Quantity A : $m+n$

Quantity B : $2m$

根据题目条件可知 $w > 45^\circ$, 可得 $\frac{n}{m} > 1$, 即 $n > m$,

则 $m+n > 2m$, 即 QA 大于 QB, 所以答案选 A。

8. 60%

本题考点 : Arithmetic, Percents; Algebra, Applications

A 公司的人数是 B 公司的两倍, 且两家公司没有共同录用的员工。如果 A 公司 64% 的员工和 B 公司 52% 的员工为女性的话, 那么女性员工总数在两家公司员工总人数中占百分之多少?

$$\text{女性员工总数在两家公司员工总人数占比} = \frac{\text{两家公司女性员工总数}}{\text{两家公司员工总人数}} * 100\%$$

设 A 公司有 x 名员工, B 公司有 y 名员工

根据题目条件可知, $x = 2y$,

$$\text{两家公司员工总人数} = 3y$$

其中 A 公司的女性员工为 $64\%x$ 名, 即 $128\%y$ 名; B 公司的女性员工为 $52\%y$ 名

$$\text{两节公司女性员工总数} = 128\%y + 52\%y = 180\%y$$

9. A

本题考点 : Algebra, Applications

一个书柜有 s 层书架, 每层书架有 n 本书, 且 n 为 s 和 $s-1$ 的倍数。如果将最高层书架上的书移除, 平均分配在其他层书架中, 下列哪个选项代表其他书架层将有的书本数量?

$$\text{其他书架层将有的书本数量} = \frac{\text{整个书柜的书本总数}}{\text{其他书架层数}}$$

$$\text{整个书柜的书本总数} = ns$$

$$\text{其他书架层数} = s-1$$

$$\text{其他书架层将有的书本数量} = \frac{ns}{s-1}$$

所以答案选 A。

10. ACD

本题考点 : Arithmetics, Fractions

下列哪一组整数的倒数之和要么小于 $\frac{1}{3}$, 要么大于 $\frac{1}{2}$? 请选出所有符合题干要求的选项。

A 选项 1 和 14 的倒数之和为 $1 + \frac{1}{14} = \frac{15}{14}, \frac{15}{14} > \frac{1}{2}$, 所以 A 符合题目要求, 入选;

B 选项 3 和 12 的倒数之和为 $\frac{1}{3} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}, \frac{1}{3} < \frac{1}{12} < \frac{1}{2}$, 所以 B 不符合题目要求, 排除;

C 选项 5 和 10 的倒数之和为 $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}, \frac{3}{10} < \frac{1}{3}$, 所以 C 符合题目要求, 入选;

D 选项 7 和 8 的倒数之和为 $\frac{1}{7} + \frac{1}{8} = \frac{15}{56}, \frac{15}{56} < \frac{1}{3}$, 所以 D 符合题目要求, 入选。

综上所述, 答案为 ACD。

11. B

本题考点 : Geometry, Triangles

在直角三角形中, 斜边长度为 $x+6$, 有一个锐角为 y° , y° 所对的直角边长度为 $2x-3$ 。

当 $y = 30$ 时, x 为多少?

题目给出的是有一个锐角为 30° 的直角三角形, 在这样的三角形中

$$\frac{\text{30}^\circ \text{所对的直角边长度}}{\text{斜边长度}} = \frac{1}{2}$$

将该类特殊三角形的特性代入题干中

$$\frac{2x-3}{x+6} = \frac{1}{2}$$

$$(2x-3)(2) = x+6$$

$$4x-6 = x+6$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

综上所述, 答案选 B。

12 题的具体数据信息见柱状统计图

12. A

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

在一次调查中，询问了 130 个访问对象在过去一年中看过的数量。他们的回答从 0 到 30 部，各有不同。
上面两张图展现了同一组数据，但是以不同标准方式分组。有多少人的回答是 11 或 12 部呢？

看图一可知，去年观看 0-5 部电影的人数为 25 人

看图二可知，去年观看 0-6 部电影的人数为 30 人

$$\begin{aligned}\text{去年观看 6 部电影的人数} &= \text{去年观看 0-6 部电影的人数} - \text{去年观看 0-5 部电影的人数} \\ &= 30 - 25 = 5 \text{ (人)}\end{aligned}$$

看图一又可知，去年观看 6-10 部电影的人数为 30 人

$$\begin{aligned}\text{去年观看 7-10 部电影的人数} &= \text{去年观看 6-10 部电影的人数} - \text{去年观看 6 部电影的人数} \\ &= 30 - 5 = 25 \text{ (人)}\end{aligned}$$

看图二又可知，去年观看 7-12 部电影的人数为 35 人

$$\begin{aligned}\text{去年观看 11-12 部电影的人数} &= \text{去年观看 7-12 部电影的人数} - \text{去年观看 7-10 部电影的人数} \\ &= 35 - 25 = 10 \text{ (人)}\end{aligned}$$

综上所述，答案选 A。

13. 16

本题考点：Arithmetic, Ratio; Geometry, Three-dimensional Figures

有一块宽为 4 英尺、长为 8 英尺的矩形三合板。先沿着长边削去宽为 x 英寸、长为 8 英尺的一条。然后，垂直于八英尺长的边，即沿着短边再削去宽为 x 英寸的一条。若是最后矩形三合板的宽与长之比为 2 比 5， x 为多少？（一英尺 = 12 英寸）

根据题目条件可知，原矩形三合板宽为 4 英尺、长为 8 英尺

换算单位，

原宽 = 48 英寸、原长 = 96 英寸，

第一次削去宽为 x 英寸、长为 8 英尺的一条后，矩形三合板的宽为 $48 - x$ 英寸，长为 96 英寸；

第二次沿着短边再削去宽为 x 英寸的一条后，矩形三合板的宽为 $48 - x$ 英寸，长为 $96 - x$ 英寸

所以最后矩形三合板的宽为 $48 - x$ 、长为 $96 - x$ ，

$$\begin{aligned}\frac{48 - x}{96 - x} &= \frac{2}{5} \\ 5 * (48 - x) &= 2 * (96 - x) \\ 48 &= 3x \\ x &= 16\end{aligned}$$

14-16 题的具体数据信息见饼状图

14-16 的题目文字信息：图表展示了 1997-2000 年，日本从中国进口的毛巾数量，以及日本从所有海外国家（包括中国）进口的毛巾数量。其中单位为一百万打，2000 年的数据只覆盖前面 9 个月。一打 = 12

14. B

本题考点：Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

1998，日本有多少毛巾不是从中国进口的？

当年非从中国进口的毛巾总数 = 当年从所有海外国家进口的毛巾数量 - 当年日本从中国进口的毛巾数量

看图可知，

1998 年从所有海外国家进口的毛巾数量 = $68 * 1,000,000 * 12$

1998 年从中国进口的毛巾数量 = $46 * 1,000,000 * 12$

1998 年非进口自中国的毛巾总数 = $68 * 1,000,000 * 12 - 46 * 1,000,000 * 12 = 264 * 1,000,000 = 264 \text{ million}$

综上所述，答案选 B。

15. A

本题考点：Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

如果 2000 年年末 3 个月进口自中国的毛巾数量的月平均数，与前 9 个月持平，那么 2000 年自中国进口了多少百万打的毛巾？

读图可知，2000 年前九个月进口自中国的毛巾数量的月平均数 = $\frac{43}{9}$

2000 年全年进口自中国的毛巾数量 = $\frac{43}{9} \times 12 \approx 57$ (百万打)

综上所述，答案选 A。

16. C

本题考点：Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

1999 年，全年进口自中国的毛巾数量与全年非进口自中国的毛巾数量之比，最接近以下哪个数字？

读图可知，

1999 年进口自中国的毛巾数量 = 54 (百万打)

1999 年进口自海外所有国家的毛巾数量 = 76 (百万打)

1999 年非进口自中国的毛巾数量 = $76 - 54 = 22$ (百万打)

$$\frac{1999 \text{ 年进口自中国的毛巾数量}}{1999 \text{ 年非进口自中国的毛巾数量}} = \frac{54}{22} = \frac{27}{11} \approx 2.45$$

在五个选项中，C 选项 $\frac{5}{2} = 2.5$ 最为接近，所以答案选 C。

17. B

本题考点：Algebra, Rules of Exponents

如果 x 是一个正整数且 x^3 的个位数为 3， x^{15} 将会是多少？

$$x^{15} = (x^3)^5$$

x^{15} 个位数上的数就是 x^3 个位数上的数，

$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$ ，个位数是 3，所以 x^{15} 个位数上的数也为 3。

综上所述，答案选 B。

18. D

本题考点：Data Analysis, Counting Methods

$$\begin{aligned} \frac{60! - 59!}{58!} &= \frac{60 * 59! - 1 * 59!}{58!} = \frac{(60 - 1) * 59!}{58!} = \frac{59 * 59!}{58!} \\ &= \frac{59 * 59 * 58!}{58!} = 59^2 \end{aligned}$$

综上所述，答案选 D。

19. C

本题考点 : Arithmetic, Ratio ; Geometry, Quadrilaterals and Circles

如果一个边长为 x 的正方形区域与一个半径为 r 的圆形区域, 面积相同, 那么 x 是 r 的多少倍?

$$\text{正方形的面积} = x^2$$

$$\text{圆形的面积} = \pi r^2$$

根据题目条件可知,

$$x^2 = \pi r^2$$

$$x = \sqrt{\pi}r$$

$$\frac{x}{r} = \sqrt{\pi}$$

综上所述, 答案选 C。

20. 41

本题考点 : Algebra, Inequalities ; Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

如果 n 个数之和大于 48, 且这 n 个数的平均值 (算术平均数) 是 1.2, n 的最小值会是多少?

根据题目条件可知,

$$48 < 1.2 \cdot n$$

$$40 < n$$

因为数字的个数只能取整数, 所以在大于 40 的区间范围内, n 的最小值为 41。

第二套

Section 1

1. C

本题考点 : Geometry, Quadrilaterals

ABCE 是一个正方形, BCDE 是一个平行四边形。

Quantity A : 正方形 ABCE 的面积

Quantity B : 平行四边形 BCDE 的面积

设正方形 ABCE 的边长为 a, 那么 BA = BC = a

$$\text{正方形的面积} = \text{边长}^2$$

$$\text{正方形 ABCE 的面积} = a^2, \text{ 即 } QA = a^2$$

平行四边形的面积 = 底*高, BC 为底, BA 为高

$$\text{平行四边形 BCDE 的面积} = a^2, \text{ 即 } QB = a^2$$

所以 QA 等于 QB, 答案选 C。

2. C

本题考点 : Algebra, Rules of Exponents

N 是一个整数

$$\text{Quantity A : } (-1)^n(-1)^{n+2}$$

$$\text{Quantity B : } 1$$

$$(-1)^n(-1)^{n+2} = (-1)^{2n+2} = [(-1)^{n+1}]^2 = 1, \text{ 即 } QA = 1$$

所以 QA 等于 QB, 答案选 C。

3. A

本题考点 : Arithmetic, Percent

1980 年, X 国的人口数量为 p, 随后两年, 每年 X 国人口数量都增长 3.8%。

Quantity A : 1982 年 X 国的人口数量

$$\text{Quantity B : } 1.076p$$

$$1982 \text{ 年 X 国的人口数量} = 1981 \text{ 年 X 国的人口数量} * (1+3.8\%)$$

$$1981 \text{ 年 X 国的人口数量} = 1980 \text{ 年 X 国的人口数量} * (1+3.8\%)$$

$$1982 \text{ 年 X 国的人口数量} = 1980 \text{ 年 X 国的人口数量} * (1 + 3.8\%)^2 = p * (1 + 3.8\%)^2 = 1.0774p, \\ \text{即 } QB = 1.0774p, QB \text{ 大于 } QA, \text{ 所以答案选 B。}$$

4. D

本题考点 : Algebra, Solving Quadratic Equations and Solving Linear Inequalities

$$x \neq 0$$

$$\text{Quantity A : } x^2$$

$$\text{Quantity B : } x(x+5)$$

$$\text{当 } x > 0 \text{ 时, } x^2 < x(x+5) = x^2 + 5x, \text{ 即 } QA < QB;$$

当 $x < 0$ 时, $x^2 > x(x+5) = x^2 + 5x$, 即 $QA > QB$ 。

综上所述, 仅凭借题目条件, 无法判定 QA 与 QB 的数量比较关系, 所以答案选 D。

5. B

本题考点 : Algebra, Rules of Exponents

$x = 2, y = 3, z = 5$

Quantity A : $x^{-1}yz^{-2}$

Quantity B : $(\frac{xz}{y})^{-2}$

$$x^{-1}yz^{-2} = \frac{y}{xz^2}, \text{ 即 } QA = \frac{y}{xz^2}$$

$$(\frac{xz}{y})^{-2} = \frac{y^2}{x^2z^2} = \frac{y}{xz^2} \cdot \frac{y}{x} = QA \cdot \frac{3}{2}, \text{ 即 } QB = QA \cdot \frac{3}{2}$$

因为 x, y, z 皆为正数, 因而 $QA > 0$

所以 QB 大于 QA , 答案选 B。

6. B

本题考点 : Algebra, Rules of Exponents and Solving Linear Inequalities

$$x < y-2$$

Quantity A : x 和 y 的平均值 (算术平均数)

Quantity B : $y-1$

根据题目得知 $x < y-2$, 则

$$x+y < y-2+y$$

$$x+y < 2y-2$$

$$x \text{ 和 } y \text{ 的平均值} = \frac{x+y}{2}$$

$$\frac{x+y}{2} < \frac{2y-2}{2} = y-1$$

所以 $QA < QB$, 答案选 B。

7. D

本题考点 : Arithmetic, Properties of Integers

x 是一个大于 3 的整数。

Quantity A : $2x$ 的偶因数的个数

Quantity B : $3x$ 的奇因数的个数

根据条件无法判定 QA 和 QB 的数量大小, 也无法得知 QA 与 QB 的数量比较结果

所以答案选 D。

8. C

本题考点 : Algebra, Coordinate Geometry

在平面直角坐标系中，点(a,b)与 x 轴的距离为 $|b|$ ，点(a,b)与 y 轴的距离为 $|a|$ 。

Quantity A：平面直角坐标系中到一根轴距离为 10、到另一根轴距离为 8 的所有 P 点的个数

Quantity B：平面直角坐标系中到一根轴距离为 5、到另一根轴距离为 4 的所有 Q 点的个数

如果 P 点距离 x 轴距离为 10，则距离 y 轴为 5，

可得出 (10, 5), (10, -5), (-10, 5), (-10, -5) 四个点

如果 P 点距离 y 轴距离为 10，则距离 x 轴为 5

可得出 (5, 10), (5, -10), (-5, 10), (-5, -10) 四个点

总共有 8 个 P 点，即 $QA = 8$ ；

如果 Q 点距离 x 轴距离为 5，则距离 y 轴为 4，

可得出 (5, 4), (5, -4), (-5, 4), (-5, -4) 四个点

如果 Q 点距离 y 轴距离为 5，则距离 x 轴为 4

可得出 (4, 5), (4, -5), (-4, 5), (-4, -5) 四个点

总共有 8 个 Q 点，即 $QB = 8$ 。

9. AB

本题考点：Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

在 210 个家庭中，其中有三分之一的家庭没有养任何宠物，有三分之一的家庭养了一只宠物，有三分之一的家庭养了两只宠物，下列哪些数据等于 1？请选出所有符合题目要求的答案。

A 选项：每个家庭养宠物数量的平均值

$$\text{每个家庭养宠物数量的平均值} = \frac{\text{宠物数量总数}}{\text{家庭总数}}$$

家庭总数 = 210

$$\text{宠物数量总数} = \frac{\text{家庭总数}}{3} * 0 + \frac{\text{家庭总数}}{3} * 1 + \frac{\text{家庭总数}}{3} * 2 = 210$$

$$\text{每个家庭养宠物数量的平均值} = \frac{210}{210} = 1, \text{ 即 A 选项为 1, 入选。}$$

B 选项：每个家庭养宠物数量的中位数

将所有数据统计，以下表形式罗列

每个家庭养宠物数量	家庭数量
0	70
1	70
2	70
总数	210

整组数据中，中位数是第 105 个数据，养宠物数量为 1，即 B 选项为 1，入选。

C 选项：每个家庭养宠物数量的极差

极差 = 每个家庭养宠物的最多数量 - 每个家庭养宠物的最少量 = 2 - 0 = 2，即 C 选项为 2，排除。

综上所述，答案为 AB。

10. 6822

本题考点：Arithmetic, Percent

根据某一年的税率计算公式，如果个人年收入介于 31,850-77,100 美元之间，个人应缴所得税 = 4,386 +

(超出 31,850 的收入金额*24%) (单位 : 美元)。如若按照此税率计算公式, 个人年收入为 42,000 美元的个人应缴所得税为多少呢?

根据题目内容可知, 个人应缴所得税 = $4,386 + (\text{超出 } 31,850 \text{ 的收入金额} * 24\%)$

超出 31,850 的收入金额 = $42,000 - 31,850 = 10,150$ (美元)

个人应缴所得税 = $4,386 + (10,150 * 24\%) = 6822$ (美元)

综上所述, 个人年收入为 42,000 美元的个人应缴所得税为 6822 美元。

11. E

本题考点 : Algebra, Applications

一个销售人员每周的佣金由初始销售金额 500 美元的 12% 加上超出 500 美元部分的 20% 组成。如果一位销售人员上周的周薪为 380 美元, 该销售人员上周的整体销售额为多少呢?

设该销售人员上周的整体销售额为 x 美元

根据题目内容可得

$$\begin{aligned} 500 * 12\% + (x - 500) * 20\% &= 380 \\ 60 + 20\%x - 100 &= 380 \\ 20\%x - 40 &= 380 \\ 20\%x &= 420 \\ x &= 2100 \end{aligned}$$

综上所述, 该销售人员上周的整体销售额为 2100 美元, 故答案为 E。

12. E

本题考点 : Algebra, Applications ; Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

某商店上周一以 x 美元的单价售出 17 个扳手。上周二该商店减价, 以 $0.5x$ 美元的单价, 又售出 8 个扳手。上周一和上周二共售出的 25 个扳手的平均价格为下列哪个选项?

$$\text{上周一和上周二售出扳手的平均价格} = \frac{\text{上周一和上周二的销售总价}}{\text{上周一和上周二的销售数量}}$$

根据题目条件可知

上周一和上周二的销售总价 = 上周一的销售总价 + 上周二的销售总价 = $17x + 4x = 21x$

上周一和上周二的销售数量 = 25

上周一和上周二售出扳手的平均价格 = $\frac{21x}{25} = 0.84x$, 所以答案选 E。

13. A

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

有 8500 个变量 x , 变量 x 的数据分布情况如下:

26.5 处于整体数据的 56% 的百分位, 37.1 处于整体数据的 78% 的百分位, 请问分布在 $26.5 \leq x \leq 37.1$ 这一区间范围的数据数量最接近下列哪个选项?

区间范围内的数据数量 = 总体数据数量 * 区间范围内的数据数量占总体数据数量的百分比

根据题目条件可知,

总体数据数量 = 8500

区间范围内的数据数量占总体数据数量的百分比 = $78\% - 56\% = 22\%$

所以,

区间范围内的数据数量 = $8500 * 22\% = 1870$

五个选项中, A 选项 1850 最接近具体数量, 因此答案选 A。

14-16 题的具体数据信息见柱状统计图和饼状图

14. C

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

1998 年, X 州有多少个年龄段的工伤数量在总体数量中的占比超过了 15% ?

据右侧饼状图可知,

1998 年 X 州的工伤总数 = 该年该州女性工伤总数+该年该州男性工伤总数 = 19,800+39,400 = 59,200

1998 年 X 州的工伤总数 = 59,200*15% = 8,880

即, 工伤数量超过 8,880 的年龄段应纳入计数范围内

左侧的柱状统计图中的示数以 1000 为单位,

$8,880 \div 1,000 = 8.8$

柱状统计图中示数超过 8.8 有 25-34 岁、35-44 岁、45-54 岁这 3 个年龄段

故综上所述, 答案选 C。

15. D

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

如果, 在 1998 年, 34 岁及以下年龄段中, 男性工伤数量占该年龄段总体数量的一半。那么在 35 岁及以上年龄段中, 又有多少男性工伤数量呢 ?

据左侧的柱状统计图可知,

34 岁及以下年龄段的工伤总体数量 = $(2.2+7.2+18.6) \times 1,000 = 28,000$

则, 1998 年 34 岁及以下年龄段的男性工伤数量 = $28,000 \times 50\% = 14,000$

据右图可知,

该年男性工伤总数为 39,400

35 岁及以上年龄段的男性工伤数量 = 该年男性工伤总数-34 岁及以下年龄段的男性工伤数量

35 岁及以上年龄段的男性工伤数量 = $39,400 - 14,000 = 25,400$

综上所述, 答案选 D。

16. E

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

1998 年, 对于 55-64 岁年龄段而言, 每次工伤平均可致 48.5 个工时的误工。如果工作周为 40 个工时,

1998 年 55-64 岁年龄段整体因工伤延误了多少个工作日 ?

1998 年 55-64 岁年龄段整体因工伤延误的工作周数 = $\frac{1998 \text{ 年 } 55-64 \text{ 岁年龄段整体因工伤延误的工时数量}}{40}$

1998 年 55-64 岁年龄段整体因工伤延误的工时数量 = 该年该年龄段的工伤数量*48.5

据左侧柱状统计图可知,

1998 年 55-64 岁年龄段的工伤数量 = $5.2 \times 1,000 = 5,200$

所以,

1998 年 55-64 岁年龄段整体因工伤延误的工时数量 = $5,200 \times 48.5 = 252,200$

1998 年 55-64 岁年龄段整体因工伤延误的工作周数 = $\frac{252,200}{40} = 6,305$

综上所述, 具体数量最接近 E 选项 6,300, 因此答案选 E。

17. E

本题考点 : Algebra, Coordinate Geometry

下列哪个选项有可能是上述图像的解析式 ?

据图可知, 该图像为一条抛物线, 经过(-5,0), (4,0), (0,-60)

因此该抛物线的对称轴为 $x = -\frac{1}{2}$, y 轴上的截距为-60

结合抛物线图像方程 (即二次方程) $y = ax^2 + bx + c$ 的特征可知, 该函数中

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}, \quad c = -60$$

满足上述条件的, 只有 E 选项, 所以答案选 E。

18. E

本题考点 : Geometry, Triangles and Quadrilaterals

该图展现了一个边长为 y 的小正方形内接于一个边长为 x 的大正方形中。下列哪个等式正确展现了 x, y, z 的关系 ?

因为正方形每个角为直角, 所以图中的每个三角形都是三边长度对应相等的直角三角形

直角三角形的直角边长度为 z 和 $x-z$, 斜边长度为 y

根据毕达哥拉斯定理可得

$$\begin{aligned} z^2 + (x-z)^2 &= y^2 \\ (x-z)^2 + z^2 &= y^2 \end{aligned}$$

故综上所述, E 选项正确展现了 x, y, z 关系, 所以答案选 E。

19. E

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

该表格展现了随机变量 X 的频数分布情况。在数据分布中处于中位数的变量 X 的数值是多少 ?

将所有频数加总求和 : $6+11+18+23+15 = 73$

合计 73 个随机变量, 从小到大排列第 37 个变量的数值为该组数据的中位数数值

数值大小为 0, 1, 2 的变量合计 35 个, 第 37 个数为 3

故综上所述, 答案为 E 选项。

20. -2

本题考点 : Geometry, Functions

函数 f 和函数 g 对于所有数字 x 都有意义, $f(x) = |2x+1|$, $g(x) = 3$ 。若要 $f(c) = g(c)$, c 最小为多少 ?

令

$$f(c) = g(c)$$

则

$$\begin{aligned} |2c+1| &= 3 \\ 2c+1 &= 3 \text{ 或 } 2c+1 = -3 \\ c &= 1 \text{ 或 } c = -2 \end{aligned}$$

根据题目要求, c 取较小值-2

故综上所述, c 最小为-2。

Section 2

1. A

本题考点 : Arithmetic, Ratio and Percent

某组学生中, 有 22% 的学生为大三年级生, 26% 的学生为大四年级生。

Quantity A : 大三年级生人数比大四年级生人数的比值

Quantity B : $\frac{4}{5}$

根据题目条件可知,

$$\text{大三年级生人数比大四年级生人数的比值} = \frac{\text{大三年级生占比} * \text{整组学生人数}}{\text{大四年级生占比} * \text{整组学生人数}}$$

又因整组学生人数为正数, 所以

$$\text{大三年级生人数比大四年级生人数的比值} = \frac{\text{大三年级生占比}}{\text{大四年级生占比}} = \frac{22\%}{26\%} = \frac{11}{13}$$

故 QA 为 $\frac{11}{13}$

综上所述, QA 大于 QB, 所以答案选 A。

2. C

本题考点 : Geometry, Circles

一个圆形区域的面积为 5π

Quantity A : 该圆形区域的直径

Quantity B : $\sqrt{20}$

设该圆形区域直径为 d , 则半径为 $\frac{d}{2}$

根据题目条件可知,

$$\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = 5\pi$$

$$\frac{d^2}{4} = 5$$

$$d^2 = 20$$

$$d = \sqrt{20}$$

即 QA 为 $\sqrt{20}$

综上所述, QA 等于 QB, 答案为 C。

3. B

本题考点 : Algebra, Solving Quadratic Equations

$x-2$ 的倒数为 $x+2$

Quantity A : x

Quantity B : 3

根据题目条件可知,

$$\begin{aligned}
 (x-2) * (x+2) &= 1 \\
 x^2 - 4 &= 1 \\
 x^2 &= 5 \\
 x &= \pm\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

即 QA 为 $\pm\sqrt{5}$

综上所述, QA 小于 QB , 因此答案为 B。

4. A

本题考点 : Geometry, Quadrilaterals and Circles

$x > 0$

Quantity A : 一个对角线长度为 $\sqrt{2}x$ 的正方形区域的面积

Quantity B : 一个直径为 x 的圆形区域面积

根据题目条件可知,

$$QA = \left(\frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{2}}\right)^2 = x^2$$

$$QB = \pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{\pi x^2}{4}$$

因为 $1 > \frac{\pi}{4}$, 所以 QA 大于 QB , 答案选 A。

5. B

本题考点 : Geometry, Triangles

三角形 ABC 是一个等边三角形

Quantity A : AB 的长度

Quantity B : $2\sqrt{3}$

根据题目中的图片可知,

从 B 点做一条高垂直于 AC, 其高为 2

又因为等边三角形的特性, 这条高将整个等边三角形分成两个 30° 锐角的直角三角形

$$\text{所以 } \frac{AB}{h} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$AB = \frac{2}{\sqrt{3}} * h = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

所以 QA 为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

综上所述 QA 小于 QB , 因此答案选 B。

6. D

本题考点 : Algebra, Solving Linear Inequalities

$$\frac{1}{2} < r < 1$$

Quantity A : $2r$

Quantity B : $\frac{1}{r}$

根据题目条件可知,

$$1 < 2r < 2, 1 < \frac{1}{r} < 2$$

综上所述, 无法得出 QA 与 QB 的比较关系, 所以答案选 D。

7. D

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

在一组数值为 20-80 范围内的 10,000 个数据中, 数值 62 处于第 60 的百分位, 74 处于第 n 的百分位。

Quantity A : n

Quantity B : 70

根据题目条件可知,

n > 60, 但无法得知 QA 与 QB 的比较关系, 所以答案选 D。

8. E

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

一位历史学家声称, 在 1852 年年初, 某个采矿小镇人口为 16,000。该历史学家声称从 1849 至 1853 年的每一年, 每一年年初人口都是上一年人口的两倍。根据这位历史学家所言, 1848 至 1853 年每年年初人口的极差为多少?

根据题目条件可知,

$$1852 \text{ 年年初人口} = 16,000$$

则,

$$1853 \text{ 年年初人口} = 32,000$$

$$1851 \text{ 年年初人口} = 8,000$$

$$1850 \text{ 年年初人口} = 4,000$$

$$1849 \text{ 年年初人口} = 2,000$$

$$1848 \text{ 年年初人口} = 1,000$$

因此,

$$1848 \text{ 至 } 1853 \text{ 年每年年初人口的极差} = 1853 \text{ 年年初人口} - 1848 \text{ 年年初人口} = 32,000 - 1,000 = 31,000$$

综上所述, 答案选 E。

9. A

本题考点 : Data Analysis, Counting Methods

某个旧货出售现场有 3 套不同的瓷器餐具, 每套餐具包含 5 个盘子。一位顾客将会随机选取两只盘子以检查瑕疵。抽中的两只盘子都来自于同一套餐具的概率为多少?

根据题目条件,

共有盘子 $3 \times 5 = 15$ 只, 从中抽取 2 只盘子, 共有 $\binom{2}{15} = \frac{15!}{2!(15-2)!} = 105$ 种组合方式

而抽取的两只盘子来自同一套餐具的组合方式占其中的 $3 \times \binom{2}{5} = 3 \times \frac{5!}{2!(5-2)!} = 30$ 种

所以,

$$\text{抽中的两只盘子都来自于同一套餐具的概率} = \frac{30}{105} = \frac{2}{7}$$

综上所述，答案选 A。

10. AC

本题考点：Algebra, Coordinate Geometry

平面直角坐标系中的直线 l，包含 A (-4, 5) 和 B (6, -1) 两个点。直线 k 与直线 l 互相垂直，且经过线段 AB 的中点。下列哪些陈述是事实？

请选择所有正确的陈述。

根据题目条件可知，直线 l 与 k 互相垂直，则 l 的斜率与 k 的斜率乘积为 -1。

$$l \text{ 的斜率} = \frac{-1-5}{6-(-4)} = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5} \text{, 所以 A 选项正确;}$$

$$k \text{ 的斜率} = \frac{-1}{-\frac{3}{5}} = \frac{5}{3} \text{, 斜率为正, 所以 B 选项内容不正确, 排除;}$$

线段 AB 的中点坐标为 $(\frac{-4+6}{2}, \frac{5-1}{2})$ 即 (1, 2)，所以直线 k 会经过 (1, 2) 这一点，C 选项内容正确。

综上所述，答案选 A、C。

11. C

本题考点：Arithmetic, Exponents and Roots

3^{283} 除以 5 的余数为多少？

若要算出余数大小，关键看个位数的大小

3^1 个位数为 3, 3^2 个位数为 9, 3^3 个位数为 7, 3^4 个位数为 1, 3^5 个位数为 3...

以此类推，当 $n > 0$ 时， 3^n 的个位数呈 3, 9, 7, 1 四个数的循环

$283 \div 4 = 70 \dots 3$ ，所以 3^{283} 的个位数为 7, 3^{283} 除以 5 的余数与 7 除以 5 的余数相同，为 2。

综上所述，答案选 C。

12. D

本题考点：Algebra, Solving Linear Inequalities

如果 $x < y$ ，下列哪个选项一定正确？

根据题目条件，

$$x < y$$

可得出，

$$2x < 2y$$

继而得出，

$$2x-y < y$$

综上所述，答案选 D。

13. A

本题考点：Geometry, Three-dimensional Figures

长方体 P 的高为 $2c$ ，底面的宽为 a 长为 b 。其他两个长方体 Q 和 R 的高为 c ，底面的宽为 a 长为 b 。长方体 Q 和 R 的表面积之和比长方体 P 的表面积大了多少？

根据题目条件可知，

$$\text{长方体 Q 的表面积} = \text{长方体 R 的表面积} = 2ac+2bc+2ab$$

$$\text{长方体 Q 的表面积} + \text{长方体 R 的表面积} = 4ac+4bc+4ab$$

$$\text{长方体 P 的表面积} = 4ac+4bc+2ab$$

$$\text{长方体 Q 的表面积} + \text{长方体 R 的表面积} - \text{长方体 P 的表面积} = 4ac+4bc+4ab - (4ac+4bc+2ab) = 2ab$$

综上所述，答案选 A。

14-16 题的具体数据信息见表格

14-16 对 550 名男性和 650 名女性经理进行了一次调查。共计 1,200 名管理人员对下列六个特质是否作为录用新员工的衡量标准进行了票选。六个特质在这 1,200 名管理人员中的得票结果如下表所示。

特征	得票百分比
工作经验	72%
英语语言能力	68%
执行力	65%
特殊职业技能	60%
电脑操作能力	58%
穿着及举止得体	55%

14. A

本题考点：Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

下列哪些选项关于受访经理的描述是正确的？（不定项选择）

A 选项 男性经理占比少于 55%

据题干可知男性经理占比 $= \frac{\text{男性经理人数}}{\text{全体受访经理人数}} = \frac{550}{1200} \approx 45.83\% < 55\%$ ，故 A 选项正确；

B 选项 在男性经理中，比起英语语言能力，更多人看重工作经验

表格列举的得票百分比为全体经理的得票占比，具体性别的得票占比情况信息不足，因此无法判定 B 选项正确与否，要排除；

C 选项 看重特殊职业技能的男性经理占比不超过 60%

虽然题目条件能让我们得知总体男性经理人数在受访人群中的占比，但题目条件并未给出在两性别的经理中各类特质的得票情况，因此无法判定 C 选项正确与否，要排除。

综上所述，答案选 A。

15. D

本题考点：Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

看重工作经验的经理人数比看重着装及举止得体的经理人数大约多出百分之几？

看重工作经验的经理人数比看重着装及举止得体的经理人数多出的百分比 =

$$\frac{\text{看重工作经验的经理人数} - \text{看重着装及举止得体的经理人数}}{\text{看重着装及举止得体的经理人数}} \times 100\%$$

$$\text{看重工作经验的经理人数比看重着装及举止得体的经理人数多出的百分比} = \frac{1,200 \times 72\% - 1,200 \times 55\%}{1,200 \times 55\%} \times 100\% \approx 30.9\%$$

综上所述，该具体百分比最接近 B 选项 30%，所以答案选 B。

16. D

本题考点：Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

如果有 48% 的受访经理即看重执行力、也看重电脑操作能力，那么有百分之多少的受访经理上述两种特质都不看重呢？

上述两种特质都不看重的经理占比 = $\frac{\text{上述两种特质都不看重的经理人数}}{\text{全体受访人数}}$

上述两种特质都不看重的经理人数 = 全体受访人数 - |看重执行力人数 \cup 看重电脑操作能力人数|

|看重执行力人数 \cup 看重电脑操作能力人数| = |看重执行力人数| + |看重电脑操作能力人数| - |看重执行力人数 \cap 看重电脑操作能力人数|

|看重执行力人数| = $1,200 * 65\%$

|看重电脑操作能力人数| = $1,200 * 58\%$

|看重执行力人数 \cap 看重电脑操作能力人数| = $1,200 * 48\%$

|看重执行力人数 \cup 看重电脑操作能力人数| = $1,200 * (65\% + 58\% - 48\%) = 1,200 * 75\%$

上述两种特质都不看重的经理人数 = $1,200 - 1,200 * 75\% = 1,200 * 25\%$

上述两种特质都不看重的经理占比 = $\frac{1,200 * 25\%}{1,200} = 25\%$

综上所述，答案选 D。

17. -3 (该题题干有问题，product 应该为 sum)

本题考点：Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

如果 7 个连续整数之和等于该组整数的中位数，那么这七个整数中最小的整数为多少？

设该组连续整数的中位数 = n

则，

最小的数字为 n-3，最大的数字为 n+3

7 个连续整数之和 = $\frac{[(n-3) + (n+3)] * 7}{2}$

$$\frac{[(n-3) + (n+3)] * 7}{2} = n$$

$$7n = n$$

$$n = 0$$

该组整数最小的数字 n-3 = -3，所以答案为 -3。

18. BCD

本题考点：Algebra, Applications

在 Grant 驶向机场的路程中，他总共行驶了 9 英里。他的平均速度为 x 英里每小时，且 $30 \leq x \leq 35$ 。

Grant 有可能在整段路程中行驶多久？

$$\text{时间} = \frac{\text{路程}}{\text{速度}}$$

$$\text{Grant 所花费的时间} = \frac{9 \text{ miles}}{x \text{ miles/h}} = \frac{9}{x} \text{ h} = \frac{9}{x} * 60 \text{ mins}$$

根据题目条件可知

$$30 \leq x \leq 35$$

所以，

$$\frac{9}{35} \leq \frac{9}{x} \leq \frac{9}{30}$$

$$\frac{9}{35} * 60 \leq \text{Grant 所花费的时间} \leq \frac{9}{30} * 60$$

$$\frac{9}{7} * 12 \leq \text{Grant 所花费的时间} \leq 18$$

$$15.43 \leq \text{Grant 所花费的时间} \leq 18$$

符合题目条件的分钟数为 16、17、18 分钟，所以答案选 BCD。

19. E

本题考点 : Algebra, Rules of Exponents

如果 n 为一个整数， $3^n + (3)(3^{-n})$ 的最小值为多少？

$$3^n + (3)(3^{-n}) = \frac{3^{2n} + 3}{3^n}$$

此题采用套数字的方法，

$$n = -1 \text{ 时, } 3^n + (3)(3^{-n}) = 3^{-1} + (3)(3^{(-1)}) = 9\frac{1}{3}$$

$$n = 0 \text{ 时, } 3^n + (3)(3^{-n}) = 3^0 + (3)(3^{-0}) = 4$$

$$n = 1 \text{ 时, } 3^n + (3)(3^{-n}) = 3^1 + (3)(3^{-1}) = 4$$

$$n = 2 \text{ 时, } 3^n + (3)(3^{-n}) = 3^2 + (3)(3^{-2}) = 9\frac{1}{3}$$

如若往正负方向不断代入数字，会发现 $3^n + (3)(3^{-n})$ 的数值越来越大

所以能取到的最小值为 4，答案选 E。

20. E

本题考点 : Arithmetic, Percent ; Algebra, Applications

在某所小学，五年级生中有 10% 的学生是乐队成员。如果五年级男生的 12% 和五年级女生的 8% 为乐队成员的话，那么五年级生中男生占比为百分之多少？

设五年级生总人数为 a ，五年级生中男生占比为 $x\%$ ，则五年级生中女生占比为 $(100-x)\%$

根据题目条件可知，

$$10\% * a = x\% * a * 12\% + (100-x)\% * a * 8\%$$

$$10\% = x\% * 12\% + (100-x)\% * 8\%$$

$$10\% = x\% * 12\% + 8\% - x\% * 8\%$$

$$2\% = x\% (12\% - 8\%)$$

$$x\% = 50\%$$

综上所述，五年级生中男生占比为 50%，所以答案选 E。

第三套

Section 1

1. C

本题考点 : Arithmetic, Properties of Integers

n 是一个介于 2 到 10 之间的奇数, 且 n 不是一个质数。

Quantity A : n

Quantity B : 9

根据题目条件可知, n 为一个奇数, 且介于 2 到 10 之间,

即 $2 < n < 10$

在这个范围内有 3, 5, 7, 9 四个奇数

其中 3, 5, 7 皆为奇数

则 $n = 9$, 即 $QA = 9$

综上所述, QA 等于 QB, 所以答案选 C。

2. D

本题考点 : Arithmetic, Properties of Integers

s, t 和 u 皆为整数, 且 $10 \leq s < t < u \leq 20$

Quantity A : $s + \frac{t}{u}$

Quantity B : 11

根据题目条件可知

$10 \leq s$, 且 $t < u$

则

$$\frac{t}{u} < 1$$

若 $s = 10$

$$s + \frac{t}{u} < 11$$

若 $s \geq 11$

$$s + \frac{t}{u} > 11$$

综上所述 QA 与 QB 的大小比较关系无法确定, 故答案选 D。

3. A

本题考点 : Algebra, Coordinate Geometry

在平面直角坐标系中, (x, y) 位于一个以 $(3, 2)$ 为圆心的圆上, 且 $x = 3$ 的一条直线与该圆相切。

Quantity A : x 能取到的最小值

Quantity B : 0

根据题目条件可知,

圆心为 $(3, 2)$ 且 $x = 3$ 的一条直线与该圆相切, 则该直线到该圆的距离就是圆的半径长度

则

$$r = \sqrt{(3-3)^2 + (0-2)^2} = 2$$

而 (x, y) 又在圆上，所以该点到圆心 $(3, 2)$ 的距离为 2
可得

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2} = 2$$

根据题目要求， x 要取最小值，则从 $x = 3, x = 2, x = 1, x = 0$ 开始代入数字
要使得上述代数式成立， x 最小取到 1，即 $QA = 1$
综上所述， QA 大于 QB ，所以答案选 A。

4. C

本题考点：Algebra, Applications

Magdalena 花费一个小时的时间完成了一项具有 60 道工序的任务。她花了 20 分钟在前 30 道工序上。

Quantity A：Magdalena 在后 30 道工序，平均每道工序花费的秒数。

Quantity B：80

根据题目条件可知，在一个耗时 1 个小时、合计工序 60 道的任务中，M 在前 30 道工序中花了 20 分钟，则，

后 30 道工序花费的时间 = $60 - 20 = 40$ (分钟) = $40 \times 60 = 2400$ (秒)

$$\text{后 30 道工序平均每道工序花费的秒数} = \frac{\text{后 30 道工序花费的时间}}{\text{工序数量}} = \frac{2400}{30} = 80 \text{ (秒)}$$

所以 $QA = 80$

综上所述， QA 等于 QB ，答案选 C。

5. C

本题考点：Geometry, Triangles and Rectangles

在矩形 ABCD 中，DC 这条边被 P,Q,R 和 S 分成了 5 段等长线段。

Quantity A：三角形 MCQ 的面积。

Quantity B：三角形 NSP 的面积。

因为在矩形中，邻边互相垂直

所以 $AD \perp DC$ ，所以三角形 MCQ 和三角形 NSP 的高都为 AD

又从题目条件中可知

$$PS = \frac{3}{5} DC, QC = \frac{3}{5} DC$$

$$QA = \text{三角形 MCQ 的面积} = \text{底} \times \text{高} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{5} DC \times AD \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10} DC \times AD$$

$$QB = \text{三角形 NSP 的面积} = \text{底} \times \text{高} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{5} DC \times AD \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10} DC \times AD$$

综上所述， QA 等于 QB ，所以答案选 C。

6. D

本题考点：Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

数列 L 包含 7 个数字： $u, -2u, -3u, -4u, -5u, -6u$ 和 $-7u$ ，且 $u \neq 0$ 。

Quantity A：数列 L 中这 7 个数的中位数

Quantity B : u

根据题目条件可知, $u \neq 0$, 不论 u 是否大于 0

数列 L 中这 7 个数的中位数为 $-4u$, 即 QA 为 $-4u$

但因为不确定 u 是否大于 0, 所以无法得出 QA 和 QB 的比较结果

综上所述, 答案选 D。

7. A

本题考点 : Algebra, Operations with Algebraic Expressions

$a > 0$

Quantity A : $(a + a^{-1})^2$

Quantity B : $a^2 + a^{-2}$

根据恒等式 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

可得,

$$(a + a^{-1})^2 = a^2 + 1 + a^{-2} = a^2 + a^{-2} + 1$$

即 $QA = QB + 1$

综上所述, QA 等于 QB , 答案选 A。

8. A

本题考点 : Algebra, Solving Linear Inequalities

$$|2y - 5| < 1$$

Quantity A : y

Quantity B : 1

因为 $|2y - 5| < 1$

所以 $-1 < 2y - 5 < 1$ 或 $2y - 5 > -1$

则 $2 < y < 3$, y 大于 1

综上所述, QA 大于 QB , 答案选 A。

9. E

本题考点 : Arithmetic

如果 1 千米约等于 0.62 英里, 那么一辆每小时行驶 50 英里的车, 时速约为多少千米?

根据题目条件, $1\text{km} \approx 0.62\text{mile}$

则,

$$1\text{mile/h} = \frac{1}{0.62} \text{ km/h}$$

$$50\text{mile/h} = \frac{50}{0.62} \text{ km/h} = \frac{5000}{62} \text{ km/h} = \frac{2500}{31} \text{ km/h}$$

该题题干中有一个 approximately, 粗略估算可知该车辆时速 80km 以上

E 选项 81 最为接近, 所以答案选 E。

10. 300

本题考点 : Algebra, Solving Linear Equations

如果 x 枚邮票平均分配给 4 名男生, 每名男生可得 y 枚邮票。如果这 x 枚邮票平均分配给 6 名男生,

每名男生可得 z 枚邮票。如果 $y-z=25$, x 的值为多少?

根据题目条件可得出以下关系式

$$\begin{cases} x = 4y \text{ ①} \\ x = 6z \text{ ②} \\ y - z = 25 \text{ ③} \end{cases}$$

据①②式可得,

$$4y = 6z \text{ ④}$$

据③式可得,

$$y = 25 + z \text{ ⑤}$$

将⑤式代入④式可得,

$$4 * (25 + z) = 6z$$

$$100 + 4z = 6z$$

$$2z = 100$$

$$x = 6z = 300$$

所以综上所述, 答案为 300。

11. E

本题考点 : Algebra, Coordinate Geometry

在平面直角坐标系中, 一个以 $(-4, 3)$ 为圆心的圆, 经过原点。该圆的面积为多少?

圆上的点到圆心的距离为该圆的半径

根据题目条件可得,

圆上一点坐标为 $(-4, 3)$, 圆心坐标为 $(0, 0)$

两点之间的距离 $= \sqrt{(-4-0)^2 + (3-0)^2} = 5$, 即 $r = 5$

所以该圆的面积 $= \pi r^2 = \pi 5^2 = 25\pi$

综上所述, 答案为 25π 。

12 题的具体数据信息见数轴

12. E

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

数轴上标记的 7 个点数值的平均数 (算术平均数), 与这 7 个数值的中位数, 相差多少?

数轴上标记的 7 个点的数值为 : -4, -3, 0, 1, 2, 3, 4

7 个数值的平均数 (算术平均数) $= \frac{-4-3+0+1+2+3+4}{7} = \frac{3}{7}$

7 个数值的中位数 $= 1$

7 个数值的平均数 - 7 个数值的中位数 $= \frac{3}{7} - 1 = -\frac{4}{7}$

综上所述, 坐标轴上标记的 7 个点数值的平均数比这 7 个数值的中位数少了 $\frac{4}{7}$, 所以答案选 E。

13. BC

本题考点：Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

一个社区有 2,000 个房子，其中 80% 的房子价值小于等于 325,000 美元。下列哪一个关于该社区房产价格的描述是正确？

选项 A：该社区所有房产的平均价格（算术平均数）至多 325,000 美元

根据题目条件无法得知该社区所有房产的总价值，因此无法判断该社区的平均房价，因此 A 选项不正确；

B 选项：该社区房价的中位数至多为 325,000 美元

根据题目条件，80% 的房子价格小于等于 325,000 美元，那么价格居于中位的房子价格也会小于等于 325,000 美元，因此 B 选项描述的内容正确；

C 选项：至多 400 个房子价格超过 325,000 美元

根据题目条件，80% 的房子价格小于等于 325,000 美元，可得

$$\text{价格超过 325,000 美元的房子占比} = 100\% - 80\% = 20\%$$

$$\text{价格超过 325,000 美元的房子总数} = \text{价格超过 325,000 美元的房子占比} * \text{该社区房子总数} = 20\% * 2,000 = 400$$

C 选项正确；

综上所述，答案为 BC。

14-16 题的具体数据信息见柱状统计图和饼状图

14. C

本题考点：Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

下列哪个选项最接近 1993 年至 1999 年临时员工的增长百分比？

$$\text{1993 年至 1999 年临时员工的增长百分比} = \frac{1999 \text{ 年的临时员工人数} - 1993 \text{ 年的临时员工人数}}{1993 \text{ 年的临时员工人数}} * 100\%$$

根据左图的柱状统计图可知，

1993 年的临时员工人数 = 121,000

1999 年的临时员工人数 = 286,000

所以，

$$\text{1993 年至 1999 年临时员工的增长百分比} = \frac{286,000 - 121,000}{121,000} * 100\% \approx 136\%$$

综上所述，答案选 C。

15. A

本题考点：Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

在 1999 年，大约有多少临时员工的劳务合约期不超过三个月？

1999 年劳务合约期不超过三个月的临时员工数量 = 该年临时员工总人数 * 该年劳务合约期不超过三个月的临时员工占比

根据右图的饼状图可知，

1999 年劳务合约期不超过三个月的临时员工占比 = 100% - 合约期超过三个月的临时员工占比

1999 年劳务合约期不超过三个月的临时员工占比 = 100% - 35.3% = 64.7%

根据左图可知，

1999 年临时员工总人数 = 286,000 人

所以，

$$1999 \text{ 年劳务合约期不超过三个月的临时员工数量} = 286,000 * 64.7\% = 185,042$$

综上所述，五个选项中，A 选项 185,000 最接近该答案，所以选 A。

16. E

本题考点：Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

1998 年，女性临时员工与男性临时员工的人数比例为 1 比 x ，且 x 不为 0。用 x 来表示，且以千为单位，1998 年的女性临时员工有多少人呢？

1998 年的女性临时员工人数 = 1998 年的临时员工总人数 - 1998 年的男性临时员工人数

根据左图的柱状统计图已知，

1998 年的临时员工总人数 = 253k

又根据题目条件可知，

$$\frac{1998 \text{ 年的女性临时员工人数}}{1998 \text{ 年的男性临时员工人数}} = \frac{1}{x}$$

所以，

$$1998 \text{ 年的女性临时员工人数} = 1998 \text{ 年的男性临时员工人数} * \frac{1}{x}$$

可得出，

$$1998 \text{ 年的男性临时员工人数} * \frac{1}{x} = 253k - 1998 \text{ 年的男性临时员工人数}$$

$$1998 \text{ 年的男性临时员工人数} * \frac{1}{x+1} = 253k$$

$$1998 \text{ 年的男性临时员工人数} * \frac{1+x}{x} = 253k$$

$$1998 \text{ 年的男性临时员工人数} = 253k * \frac{x}{x+1}$$

$$1998 \text{ 年的女性临时员工人数} = 1998 \text{ 年的男性临时员工人数} * \frac{1}{x} = 253k * \frac{x}{x+1} * \frac{1}{x} = 253k * \frac{1}{x+1}$$

因为以千为单位，所以答案为 $\frac{253}{x+1}$ ，选 E 选项。

17. C

本题考点：Geometry, Three-dimensional Figures

有一块矩形的金属薄板如图所示，宽为 8 英寸，长为 x 英寸。将该金属薄板做成一个开箱需要将其四个角落各切去一个边长为 2 英寸的正方形薄片，并将四边向上折起。如果做出来的开口箱容积为 48 立方英寸，那么 x 的数值为多少？

$$\text{开口箱的容积} = \text{长} * \text{宽} * \text{高}$$

根据题目条件已知，

开口箱的长 = $x - 2 * 2 = x - 4$ (英寸)

开口箱的宽 = $8 - 2 * 2 = 4$ (英寸)

开口箱的高 = 2 (英寸)

开口箱的容积 = 48 (立方英寸)

则可得，

$$(x-4) * 4 * 2 = 48$$

$$x - 4 = 6$$

$$x = 10$$

所以综上所述，该金属薄板的长为 10 英寸，答案为 C。

18. C

本题考点：Arithmetic, Properties of Integers

-90 至 95（包含这两个数在内）这一区间的所有整数之和为多少？

$$\text{一组连续整数之和} = \frac{(\text{首项} + \text{末项}) * \text{项数}}{2}$$

根据题目条件可知，

该组连续整数的首项 = -90

该组连续整数的末项 = 95

该组连续整数的项数 = $90 + 1 + 95 = 186$

$$\text{该组连续整数的和} = \frac{(-90 + 95) * 186}{2} = 465$$

综上所述，该组连续整数之和为 465，所以答案选 C。

19. A

本题考点：Data Analysis, Numerical Methods of Describing Data

从一组 100 个数字中，选出一半的数字组成第一组，选出余下部分的 60% 组成第二组。第一组数字的平均数（算术平均数）为 24.4，第二组的平均数为 31.5。下列哪个选项最接近第一组和第二组所有数字的平均数？

$$\text{第一组和第二组所有数字的算术平均数} = \frac{\text{第一组和第二组所有数字总和}}{\text{第一组和第二组所有数字个数}}$$

根据题目条件可知，

第一组和第二组所有数字总和 = 第一组数字总和 + 第二组数字总和

第一组数字总和 = $100 * 50\% * 24.4 = 1220$

第二组数字总和 = $100 * (100\% - 50\%) * 50\% * 31.5 = 945$

第一组和第二组所有数字总和 = $1220 + 945 = 2165$

第一组和第二组所有数字个数 = 第一组数字个数 + 第二组数字个数

第一组数字个数 = $100 * 50\% = 50$ (个)

第二组数字个数 = $100 * (100\% - 50\%) * 60\% = 30$ (个)

第一组和第二组所有数字个数 = $50 + 30 = 80$ (个)

所以，

$$\text{第一组和第二组所有数字的算术平均数} = \frac{2165}{80} = 27.0625$$

综上所述，A 选项 27.1 最接近，故答案选 A。

20. $\frac{8}{9}$

本题考点：Algebra, Coordinate Geometry

在 xy -平面直角坐标系中, 点 $(t, t-1)$ 在直线 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$ 上。 t 的数值为多少? 答案请以分数的形式写出来。

根据题目条件已知,

点在直线上, 令 $x = t$, $y = t - 1$
可得,

$$\begin{aligned}t - 1 &= -\frac{1}{2}t + \frac{1}{3} \\ \frac{3}{2}t &= \frac{4}{3} \\ t &= \frac{8}{9}\end{aligned}$$

综上所述, 答案为 $\frac{8}{9}$ 。

Section 2

1. D

本题考点 : Arithmetic, Properties of Integers

n 为一个整数, 且 k 不是一个整数。

$0 < k < n < k+2$

Quantity A : n

Quantity B : $k+1$

因为 k 和 n 的具体数值大小未知, 所以无法得知 n 与 $k+1$ 的数量比较关系
故综上所述, 答案选 D。

2. A

本题考点 : Geometry, Lines, Triangles and Quadrilaterals

正方形 ABCD 中, P 为 BC 这条边的中点, Q 为 AD 这条边的中点。点 E 位于直线 l 上且三角形 BCE 是一个等边三角形。

Quantity A : 线段 PQ 的长度

Quantity B : 线段 PE 的长度

据图可知,

P、Q 两点也位于直线 l 上

根据题目条件可知,

三角形 BCE 是一个等边三角形

则 $BC = BE = CE$

因为 P、Q 为正方形 ABCD 一组对边的中点,

所以 $BP = PC = \frac{1}{2} BC$

PQ 平行于 BA 和 CD, 且 $PQ = BC$

所以线段 PQ (即直线 l) 垂直于 BC 和 AD, 三角形 BPE 和三角形 CPE 都是直角三角形

所以 $PE = \sqrt{BE^2 - BP^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} BP$

因为 $\frac{\sqrt{3}}{2} BP < 2BP$

所以 $PE < PQ$, 即 Quantity B 小于 Quantity A

综上所述, 答案选 A。

3. A

本题考点 : Geometry, Similar Polygons

在某张地图上, 1 厘米代表实际距离 5 千米。在地图上, X 区域的面积为 6.4 平方厘米。

Quantity A : X 区域的实际面积

Quantity B : 150 平方千米

根据题目条件已知,

该地图长度比例尺 1 厘米 = 5 千米,

所以该地图面积比例尺为 1 平方厘米 = 25 平方千米

故 X 区域的实际面积 = $6.4 \times 25 = 160$ 平方千米, 即 QA 为 160 平方千米

160 平方千米 > 150 平方千米

综上所述, QA 大于 QB, 答案选 A。

4. C

本题考点 : Geometry, Circles

$x > 0$

Quantity A : 一个圆周长为 $8\pi x$ 的圆面积

Quantity B : 一个半径为 $4x$ 的圆面积

$$\text{圆的面积} = \pi r^2$$

根据题目条件可知,

$$\begin{aligned} \text{QA 中圆的半径 } r_1 &= \frac{\text{圆周长}}{2\pi} = \frac{8\pi x}{2\pi} = 4x, \text{ 面积} = \pi(4x)^2 = 16\pi x^2 \\ \text{QB 中圆的半径 } r_2 &= 4x, \text{ 面积} = \pi(4x)^2 = 16\pi x^2 \end{aligned}$$

所以两圆面积相等

综上所述, QA 等于 QB, 答案选 C。

5. A

本题考点 : Arithmetic, Properties of Integers

m 和 n 的算术平均数比 k 大 1。

Quantity A : $m+n$

Quantity B : $2k+1$

根据题目条件可知,

$$\begin{aligned} \frac{m+n}{2} &= k+1 \\ m+n &= 2(k+1) = 2k+2 \end{aligned}$$

所以 $QA-QB = 1$, QA 大于 QB

综上所述, 答案为 A。

6. A

本题考点 : Algebra, Rules of Exponents

$$z * 10^k = 6 * 10^m$$

$$m = k + 2$$

Quantity A : z

Quantity B : 60

根据题目条件已知,

$$m = k+2$$

可得,

$$\begin{aligned} 10^m &= 10^{k+2} \\ z * 10^k &= 6 * 10^{k+2} \\ z * 10^k &= 6 * 10^2 * 10^k \\ z &= 600, \text{ 即 QA 为 } 600 \end{aligned}$$

综上所述, QA 大于 QB, 答案为 A。

7. C

本题考点 : Algebra, Coordinate Geometry

在 xy -平面直角坐标系中, 点 (c, c) 位于直线 $0.3x+0.3y=12$ 上

Quantity A : c 的数值大小

Quantity B : 20

根据题目条件可知点 (c, c) 在直线上,

令 $x = c, y = c$, 可得

$$0.3c + 0.3c = 12$$

$$0.6c = 12$$

$$c = 20, \text{ 即 QA 为 20}$$

QA 等于 QB

综上所述, 答案为 C。

8. B

本题考点 : Arithmetic, Probability

一个袋子装有红色球、绿色球和蓝色球若干个, 且无其他颜色的球。红色球与蓝色球的数量比例为 $2:3$, 且蓝色球与绿色球的数量比例为 $4:3$ 。那么蓝色球占袋中球总数的几分之几?

根据题目条件可知,

$$\text{袋中球总数} = \text{红色球数量} + \text{蓝色球数量} + \text{绿色球数量}$$

$$\frac{\text{红色球数量}}{\text{蓝色球数量}} = \frac{2}{3}$$

$$\text{红色球数量} = \frac{2}{3} \text{ 蓝色球数量}$$

$$\frac{\text{蓝色球数量}}{\text{绿色球数量}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{绿色球数量} = \frac{3}{4} \text{ 蓝色球数量}$$

可得,

$$\text{袋中球总数} = \frac{2}{3} \text{ 蓝色球数量} + \text{蓝色球数量} + \frac{3}{4} \text{ 蓝色球数量}$$

$$\text{袋中球总数} = \frac{29}{12} \text{ 蓝色球数量}$$

$$\frac{\text{蓝色球数量}}{\text{袋中球总数}} = \frac{12}{29}$$

综上所述, 答案选 B。

9. D

本题考点 : Algebra, Application

在过去 5 年中, 某个甲壳虫群落的种群数量每年都会比前一年的种群数量增长 8 个百分点。如果 P 代表目前该群落的种群数量, 那么下列哪个选项用 P 代表 5 年的种群数量呢?

设五年前的种群数量为 X ,

根据题目条件可得

$$\begin{aligned}
 X * (100\% + 8\%)^5 &= P \\
 X * (1.08)^5 &= P \\
 X &= \frac{P}{(1.08)^5} \\
 X &= (1.08)^{-5} * P
 \end{aligned}$$

综上所述，答案选 D。

10. C

本题考点：Arithmetic, Probability

Ben 有 30 支铅笔放在一个盒子中。盒中有 5 个不同颜色的铅笔，且每个颜色至多 6 支铅笔。如果 Ben 每次不看盒子从中取出一个铅笔，那么他最少要取出多少支铅笔来保证每个颜色的铅笔至少取出 2 支？

考虑极端情况，

假设 Ben 前 24 次刚好将 4 个颜色的铅笔取出

那么他还需将盒中单一颜色的铅笔取出 2 支，以达到题目条件

所以 Ben 最少要取出 $24+2 = 26$ 支铅笔

综上所述，答案为 C。

11. 11

本题考点：Arithmetic, Properties of Integers

如果 p 和 n 都为质数， $p-n=4$ ，且 $\frac{3}{2} < \frac{p}{n} < 2$ ， p 的数值为多少？

根据题目条件可得，

$$n = p-4$$

$$\text{则 } \frac{3}{2} < \frac{p}{n} < 2$$

$$\frac{3}{2} < \frac{p}{p-4}$$

$$3(p-4) < 2p$$

$$3p-12 < 2p$$

$$3p-2p < 12$$

$$p < 12$$

$$\frac{p}{p-4} < 2$$

$$p < 2(p-4)$$

$$p < 2p-8$$

$$8 < 2p-p$$

$$8 < p$$

综上可得， $8 < p < 12$

在上述解集内能取到的质数只有 11，且 $11-4=7$ 也为质数，符合题目条件，所以 p 为 11。

12. CD

本题考点：Geometry, Quadrilaterals and Circles

一个半径长度为 a 的圆其面积小于边长长度为 ka 的正方形面积。下列哪些选项可能为 k 的数值大小？

请选出所有可能的数值。

$$\text{圆的面积} = \pi r^2$$

$$\text{正方形的面积} = \text{边长}^2$$

根据题目条件可知,

$$\text{圆的面积} < \text{正方形的面积}$$

$$\pi a^2 < (ka)^2$$

$$\pi a^2 < k^2 a^2$$

因为 $a^2 > 0$, 可得

$$\pi < k^2$$

又因为长度大小不能为负值, $a > 0$, $k > 0$, 可得

$$\sqrt{\pi} < k$$

符合条件的只有 C 选项的 $\frac{6}{3}$ 和 D 选项的 $\frac{7}{3}$, 所以答案为 C 和 D。

13. E

本题考点 : Arithmetic, Exponents

下列哪个选项最接近 $\frac{2.5 \times 10^6}{2.5 \times 10^6 - 3.5 \times 10^{-6}}$ 的数值大小 ?

本题采用估算法,

因为 3.5×10^{-6} 与 2.5×10^6 数量相差过大,

所以分母 $2.5 \times 10^6 - 3.5 \times 10^{-6}$ 略小于分子 2.5×10^6

$\frac{2.5 \times 10^6}{2.5 \times 10^6 - 3.5 \times 10^{-6}}$ 略大于 1

故综上所述, 选项 E 的 1 最接近, 所以答案选 E。

14-16 题的具体数据信息见表格

附注 : 每一个灰色单元格中的数值代表着, 在接受调查的 600 家公司中, 同时具备该单元对应竖列中的 benefit 和其横行对应的 incentive 的公司数量。举个例子, 第三列第二行的 195, 就代表着 600 公司中同时具备 Disability Insurance 这项 benefit 和 Profit Sharing 这项 incentive 的公司数量为 195。

14. D

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

提供了 Health Insurance 这项 Benefit 的公司涉及了四项 Incentive 中的几项 ?

根据题目条件, 重点关注表格中关于 Health Insurance 的第一列, 会发现四行关于 Incentive 的数据都大于 1, 说明提供了 Health Insurance 这项 Benefit 的公司涉及了全部四项 Incentive。

综上所述, 答案选 E。

15. E

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

某个 benefits 和 incentives 的套餐, 由半数以上公司提供的 benefits 中选出 2 种 benefits, 和由 1/3 以上

的公司提供的 incentives 中的 1 种 incentive, 组合而成。

请问能有多少种上述套餐组合?

根据题目条件,

由半数以上公司提供的 benefits, 则表示该 benefit 的读数要超过 $600 \times \frac{1}{2} = 300$,

由 1/3 以上的公司提供的 incentives, 则表示该 incentive 的读数要超过 $600 \times \frac{1}{3} = 200$

读表可知,

由半数以上公司提供的 benefits 有 Health Insurance, Flex-time, Disability Insurance, Tuition 共计 4 种

由半数以上公司提供的 benefits 中选出 2 种 benefits 的组合数量为 :

$$\binom{2}{4} = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6 \text{ (种)}$$

读表可知,

由 1/3 以上的公司提供的 incentives 有 Bonus Plan, Profit Sharing 共计 2 种

由 1/3 以上的公司提供的 incentives 中选出 1 种 incentive 的组合数量为 :

$$\binom{1}{2} = \frac{2!}{1!(2-1)!} = 2 \text{ (种)}$$

由半数以上公司提供的 benefits 中选出 2 种 benefits 和由 1/3 以上的公司提供的 incentives 中的 1 种 incentive 的组合数量为 :

由半数以上公司提供的 benefits 中选出 2 种 benefits 的组合数量*由 1/3 以上的公司提供的 incentives 中选出 1 种 incentive 的组合数量 = $6 \times 2 = 12$ (种)

综上所述, 能有 12 种上述套餐组合, 答案选 E。

16. D

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

同时提供 stock-options 这项 incentive 和任意一项 benefit 的公司数量与提供该项 benefit 的所有公司数量的比值, 5 项 benefits 中, 哪一项该比值最大?

根据题目条件, 重点关注表格灰色部分的最后一行和整个表格的最后一行

同时提供 stock – options 这项 incentive 和 Health Insurance 这项 benefit 的公司数量

提供 Health Insurance 这项 benefit 的所有公司数量

$$= \frac{60}{588} = \frac{15}{147}$$

同时提供 stock – options 这项 incentive 和 Flex – time 这项 benefit 的公司数量

提供 Flex – time 这项 benefit 的所有公司数量

$$= \frac{41}{426}$$

同时提供 stock – options 这项 incentive 和 Disability Insurance 这项 benefit 的公司数量

提供 Disability Insurance 这项 benefit 的所有公司数量

$$= \frac{44}{387}$$

同时提供 stock – options 这项 incentive 和 Tuition 这项 benefit 的公司数量

提供 Tuition 这项 benefit 的所有公司数量

$$= \frac{41}{303}$$

同时提供 stock – options 这项 incentive 和 Telecommuting 这项 benefit 的公司数量

提供 Telecommuting 这项 benefit 的所有公司数量

$$= \frac{24}{207} = \frac{8}{69}$$

其中比值最大的是 同时提供 stock-options 这项 incentive 和 Tuition 这项 benefit 的公司数量 = 41 / 提供 Tuition 这项 benefit 的所有公司数量 = 303

综上所述，答案选 D。

17. ABC

本题考点：Arithmetic, Percent

该题目有些勘误，题目信息请参照以下内容。

在某家公司，时薪为 20 美元的员工将会每小时加薪 1 美元。至于其他人，时薪不满 20 美元的员工也会加薪 1 美元，时薪大于 20 美元的员工加薪百分比与时薪 20 美元的员工加薪百分比持平，不论如何，每个员工都有一定程度的加薪。下列哪个选项的内容正确？

A 选项：一个原时薪不满 20 美元的员工的加薪百分比会比原时薪为 20 美元的员工加薪百分比更大。

根据题目条件可知，

$$\text{时薪 20 美元的员工加薪百分比} = \frac{1}{20} * 100\% = 5\%$$

$$\text{时薪不满 20 美元的员工加薪百分比} = \frac{1}{\text{原时薪}} * 100\%$$

因为原时薪 < 20，所以

$$\text{时薪不满 20 美元的员工加薪百分比} = \frac{1}{\text{原时薪}} * 100\% > 5\%$$

所以，A 选项内容正确。

B 选项：一个时薪为 22 美元的员工，每小时将得到 1.1 美元的加薪。

根据题目条件可知，

时薪大于 20 美元的员工加薪百分比 = 时薪 20 美元的员工加薪百分比 = $\frac{1}{20} * 100\% = 5\%$
 时薪大于 20 美元的员工每小时加薪 = 原时薪 * 时薪大于 20 美元的员工加薪百分比 = $22 * 5\% = 1.1$ (美元)

所以, B 选项正确。

C 选项: 一个时薪为 24 美元的员工, 加薪后每小时可以赚 25.2 美元。

根据题目条件可知,

$$\begin{aligned} \text{时薪大于 20 美元的员工加薪百分比} &= \text{时薪 20 美元的员工加薪百分比} = \frac{1}{20} * 100\% = 5\% \\ \text{时薪大于 20 美元的员工加薪后的时薪} &= \text{原时薪} * (100\% + \text{时薪大于 20 美元的员工加薪百分比}) = \\ &= 24 * 105\% = 25.2 \text{ (美元)} \end{aligned}$$

所以 C 选项正确。

综上所述, 答案为 ABC。

18. AB

本题考点: Algebra, Coordinate Geometry; Geometry, Triangles

下列哪些关于 xy-平面中的三角形 PQR 的描述内容是正确的?

A 选项: PQR 是一个直角三角形。

$$\text{连接两点线段的斜率 } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

当 $m_1 m_2 = -1$ 时, 两直线垂直

看图可知,

$$P(1, -3), Q(2, 4), R(4, 3)$$

$$PQ \text{ 的斜率} = \frac{4 - (-3)}{2 - 1} = 7$$

$$QR \text{ 的斜率} = \frac{3 - 4}{4 - 2} = -\frac{1}{2}$$

$$RP \text{ 的斜率} = \frac{(-3) - 3}{1 - 4} = 2$$

$$\text{因为, } QR \text{ 的斜率} * RP \text{ 的斜率} = -\frac{1}{2} * 2 = -1$$

所以, QR 与 RP 互相垂直, 三角形 PQR 是一个直角三角形, A 选项正确。

B 选项: 三角形 PQR 的面积为 $\frac{15}{2}$ 。

$$\text{三角形 PQR 的面积} = \frac{1}{2} * \text{底} * \text{高}$$

通过先前对 A 选项的内容进行验证, 可知,

$$\text{三角形 PQR 的面积} = \frac{1}{2} * QR * RP$$

求直角坐标系中连接两点的线段长度, 运用公式:

$$\text{连接两点线段的长度} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

$$QR = \sqrt{(2-4)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{5}$$

$$RP = \sqrt{(4-1)^2 + [3-(-3)]^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\text{三角形 PQR 的面积} = \frac{1}{2} * \sqrt{5} * 3\sqrt{5} = \frac{15}{2}$$

所以，B 选项正确。

C 选项：三角形 PQR 是一个等腰三角形。

结合之前对 A、B 选项的验证，可知，

三角形 PQR 是一个直角三角形， $\angle QRP = 90^\circ$ ，直角边 $QR = \sqrt{5}$ ，直角边 $RP = 3\sqrt{5}$

$$QR \neq RP$$

所以直角三角形 PQR 不可能是一个等腰三角形，C 选项错误。

综上所述，答案选 AB。

19. E (该题有勘误，E 选项应删除 “ = ”)

本题考点：Algebra, Absolute Value

下列哪个选项等同于 $0 < x < 2$ ？

方法①：套选项

A 选项： $x = 1$

明显与题目条件矛盾，排除 A 选项；

B 选项： $|x| < 1$

$$\begin{aligned} |x| &< 1 \\ -1 &< x < 1 \end{aligned}$$

与题目条件矛盾，排除 B 选项；

C 选项： $|x| < 2$

$$\begin{aligned} |x| &< 2 \\ -2 &< x < 2 \end{aligned}$$

与题目条件矛盾，排除 C 选项；

D 选项： $|x+1| < 1$

$$\begin{aligned} |x+1| &< 1 \\ -1 &< x+1 \\ -1-1 &< x \\ -2 &< x \\ x+1 &< 1 \\ x &< 0 \\ -2 &< x < 0 \end{aligned}$$

与题目条件矛盾，故排除 D 选项；

E 选项： $|x-1| < 1$

$$\begin{aligned} |x-1| &< 1 \\ -1 &< x-1 \\ -1+1 &< x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 0 &< x \\
 x-1 &< 1 \\
 x &< 2 \\
 0 &< x < 2
 \end{aligned}$$

符合题目条件

综上所述, 答案选 E。

方法②: 利用绝对值的概念

$|x| < 1$ 解出来 $-1 < x < 1$, 0 就是这一区间的中点。

其表示含义为: 在数轴上 x 点到 0 点的距离不超过 1 个单位

所以 $|x| < 1$ 可写成 $|x - 0| < 1$ 或 $|0 - x| < 1$

而题目条件给出:

$$0 < x < 2$$

1 为该区间的中点, 0 到 1 之间为 1 个单位, 1 到 2 之间也为 1 个单位

所以 x 到 1 之间不超过 1 个单位, 可得,

$$|x - 1| < 1 \text{ 或 } |1 - x| < 1$$

五个选项中, 只有 E 选项符合题目条件, 所以答案选 E。

20. E

本题考点: Arithmetic, Probability; Algebra, Coordinate Geometry; Geometry, Circles

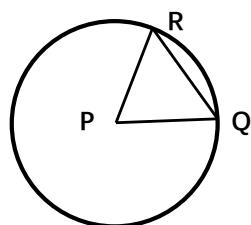
在一个平面中, 点 P 和点 Q 相距 20 英寸之远。如果点 R 为所有距离点 P 有 20 英寸之远的点中任意一点, 那么有多大的概率点 R 距离点 P 比点 R 距离点 Q 更近?

根据题目条件可知,

$PQ = 20$ 英寸

$PR = 20$ 英寸, 且点 R 为所有距离点 P 有 20 英寸之远的点中任意一点

以 P 为圆心, 做一个半径为 20 英寸的圆, Q 为圆上的固定点, R 为圆周上的任意一点, 可得

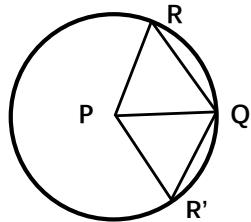


当 $\angle RPQ$ 等于 60° 时, $RQ = RP = 20$ 英寸

当 $\angle RPQ$ 小于 60° 时, RQ 小于 RP , 即点 R 距离点 Q 比点 R 距离点 P 更近

因 R 为圆周上任意一点, R 可以在 Q 点上方, 也可在 Q 点下方

故在图中做出处于 Q 点下方得点 R' , 连接 $R'P$ 和 $R'Q$



当 $\angle R'PQ$ 等于 60° 时, $R'Q = R'P = 20$ 英寸

当 $\angle R'PQ$ 小于 60° 时, $R'Q$ 小于 $R'P$, 即点 R' 距离点 Q 比点 R 距离点 P 更近

令 $\angle RPR' = 120^\circ$, 圆弧 RQR' 上任取一点, 该点到 Q 点的距离小于等于该点到 P 点的距离
则在圆弧 RQR' 之外的圆弧上任取一点, 该点到 Q 点的距离大于该点到 P 点的距离, 即该点离 P 点比离 Q 点更近

$$\text{取到这样的点的概率} = \frac{\text{圆周长} - RQR' \text{的弧长}}{\text{圆周长}}$$

$$RQR' \text{ 的弧长} = \frac{\angle RQR'}{360^\circ} * \text{圆周长} = \frac{120^\circ}{360^\circ} * \text{圆周长} = \frac{1}{3} * \text{圆周长}$$

所以概率为

$$\frac{\text{圆周长} - RQR' \text{的弧长}}{\text{圆周长}} = \frac{\text{圆周长} - \frac{1}{3} * \text{圆周长}}{\text{圆周长}} = \frac{2}{3}$$

综上所述, 答案选 E。

第四套

Section 1

1. A

本题考点 : Arithmetic, Ratio

如果一个水果篮里有苹果、梨子和橙子, 苹果的数量与梨子的数量之比为 3 : 4, 且梨子的数量与橙子的数量之比为 5 : 3。

Quantity A : 水果篮中苹果的数量

Quantity B : 水果篮中橙子的数量

根据题目条件可知,

$$\frac{\text{水果篮中苹果的数量}}{\text{水果篮中梨子的数量}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{水果篮中苹果的数量} = \frac{3}{4} \text{ 水果篮中梨子的数量}$$

$$\frac{\text{水果篮中梨子的数量}}{\text{水果篮中橙子的数量}} = \frac{5}{3}$$

$$\text{水果篮中橙子的数量} = \frac{3}{5} \text{ 水果篮中梨子的数量}$$

因为 $\frac{3}{4} > \frac{3}{5}$

所以 QA 大于 QB

综上所述, 答案选 A。

2. C

本题考点 : Arithmetic, Percent

$0 < x < y$

Quantity A : y 的 $x\%$

Quantity B : x 的 $y\%$

$$QA = y \cdot x\% = xy\%$$

$$QB = x \cdot y\% = xy\%$$

即 QA 等于 QB

综上所述, 答案选 C。

3. A

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

x 和 z 的算术平均数大于 y , 且 $x < y < z$ 。

Quantity A : x, y, z 的算术平均数

Quantity B : x, y, z 的中位数

根据题目条件可知,

$$\frac{x+z}{2} > y$$

可得,

$$x+z > 2y$$

$$x, y, z \text{ 的算术平均数} = \frac{x+y+z}{3}$$

$$\text{因为 } x+z > 2y$$

$$\frac{x+y+z}{3} > \frac{2y+y}{3} = y$$

又因为 $x < y < z$, 可得

$$x, y, z \text{ 的中位数} = y$$

所以 QA 大于 QB

综上所述, 答案选 A。

4. C

本题考点 : Algebra, Rules of Exponents

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b}, ab \neq 0$$

Quantity A : a

Quantity B : b

根据题目条件可知,

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b}$$

$$a^2b = ab^2$$

因为 $ab \neq 0$, 可得

$$\frac{a^2b}{ab} = \frac{ab^2}{ab}$$

$$a = b$$

即 QA 等于 QB

综上所述, 答案选 C。

5. C

本题考点 : Algebra, Solving Linear Inequalities

Quantity A : 满足 $x^3 > -30$ 的最小整数 x

Quantity B : -3

$$x^3 > -30$$

$$x > \sqrt[3]{-30}$$

满足该条件的最小整数为 -3,

即 QA 等于 QB

综上所述, 答案选 C。

6. C

本题考点 : Geometry, Triangles and Rectangles

图中的虚线将整个矩形区域划分成了六个一模一样的更小的矩形区域。

Quantity A : 三角形 WXV 的面积

Quantity B : 三角形 XYV 的面积

$$\text{三角形的面积} = \frac{1}{2} \text{底} \times \text{高}$$

设大矩形的长为 l , 宽为 w

则根据题目条件可知,

$$\text{三角形 WXV 的底 } WX = \frac{1}{2}l, \text{ 高为 } w$$

$$\text{三角形 WXV 的面积} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} l \times w = \frac{1}{4} wl$$

$$\text{三角形 XYV 的底 } XY = \frac{1}{2}l, \text{ 高为 } w$$

$$\text{三角形 XYV 的面积} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} l \times w = \frac{1}{4} wl$$

即 QA 等于 QB

综上所述, 答案选 C。

7. D

本题考点 : Algebra, Solving Quadratic Equations

$a \neq 0$

Quantity A : $a+1$

Quantity B : $\frac{1}{a}-1$

方法① : 套数字

当 $a = -1$ 时,

$$a+1 = 0, \frac{1}{a}-1 = -2$$

QA 大于 QB ;

当 $a = -2$ 时,

$$a+1 = -1, \frac{1}{a}-1 = -\frac{3}{2}$$

QA 大于 QB ;

当 $a = -3$ 时,

$$a+1 = -2, \frac{1}{a}-1 = -\frac{4}{3}$$

QA 小于 QB。

因为 a 的数值不确定, QA 与 QB 的比较关系无法确定

综上所述, 答案选 D。

方法② : 联立代数式求解

$$\text{令 } a+1 = \frac{1}{a}-1$$

可得

$$\begin{aligned} a+2 &= \frac{1}{a} \\ a^2+2a &= 1 \\ a^2+2a-1 &= 0 \\ a &= \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 * (-1)}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} \\ a &= -1 \pm \sqrt{2} \end{aligned}$$

当 $a < -1 - \sqrt{2}$ 时,

$$a+1 < \frac{1}{a}-1, \text{ 即 QA 小于 QB};$$

当 $a = -1 - \sqrt{2}$ 时,

$$a+1 = \frac{1}{a}-1, \text{ 即 QA 等于 QB};$$

当 $-1 - \sqrt{2} < a < 0$ 时,

$$a+1 > \frac{1}{a}-1, \text{ 即 QA 大于 QB};$$

当 $0 < a < -1 + \sqrt{2}$ 时,

$$a+1 < \frac{1}{a}-1, \text{ 即 QA 小于 QB};$$

当 $a = -1 + \sqrt{2}$ 时,

$$a+1 = \frac{1}{a}-1, \text{ 即 QA 等于 QB};$$

当 $a > -1 + \sqrt{2}$ 时,

$$a+1 > \frac{1}{a}-1, \text{ 即 QA 大于 QB}.$$

因为 a 的数值不确定, QA 与 QB 的比较关系无法确定

综上所述, 答案选 D。

8. B

本题考点 : Geometry, Rectangles and Circles

正方形 FGHJ 的边长为 x , FGJ 区域是一个以 F 为圆心的扇形。

Quantity A : 阴影部分的面积

$$\text{Quantity B : } \frac{x^2}{4}$$

正方形的面积 = 边长²

$$\text{扇形的面积} = \frac{\text{扇形对应的圆心角角度}}{360^\circ} \pi r^2$$

阴影部分的面积 = 正方形 FGHI 的面积 - 扇形 FGJ 的面积

$$\text{阴影部分的面积} = x^2 - \frac{90^\circ}{360^\circ} \pi x^2 = (1 - \frac{\pi}{4}) \cdot x^2 = \frac{(4-\pi)x^2}{4}$$

因为 $\frac{(4-\pi)}{4} < \frac{1}{4}$

所以 $\frac{(4-\pi)x^2}{4} < \frac{x^2}{4}$, 即 QA 小于 QB

综上所述, 答案选 B。

9. C

本题考点 : Arithmetic, Percent; Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

该表格展现了一个非营利组织的财政来源的百分比分布情况。来自 individuals 的财政支持总额比来自 corporations 的财政支持总额少了百分之多少?

根据表格信息可知,

来自 individuals 的财政支持总额 = 22%*该非营利组织全部财政来源总额

来自 corporations 的财政支持总额 = 37%*该非营利组织全部财政来源总额

来自 individuals 的财政支持总额比来自 corporations 的财政支持总额少的百分比 =

$$\frac{\text{来自 corporations 的财政支持总额} - \text{来自 individuals 的财政支持总额}}{\text{来自 corporations 的财政支持总额}} = \frac{(37\% - 22\%) \cdot \text{该非营利组织全部财政来源总额}}{37\% \cdot \text{该非营利组织全部财政来源总额}} \approx 41\%$$

综上所述, 答案选 C。

10. E

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

如表格所示, 数据集合 X 和数据集合 Y 各包含 4 个数值。如果数据集合 X 的极差为 21, 那么数据集合 Y 的极差为多少?

根据表格信息可知,

$$\text{数据集合 } X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$$

$$\text{数据集合 } Y = \{5x_1 + 16, 5x_2 + 16, 5x_3 + 16, 5x_4 + 16\}$$

由此可见, 数据集合 Y 是在数据集合 X 的基础上, 将每个数扩大 5 倍, 再加上 16 所以,

数据集合 Y 的极差 = 数据集合 X 的极差*5 = 21*5 = 105

综上所述, 答案选 E。

11. A

本题考点 : Data Analysis, Counting Methods

有三个委员会分别由 8, 10 和 13 人组成。如果 N 代表 3 个委员会不同成员的总人数, 那么 N 的最小值为多少?

要使 N 最小, 令担任第一个委员会的 8 人同时担任第二、第三委员会的成员, 令担任第二个委员会的 10 人同时担任第三委员会的成员

则第三委员的 13 位委员中, 8 人同时担任三个委员会的成员, 2 人同时担任两个委员会的成员, 3 人只担任一个委员会的成员

此时 $N = 13$ (人)
综上所述, 答案选 A。

12. 35

本题考点 : Algebra, Solving Linear Equations

如果 $\frac{17+m}{43+m} = \frac{2}{3}$, m 的数值为多少 ?

$$\frac{17+m}{43+m} = \frac{2}{3}$$
$$3*(17+m) = 2*(43+m)$$
$$51+3m = 86+2m$$
$$3m-2m = 86-51$$
$$m = 35$$

综上所述, 答案为 35。

13. A

本题考点 : Algebra, Rules of Exponents

如果 n 是一个为正的奇数, 且 $k = n^3+2n$, 那么 $(-1)^k - (-1)^{k+1}$ 的数值为多少 ?

根据题目条件可知,

$n > 0$, 且为奇数

可得,

n^3 为奇数, $2n$ 为偶数, n^3+2n 为奇数, 即 k 为奇数

则 $(-1)^k = -1$, $(-1)^{k+1} = 1$

$(-1)^k - (-1)^{k+1} = -1 - 1 = -2$

综上所述, 答案为 -2。

14-16 题的具体数据信息见折线统计图

14. B

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

1988 年, 早间通勤时间大约是晚间通勤时间的几分之几 ?

根据折线图数据可知,

1988 年的早间通勤时间 = 13 (小时)

1988 年的晚间通勤时间 = 31 (小时)

$$\frac{1988 \text{ 年的早间通勤时间}}{1988 \text{ 年的晚间通勤时间}} = \frac{13}{31}$$

5 个选项中 B 选项 $\frac{2}{5}$ 与之最接近, 所以答案选 B。

15. C

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

从 1986 年至 1988 年之间, 早间通勤时间大约减少了百分之多少 ?

根据折线图数据可知,

1986 年的早间通勤时间 = 17.5 (小时)

1988 年的早间通勤时间 = 13 (小时)

$$\text{早间通勤时间减少的百分比} = \frac{1986 \text{ 年的早间通勤时间} - 1988 \text{ 年的早间通勤时间}}{1986 \text{ 年的早间通勤时间}} * 100\% = \frac{17.5 - 13}{17.5} * 100\%$$

$$= \frac{4.5}{17.5} * 100\% \approx 25.7\%$$

5 个选项中 C 选项 25% 与之最接近, 所以答案选 C。

16. E

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

1987 年, 如果一辆车在常规通勤时间内通过 10 英里, 那么该年该车的平均时速为多少?

$$\text{平均速度} = \frac{\text{路程}}{\text{时间}}$$

$$1987 \text{ 年的平均速度} = \frac{10 \text{ miles}}{15 \text{ minutes}}$$

$$15 \text{ minutes} = \frac{1}{4} \text{ hour}$$

$$1987 \text{ 年的平均速度} = \frac{10 \text{ miles}}{\frac{1}{4} \text{ hour}} = 40 \text{ miles/hour}$$

综上所述, 该年该车的平均时速为 40 英里, 所以答案选 E。

17. $\frac{1}{16}$

本题考点 : Data Analysis, Probability

某个箱子里装着 4 块红砖, 5 块蓝砖, 和 3 块黄砖。Judy 将会从这个箱子里任意取出一块砖, 并放回箱子中, 然后再次任意抽取一块砖。那么 Judy 两次抽取出的都是黄砖的概率为多少?

请以分数形式写出该题答案。

根据题目条件可知,

是放回之后进行第二次抽取, 所以

$$\text{两次抽出黄砖的概率都为} \frac{\text{黄砖总数}}{\text{箱子中砖块总数}} = \frac{3}{4+5+3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

又因为第一次抽出黄砖和第二次抽出黄砖, 这两个时间互为独立事件

$$\text{故两事件同时发生的概率} = P(A) * P(B) = \frac{1}{4} * \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

综上所述, 答案为 $\frac{1}{16}$ 。

18. ACE

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

Mike, Scott, Jim, Kate 和 Pete 这个月有不同的工作量。Pete 的任务比 Kate 的少, Kate 的任务比 Mike 的多, Mike 的任务比 Jim 的多, Jim 的任务比 Scott 的多。那么上述人物中, 谁的任务量有可能成为五

个人任务量中的中位数？

请选出所有符合条件的人。

根据题目条件可知，

Kate 的任务量 > Pete 的任务量

Kate 的任务量 > Mike 的任务量 > Jim 的任务量 > Scott 的任务量

接下来分情况讨论：

如果 Pete 的任务量 > Mike 的任务量

则五个人任务量的数量关系为

Kate 的任务量 > Pete 的任务量 > Mike 的任务量 > Jim 的任务量 > Scott 的任务量

则 Mike 的任务量为中位数，A 选项入选；

如果 Mike 的任务量 > Pete 的任务量 > Jim 的任务量

则五个人任务量的数量关系为

Kate 的任务量 > Mike 的任务量 > Pete 的任务量 > Jim 的任务量 > Scott 的任务量

则 Pete 的任务量为中位数，E 选项入选；

如果 Jim 的任务量 > Pete 的任务量 > Scott 的任务量

则五个人任务量的数量关系为

Kate 的任务量 > Mike 的任务量 > Jim 的任务量 > Pete 的任务量 > Scott 的任务量

或

如果 Scott 的任务量 > Pete 的任务量

则五个人任务量的数量关系为

Kate 的任务量 > Mike 的任务量 > Jim 的任务量 > Scott 的任务量 > Pete 的任务量

则 Jim 的任务量为中位数，C 选项入选；

综上所述，答案为 ACE。

19. A

本题考点：Algebra, Applications; Geometry, Triangles

一个直角三角形的两条直角边的边长之比为 3 比 1。如果该直角三角形的斜边长度为 $\sqrt{40}$ ，那么下列哪个选项为该三角形的周长长度范围？

在直角三角形中

$$a^2 + b^2 = c^2$$

a 和 b 为直角边边长，c 为斜边边长

该直角三角形周长 = a+b+c

设该直角三角形较短的直角边长度为 x，则较长的直角边长度为 3x

利用毕达哥拉斯定理可得，

$$\begin{aligned} x^2 + 9x^2 &= (\sqrt{40})^2 \\ 10x^2 &= 40 \\ x^2 &= 4 \end{aligned}$$

$x > 0$ ，所以

$$x = 2, 3x = 6$$

可得，

该直角三角形周长 = $2+6+\sqrt{40} = 8+\sqrt{40}$

$$\begin{aligned} 6 &< \sqrt{40} < 7 \\ 8+6 &< 8+\sqrt{40} < 8+7 \\ 14 &< 8+\sqrt{40} < 15 \end{aligned}$$

综上所述，该直角三角形周长介于 14 至 15 之间，故答案为 A。

20. A

本题考点：Arithmetic, Properties of Integers

如果 n 和 m 都为正整数，且 m 是 2^6 的一个因数，同时等于 $3n$ 和 $\frac{2^6}{m}$ 的整数有多少个？

根据题目条件可知，

m 是 2^6 的一个因数

则 $\frac{2^6}{m}$ 也为 2^6 的一个因数，为 2^x ， $0 \leq x \leq 6$

不论 x 取多少， $\frac{2^6}{m}$ 都不能被 3 整除

而 $3n$ 又是 3 的倍数

综上所述，当 n 和 m 都为正整数时，没有一个数能同时等于 $3n$ 和 $\frac{2^6}{m}$ ，所以答案为 A。

Section 2

1. C

本题考点 : Algebra, Solving Linear Equations

四个仓库里合计有 1500 个箱子。四个仓库分别储存了 x , y , z 和 w 个箱子, 且 $w = 2x$, $z = 2y$ 。

Quantity A : $x+y$

Quantity B : 500

根据题目条件可得

$$x+y+z+w = 1500$$

将 $w = 2x$, $z = 2y$ 代入其中,

$$x+y+2y+2x = 1500$$

$$3x+3y = 1500$$

$$x+y = 500$$

即 QA 等于 QB

综上所述, 答案选 C。

2. C

本题考点 : Algebra, Coordinate Geometry

在 xy -平面直角坐标系中, 线段 RS 是 (未显示出来的) 正方形 RSTU 的一条边。

Quantity A : 正方形 RSTU 的面积

Quantity B : 13

正方形的面积 = 边长²

根据题目条件可知,

正方形 RSTU 的面积 = RS^2

根据直角坐标系中可知,

点 R (0, 2), 点 S (3, 0)

$$\text{线段 RS} = \sqrt{(0-3)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{13}$$

$$\text{正方形 RSTU 的面积} = (\sqrt{13})^2 = 13$$

即 QA 等于 QB

综上所述, 答案选 C。

3. C

本题考点 : Data Analysis, Counting Methods

$$T = \{2, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Quantity A : 从 T 集合抽取 4 个不同数字组成 4 位数的个数

Quantity B : (7)(6)(5)(4)

根据题目条件可知 : T 集合共有 7 个不同的数字

从中抽取 4 个不同数字组成四位数, 其中有顺序, 属于排列 :

抽取第一个数字的选择范围是 7 个数 ;

抽取第二个数字的选择范围是 6 个数；
抽取第三个数字的选择范围是 5 个数；
抽取第四个数字的选择范围是 4 个数；

综上所述，

从 T 集合抽取 4 个不同数字组成 4 位数的个数 = $(7)(6)(5)(4)$

即 QA 等于 QB

所以答案选 C。

4. C

本题考点：Algebra, Rules of Exponents

n 是一个正整数

Quantity A：当 3^{4n} 除以 10 时得到的余数

Quantity B：1

根据题目条件可知：n 是一个正整数

所以 $4n$ 是一个正整数， 3^{4n} 也是一个正整数

因此 3^{4n} 除以 10 时得到的余数 = 3^{4n} 个位数上的数

而当 a 大于 0，且为整数时，

3^a 个位数上的数字呈 3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1…循环

因为 n 是一个正整数， $4n$ 为 4 的倍数

3^{4n} 个位数上的数字为 1，即当 3^{4n} 除以 10 时得到的余数为 1

即 QA 等于 QB

综上所述，答案选 C。

5. C

本题考点：Algebra, Coordinate Geometry

在 xy-平面直角坐标系中，有一条直线的方程为 $y = mx + b$ ，m 和 b 均为常数，且 $mb \neq 0$ ，y 轴截距为 x 轴截距的两倍。

Quantity A：m

Quantity B：-2

根据题目条件可知，

y 轴截距 = b，即该直线经过 (0, b) 这一点

x 轴截距 = $\frac{b}{m}$ ，即该直线经过 $(\frac{b}{m}, 0)$ 这一点

将 x 轴与直线的交点坐标代入该直线的方程可得

$$0 = m \cdot \frac{b}{m} + b$$

$$0 = m \cdot \frac{1}{2} + b$$

$$m = -2$$

即 QA 等于 QB

综上所述，答案选 C。

6. D

本题考点：Algebra, Rules of Exponents

n 是一个正整数。

Quantity A : $\frac{1}{3^n}$

Quantity B : $3(\frac{1}{4^n})$

$$\frac{1}{3^n} = 3(\frac{1}{3^{n+1}})$$

因为根据题目条件, n 的具体数值无法确定, 所以无法比较得出 3^{n+1} 和 4^n 的大小
故综上所述, 无法得知 QA 与 QB 的大小比较关系, 因此答案选 D。

7. D

本题考点 : Geometry, Triangles

$PQ = QR = QS$

Quantity A : PS

Quantity B : RS

根据题目条件不足以得知 PS 和 RS 的大小比较关系, 所以答案选 D。

8. E

本题考点 : Algebra, Applications; Data Analysis, Numerical Methods of Describing Data

某个班级全班 90 名学生参加了一项能力测试。其中通过该项测试的学生的算术平均分为 84 分, 未通过该项测试的学生的算术平均分为 60 分。如果全班所有学生的算术平均分为 80 分, 那么全班有多少名同学通过了该项能力测试?

设班上通过该项测试的学生共有 x 名, 则班上未通过该项测试的学生共有 $(90-x)$ 名

根据题目条件可得,

$$\frac{84x + (90-x) * 60}{90} = 80$$

$$84x + (90-x) * 60 = 7200$$

$$84x + 5400 - 60x = 7200$$

$$24x = 1800$$

$$x = 75$$

综上所述, 全班有 75 名同学通过了该项能力测试, 所以答案选 E。

9. C

本题考点 : Arithmetic, Exponents

下列哪个选项等于 $(8)(72)^{-5}$

方法① : 套选项

选项 A、B 明显与原式不等, 故排除;

选项 C : $\frac{(72)^{-4}}{9}$

$$\frac{(72)^{-4}}{9} = \frac{(72)^{-4} * 8}{9 * 8} = (8)(72)^{-5}$$

即选项 C 与原式相等, 故选 C;

选项 D : $\frac{(72)^{-5}}{8}$

$$\frac{(72)^{-5}}{8} = \frac{(72)^{-5}*9}{8*9} = (9)(72)^{-6}$$

选项 D 与原式不相等，故排除；

选项 E : $\frac{(72)^{-6}}{9}$

$$\frac{(72)^{-6}}{9} = \frac{(72)^{-6}*8}{9*8} = (8)(72)^{-7}$$

选项 E 与原式不相等，故排除。

方法②：将原式变形

$$(8)(72)^{-5} = \frac{8}{(72)^5} = \frac{8*9}{(72)^5*9} = \frac{1}{(72)^4*9} = \frac{(72)^{-4}}{9}$$

选项 C 与其一致，所以选 C。

10. AC

本题考点：Algebra, Coordinate Geometry

在 xy-平面直角坐标系中，直线 l 与方程为 $y = 3x+2$ 的直线平行。如果直线 l 经过点 (1, -1)，那么直线 l 会经过下列哪些点？

请选择所有符合要求的点。

设直线 l 的方程为 $y = mx+b$

根据题目条件已知：直线 l 与方程为 $y = 3x+2$ 的直线平行

可得，

直线 l 的斜率 $m = 3$

又因为线 l 经过点 (1, -1)，将该点代入直线 l 的方程，可得，

$$-1 = 3*1+b$$

$$b = -4$$

所以直线 l 的方程为 $y = 3x-4$

将三个选项的坐标代入直线 l 的方程：

A 选项 (2, 2)

$$3*2-4 = 2$$

A 选项坐标满足直线 l 的方程，A 选项正确；

B 选项 (0, -2)

$$3*0-4 = -4 \neq -2$$

B 选项坐标不满足直线 l 的方程，B 选项错误；

C 选项 (-2, -10)

$$3*(-2)-4 = -10$$

C 选项坐标满足直线 l 的方程，C 选项正确；

综上所述，答案为 AC。

11. D

本题考点：Arithmetic, Properties of Integers

如果 2, 4, 6 和 9 为两个两位整数中出现的数字，那么这两个两位整数间能取到的最小的差值为多少？

该题采用套数字的方法，

要使得两个两位整数间的差值最小，则先要让十位数差值最小，十位数更小者个位数字取大，十位数更大者个位数字取小

则这两个两位整数的十位数只能为 2 和 4, 或者 4 和 6

当两个两位整数的十位数为 2 和 4 时,

取到 29 和 46, 差值为 17 ;

当两个两位整数的十位数为 4 和 6 时,

取到 49 和 62, 差值为 13。

$13 < 17$

综上所述, 这两个两位整数间能取到的最小的差值为 13, 答案选 D。

12. C

本题考点 : Geometry, Circles

O 为圆的圆心, 且 $RS = ST = 4$ 。弧 RWT 的弧长为多少 ?

$$\text{弧长} = \frac{\text{该弧对应的圆心角角度}}{360^\circ} \times \text{圆周长} = \frac{\text{该弧对应的圆心角角度}}{360^\circ} \times 2\pi r$$

根据图形可知,

$\angle RST = 120^\circ$, 为弧 RWT 的圆周角

因为同一条弧的圆周角为圆心角的一半,

所以,

弧 RWT 对应的圆心角 $= 120^\circ \times 2 = 240^\circ$

因此,

$\angle ROT = 120^\circ$

连接 RO, TO 和 OS 这三条半径

因为 $RS = ST = 4$

所以,

弧 RS = 弧 RS

$$\angle ROS = \angle SOT = \frac{1}{2} \angle ROT = 60^\circ$$

因为 RO = SO, 所以

三角形 ROS 是一个等边三角形

$RO = SO = RS = 4$, 即圆的半径为 4

综上所述, 弧 RWT 对应的圆心角为 240° , 该圆半径为 4

$$\text{弧 RWT 的弧长} = \frac{\text{该弧对应的圆心角角度}}{360^\circ} \times 2\pi r = \frac{240^\circ}{360^\circ} \times 2\pi \times 4 = \frac{2}{3} \times 8\pi = \frac{16\pi}{3}$$

所以答案选 C。

13. E

本题考点 : Algebra, Solving Linear Inequalities and Absolute Value

满足 $|3x - 2| < 8$ 该不等式的 x 的整数值有多少个 ?

根据题目条件可知 : $|3x - 2| < 8$, 且 x 为整数

可得,

$$-8 < 3x - 2 < 8$$

$$-6 < 3x < 10$$

$$-2 < x < \frac{10}{3}$$

X 能取到的整数数值为 : -1, 0, 1, 2, 3

共计 5 个

综上所述, 答案选 E。

14-16 题的具体数据信息见分段柱状统计图

14. BCE

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

2004 年 4 月, Q 地区在 Housing expense 部分的支出总额与下列哪些地区的 Housing expense 部分的支出总额相比更少 ?

请选择所有符合要求的地区。

方法① : 直接读数比较

因为该图表为分段柱状统计图, 且 Housing expense 为以 0 美元为起点的深灰色部分, 直接比较 6 个地区的深灰色部分, 读数比 Q 小的只有 P 地区和 T 地区。

方法② : 计算比较

读图可知,

2004 年 4 月 Q 地区的一个普通家庭的 Living Expense 总额 = 1350 (美元)

其中 Housing expense 占比 55%

2004 年 4 月 Q 地区的一个普通家庭的 Housing expense 总额 = $1350 \times 55\% = 742.5$ (美元)

要找出其他几个 Housing expense 比 Q 地区大的, 可先讲将 Living Expense 总额和 Housing expense 占比都比 Q 地区少的 T 地区排除, 因为总额和占比都更小, 两数相乘得来的乘积也会更小, 所以 D 选项不正确;

同理, 也可先讲将 Living Expense 总额和 Housing expense 占比都比 Q 地区多的 S 地区和 U 地区排除, 因为总额和占比都更大, 两数相乘得来的乘积也会更大, 所以 C 选项和 U 选项正确;

接下来读取 P 地区和 R 地区的数据

2004 年 4 月 P 地区的一个普通家庭的 Living Expense 总额 = 1000 (美元)

其中 Housing expense 占比 60%

2004 年 4 月 P 地区的一个普通家庭的 Housing expense 总额 = $1000 \times 60\% = 600$ (美元)

$600 < 742.5$

所以 A 选项被排除;

2004 年 4 月 R 地区的一个普通家庭的 Living Expense 总额 = 1300 (美元)

其中 Housing expense 占比 64%

2004 年 4 月 R 地区的一个普通家庭的 Housing expense 总额 = $1300 \times 64\% = 832$ (美元)

$832 > 742.5$

所以 B 选项正确;

综上所述, 答案为 BCE。

15. D

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

在 P 地区, Other 类的支出总额是三项非 housing 类支出总额的几分之几 ?

读图可知,

2004 年 4 月 P 地区 Other 类的支出总额占比为 10%

2004 年 4 月 P 地区三项非 housing 类的支出总额占比 = $16\% + 14\% + 10\% = 40\%$

Other 类的支出总额

三项非 housing 类支出总额

$$= \frac{\text{Other 类的支出总额占比} * \text{P 地区该时期 Living expense 的支出总额}}{\text{三项非 housing 类支出总额占比} * \text{P 地区该时期 Living expense 的支出总额}}$$
$$= \frac{\text{Other 类的支出总额占比}}{\text{三项非 housing 类支出总额占比}} = \frac{10\%}{40\%} = \frac{1}{4}$$

综上所述，答案为 D。

16. E

本题考点：Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

6 个地区中该类开销总额极差最小的地区，该地区总体 Living expense 总额中 Transportation expense 总额占比为多少？

看选项只有给出 P, Q, R, T, U 这 5 个地区的 Transportation expense 总额占比，没有出现 S 地区的数据，所以在计算比较每个地区的极差计算时，就无需计算 S 地区的数据了；

针对 P 地区数据进行计算：

P 地区的各类开销总额极差 = (Housing expense 总额占比 - Other 总额占比) * P 地区 Living Expense 总额

P 地区的各类开销总额极差 = (60% - 10%) * 1000 = 50% * 1000 = 500 (美元)

针对 Q 地区数据进行计算：

Q 地区的各类开销总额极差 = (Housing expense 总额占比 - Other 总额占比) * Q 地区 Living Expense 总额

Q 地区的各类开销总额极差 = (55% - 13%) * 1350 = 42% * 1350 = 567 (美元)

567 > 500

Q 地区被排除，所以 D 选项不正确；

针对 R 地区数据进行计算：

R 地区的各类开销总额极差 = (Housing expense 总额占比 - Other 总额占比) * R 地区 Living Expense 总额

R 地区的各类开销总额极差 = (64% - 8%) * 1300 = 56% * 1300 = 728 (美元)

728 > 500

R 地区被排除，所以 B 选项不正确；

针对 T 地区数据进行计算：

T 地区的各类开销总额极差 = (Housing expense 总额占比 - Groceries 总额占比) * T 地区 Living Expense 总额

T 地区的各类开销总额极差 = (50% - 14%) * 1200 = 36% * 1200 = 432 (美元)

432 < 500

P 地区被排除，所以 C 选项不正确；

针对 U 地区数据进行计算：

U 地区的各类开销总额极差 = (Housing expense 总额占比 - Groceries 总额占比) * U 地区 Living Expense 总额

U 地区的各类开销总额极差 = (63% - 10%) * 1500 = 53% * 1500 = 795 (美元)

795 > 432

U 地区被排除，所以 A 选项不正确；

综上所述，正确答案为 E 选项。

17. C

本题考点：Geometry, Rectangles and Circles

该图像展现了一种马赛克砖块的设计，其中四个以正方形边长为直径的半圆相互交叉在一起。蓝色的小石头将会被放置在灰色阴影区域，并覆盖到该区域 95% 的面积。如果该正方形边长为 2 英尺，那么该砖块大约有多少平方英尺的面积将会被蓝色小石头所覆盖？

画出该正方形的对角线，关注正方形的下半部分，结合题目条件可得

2 块阴影部分的面积 = (半圆面积-以正方形边长为斜边的直角三角形面积) *2

所有阴影部分的面积 = 4 块阴影部分的面积 = (半圆面积-以正方形边长为斜边的直角三角形面积)

$$*4 = \left(\frac{\pi r^2}{2} - \frac{b \cdot h}{2}\right) *4$$

$$r = \frac{2}{2} = 1, b = 2, h = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{所有阴影部分的面积} = 4 \text{ 块阴影部分的面积} = \left(\frac{\pi \cdot 1^2}{2} - \frac{2 \cdot 1}{2}\right) *4 = 2\pi - 4$$

$$\text{蓝色小石头覆盖的面积} = \text{所有阴影部分的面积} * 95\% = (2\pi - 4) * 95\% \approx 2.2$$

综上所述，答案选 C。

18. AD

本题考点：Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

一份报告表明 120 个数据的算术平均数为 72.5, 120 个数据中最大的为 92.8, 且该组数据的极差为 51.6。

根据上述信息，可以确定下列哪些信息的数值大小？

请选择所有可以得知的数据。

A 选项：120 个数据中的最小数值

一组数据的极差 = 该组数据的最大数值-该组数据的最小数值

该组数据的最小数值 = 该组数据的最大数值-一组数据的极差 = 92.8-51.6 = 41.2

根据题目条件足以得知该数据，所以 A 选项正确；

B 选项：120 个数据中的中位数

中位数：为一组数据从小到大排列中间的那个数字。数据个数为奇数，则直接取排列在中间的数；数据个数为偶数，则取中间两个数值的算术平均数。

没有原始数据，没有百分位为 50th 的数据

因此根据题目条件，无法得知该数据数值，所以 B 选项错误；

C 选项：120 个数据的标准差

标准差：是总体各单位标准值与其平均数离差平方的算术平均数的平方根

没有原始数据，无法计算标准差

因此根据题目条件，无法得知该数据数值，所以 C 选项错误；

D 选项：120 个数据的总和

$$\text{算术平均数} = \frac{\text{整组数据的总和}}{\text{整组数据的个数}}$$

整组数据的总和 = 算术平均数*整组数据的个数

该组数据的总和 = 72.5*120 = 8700

根据题目条件足以得知该数据，所以 A 选项正确；

综上所述，正确答案为 AD。

19. D

本题考点 : Arithmetic

Amy 和 Jed 在 35 人中, 一个接一个地排队买电影票。排在 Amy 前面和 Jed 后面的人数合计 24 人。如果排在 Amy 后面的人, 包括 Jed 在内, 合计有 15 人, 那么排在 Jed 前合计有多少人?

根据题目条件可知,

Amy 和 Jed 在 35 人中, Amy 排在 Jed 前面,

排在 Amy 后面的人, 包括 Jed 在内, 合计有 15 人

排在 Amy 前的人数 = $35 - 1 - 15 = 19$ (人)

排在 Amy 前面和 Jed 后面的人数合计 24 人

排在 Jed 后面的人数 = $24 - 19 = 5$ (人)

排在 Jed 前面的人数 = $35 - 1 - 5 = 29$ (人)

综上所述, 答案为 D 选项。

20. -2

本题考点 : Algebra, Functions

函数 f 的定义为 $f(x) = |2x + 1|$, 函数 g 的定义为 $g(x) = 3$, 在两个函数中, x 的定义域包含所有数字。

那么当 c 最小取到多少可以使得 $f(c) = g(c)$?

根据题目条件可得,

$$\begin{aligned}f(c) &= g(c) \\f(c) &= |2c + 1| \\g(c) &= 3\end{aligned}$$

可得,

$$|2c + 1| = 3$$

当 $2c + 1 = -3$ 时,

$c = -2$;

当 $2c + 1 = 3$ 时,

$c = 1$;

$-2 < 1$

综上所述, 答案为 -2。

第五套

Section 1

1. A

本题考点 : Algebra, Applications; Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

3x 和 3y 的算术平均数为 48。

Quantity A : 2x 和 2y 的算术平均数

Quantity B : 30

根据题目条件可知 : 3x 和 3y 的算术平均数为 48

可得,

$$\frac{3x+3y}{2} = 48$$

$$\frac{3(x+y)}{2} = 48$$

$$\frac{(x+y)}{2} = 16$$

$$\frac{2(x+y)}{2} = 32$$

$$\frac{2x+2y}{2} = 32$$

则 2x 和 2y 的算术平均数为 32, 即 QA = 32

QA 大于 QB

综上所述, 答案选 A。

2. A

本题考点 : Arithmetic

一列火车以每小时 m 英里的平均速度, 花 h 小时的时间行驶完一段 150 英里的路程。

Quantity A : 该列车以每小时 2m 英里的平均速度行驶完 320 英里的路程所花费的小时数

Quantity B : h

$$\text{时间} = \frac{\text{路程}}{\text{平均速度}}$$

根据题目条件可知 : 一列火车以每小时 m 英里的平均速度, 花 h 小时的时间行驶完一段 150 英里的路程

可得

$$h = \frac{150}{m}$$

而该列车以每小时 2m 英里的平均速度行驶完 320 英里的路程所花费的小时数 = $\frac{320}{2m} = \frac{160}{m}$

$$\frac{160}{m} > \frac{150}{m}$$

QA 大于 QB

综上所述, 答案选 A。

3. D

本题考点 : Algebra, Solving Linear Equations and Solving Linear Inequalities

$$x+2y = 12 \text{ 且 } 2y > 7$$

Quantity A : x

Quantity B : y

根据题目条件可知 : $x+2y = 12$ 且 $2y > 7$

可得

$$x = 12-2y < 12-7$$

$$x < 5$$

$$y > \frac{7}{2} = 3.5$$

题目条件不足以判定 x 和 y 的大小比较关系

综上所述, 答案选 D。

4. C

本题考点 : Arithmetic, Exponents

$$\text{Quantity A : } (-87)^8$$

$$\text{Quantity B : } \left(\frac{1}{87}\right)^{-8}$$

因为 QA 的指数为偶数, 所以 QA 大于 0。

$$(-87)^8 = (87)^8, \text{ 即 } QA = (87)^8$$

$$QB = \left(\frac{1}{87}\right)^{-8} = [(87)^{-1}]^{-8} = (87)^8$$

QA 等于 QB

综上所述, 答案为 C。

5. A

本题考点 : Algebra, Solving Quadratic Equations

方程 $ax^2 = bx^2 + 1$, 且 a 和 b 为常数, 且该方程有两个实数解。

Quantity A : a

Quantity B : b

根据题目条件可知 : 方程 $ax^2 = bx^2 + 1$ 有两个实数解

可得,

$$\Delta = 4(a-b) > 0$$

$$1 > 4(a-b)$$

$$a-b > \frac{1}{4}$$

所以 $a > b$, 即 QA 大于 QB。

综上所述, 答案为 A。

6. B

本题考点 : Arithmetic, Exponents and Roots

$$R = (2^{16})(5^{34})(N^{50})$$

N 是一个正整数。

Quantity A : \sqrt{R}

Quantity B : $\frac{R}{10}$

根据题目条件可知,

$$\frac{R}{10} = \frac{(2^{16})(5^{34})(N^{50})}{10} = \frac{(2^{16})(5^{34})(N^{50})}{2 * 5} = (2^{15})(5^{33})(N^{50})$$

$$(2^8)(5^{17}) < (2^{15})(5^{33})$$

因为 N 为一个正整数

$$\text{所以, } (N^{25}) < (N^{50})$$

$$(2^8)(5^{17})(N^{25}) < (2^{15})(5^{33})(N^{50})$$

即 QA 小于 QB

综上所述, 答案为 B。

7. C (该题与第四套 Section 1 的第 6 题一致)

本题考点 : Geometry, Triangles and Rectangles

图中的虚线将整个矩形区域划分成了六个一模一样的更小的矩形区域。

Quantity A : 三角形 WXV 的面积

Quantity B : 三角形 XYV 的面积

$$\text{三角形的面积} = \frac{1}{2} \text{底} * \text{高}$$

设大矩形的长为 l, 宽为 w

则根据题目条件可知,

$$\text{三角形 WXV 的底 } WX = \frac{1}{2}l, \text{ 高为 } w$$

$$\text{三角形 WXV 的面积} = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} l * w = \frac{1}{4} wl$$

$$\text{三角形 XYV 的底 } XY = \frac{1}{2}l, \text{ 高为 } w$$

$$\text{三角形 XYV 的面积} = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} l * w = \frac{1}{4} wl$$

即 QA 等于 QB

综上所述, 答案选 C。

批注 [KC1]: 该题与第四套 Section 1 的第 6 题一致

8. D

本题考点 : Algebra, Coordinate Geometry

在 xy -平面直角坐标系中, 直线 k 斜率为 2, 且通过点 $(3, r)$ 。

Quantity A : r

Quantity B : 3

设直线 k 的方程为 $y = mx + b$

根据题目条件可知: $m = 2$, 且直线 k 经过点 $(3, r)$, 将该点坐标代入方程中

$$r = 2*3 + b$$

$$r = 6 + b$$

那么,

$$r - 3 = 3 + b$$

因为不确定 b 的数值为多少, 所以无法判定 r 与 3 的差值大小, 即无法判断 QA 与 QB 的大小比较关系。

9. C

本题考点: Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data and Graphical Methods for Describing Data

根据该图表, C 公司全部雇员的平均时薪 (取算术平均值) 为多少?

$$C \text{ 公司全部雇员的平均时薪} = \frac{C \text{ 公司全部雇员的工资总额}}{C \text{ 公司全部雇员的人数}}$$

$$C \text{ 公司全部雇员的工资总额} = 30*10+10*18+20*25+28*30+12*40 = 300+180+500+840+240 = 2300$$

$$C \text{ 公司全部雇员的人数} = 30+10+20+28+12 = 100$$

$$C \text{ 公司全部雇员的平均时薪} = \frac{C \text{ 公司全部雇员的工资总额}}{C \text{ 公司全部雇员的人数}} = \frac{2300}{100} = 23 \text{ (美元/小时)}$$

综上所述, 答案为 C。

10. E

本题考点: Arithmetic, Percent

某款套装的折后价比原价便宜百分之二十。如果该款套装的折后价加上百分之五的消费税为 67.2 美元, 那么该款套装的原价为多少?

设该款套装的原价为 x 美元, 则根据题目条件可得

$$(100\%-20\%) * x * (100\%+5\%) = 67.5$$

$$80\% * x * 105\% = 67.5$$

$$84\% * x = 67.5$$

$$x = 80$$

综上所述, 该款套装的原价为 80 美元。

11. B

本题考点: Algebra, Operations with Algebraic Expressions

下列哪个选项与 $(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2$ 相等?

根据恒等式: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 可得,

$$(2x + 1)^2 - (2x - 1)^2 = [(2x+1) + (2x-1)] * [(2x+1) - (2x-1)] = [2x+1+2x-1] * [2x+1-2x+1] = [4x] * 2 = 8x$$

综上所述, 答案为 B。

12. D

本题考点 : Algebra, Coordinate Geometry

下列哪条直线的方程不包含任何一个两个坐标值皆为整数的点 ?

A 选项 : $y = 4$

x 坐标为整数时, 两个坐标值皆为整数, 故排除 A 选项;

B 选项 : $y = \frac{1}{2}x$

x 坐标为偶数时, 两个坐标值皆为整数, 故排除 B 选项;

C 选项 : $y = x+3$

x 坐标为整数时, 两个坐标值皆为整数, 故排除 C 选项;

D 选项 : $y = x+\frac{1}{2}$

x 坐标为整数时, y 坐标值一定不是整数, 所以两个坐标值不可能同时为整数, 故 D 选项正确;

E 选项 : $y = \frac{1}{2}x+3$

x 坐标为偶数时, 两个坐标值皆为整数, 故排除 E 选项。

综上所述, 答案为 D。

13. D

本题考点 : Geometry, Circles

如图所示, 一个面积为 49π 的圆, 被划分成 4 个扇形区域, 且四个扇形区域对应的圆心角角度相等。那么阴影部分的面积为多少 ?

圆的面积 = πr^2

根据题目条件可知 :

圆的面积 = 49π

$$\text{阴影区域的周长} = 2r + \frac{\text{扇形圆心角}}{360^\circ} * \text{圆周长}$$

扇形圆心角 = $360^\circ \div 4 = 90^\circ$, 圆周长 = $2\pi r$

$$\text{阴影区域的周长} = 2r + \frac{90^\circ}{360^\circ} * 2\pi r = 2r + \frac{1}{4} * 2\pi r = 2r + \frac{\pi r}{2}$$

$$\begin{aligned} \pi r^2 &= 49\pi \\ r^2 &= 49 \\ r &= 7 \end{aligned}$$

可得

$$\text{阴影区域的周长} = 2 * 7 + \frac{7\pi}{2} = 14 + \frac{7\pi}{2}$$

综上所述, 答案为 D。

14-16 具体数据信息见表格和饼状图

14. B

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

在四类入学新生人群中, 1973 年有几类人群总数占比超过了该年 $\frac{3}{8}$ 的总体新生人数 ?

$$\frac{3}{8} = 37.5\%$$

1973 年有 Males Under Age 25 这一个人群总数占比超过了 37.5%
综上所述, 答案为 B。

15. B

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data
从 1973 年至 1993 年, 入学新生总人数大约增长了百分之多少?

$$\text{入学新生总人数增长百分比} = \frac{1993 \text{ 年的入学新生人数} - 1973 \text{ 年的入学新生人数}}{1973 \text{ 年的入学新生人数}} * 100\%$$

通过右侧的饼状图可知,

1993 年的入学新生人数 = 13.9 million

1973 年的入学新生人数 = 9.0 million

$$\text{入学新生总人数增长百分比} = \frac{13.9 - 9.0}{9.0} * 100\% = \frac{4.9}{9.0} * 100\% \approx 55.6\%$$

综上所述, 55% 最接近该百分比, 所以答案为 B。

16. E

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

下列哪个选项最接近 1993 年没在大学办理入学的男性人数?

1993 年没在大学办理入学的男性人数 = 1993 年全美男性人数 - 1993 年在大学办理入学的男性人数
据左侧的表格可知,

1993 年全美男性人数 = 1993 年全美 25 岁以下的男性人数 + 1993 年全美 25 岁及以上的男性人数 = 37 + 88 = 125 million

据右侧的表格可知,

1993 年在大学办理入学的男性人数 = 1993 年在大学办理入学的 25 岁以下的男性人数 + 1993 年在大学办理入学的 25 岁及以上的男性人数

1993 年在大学办理入学的 25 岁以下的男性人数 = 1993 年在大学办理入学的男性人数 * 1993 年在大学办理入学的 25 岁以下的男性人数占比 = 13.9 * 29% = 4.031 million

1993 年在大学办理入学的 25 岁及以上的男性人数 = 1993 年在大学办理入学的男性人数 * 1993 年在大学办理入学的 25 岁及以上的男性人数占比 = 13.9 * 16% = 2.224 million

1993 年在大学办理入学的男性人数 = 4.031 + 2.224 = 6.255

1993 年没在大学办理入学的男性人数 = 125 - 6.255 = 118.745 million

综上所述, E 选项 119 million 最接近实际人数, 所以答案为 E。

17. ACE (该题第四套 Section 1 的第 18 题一致)

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

批注 [KC2]: 该题第四套 Section 1 的第 18 题一致

Mike, Scott, Jim, Kate 和 Pete 这个月有不同的工作量。Pete 的任务比 Kate 的少, Kate 的任务比 Mike 的多, Mike 的任务比 Jim 的多, Jim 的任务比 Scott 的多。那么上述人物中, 谁的任务量有可能成为五个人任务量中的中位数?

请选择所有符合条件的人。

根据题目条件可知,

Kate 的任务量 > Pete 的任务量

Kate 的任务量 > Mike 的任务量 > Jim 的任务量 > Scott 的任务量

接下来分情况讨论：

如果 Pete 的任务量 > Mike 的任务量

则五个人任务量的数量关系为

Kate 的任务量 > Pete 的任务量 > Mike 的任务量 > Jim 的任务量 > Scott 的任务量

则 Mike 的任务量为中位数，A 选项入选；

如果 Mike 的任务量 > Pete 的任务量 > Jim 的任务量

则五个人任务量的数量关系为

Kate 的任务量 > Mike 的任务量 > Pete 的任务量 > Jim 的任务量 > Scott 的任务量

则 Pete 的任务量为中位数，E 选项入选；

如果 Jim 的任务量 > Pete 的任务量 > Scott 的任务量

则五个人任务量的数量关系为

Kate 的任务量 > Mike 的任务量 > Jim 的任务量 > Pete 的任务量 > Scott 的任务量

或

如果 Scott 的任务量 > Pete 的任务量

则五个人任务量的数量关系为

Kate 的任务量 > Mike 的任务量 > Jim 的任务量 > Scott 的任务量 > Pete 的任务量

则 Jim 的任务量为中位数，C 选项入选；

综上所述，答案为 ACE。

18. E

本题考点：Arithmetic, Properties of Integers; Data Analysis, Probabilities

如果一个整数从大于 100 且小于 1000 的取值范围内被随机抽出，有多大的概率这个整数为 7 的倍数？

$$\frac{100}{7} = 14 \cdots 2$$

1-100 的范围内 7 的倍数共计 14 个；

$$\frac{1000}{7} = 142 \cdots 6$$

1-1000 的范围内 7 的倍数共计 142 个；

则

大于 100 且小于 1000 的取值范围内 7 的倍数个数 = 142 - 14 = 128 个

大于 100 且小于 1000 的取值范围内整数个数 = 1000 - 1 - 100 = 899 个

综上所述，

一个整数从大于 100 且小于 1000 的取值范围内被随机抽出且该整数为 7 的倍数的概率 = $\frac{128}{899}$

所以答案为 E 选项。

19. 9

本题考点：Algebra, Solving Linear Inequalities

有多少个整数值 n 可以满足不等式 $|3 - n| \leq 4$ ？

$$|3 - n| \leq 4$$

$$-4 \leq 3 - n \leq 4$$

$$-7 \leq -n \leq 1$$

$$7 \geq n \geq -1$$

该取值区间有-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 合计共 9 个整数值

综上所述, 答案为 9。

20. 29.4

本题考点 : Arithmetic, Percent

Greg 的周薪为 187 美元, 比 Karla 的周薪少 15%。如果 Karla 的周薪增长了 10 个百分点, 那么 Greg 的周薪要增长多少个百分点才能与 Karla 涨薪后的周薪持平相等?

答案请精确到百分点的十分之一位。

根据题目条件可知

$$\text{Greg 周薪} = \text{Karla 周薪} \times (100\%-15\%)$$

$$187 = \text{Karla 周薪} \times 85\%$$

$$\text{Karla 周薪} = 220 \text{ (美元)}$$

$$\text{Karla 涨薪后的周薪} = 220 \times (1+10\%) = 242 \text{ (美元)}$$

如果 Greg 涨薪后周薪也为 242 美元

$$\text{Greg 周薪上涨百分比} = \frac{\text{涨薪后的周薪} - \text{涨薪前的周薪}}{\text{涨薪前的周薪}} \times 100\% = \frac{242 - 187}{187} \times 100\% \approx 29.4\%$$

综上所述, Greg 的周薪要增长 29.4 个百分点才能与 Karla 涨薪后的周薪持平相等, 答案填 29.4。

Section 2

1. C

本题考点 : Algebra, Solving Linear Inequalities

Quantity A : 当 $6 \leq x \leq 8$ 且 $0 \leq y \leq 5$ 时, $\frac{3}{x-y}$ 能取到的最大的值。

Quantity B : 3

$\frac{3}{x-y}$ 要取到最大值, 则 $x-y$ 要取到最小值

当 $x = 6$, $y = 5$ 时, $x-y$ 有最小值, 为 1

$\frac{3}{x-y} = 3$, 即 QA = 1

综上所述, QA 等于 QB, 答案为 C。

2. B

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

在某个俱乐部, 35 位男性成员的平均年龄 (取算术平均数) 为 24.2 岁, 25 位女性成员的平均年龄为 27.6 岁。

Quantity A : 该俱乐部全部成员的平均年龄

Quantity B : 25.9

该俱乐部全部成员的年龄总和
该俱乐部全部成员的平均年龄 = $\frac{\text{该俱乐部全部成员的年龄总和}}{\text{该俱乐部全部成员的总人数}}$

该俱乐部全部成员的年龄总和 = 35 位男性成员的年龄总和 + 25 位女性成员的年龄总和

35 位男性成员的年龄总和 = 35 位男性成员的平均年龄 * 男性成员的人数 = $24.2 * 35 = 847$

25 位女性成员的年龄总和 = 35 位女性成员的平均年龄 * 女性成员的人数 = $27.6 * 25 = 690$

该俱乐部全部成员的年龄总和 = $847 + 690 = 1537$

该俱乐部全部成员的总人数 = $35 + 25 = 60$

该俱乐部全部成员的平均年龄 = $\frac{1537}{60} \approx 25.6$, 即 QA 为 25.6

综上所述, QA 小于 QB, 所以答案为 B。

3. B

本题考点 : Algebra, Coordinate Geometry; Geometry, Circles

点 O 为一个圆周长为 12 的圆的圆心。

点 P 为圆内的一点。

Quantity A : P 点距圆上最远一点的距离与 P 点距圆上最近一点的距离之和

Quantity B : 4

设圆的半径为 r, 根据题目条件可知

$2\pi r = 12$

$r = \frac{12}{2\pi} = \frac{6}{\pi}$

根据圆的性质可知, 当点 P 在圆内时, 点 P 到圆的最大距离与最小距离之和就是圆的直径

$$QA = 2r = \frac{12}{\pi}$$

$$\text{因为 } 4 = \frac{12}{3}$$

因为 $\pi > 3$

所以，

$$\frac{12}{\pi} < \frac{12}{3}$$

综上所述，QA 小于 QB，所以答案选 B。

4. D

本题考点：Algebra, Rules of Exponents

$xy > 0$

Quantity A : x^4y^3

Quantity B : 0

$$x^4y^3 = x^3y^3 * x = (xy)^3 * x$$

因为 $xy > 0$

所以 $(xy)^3 > 0$

但是根据题目条件无法得知 x 的正负性

故综上所述，无法判定 x^4y^3 的正负性，无法判断 QA 与 QB 的大小比较关系，所以答案为 D。

5. C

本题考点：Algebra, Coordinate Geometry

如果 $0 < x < y < 10$ ，那么 A (x, y) 就代表着一个数轴上的一个半圆内，做两条垂直于 x 点和 y 点的垂线，所组成的如图所示的阴影区域。

$$0 < a < b < c < 10$$

Quantity A : A (a, b) + A (b, c)

Quantity B : A (a, c)

因为根据题目条件可知： $0 < a < b < c < 10$

所以 $A (a, b) + A (b, c) = A (a, c)$

综上所述，QA 等于 QB，所以答案为 C。

6. C

本题考点：Algebra, Coordinate Geometry

在 xy-平面直角坐标系中，圆 C 和圆 D 是以原点为圆心且半径分别为 $\sqrt{17}$ 和 $\sqrt{5}$ 的两个圆。

Quantity A : a 和 b 都为整数，在圆 C 上的点 (a, b) 的点的个数

Quantity B : a 和 b 都为整数，在圆 D 上的点 (a, b) 的点的个数

根据题目条件可得，

圆 C 的解析式为

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = (\sqrt{17})^2$$

$$x^2 + y^2 = 17$$

a 和 b 都为整数

则在圆 C 上, $a = \pm 1$, $b = \pm 4$; 或者 $a = \pm 4$, $b = \pm 1$

能取到 $(1, 4)$, $(-1, 4)$, $(1, -4)$, $(-1, -4)$, $(4, 1)$, $(-4, 1)$, $(4, -1)$, $(-4, -1)$ 共 8 个符合题目要求的点, 即 $QA = 8$;

圆 D 的解析式为

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$x^2 + y^2 = 5$$

a 和 b 都为整数

则在圆 D 上, $a = \pm 1$, $b = \pm 2$; 或者 $a = \pm 2$, $b = \pm 1$

能取到 $(1, 2)$, $(-1, 2)$, $(1, -2)$, $(-1, -2)$, $(2, 1)$, $(-2, 1)$, $(2, -1)$, $(-2, -1)$ 共 8 个符合题目要求的点, 即 $QB = 8$;

综上所述, QA 等于 QB , 所以答案为 C。

7. D

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

在变量 x 的数值分布中, 48.5 的百分位数为 50th, 56.5 的百分位数为 60th。

Quantity A : 百分位数为 40th 的 x 的数值

Quantity B : 40.5

因为根据题目条件无法得知整个数据的离散程度, 所以无法判断 QA 的数值大小

综上所述, 无法判断 QA 和 QB 的大小比较关系, 答案为 D。

8. B

本题考点 : Data Analysis, Numerical Methods for Describing Data

1800 到 1900 年美国的国土面积大约增长了多少平方英里 ?

据表格信息可知,

1800 到 1900 年美国的国土增长的面积 = 1900 年美国国土的面积 - 1800 年美国国土的面积

1900 年美国国土的面积 = 1900 年美国人口数量 * 1900 年美国每平方英里的人口数量 = 76.0 million ÷ 25.6 = 76,000,000 ÷ 25.6 = 2,968,750 Square Miles

1800 年美国国土的面积 = 1800 年美国人口数量 * 1800 年美国人均面积 = 5.3 million ÷ 6.1 = 5,300,000 ÷ 6.1 ≈ 868,852 million Square Miles

1800 到 1900 年美国的国土增长的面积 = 2,968,750 - 868,852.5 = 2,099,898 Square Miles

综上所述, 在五个选项中, B 选项 2,000,000 最接近, 所以答案为 B。

9. ACD

本题考点 : Arithmetic, Integers

下列哪些选项的倒数之和要么小于 $\frac{1}{3}$ 要么大于 $\frac{1}{2}$?

请选择所有符合要求的选项。

选项 A : 1 和 14

$$1 + \frac{1}{14} = \frac{14}{14} + \frac{1}{14} = \frac{15}{14}$$

$\frac{15}{14} > \frac{1}{2}$, 所以 A 选项正确;

选项 B : 3 和 12

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2}, \text{ 所以排除 B 选项;}$$

选项 C : 5 和 10

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{3}{10} < \frac{1}{3}, \text{ 所以 C 选项正确;}$$

选项 D : 7 和 8

$$\frac{1}{7} + \frac{1}{8} = \frac{8}{56} + \frac{7}{56} = \frac{15}{56}$$

$$\frac{15}{56} < \frac{1}{3}, \text{ 所以 D 选项正确。}$$

综上所述, 答案为 ACD。

10. A

本题考点 : Algebra, Coordinate Geometry; Geometry, Triangles

xy-平面中, 点 P, Q, S 的坐标分别为 (14, 10), (1, 0) 和 (6, 0)。三角形区域 PQS 的面积为多少?

$$\text{三角形的面积} = \frac{bh}{2}$$

根据题目条件可知,

QS 这条边在 x 轴上, 可以以此边为底边, 以 P 点至 x 轴的距离为高

$$QS = \sqrt{(1-6)^2 + (0-0)^2} = 5$$

P 点至 x 轴的距离 = 纵坐标读数的绝对值 = 10

$$\text{三角形区域 PQS 的面积} = \frac{5*10}{2} = 25$$

综上所述, 该三角形区域 PQS 的面积为 25, 所以答案选 A。

11. C

本题考点 : Arithmetic, Percent; Algebra, Application

去年某个家庭在食品方面的支出为其税后收入的 12%。该家庭食品支出部分的总额为其税前支出的 10%。

下列哪个选项最接近去年该家庭所得税支出占税前收入的百分比?

设该家庭所得税支出占税前收入的 x%

根据题目条件可得

$$\text{该家庭税后收入} = \text{该家庭税前收入} * (1-x\%)$$

$$\text{该家庭在食品方面的支出} = \text{该家庭税后收入} * 12\% = \text{该家庭税前收入} * (1-x\%) * 12\%$$

$$\text{该家庭在食品方面的支出} = \text{该家庭税前收入} * 10\%$$

$$\text{该家庭税前收入} * (1-x\%) * 12\% = \text{该家庭税前收入} * 10\%$$

$$(1-x\%) * 12\% = 10\%$$

$$1-x\% \approx 83\%$$

$$x\% \approx 17\%$$

综上所述, 去年该家庭所得税支出占税前收入的百分比最接近 17%, 所以答案为 C。

12. D (该题与第四套 Section 2 的第 11 题一致)

本题考点 : Arithmetic, Properties of Integers

如果 2, 4, 6 和 9 为两个两位整数中出现的数字, 那么这两个两位整数间能取到的最小的差值为多少?

该题采用套数字的方法,

要使得两个两位整数间的差值最小, 则先要让十位数差值最小, 十位数更小者个位数字取大, 十位数更大者个位数字取小

则这两个两位整数的十位数只能为 2 和 4, 或者 4 和 6

当两个两位整数的十位数为 2 和 4 时,

取到 29 和 46, 差值为 17;

当两个两位整数的十位数为 4 和 6 时,

取到 49 和 62, 差值为 13。

$13 < 17$

综上所述, 这两个两位整数间能取到的最小的差值为 13, 答案选 D。

批注 [KC3]: 该题与第四套 Section 2 的第 11 题一致

13. D

本题考点 : Algebra, Rules of Exponents

当 x 为下列选项中哪个数值时, $(2)(3^x)$ 的个位数为 4?

而当 x 大于 0, 且为整数时,

3^x 个位数上的数字呈 3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1... 循环

当 x 为 12 时,

3^x 个位数上的数字为 1, $(2)(3^x)$ 的个位数 $= 2*1 = 2$,

所以排除 A 选项;

当 x 为 13 时,

3^x 个位数上的数字为 3, $(2)(3^x)$ 的个位数 $= 2*3 = 6$,

所以排除 B 选项;

当 x 为 14 时,

3^x 个位数上的数字为 9, $(2)(3^x)$ 的个位数 $= 2*9 = 8$,

所以排除 C 选项;

当 x 为 15 时,

3^x 个位数上的数字为 7, $(2)(3^x)$ 的个位数 $= 2*7 = 4$,

所以 D 选项正确;

当 x 为 16 时,

3^x 个位数上的数字为 1, $(2)(3^x)$ 的个位数 $= 2*1 = 2$,

所以排除 E 选项;

综上所述, 当 x 为 15 时, $(2)(3^x)$ 的个位数为 4, 所以答案选 D。

14-16 题的具体数据信息见分段柱状统计图 (此三题与第四套 Section 2 的 14-16 题一致)

批注 [KC4]: 此三题与第四套 Section 2 的 14-16 题一致

14. BCE

本题考点 : Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

2004 年 4 月, Q 地区在 Housing expense 部分的支出总额与下列哪些地区的 Housing expense 部分的支出总额要相比更少?

请选出所有符合要求的地区。

方法①: 直接读数比较

因为该图表为分段柱状统计图，且 Housing expense 为以 0 美元为起点的深灰色部分，直接比较 6 个地区的深灰色部分，读数比 Q 小的只有 P 地区和 T 地区。

方法②：计算比较

读图可知，

2004 年 4 月 Q 地区的一个普通家庭的 Living Expense 总额 = 1350 (美元)

其中 Housing expense 占比 55%

2004 年 4 月 Q 地区的一个普通家庭的 Housing expense 总额 = $1350 \times 55\% = 742.5$ (美元)

要找出其他几个 Housing expense 比 Q 地区大的，可先讲将 Living Expense 总额和 Housing expense 占比都比 Q 地区少的 T 地区排除，因为总额和占比都更小，两数相乘得来的乘积也会更小，所以 D 选项不正确；

同理，也可先讲将 Living Expense 总额和 Housing expense 占比都比 Q 地区多的 S 地区和 U 地区排除，因为总额和占比都更大，两数相乘得来的乘积也会更大，所以 C 选项和 U 选项正确；

接下来读取 P 地区和 R 地区的数据

2004 年 4 月 P 地区的一个普通家庭的 Living Expense 总额 = 1000 (美元)

其中 Housing expense 占比 60%

2004 年 4 月 P 地区的一个普通家庭的 Housing expense 总额 = $1000 \times 60\% = 600$ (美元)

$600 < 742.5$

所以 A 选项被排除；

2004 年 4 月 R 地区的一个普通家庭的 Living Expense 总额 = 1300 (美元)

其中 Housing expense 占比 64%

2004 年 4 月 R 地区的一个普通家庭的 Housing expense 总额 = $1300 \times 64\% = 832$ (美元)

$832 > 742.5$

所以 B 选项正确；

综上所述，答案为 BCE。

15. D

本题考点：Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

在 P 地区，Other 类的支出总额是三项非 housing 类支出总额的几分之几？

读图可知，

2004 年 4 月 P 地区 Other 类的支出总额占比为 10%

2004 年 4 月 P 地区三项非 housing 类的支出总额占比 = $16\% + 14\% + 10\% = 40\%$

Other 类的支出总额

三项非 housing 类支出总额

$$\begin{aligned} &= \frac{\text{Other 类的支出总额占比} * \text{P 地区该时期 Living expense 的支出总额}}{\text{三项非 housing 类支出总额占比} * \text{P 地区该时期 Living expense 的支出总额}} \\ &= \frac{10\%}{40\%} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

综上所述，答案为 D。

16. E

本题考点：Data Analysis, Graphical Methods for Describing Data

6个地区中该类开销总额极差最小的地区, 该地区总体 Living expense 总额中 Transportation expense 总额占比为多少?

看选项只有给出 P, Q, R, T, U 这 5 个地区的 Transportation expense 总额占比, 没有出现 S 地区的数据, 所以在计算比较每个地区的极差计算时, 就无需计算 S 地区的数据了;

针对 P 地区数据进行计算:

P 地区的各类开销总额极差 = (Housing expense 总额占比-Other 总额占比)*P 地区 Living Expense 总额

P 地区的各类开销总额极差 = (60%-10%)*1000 = 50%*1000 = 500 (美元)

针对 Q 地区数据进行计算:

Q 地区的各类开销总额极差 = (Housing expense 总额占比-Other 总额占比)*Q 地区 Living Expense 总额

Q 地区的各类开销总额极差 = (55%-13%)*1350 = 42%*1350 = 567 (美元)

567 > 500

Q 地区被排除, 所以 D 选项不正确;

针对 R 地区数据进行计算:

R 地区的各类开销总额极差 = (Housing expense 总额占比-Other 总额占比)*R 地区 Living Expense 总额

R 地区的各类开销总额极差 = (64%-8%)*1300 = 56%*1300 = 728 (美元)

728 > 500

R 地区被排除, 所以 B 选项不正确;

针对 T 地区数据进行计算:

T 地区的各类开销总额极差 = (Housing expense 总额占比-Groceries 总额占比)*T 地区 Living Expense 总额

T 地区的各类开销总额极差 = (50%-14%)*1200 = 36%*1200 = 432 (美元)

432 < 500

P 地区被排除, 所以 C 选项不正确;

针对 U 地区数据进行计算:

U 地区的各类开销总额极差 = (Housing expense 总额占比-Groceries 总额占比)*U 地区 Living Expense 总额

U 地区的各类开销总额极差 = (63%-10%)*1500 = 53%*1500 = 795 (美元)

795 > 432

U 地区被排除, 所以 A 选项不正确;

综上所述, 正确答案为 E 选项。

17. B

本题考点: Data Analysis, Counting Methods

由 2, 3, 4, 5, 6 和 7 组成的 (且每个数仅使用一次) 6 位数中, 有多少个大于 400,000 的 6 位数?

根据题目条件可知,

要想使组成的 6 位数, 十万位上的数字只能选 4, 5, 6, 7

其他数位的数任意排列

由 2, 3, 4, 5, 6 和 7 组成的 (且每个数仅使用一次) 6 位数中大于 400,000 的 6 位数个数 = $4 \cdot A_5^5 = 4 \cdot 5! = 4 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 480$

综上所述, 有 480 个由 2, 3, 4, 5, 6 和 7 组成的 (且每个数仅使用一次) 6 位数中大于 400,000 的 6 位数, 所以答案选 B。

18. $\frac{2}{7}$

本题考点 : Algebra, Solving Linear Equations

如果 $\frac{3x}{2} = \frac{5}{7y}$, 且 $\frac{3y}{5} = \frac{a}{x}$, a 的值为多少?

请以分数形式写出答案。

根据题目条件已知

$$\frac{3x}{2} = \frac{5}{7y}$$

$$3x \cdot 7y = 5 \cdot 2$$

$$3y = \frac{5 \cdot 2}{7x}$$

$$\frac{3y}{5} = \frac{5 \cdot 2}{7x} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{7x}$$

$$\frac{2}{7x} = \frac{a}{x}$$

$$a = \frac{2}{7}$$

综上所述, 答案为 $\frac{2}{7}$ 。

19. AF

本题考点 : Arithmetic, Properties of Integers and Proportions

在 U 大学 2008 年注册登记的全部学生中, $\frac{3}{8}$ 的学生是二年级生, $\frac{1}{50}$ 的学生专业为生物学。下列选项中,

哪些数字有可能是 U 大学 2008 年注册登记的全部学生总人数?

请选出所有可能的数字。

根据题目条件可知,

U 大学 2008 年注册登记的全部学生总人数能被 8 和 50 整除

8 和 50 的最小公倍数为 200, 所以 U 大学 2008 年注册登记的全部学生总人数为 200 的倍数

6 个选项中, A 选项 7,000 和 E 选项 7,200 为 200 的倍数

综上所述, 答案为 AF。

20. D

本题考点 : Geometry, Circles

上图展现了一个半圆形花园, 被长约 20 英尺的篱笆和花园墙包围。那么以平方英尺为单位, 该花园的面积为多少?

$$\text{半圆面积} = \frac{\text{圆面积}}{2} = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$\text{半圆周长} = \frac{\text{圆周长}}{2} = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

根据题目条件可知,

$$\text{半圆周长} = 20$$

$$\pi r = 20$$

$$r = \frac{20}{\pi}$$

$$\text{半圆面积} = \frac{1}{2} * \pi * \left(\frac{20}{\pi}\right)^2 = \frac{1}{2} * \pi * \frac{20^2}{\pi^2} = \frac{1}{2} * \pi * \frac{400}{\pi^2} = \frac{200}{\pi}$$

综上所述，该花园的面积为 $\frac{200}{\pi}$ ，所以答案为 E。