## 一、psi

|  |
| --- |
| psi(1)=1  psi(2)=2\*y  psi(3)=3\*x^4 + 84\*x  psi(4)=4\*(x^6 + 140\*x^3 - 392)\*y  psi(5)=5\*x^12 + 2660\*x^9 - 11760\*x^6 - 548800\*x^3 - 614656  psi(6)=6\*(x^16 + 1568\*x^13 - 43904\*x^10 - 2546432\*x^7 - 4302592\*x^4 - 34420736\*x)\*y  psi(7)=7\*x^24 + 27608\*x^21 - 2101904\*x^18 - 284585728\*x^15 - 2228742656\*x^12 - 26142548992\*x^9 - 330576748544\*x^6 - 661153497088\*x^3 + 377801998336  psi(8)=8\*(x^30 + 8764\*x^27 - 1668744\*x^24 - 422927232\*x^21 - 2299428096\*x^18 - 176423482368\*x^15 - 4784447883264\*x^12 - 18903592845312\*x^9 - 8500544962560\*x^6 + 248593714905088\*x^3 + 74049191673856)\*y  psi(9)=9\*x^40 + 159768\*x^37 - 63652176\*x^34 - 31149361152\*x^31 - 164524356864\*x^28 - 53448880278528\*x^25 - 3003533115125760\*x^22 - 32556480024821760\*x^19 - 106617235138412544\*x^16 + 1271096688905551872\*x^13 + 17316847768081268736\*x^10 + 52174468059865546752\*x^7 + 27169537015437852672\*x^4 + 58519002802481528832\*x  psi(10)=2\*(5\*x^48 + 166880\*x^45 - 129360000\*x^42 - 112453510400\*x^39 + 1076114523904\*x^36 - 706405715871744\*x^33 - 64023914948460544\*x^30 - 734790884583669760\*x^27 - 1368434729162833920\*x^24 + 223409077050923810816\*x^21 + 4536785451333403541504\*x^18 + 26725767910852367745024\*x^15 + 63129696455827841351680\*x^12 + 140900754525530525532160\*x^9 + 889176741249439336759296\*x^6 + 774843613996235425316864\*x^3 - 142734349946674946768896)\*y  psi(11)=11\*x^60 + 650188\*x^57 - 904424752\*x^54 - 1362018710976\*x^51 + 40649607043584\*x^48 - 27469877472457728\*x^45 - 4134364704189468672\*x^42 - 64227041794669264896\*x^39 - 8432457864221884416\*x^36 + 85206511357804262981632\*x^33 + 3138358694073278126882816\*x^30 + 40385368497397499290451968\*x^27 + 256894564925292514665037824\*x^24 + 1234632848278370583136174080\*x^21 + 10812377157691273558785785856\*x^18 + 88664931644194734932559396864\*x^15 + 324049937418286078324371357696\*x^12 + 410562796998815176985413681152\*x^9 + 67701756866706860751422750720\*x^6 - 758259676907116840415934808064\*x^3 - 87732524600823436081182539776  psi(12)=12\*(x^70 + 99596\*x^67 - 236479880\*x^64 - 586545849344\*x^61 + 44529678362624\*x^58 - 34863507412901888\*x^55 - 7898460273977376768\*x^52 - 72345283612392161280\*x^49 + 2025667941146980515840\*x^46 + 828414468454021031002112\*x^43 + 42241750359499540831141888\*x^40 + 669619605409195653840502784\*x^37 + 5724548695170303107740467200\*x^34 + 55872444722991346911992086528\*x^31 + 1203026532831144189557781561344\*x^28 + 17517294885994878554126476640256\*x^25 + 120785698576927636048263449149440\*x^22 + 404489961397556967096706588999680\*x^19 + 551145063503857734590703993880576\*x^16 - 1352472066028493972993784149966848\*x^13 - 11731417724572908225903566853767168\*x^10 - 18458221315816444363992156908552192\*x^7 - 2957638869342959677168825780928512\*x^4 - 3851808760074552137708238226325504\*x)\*y  psi(13)=13\*x^84 + 2092636\*x^81 - 8079021216\*x^78 - 32045978869632\*x^75 + 4538547693598464\*x^72 - 5072960578812392448\*x^69 - 1758600765822393851904\*x^66 - 4422329100309090926592\*x^63 + 1373163979120744246345728\*x^60 + 799598342526789014644850688\*x^57 + 61141612790181541804552224768\*x^54 + 1373597599624658442386109628416\*x^51 + 17979250063156807095360939884544\*x^48 + 327166942803910217977560400134144\*x^45 + 12868724294320188343021698419785728\*x^42 + 327307515000622297279220379467907072\*x^39 + 4347901371990228630248051149086130176\*x^36 + 32640167749772518452536452942688944128\*x^33 + 138484725656466605058347261420837535744\*x^30 + 104798904215460343108386184037236998144\*x^27 - 4170004667493278579499046798332323168256\*x^24 - 39631179847290858346266389722450580471808\*x^21 - 170617320471581842175486589364428412551168\*x^18 - 352860616402378471964687566398009825558528\*x^15 - 347602521893522601027882394665848445861888\*x^12 - 328409744611058162934318336064666629832704\*x^9 - 964560089067443555471424483546573318389760\*x^6 - 400113814724272882269627933915615598739456\*x^3 + 33145523113253374862572728253364605812736  psi(14)=14\*(x^96 + 251072\*x^93 - 1520589056\*x^90 - 9309715476992\*x^87 + 2344781032842752\*x^84 - 3667230297926537216\*x^81 - 1853207121320573534208\*x^78 + 39077292667718081839104\*x^75 + 3220361997756951771021312\*x^72 + 3290027336646265750976200704\*x^69 + 336086458725246389629451501568\*x^66 + 7595682698185161137831433732096\*x^63 + 127529380639190352959134941315072\*x^60 + 5591859455802983355484020525760512\*x^57 + 418752402163092350627053235022594048\*x^54 + 14871996752496370433286134490841743360\*x^51 + 256224481391016145836222906971342241792\*x^48 + 2513213356485822308730609972609741225984\*x^45 + 13515963723425575924427238123903551275008\*x^42 - 37149075139157318289369465946864525246464\*x^39 - 2268381030140187201382385543075624405434368\*x^36 - 32024146639243125094054752076047825594482688\*x^33 - 242085465533641933025962651761269399347003392\*x^30 - 1060954632548811167292065491715333918577131520\*x^27 - 2808179518891889416134365471185541311965954048\*x^24 - 5622488495419001771564620528180465119434637312\*x^21 - 18925264044930974898278641190809909272357371904\*x^18 - 81592018796352635627722742560719665087463292928\*x^15 - 169090924942091807513543758575420188980104134656\*x^12 - 113237039343194299745498965895664704714398760960\*x^9 - 26535510311915933833979024494165622663136935936\*x^6 + 50724847915783340781685700991645085068425166848\*x^3 + 2910442093528552339932786122471439307204722688)\*y  psi(15)=15\*x^112 + 5696880\*x^109 - 52348675680\*x^106 - 482172073286400\*x^103 + 195409885693784832\*x^100 - 439971297511217633280\*x^97 - 324369044039636078837760\*x^94 + 16725745956778872593448960\*x^91 + 1082213677485409664640614400\*x^88 + 2029439754846534546975125667840\*x^85 + 288013385250489836669410785361920\*x^82 + 7094961681021309775284577071267840\*x^79 + 181137147945619854102272989420584960\*x^76 + 16196740058318769642509860551524352000\*x^73 + 1932053292588272022239612032465344921600\*x^70 + 98408040218238229102279638622128203366400\*x^67 + 2387387689876650322534867381469443837132800\*x^64 + 33690686816536451943374879668732567958323200\*x^61 + 260009803264208797579489755499161295257600000\*x^58 - 1914844416105657871629458451212641295243673600\*x^55 - 139611241294553175711604118591333424289755955200\*x^52 - 3202460975782050580558972246390449766351346073600\*x^49 - 42745764092528597948155646135795636603432887910400\*x^46 - 364464832096540224954826692096694816588003540992000\*x^43 - 2090306573929873305189647550912999688930497606451200\*x^40 - 8878693631332212435346018206028782727250224883957760\*x^37 - 39534136854924066802618569034452143055314672859217920\*x^34 - 265972082303860758885742986930021558987176096437370880\*x^31 - 1778015101510655345638503356383083199281851814798950400\*x^28 - 8001912617656456222160524897113511395310936310755098624\*x^25 - 21538035425731579393544522240757787745223438515526696960\*x^22 - 32459521052179207328054687870265775004305625159376568320\*x^19 - 21663912642137735751976125550008122033385965220035297280\*x^16 + 23468374850969486138598144320509104108023323355303116800\*x^13 + 112052242260119108221958474996141500752199460199679918080\*x^10 + 95213067863918625416600780429189153805372543835192688640\*x^7 + 6949956901783956593503727790082432420373843120782049280\*x^4 + 5259426844593264449137956165467786696499124523835064320\*x  psi(16)=16\*(x^126 + 559356\*x^123 - 7591817352\*x^120 - 102443513823616\*x^117 + 64818888379236096\*x^114 - 205402572813708641280\*x^111 - 214378229857019730274304\*x^108 + 23267508141361408580468736\*x^105 + 1010957102622561274717372416\*x^102 + 4379717446569368327800881283072\*x^99 + 809856734266436087978844257255424\*x^96 + 12729684197262207316437509987106816\*x^93 + 784953568832923878988341409501675520\*x^90 + 145748079909504521993121737753103433728\*x^87 + 26073238619233018378862599942776167596032\*x^84 + 1679831868873777052023031057945298382880768\*x^81 + 46125146381047998234947762730374972093497344\*x^78 + 725568627012500166479138392347532698964721664\*x^75 + 4034273250059490916702516387109790235106476032\*x^72 - 305203052662997365496054435746759958592378372096\*x^69 - 18266445148439438161424952698247145814737878515712\*x^66 - 531963081314136769062223146358073014441219907911680\*x^63 - 9217816251959941257977189795691625692490057906126848\*x^60 - 103681767584862184387122466883651270809180734259986432\*x^57 - 814388544167773307076546906096679844400096839731249152\*x^54 - 5247059823826607406116261027084838613160357693025681408\*x^51 - 43504219807485514503047489712537241244165235602362466304\*x^48 - 534558890018469516296713908838926346993719668379477868544\*x^45 - 5857527516887310583944866044121151992510417512942918434816\*x^42 - 44668832068931052235481006212607622253970034173003742314496\*x^39 - 226955064738947177209452731874335088073752505616367855075328\*x^36 - 761176856034544280525039760458386077686354893904406053388288\*x^33 - 1603372611138963651882292074203729560451240490617302268510208\*x^30 - 1125478951471484389026552541189403931572130012962153698426880\*x^27 + 8662450345974388803273684688364559502131314068186456085495808\*x^24 + 50801086611611358112206033372912849458256701836697513307930624\*x^21 + 131599366355142703042024908080002782664792410699507108816093184\*x^18 + 159782753411894914835588549434127531823848483856748094007803904\*x^15 + 86644564662263380233055374183925243241426926978014424760057856\*x^12 + 24686052566792261230924644393516399814192820130702101137326080\*x^9 + 69821373811446233583126361211894969191346625640685728998359040\*x^6 + 17295149726258198909883966778903458263520007475774654326505472\*x^3 - 754305595537740762424845903129745843268785372775218568757248)\*y  psi(17)=17\*x^144 + 13680240\*x^141 - 267558293856\*x^138 - 5178472826248960\*x^135 + 4865217154573047552\*x^132 - 21651245812983260952576\*x^129 - 31776294148197924884643840\*x^126 + 5810485436529448177308008448\*x^123 + 191765371071576591914341957632\*x^120 + 1961129542498052152265768126906368\*x^117 + 484022408493200948232190799819833344\*x^114 + 2526006702566007725970806088426061824\*x^111 + 939980333280895812938203883365464014848\*x^108 + 264820957798773212410246839717976111841280\*x^105 + 68185217599613148857878082439626669011501056\*x^102 + 5757700884531144490889208925575874225675173888\*x^99 + 190429979606897355328893745513818892947620364288\*x^96 + 3617908568710531889570856688702707523463996768256\*x^93 + 4880643176621037722735561656280977590769229496320\*x^90 - 5387364885238535984452931088186070580720760350834688\*x^87 - 412264188239844201947990586483050550198211355867086848\*x^84 - 16423625214667640334597046163553743136964163824884121600\*x^81 - 392996591915277316833223834075448778160832817130717052928\*x^78 - 6214132158488594827813304100339708673731512070367566888960\*x^75 - 70707995138494868980148075378221224373878112113871546220544\*x^72 - 695809130087920893432235073437707514176383056626447789588480\*x^69 - 9279178809045394642845532777512885447115795716401232227598336\*x^66 - 179092917975986902625095519416277709582516038269718923738873856\*x^63 - 3101405020591544837026715854653497627418176890591676952345575424\*x^60 - 39250617543768204354308849430082826192722351465201908938629447680\*x^57 - 354067177272237157860724423052028848899387230420277084155428208640\*x^54 - 2294363006911297189668867336835428540724738338347975704328905162752\*x^51 - 10639613499289006673163824320568351580438927552234195958823588462592\*x^48 - 32011719693031896120922903826489974954072715140596504063581519609856\*x^45 - 6872652584743386005250058651335574899904560775655866298561049133056\*x^42 + 765482436710299765496620023693461406028328950294081891673430080618496\*x^39 + 6570129270839880222601722139415234910935915570022108623502458811842560\*x^36 + 32932187341492253848773658871196052543405334044661148458281805688078336\*x^33 + 107138978078015575017589005301765772899040070553071450619714314782638080\*x^30 + 226191053175624062223062321994803021842513707030371688621358487865131008\*x^27 + 309763835471400507418543162860476239764629634586304074656784444242788352\*x^24 + 329223408774028686874673402685180648229832294653140587144003043547152384\*x^21 + 572653102777689208882642044635345350346724922853751365450094826789797888\*x^18 + 1377271583741996722919157652140792150129576662516906519632123044437164032\*x^15 + 1663227104597111413791296174824384416325580938265445034803388540809904128\*x^12 + 634392398484960570785887269909020529584504674918355623957209395958382592\*x^9 + 102905483502961439519188038230369149931998585853632244113027509283454976\*x^6 - 90042298065091259579289533451573006190498762621928213598899070623023104\*x^3 - 2907940421940663515824806155298782206844250695979227198119001127387136  psi(18)=18\*(x^160 + 1133888\*x^157 - 31296564992\*x^154 - 851029087960576\*x^151 + 1161032716753627648\*x^148 - 7117935127640980615168\*x^145 - 14376416803901331669647360\*x^142 + 4273850869762148770692595712\*x^139 + 39198709580682491539373621248\*x^136 + 2523378186712679675835208023670784\*x^133 + 800197924495170446300974323173687296\*x^130 - 18423121220038372294339623918789197824\*x^127 + 3622488298197847546241358600252097036288\*x^124 + 1249943440943121029425044873210681387646976\*x^121 + 454235521695991131795627315853114496474152960\*x^118 + 46391819385753374038547757093837962687685853184\*x^115 + 1494929559933345372376217927240955324231432798208\*x^112 + 28375321197169941935222149156077775820358139510784\*x^109 - 794508993520758374186220176370177722970027906301952\*x^106 - 204274288572159285285076883816173824390197449672622080\*x^103 - 19159063191546072835137967806924136009797850423095197696\*x^100 - 933704981489597647202980256554498991484874754569548070912\*x^97 - 26320482148403783851154645233428117684195345396751476457472\*x^94 - 486222544520999333204229209411349200556024685975597861568512\*x^91 - 6683259872386789899900572899550497245603187249946362036355072\*x^88 - 97795691126506083291545723037956947902922892381417166849703936\*x^85 - 2564604657077743663952623318965600312739274793080522097079353344\*x^82 - 80186099517663006326752735946837379574185840174800651419966767104\*x^79 - 1901726308135797219079620267485639507413462675946941646599490633728\*x^76 - 31679954759400029998067282585645749356538736496389206983759160672256\*x^73 - 376693676669079575588901513302599688020300840508103401796031895044096\*x^70 - 3269241978320576982306013504883961835913567735181501693914706127880192\*x^67 - 20640239121181897441757296452904546227924864617547972883147877313937408\*x^64 - 80670358451180799493148541268742467560048015423119558041493627652276224\*x^61 + 160621476827949841465061644162599808218031842692657994314786965072904192\*x^58 + 7553237700735356781366505584445369286436490787401389691468772569054707712\*x^55 + 93224088545754370471565062544239646662175087445372217085344747063649239040\*x^52 + 747411003686461763273728630960808715455054698663808412625111335939881304064\*x^49 + 4229197612405537927612632990268618379335004566068429556877311778505516646400\*x^46 + 17187152518432655696342886641519828733554465492881824649055532257979783970816\*x^43 + 50718842940352801094399250894671608227171729868619114271222965606214797361152\*x^40 + 114608635063888403123764798768746254904284211024951818229902298335428212686848\*x^37 + 257627269370343423847793106863242834348838821895622423432126761279463417184256\*x^34 + 871063435141583198270104620767960484280120901591470095389489836143054382170112\*x^31 + 3352102494679505185914360050852635362768098223421757028566632493679448074223616\*x^28 + 9306169134177773853879179562009640024795099324724657074834497730779149775142912\*x^25 + 15663681211973678028371346821767705857123798077091752300034546139377961546022912\*x^22 + 14763681824728219332701675833734551823458672914630955272361234485162684148875264\*x^19 + 6856978315073336042118848632666525049289431121023383461701153210955112298577920\*x^16 - 816172894456348307353187179923968291068889199556790360722209633832234492362752\*x^13 - 9042097159558219460255477374272839239511952397425042302228899681810633524772864\*x^10 - 5329720849028721167634747995055656443951819611794130532370919247989613971636224\*x^7 - 184100451882801128820229641375706812441396154846144210886764373966392548917248\*x^4 - 100093449567348186543037474922714383463283346324117240870473834389494978052096\*x)\*y  psi(19)=19\*x^180 + 29798916\*x^177 - 1138716467616\*x^174 - 42753569901336448\*x^171 + 82127213382704517888\*x^168 - 687294006973000202044416\*x^165 - 1892526410787514384504315904\*x^162 + 841300580461317134193481678848\*x^159 - 12580381582556975115792085942272\*x^156 + 888689069164468687693685294007582720\*x^153 + 367300455901330134702136412185650266112\*x^150 - 21514581552229480617757168820637885530112\*x^147 + 3782055463895422345834692367826647202660352\*x^144 + 1532791814977709775089050057584109683291979776\*x^141 + 777500761032847655445672834187177293629456646144\*x^138 + 98954480953065124630589353653929468097671517437952\*x^135 + 3160254462437325788253129406343489878787049985671168\*x^132 + 65684772743536700417800842845370333117423074477604864\*x^129 - 6663506569991962545847416726062283673677192385146126336\*x^126 - 1752672533098184693911740512994469330122135492424819015680\*x^123 - 214515371425219435187223722090855506397641977836604682665984\*x^120 - 13283316395187163935699998892438264475937750568033224491008000\*x^117 - 462373025702436903694033449032278355397497542901047942874923008\*x^114 - 10558135080034659743981382401034082885861530398222373863785758720\*x^111 - 186899885205299866123140313371479021128764704208807067536699949056\*x^108 - 4265874304083063882936316167091019194116909020286746215474790400000\*x^105 - 188812236946271626987883644019721621586874996270505714360860893249536\*x^102 - 8504981284849772020676671097746946127432004037322738075673370363428864\*x^99 - 275157132551657784533000932564959463904843326608850809448161181169614848\*x^96 - 6230256407533353886953283954724260715691651123303528578221803798295216128\*x^93 - 101811659910192528234679919169442956203597445396756623762812739811327082496\*x^90 - 1235814121329099061622004764272913551739525407527751033575905120027878096896\*x^87 - 11128590298752981144408664976679285623673155883960630237122333051324121219072\*x^84 - 62663775863745284544836040513349167828847908008167745705365871356305108631552\*x^81 + 211145168416661288239540319019295043500816704508903362662036421008344177704960\*x^78 + 13706814537711986883910782165461486699431199540483787429825227550804289957920768\*x^75 + 257990019863667660428943849144242143794847328614083452202759640200382957882441728\*x^72 + 3279822916150920881194611747664539647583456740671740515378636205737067036083748864\*x^69 + 30849201070397439035233890657887258513912868176822623959295145563431052162331836416\*x^66 + 220398038186198218177593516558851931228886225362448574849386108398264319374847377408\*x^63 + 1214539591227996096673516289233644141172714794807522000849655681182327773321590996992\*x^60 + 5291876683152561232272217068591147847965381025011015338054413961735104221768818098176\*x^57 + 19825435794047642670157430054705676108232030913968703162176775238345845395773305389056\*x^54 + 80929948252972549663454306143955891488320778175512021363375641963624115411409719787520\*x^51 + 441255704173587252381372261196408280732276750054012138396419508014466286571680908181504\*x^48 + 2594090302226062216116108521224879580069589819169854492080027493610719728749266899828736\*x^45 + 12611841151427628737963038981300140031284694084649362598350168723889640651378064304898048\*x^42 + 45678697925457948606944288409577172417638730195411760585975635415271739606062482547802112\*x^39 + 118752966466525755536316073016240046948536518793613169207031691157279275531694926018379776\*x^36 + 215700912267525569973336954494091269806165818059030750033497908574982105735096667538980864\*x^33 + 256364406439259282917446534608358297684592142100612478833427411400683817107679052281413632\*x^30 + 112074457570840882442219026107193193996685237438652789181511861619687636021090039105585152\*x^27 - 418587927829536960412580376868421472211416346907192228335781916130607277639177839931555840\*x^24 - 1507405471293507589750342821635401812520266734762489903816601285194045539202461132916785152\*x^21 - 2408344985462009407875928361551739063015989532956983085488069296893046757460445619279626240\*x^18 - 1800117823032659852936070884104602814110335496871380029159172525993729870428636842309976064\*x^15 - 595679195440572747992234080578711597389221447959390126535482128720867051280587092603699200\*x^12 - 67639998284895503195565456889069613177227563838062563534320986776581400087753631924748288\*x^9 - 168839030360129901590112823270631160523160052634034348378889555565776326864916470166454272\*x^6 - 26118745028086393616150050008716422622367300959961114666347555557136669349268846213595136\*x^3 + 675276879765853205219022530234588950532118584375725956285994049491991451319970169880576  [ ]: |

## 二、np

|  |
| --- |
| 0 7 Elliptic Curve defined by y^2 = x^3 + 7 over Rational Field  2\*P=(1/4\*(x^4 - 56\*x)/(x^3 + 7) , 1/8\*(x^6 + 140\*x^3 - 392)\*y/(x^6 + 14\*x^3 + 49))  3\*P=(1/9\*(x^9 - 672\*x^6 + 2352\*x^3 + 21952)/(x^8 + 56\*x^5 + 784\*x^2) , 1/27\*(x^12 + 1540\*x^9 - 87024\*x^6 - 109760\*x^3 - 1229312)\*y/(x^12 + 84\*x^9 + 2352\*x^6 + 21952\*x^3))  4\*P=(1/16\*(x^16 - 3808\*x^13 + 144256\*x^10 + 2985472\*x^7 + 38108672\*x^4 + 68841472\*x)/(x^15 + 287\*x^12 + 20776\*x^9 + 21952\*x^6 - 614656\*x^3 + 1075648) , 1/64\*(x^24 + 8624\*x^21 - 2875712\*x^18 - 16946944\*x^15 - 1054135040\*x^12 - 35487778816\*x^9 - 229379784704\*x^6 - 701632282624\*x^3 - 188900999168)\*y/(x^24 + 434\*x^21 + 63553\*x^18 + 3242036\*x^15 + 14041048\*x^12 - 133380352\*x^9 - 263533760\*x^6 + 2319097088\*x^3 - 2951578112))  5\*P=((x^25 - 14560\*x^22 + 2465680\*x^19 + 125894720\*x^16 + 7022444800\*x^13 + 58687354880\*x^10 + 330094858240\*x^7 + 877040353280\*x^4 - 1889009991680\*x)/(25\*x^24 + 26600\*x^21 + 6958000\*x^18 - 68051200\*x^15 - 2787464960\*x^12 + 9637806080\*x^9 + 315638149120\*x^6 + 674646425600\*x^3 + 377801998336) , (x^36 + 32844\*x^33 - 43342656\*x^30 + 644949760\*x^27 - 226227214080\*x^24 - 24164595818496\*x^21 - 415842900824064\*x^18 - 7316297612918784\*x^15 - 39595538435604480\*x^12 - 74789683590594560\*x^9 - 140397267413630976\*x^6 - 1467951175742521344\*x^3 + 232218265089212416)\*y/(125\*x^36 + 199500\*x^33 + 105252000\*x^30 + 17841488000\*x^27 - 291393043200\*x^24 - 10401085900800\*x^21 + 93065064960000\*x^18 + 2301218957721600\*x^15 - 5491352045813760\*x^12 - 186075040220446720\*x^9 - 568697792055214080\*x^6 - 622013210060390400\*x^3 - 232218265089212416))  6\*P=(1/36\*(x^36 - 43512\*x^33 + 23294208\*x^30 + 2800021504\*x^27 + 504199858176\*x^24 + 7608359485440\*x^21 + 183588640456704\*x^18 + 1776856769888256\*x^15 - 4586894061797376\*x^12 - 146765497897582592\*x^9 - 444295150043136000\*x^6 + 99522113609662464\*x^3 + 232218265089212416)/(x^35 + 3143\*x^32 + 2392768\*x^29 - 126180096\*x^26 - 7066085376\*x^23 + 167568748032\*x^20 + 8224421818368\*x^17 + 72214153396224\*x^14 + 368356948377600\*x^11 + 1652883742720000\*x^8 + 3258164433649664\*x^5 + 8293509467471872\*x^2) , 1/216\*(x^54 + 98028\*x^51 - 390143880\*x^48 + 29506122240\*x^45 - 18615172278528\*x^42 - 5372533541071872\*x^39 - 218148127166355456\*x^36 - 13453479412317536256\*x^33 - 216720914389731311616\*x^30 - 1684637421887479349248\*x^27 - 13552620643547255144448\*x^24 - 350930249232108931252224\*x^21 - 5561905878586479328886784\*x^18 - 32556286462124166305808384\*x^15 - 32999216794336148997537792\*x^12 + 270486690804304262518013952\*x^9 + 518982096406110106451705856\*x^6 + 71938112373124173171523584\*x^3 + 111903730358193158266814464)\*y/(x^54 + 4718\*x^51 + 7310065\*x^48 + 3536083040\*x^45 - 293580296576\*x^42 - 13704654761728\*x^39 + 811755631864576\*x^36 + 30309767438440448\*x^33 - 470986483423576064\*x^30 - 28488035765470625792\*x^27 - 406703578057859203072\*x^24 - 3269585484776672854016\*x^21 - 19604272320795218280448\*x^18 - 87318479820580563451904\*x^15 - 291192183473003711954944\*x^12 - 792048200820164994793472\*x^9 - 1320292737006743257612288\*x^6 - 1998280899253449254764544\*x^3))  7\*P=(1/49\*(x^49 - 109760\*x^46 + 151896864\*x^43 + 40403490176\*x^40 + 19320819494144\*x^37 + 367491714336768\*x^34 + 39165019565572096\*x^31 + 674692355528654848\*x^28 - 12870770333915676672\*x^25 - 576536639485808476160\*x^22 - 5744775091834185580544\*x^19 - 17700779201858944106496\*x^16 + 53411594280109390954496\*x^13 + 446591020942849036255232\*x^10 + 937786526244033993375744\*x^7 + 2604901886526817778532352\*x^4 + 999140449626724627382272\*x)/(x^48 + 7888\*x^45 + 14954592\*x^42 - 2449855744\*x^39 - 231160969984\*x^36 + 21896234895360\*x^33 + 1814492402630656\*x^30 + 27758624025739264\*x^27 + 432654422813835264\*x^24 + 6275206132939620352\*x^21 + 51667252253811539968\*x^18 + 408495624033260273664\*x^15 + 2901335004024619925504\*x^12 + 8517765963472311418880\*x^9 + 3823241516428793217024\*x^6 - 10195310710476781912064\*x^3 + 2912945917279080546304) , 1/343\*(x^72 + 247128\*x^69 - 2494961616\*x^66 + 604659410432\*x^63 - 779115463327488\*x^60 - 514190856782797824\*x^57 - 35395901713832726528\*x^54 - 7210195644749403930624\*x^51 - 121430928794856181530624\*x^48 - 1688572649741921747206144\*x^45 - 74197021924192070667337728\*x^42 - 7717311736228179101437919232\*x^39 - 272199652825315759076950409216\*x^36 - 3313784772015304606357760507904\*x^33 - 3729795953890316205478561972224\*x^30 + 313028008650146819809239344611328\*x^27 + 3178740719668464700268430414053376\*x^24 + 13602690227858460372570904511643648\*x^21 + 29487822709845065512964304035381248\*x^18 + 47872940899537873748841815592665088\*x^15 + 233702600891870275620542698915627008\*x^12 + 1200030036596951189280517510167265280\*x^9 + 1365397423147141687243682804121206784\*x^6 + 1034210652080017248974661963768397824\*x^3 + 53925322641043729927915335168557056)\*y/(x^72 + 11832\*x^69 + 45764592\*x^66 + 54121854464\*x^63 - 14704843125504\*x^60 - 764675249028096\*x^57 + 252392623938187264\*x^54 + 10730954918533054464\*x^51 - 1243080168762189348864\*x^48 - 86384844166859891408896\*x^45 - 1881988130671105567358976\*x^42 - 35896661510590507429920768\*x^39 - 598212187626607494670843904\*x^36 - 7306638822958695277381287936\*x^33 - 80287249223875928807159365632\*x^30 - 779231833753340644641935982592\*x^27 - 5806172449090817981872317923328\*x^24 - 37532440727105705474521961594880\*x^21 - 205424861365476391268404045021184\*x^18 - 665389747963031920604287044943872\*x^15 - 791322305463827158184814742339584\*x^12 + 569208619610142453294712318066688\*x^9 + 1031734489305683608314706667765760\*x^6 - 825387591444546886651765334212608\*x^3 + 157216684084675597457479111278592))  8\*P=(1/64\*(x^64 - 244608\*x^61 + 763553280\*x^58 + 420529371136\*x^55 + 462827898796032\*x^52 + 7344483239116800\*x^49 + 4502772483802005504\*x^46 + 91922829778552356864\*x^43 - 9838982642238025629696\*x^40 - 662835535563093478211584\*x^37 - 11060418388724992683540480\*x^34 - 52000591780912742145196032\*x^31 + 958822292733566165706604544\*x^28 + 17212782293234051409757863936\*x^25 + 135373842466300316788400848896\*x^22 + 962587242917695063100076589056\*x^19 + 6470748423758651051860165656576\*x^16 + 24111928752774267866938588790784\*x^13 + 39191372060967840660836828839936\*x^10 + 47074766057241832274417374199808\*x^7 + 45269982694024893017890190524416\*x^4 - 19652085510584449682184888909824\*x)/(x^63 + 17535\*x^60 + 73592904\*x^57 - 29581307840\*x^54 - 4843630036224\*x^51 + 1338426613153728\*x^48 + 193035838923024384\*x^45 + 3733972028134612992\*x^42 + 187301890061614153728\*x^39 + 6112303303382186688512\*x^36 + 103599293129836286705664\*x^33 + 2265529206696274688999424\*x^30 + 41859911080778954851745792\*x^27 + 388407138588610907269496832\*x^24 + 1629390708003701562714095616\*x^21 + 370900305991790087569932288\*x^18 - 24619534350552228193433026560\*x^15 - 77270524952782002507862769664\*x^12 + 11358228631356605564081668096\*x^9 + 460595754154323039426208333824\*x^6 + 263197573802470308243547619328\*x^3 + 38382979512860253285517361152) , 1/512\*(x^96 + 550592\*x^93 - 12415536896\*x^90 + 7285471556608\*x^87 - 19516474394905600\*x^84 - 27452206699577139200\*x^81 - 3302317062550215327744\*x^78 - 1841174173331113058500608\*x^75 - 17650810652722359566598144\*x^72 - 1211935515270290254835220480\*x^69 - 189136485266361494844355903488\*x^66 - 48108675818688010959376261054464\*x^63 - 3334910263135925346658483414499328\*x^60 - 69232946083144125136205075523305472\*x^57 + 420498967827511696460930678595256320\*x^54 + 52693707895119340720989534986635837440\*x^51 + 1143442970293505671357805594712427462656\*x^48 + 13013639756316113151419691810522641989632\*x^45 + 92683574787682845584815359570319786377216\*x^42 + 506570753936995116984564951246577147576320\*x^39 + 4340494925932962649867287729494450270896128\*x^36 + 65675140759032698004093129151689318652182528\*x^33 + 764207961691568707318470020049505517423296512\*x^30 + 5459064422897453761594139191898999377706876928\*x^27 + 24763360558440592281857015941625974969394528256\*x^24 + 83160668099272848990672467862012815948057149440\*x^21 + 239579022356375018621409938581461729462234120192\*x^18 + 493080965101592525715383773408981704724606615552\*x^15 + 511719545061626382058819170376003709091543252992\*x^12 + 217741161420693506309206169932958930006104342528\*x^9 + 42825076519062984430439567230651178377440919552\*x^6 + 267760672604626815273816323267372416262834487296\*x^3 - 10186547327349933189764751428650037575216529408)\*y/(x^96 + 26306\*x^93 + 225784993\*x^90 + 587281755844\*x^87 - 390220339532968\*x^84 - 25672698934526336\*x^81 + 32183818720216865856\*x^78 + 1791873829467461553408\*x^75 - 828310393825897537755648\*x^72 - 94181357668470878599471104\*x^69 - 3112500122394519860998127616\*x^66 - 154919068846353280501620080640\*x^63 - 5738538089942195535436177342464\*x^60 - 149288500587298162466232971821056\*x^57 - 4120184396616443346852689743970304\*x^54 - 97757101842114414518873733784928256\*x^51 - 1796938387097854111903653185936424960\*x^48 - 30694486688898875283633731998637359104\*x^45 - 467234480111824888229144567057165058048\*x^42 - 5124306627596856222936188774278213140480\*x^39 - 35342245093468908195306277770365195255808\*x^36 - 125082166486530321386974301975365696880640\*x^33 + 64478223371909617245950213203779448209408\*x^30 + 2732550255665465506445594045367265957773312\*x^27 + 10584697810494299023507137576777152169246720\*x^24 + 4325345213407925579875582792337690002980864\*x^21 - 86407712799521153011872159398676172678103040\*x^18 - 229683183287996623161653765722667460922966016\*x^15 + 28571376186274578558539913292040420357832704\*x^12 + 885865377182762257016496704760186013719986176\*x^9 + 723499442718497377332273056916684698036469760\*x^6 + 206061574004707074848756829960136083762053120\*x^3 + 19895600248730338261259280134082104639094784))  9\*P=(1/81\*(x^81 - 495936\*x^78 + 3159154656\*x^75 + 3379915502208\*x^72 + 7693289961170688\*x^69 - 5391938730092544\*x^66 + 309584710847942885376\*x^63 + 4559328011761832558592\*x^60 - 2994930352991456036978688\*x^57 - 322174327718788395423498240\*x^54 - 6843903453207513102321451008\*x^51 + 7424458318521500217221578752\*x^48 + 4987432894032212928046087274496\*x^45 + 126242998815515520543176213397504\*x^42 + 1923045151561764569213280706363392\*x^39 + 33031045332635947959706450088951808\*x^36 + 532859977486646552085537355248697344\*x^33 + 5404209037398993567985082083823321088\*x^30 + 32947602813995621917095056552572747776\*x^27 + 140092194086642875920387889072082780160\*x^24 + 556882141649330425578544613322953588736\*x^21 + 1996265183962745562201363520086595338240\*x^18 + 3970822291054832084887016809278065344512\*x^15 - 815610875423886228779375173828859658240\*x^12 - 22800219591182340494551810777952777404416\*x^9 - 26254298282309114527624571741504362512384\*x^6 + 1141491229665613675114111814848015761408\*x^3 + 1183768682616191959377597437620164493312)/(x^80 + 35504\*x^77 + 300988576\*x^74 - 258022842112\*x^71 - 72897582641408\*x^68 + 48295255579375616\*x^65 + 12025857553231642624\*x^62 + 198686534757812928512\*x^59 + 46034853880906829725696\*x^56 + 2577951817330782464638976\*x^53 + 72682690498126798595817472\*x^50 + 4176166263227006726212419584\*x^47 + 153767070449345356583088947200\*x^44 + 2536572491742035935001028067328\*x^41 + 19204344019648920954938526269440\*x^38 - 31646894916338570184209427595264\*x^35 - 2234703754217248004191159404462080\*x^32 - 21171999376134739585321015133077504\*x^29 - 69673591125736083978349059428581376\*x^26 + 379960051333856012383603634405900288\*x^23 + 5221073783836196525308123881530195968\*x^20 + 23007241852614133961412530077398204416\*x^17 + 47060780389897294608354265825244348416\*x^14 + 60022735908241745961907476280830328832\*x^11 + 84500980578515524797043330209128906752\*x^8 + 39257634882679835387522364002709536768\*x^5 + 42277452950578284263485622772148731904\*x^2) , 1/729\*(x^120 + 1116136\*x^117 - 51103138800\*x^114 + 64051124736256\*x^111 - 333564949249602560\*x^108 - 920340479313748233216\*x^105 - 176902758711135393742848\*x^102 - 248460171385266793945251840\*x^99 + 7655554589995374344696365056\*x^96 - 800425071263152582389247508480\*x^93 - 190560358442302364595424106381312\*x^90 - 105992954363489544977030310185140224\*x^87 - 11928757914925757861008920608830914560\*x^84 - 201648167329917232385335292161540751360\*x^81 + 20644443575777159176609770118369719091200\*x^78 + 1638326109423480262073304257697962457563136\*x^75 + 45771101373464846834735632152303952887545856\*x^72 + 723796364463448998222895315888483648080445440\*x^69 + 7816918641095190636673157849984356485930418176\*x^66 + 103187071629415648501528498566459468981668413440\*x^63 + 3732090031973886014682977017190849020497796005888\*x^60 + 138944345014569526204319848855615699598069974695936\*x^57 + 3239234688066250375871121749690999506289148341256192\*x^54 + 47753655296371088895908483127367365740167668179140608\*x^51 + 497300697867666802678170363260346113579634377669738496\*x^48 + 4308792099817363862930848579078315841837081869166837760\*x^45 + 34510003213501919016199247965454248964183728952193318912\*x^42 + 236246779852132349369997293670312829144483013874373623808\*x^39 + 1208185371963337480246455599752278746119571085971647627264\*x^36 + 4281474655403770544779574219857434955539930053077716959232\*x^33 + 10260841967186955450623821936989595505018342233940244299776\*x^30 + 17952098531187569576368836303921623195532161869673842868224\*x^27 + 42361239959581858844643243402935151685897511048511945179136\*x^24 + 211453152921721928257576812333839519901198597925800561868800\*x^21 + 858328140993716358537017841878929952109467875634016763772928\*x^18 + 1690638826699586106446288758535150394282804945805664241844224\*x^15 + 1054056923650561108322634948313848447143634434959993364021248\*x^12 - 997577228578295453561052582789759036243334478150495167840256\*x^9 - 796138375402722975418029321409054556281179876021199492349952\*x^6 - 21166738650293745884370675853130623152950609950325010857984\*x^3 - 15393991745668178824996855165913180474873170872963644260352)\*y/(x^120 + 53256\*x^117 + 924183120\*x^114 + 4830564557056\*x^111 - 6904948993173504\*x^108 - 463313878133492736\*x^105 + 2272242773510449152000\*x^102 + 127334142097087639633920\*x^99 - 245866780086468483755409408\*x^96 - 42572309636069444091131199488\*x^93 - 1448800459779462112830330765312\*x^90 - 267167910126521104207186766069760\*x^87 - 15570858338009966571592389106860032\*x^84 - 709269579407506307457777739279368192\*x^81 - 48352398737194223935497626956861538304\*x^78 - 2085198581043916332418929486787145367552\*x^75 - 70603180240121273129279930764643518119936\*x^72 - 2706040863608254672535938334217817659801600\*x^69 - 82120243259630218621682285283625307694170112\*x^66 - 1542322950317524995071705036012368354766487552\*x^63 - 16359013196746502208167330085703485726130176000\*x^60 - 44878585058495443386275399983012099944012054528\*x^57 + 1436969708387162280579500056259446352637031612416\*x^54 + 24410313024595981858761394553574910654411727437824\*x^51 + 171558054762554601418045589961105797408167626276864\*x^48 + 87936891401368702256580321787435738471929495945216\*x^45 - 9828153920510086603804754647296971360588370800541696\*x^42 - 94849510704217340327256753620585578879990592247431168\*x^39 - 371225530397325517120991283178694514663799377088217088\*x^36 + 522789438950386665885768955345464529643454864027549696\*x^33 + 14346854764640205241499244496873993530623094185953067008\*x^30 + 80845986656733525638920239693560452840051325699748790272\*x^27 + 249478264844810312656883224815103249517610007681170407424\*x^24 + 503027875030965292105742754642088397374631305240784142336\*x^21 + 807257571582511629197376612588786360562881728453101486080\*x^18 + 1058565646025599283626636611600665530616628257063996227584\*x^15 + 954297956061711675893943394051913382809782815685473206272\*x^12 + 913036500221390708370349190325207770512248017337767165952\*x^9 + 382886274286389651897243208846054871505136265335192682496\*x^6 + 274892709744074621874943842248449651337020908445779361792\*x^3))  [ ]:  [ ]: |

## 三、(x^q2,y^q2) +ql(x,y)=a(x^q,y^q)

|  |
| --- |
| p=43 ,sqrt(p)=6.5 ,n=31, a=p+1-n=13  l=3 ,ql=1  l=5 ,ql=3 , 13 mod5=3  l=7 ,ql=1  l=11,ql=10  l=5  3\*P=(1/9\*(x^9 - 672\*x^6 + 2352\*x^3 + 21952)/(x^8 + 56\*x^5 + 784\*x^2) , 1/27\*(x^12 + 1540\*x^9 - 87024\*x^6 - 109760\*x^3 - 1229312)\*y/(x^12 + 84\*x^9 + 2352\*x^6 + 21952\*x^3))  fx="1/9\*(x^9 - 672\*x^6 + 2352\*x^3 + 21952)/(x^8 + 56\*x^5 + 784\*x^2)"  fy="1/27\*(x^12 + 1540\*x^9 - 87024\*x^6 - 109760\*x^3 - 1229312)/(x^12 + 84\*x^9 + 2352\*x^6 + 21952\*x^3)"  psi="5\*x^12 + 2660\*x^9 - 11760\*x^6 - 548800\*x^3 - 614656"  fx=36\*x^19 + 18\*x^16 + 22\*x^13 + 24\*x^10 + 14\*x^7 + 26\*x^4 + 23\*x  fy=10\*x^21 + 27\*x^18 + 42\*x^15 + 25\*x^12 + 18\*x^9 + 13\*x^6 + 32\*x^3 + 27  fenmu= x^1849 + 7\*x^19 + 25\*x^16 + 21\*x^13 + 19\*x^10 + 29\*x^7 + 17\*x^4 + 20\*x  fenmu= 12\*x^10 + 22\*x^7 + 2\*x^4 + 11\*x  fenmu\_inv= 27\*x^11 + 11\*x^8 + 10\*x^5 + 24\*x^2  x\_slash=19\*x^10 + 41\*x^7 + 16\*x^4 + 14\*x |

ql=q mod l

(x^q2,y^q2) +ql(x,y)=a(x^q,y^q)

## 四、尝试j(x^q,y^q)

|  |
| --- |
| 尝试j(x^q,y^q)  1< j <l/2 ; 1,4; 2,3;  j(x^q,y^q)=(xj^q,yj^q) mod psi(l)  1\*P=x^43  2\*P=1/4\*(x^172 - 56\*x^43)/(x^129 + 7)  3\*P=1/9\*(x^387 - 672\*x^258 + 2352\*x^129 + 21952)/(x^344 + 56\*x^215 + 784\*x^86)  4\*P=1/16\*(x^688 - 3808\*x^559 + 144256\*x^430 + 2985472\*x^301 + 38108672\*x^172 + 68841472\*x^43)/(x^645 + 287\*x^516 + 20776\*x^387 + 21952\*x^258 - 614656\*x^129 + 1075648)    res1=x^43  res2=17\*x^181 + 28\*x^178 + 16\*x^175 + 4\*x^172 + 37\*x^52 + 23\*x^49 + 7\*x^46 + 34\*x^43  res3=34\*x^397 + 39\*x^394 + 9\*x^391 + 38\*x^388 + 28\*x^268 + 22\*x^265 + 15\*x^262 + 6\*x^259 + 31\*x^139 + 9\*x^136 + 12\*x^133 + 22\*x^130 + 17\*x^10 + 41\*x^7 + 26\*x^4 + 19\*x  res4=42\*x^697 + 34\*x^694 + 34\*x^691 + 30\*x^688 + 24\*x^568 + x^565 + x^562 + 11\*x^559 + 9\*x^439 + 38\*x^436 + 38\*x^433 + 31\*x^430 + 18\*x^310 + 33\*x^307 + 33\*x^304 + 19\*x^301 + 35\*x^181 + 14\*x^178 + 14\*x^175 + 25\*x^172 + 23\*x^52 + 35\*x^49 + 35\*x^46 + 41\*x^43  mod psi  res1=9\*x^10 + 15\*x^7 + 31\*x^4 + 30\*x  res2=19\*x^10 + 41\*x^7 + 16\*x^4 + 14\*x  res3=19\*x^10 + 41\*x^7 + 16\*x^4 + 14\*x  res4=9\*x^10 + 15\*x^7 + 31\*x^4 + 30\*x |

j(x,y)=(xj,yj)

xj=r1j(x) ,yj=r2j(x)y