

# 人工智能原理

## 作业 4

注意：

- 1) 请在网络学堂提交**电子版**；
- 2) 请在**4月15日晚23:59:59**前提交作业，**不接受补交**；
- 3) 4道题目中任选2道解答(多做不加分；4题全做则按题目的解答顺序，只计前2题的分数，如提交作业中题目解答顺序是1、4、3、2,则第2、3题不计分)；
- 4) **注意**：本次作业1、2题中必选一题，3、4题中必选一题；
- 5) 如有疑问，请联系助教：

李 震：lizhen22@mails.tsinghua.edu.cn

李可伊：lky23@mails.tsinghua.edu.cn

王子安：wangza24@mails.tsinghua.edu.cn

1. 某销售公司希望分析员工的月销售额（万元）对其月薪（元）的影响。公司从过去的数  
据中收集了以下8名员工的相关信息：

月销售额（万元）	5.2	9.8	15.3	19.2	25	8	12	18
月薪（元）	5000	7200	9300	11000	12800	6300	8000	10000

- (1) 请画出员工月薪关于月销售额的散点图；
  - (2) 试利用表中月薪(y)关于月销售额(x)的线性回归方程和回归系数 $r^2$ （请写出详细计  
算过程，计算结果保留4位有效数字）；
  - (3) 试计算平均绝对误差(MAE)和均方误差(MSE)来评估(2)中拟合的线性函数的好坏。
2. 在一个线性回归问题中，有n个点 $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$ ，通过最小二乘法求得的线性回  
归方程为 $\hat{y} = \hat{w}x + b$ ，请证明：

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

其中 $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ 。

3. 输入数据 $\{(x_i, y_i)\}, i = 1, 2, \dots, n$ 共有l个类别，即 $y \in \{1, 2, \dots, l\}$ 。设 Softmax 回归模型对  
应的l个类别权重分别为 $w_1, w_2, \dots, w_l$ ，偏置为 $b_1, b_2, \dots, b_l$ ，损失函数为交叉熵损失。假设  
 $x_l$ 为标量。
  - (1) 请以单数据输入 $(x_1, y_1)$ 为例，试参考课件中的 Logistic 回归的计算方式，给出使用  
梯度下降求解该模型时，由输入计算输出和由输出计算梯度的过程（学习率用 $\alpha$ 表  
示）；
  - (2) 说明在梯度下降的过程中，参数是如何被更新的。

4. 设在一个 K 分类问题中，一个样例预测为第k类的概率建模为如下的对数线性模型：

$$\log P(Y = k) = \beta_k x - \log Z$$

其中 $P(Y = k)$ 表示样例预测为第k类的概率， $x$ 是输入的样例数据， $\beta_k$ 为权重，二者都

是向量。等式右边补充的 $-\log Z$ 项来保证模型预测的所有类别的概率集合构成一个概率分布，即模型预测的所有类别的概率之和为 1。试推导如下结论：通过该对数线性模型，将该样例预测为第 $k$ 类的概率为：

$$P(Y = k) = \frac{e^{\beta_k x}}{\sum_{j=1}^K e^{\beta_j x}}$$

即我们熟悉的 Softmax 回归模型。