人工智能原理-作业4

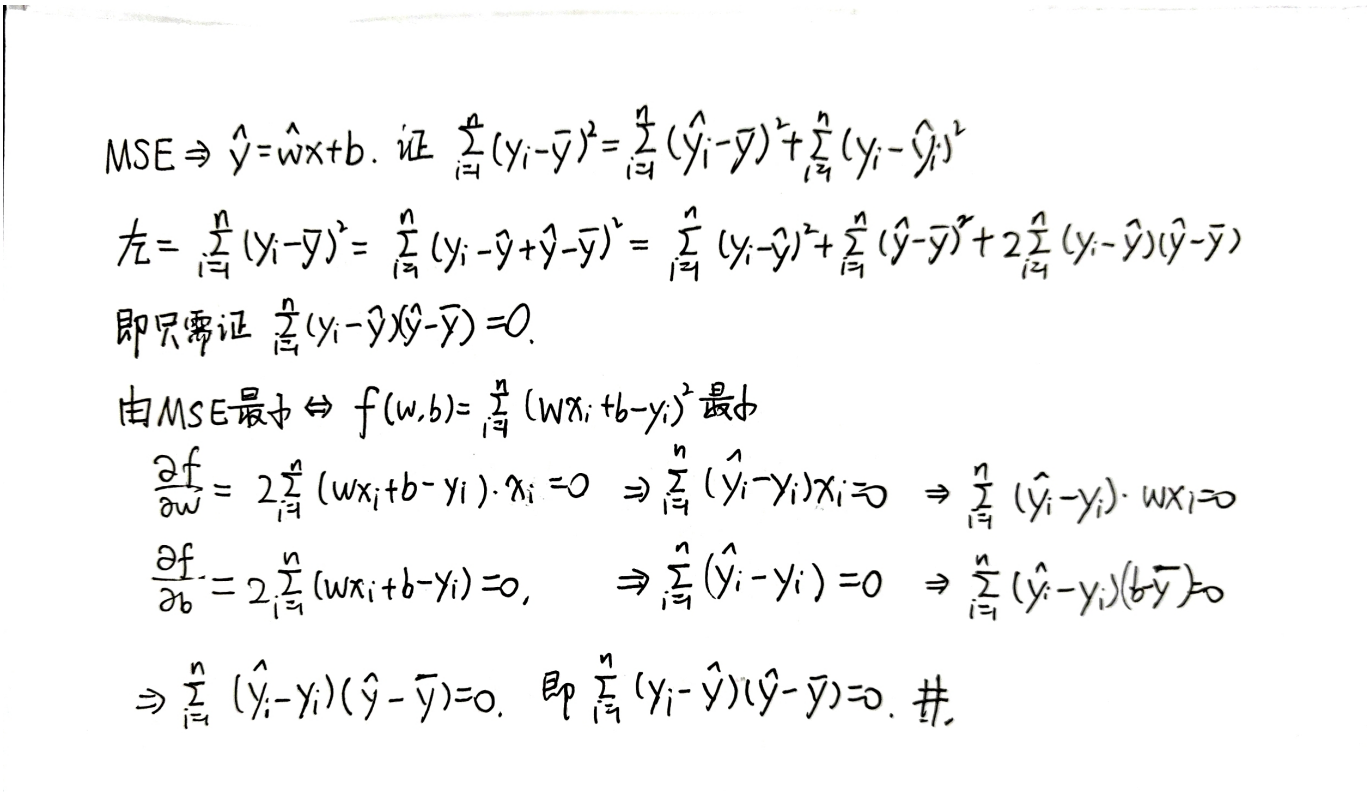
Author: **夏弘宇** 2023011004

T2

在一个线性回归问题中，有n个点(x_i, y_i)，$i = 1, 2, \ldots, n$，通过最小二乘法求得的线性回归方程为$\hat{y} = \hat{w}x + b$。需要证明以下等式成立：

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$$

其中$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$表示$y$的样本均值。



T4

设在一个K分类问题中，一个样例预测为第k类的概率建模为如下的对数线性模型：

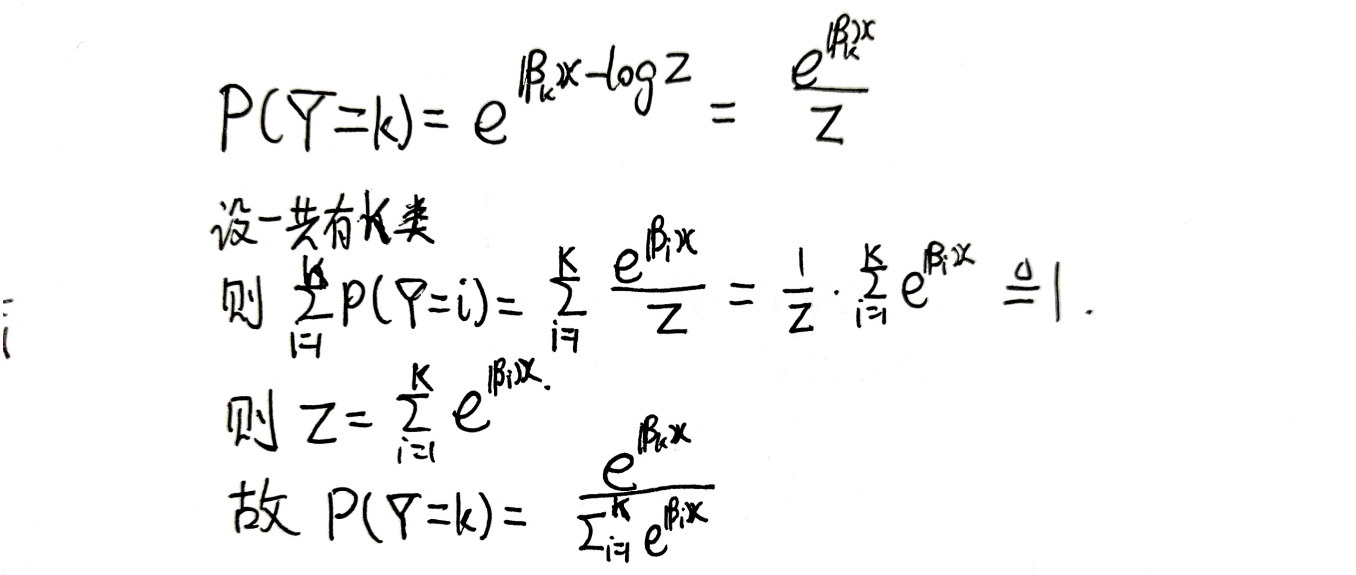
$$\log P(Y = k) = \beta_k x - \log Z$$

其中：

- $P(Y=k)$ 表示样例预测为第k类的概率
- x 是输入的样例数据（特征向量）
- β_k 为第k类的权重向量
- $-\log Z$ 是归一化项，保证所有类别的概率之和为1

证明通过该对数线性模型，预测概率的表达式为Softmax形式：

$$P(Y=k)=\frac{e^{\beta_k x}}{\sum_{j=1}^{K} e^{\beta_j x}}$$



T1

题目描述

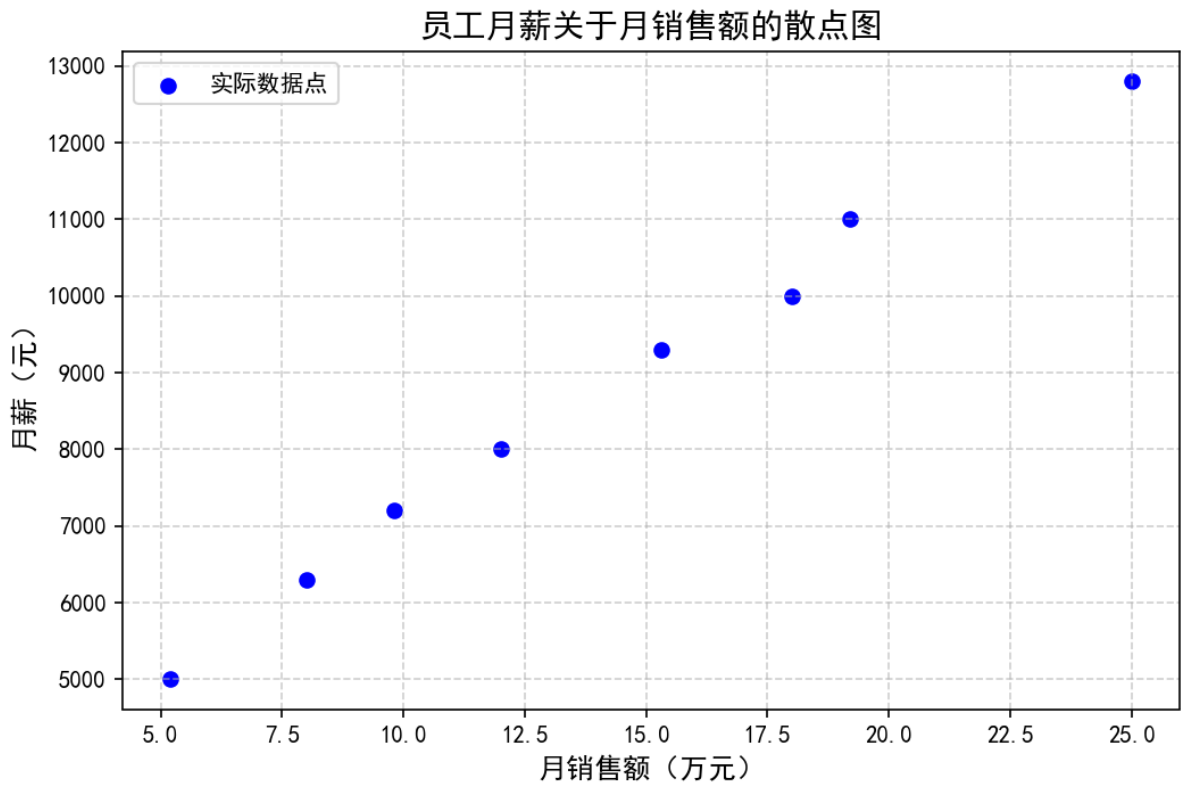
某销售公司收集了8名员工的月销售额（万元）和对应月薪（元）数据如下：

月销售额（万元）	5.2	9.8	15.3	19.2	25	8	12	18
月薪（元）	5000	7200	9300	11000	12800	6300	8000	10000

需要完成以下分析任务：

1. 绘制散点
2. 计算线性回归方程和回归系数r^2
3. 计算MAE和MSE评估模型

(1) 散点图绘制



(2) 线性回归分析

1. **基础统计量计算**：
   - $\sum x = 112.5$
   - $\sum y = 69600$
   - $n = 8$
   - $\bar{x} = 14.0625$
   - $\bar{y} = 8700$

2. **协方差计算**：$\sum xy = 1096450$
   $\sum x^2 = 1882.81$
   $Cov(x,y) = (1096450 - 8 \times 14.0625 \times 8700)/8 = 14712.5$

3. **方差计算**：$Var(x) = (1882.81 - 8 \times 14.0625^2)/8 = 37.5973$

4. **回归系数**：$b = Cov(x,y)/Var(x) = 14712.5/37.5973 \approx 391.32$
   $a = \bar{y} - b \cdot \bar{x} \approx 3197$

5. **回归方程**：$\hat{y} = 391.3x + 3197$

6. **回归系数r^2计算**： SST = $\sum(y-\bar{y})^2$ = 46340000
   SSE = $\sum(y-\hat{y})^2$ ≈ 281703.73
   r^2 = 1 - SSE/SST ≈ 0.9939

7. 最终结果

- **回归方程**：y = 391.3x + 3197
- **决定系数**：r^2 = 0.9939

（3）误差分析

x	y	ŷ		y-ŷ
5.2	5000	5232	232	53824
9.8	7200	7032	168	28224
15.3	9300	9185	115	13225
19.2	11000	10710	290	84100
25	12800	12980	180	32400
8	6300	6327	27	729
12	8000	7893	107	11449
18	10000	10240	240	57600

MAE = (232+168+115+290+180+27+107+240)/8 ≈ 170.0
MSE = (53824+...+57600)/8 ≈ 35190

- **MAE**：170.0元
- **MSE**：35190

结论

1. 数据呈现强线性相关性（r^2=0.9939）
2. 回归方程y=391.3x+3197能很好解释月薪变化
3. 误差指标显示模型预测精度较高（MAE=170，MSE=35190）