**A proposition (命题) is a declarative sentence that is either true or false.命题是一个具有确定真值（真或假）的陈述句**

**Simple Proposition(简单命题): cannot be broken into 2 or more propositions不可再分解为更小命题**

**• 2 is irrational.**

**Compound Proposition(复合命题): not simple**

**• 2 is rational and 2 is irrational. 非简单命题**

**Propositional Constant(命题常项): a concrete proposition**

**具体命题实例**

**• Every even integer 𝑛 > 2 is the sum of two primes.**

**Propositional Variable(命题变项): a variable that represents any proposition 表示任意命题的变量**

**• Lowercase letters denote proposition variables: 𝑝, 𝑞, 𝑟, 𝑠, …**

**• Truth value is not determined until it is assigned a concrete proposition**

**Propositional Logic(命题逻辑): the area of logic that deals with propositions 研究命题关系的逻辑分支**

**𝑥 + 1 = 2.不是命题 因为x取不同的值 真假不同**

**Implication (→)蕴含 *p*→*q*表示"若p，则q"。**

**等值（↔）双条件语句*p*↔*q*表示"p当且仅当q"**

**"only if" 的含义："A only if B" 在逻辑上表示 A→B，即“A 仅在 B 成立时成立”。**

**合式公式的类型**

**重言式Tautology：所有真值指派下均为真的公式**

**矛盾式Contradiction：所有真值指派下均为假的公式  
可能式Contingency：既非重言式也非矛盾式（如*p*→¬*p*）  
可满足式Satisfiable：至少存在一个真值指派使其为真**

**逻辑等价Logically Equivalent**

**定义：若公式*A*和*B*在所有真值指派下真值相同，则称*A*与*B*逻辑等价（记作*A*≡*B*）。  
定理：*A*≡*B*当且仅当*A*↔*B*是重言式。**

**证明方法：**

**真值表法**

**替换规则：将公式中的子公式替换为逻辑等价的子公式，结果仍等价。**

**Double Negation Law双重否定律¬(¬𝑃) ≡ 𝑃 1**

**Identity Laws同一律 𝑃 ∧ 𝐓 ≡ 𝑃 2**

**𝑃 ∨ 𝐅 ≡ 𝑃 3**

**Idempotent Laws等幂律**

**𝑃 ∨ 𝑃 ≡ 𝑃 4**

**𝑃 ∧ 𝑃 ≡ 𝑃 5**

**Domination Laws零律**

**𝑃 ∨ 𝐓 ≡ 𝐓 6**

**𝑃 ∧ 𝐅 ≡ 𝐅 7**

**Negation Laws补余律**

**𝑃 ∨ ¬𝑃 ≡ 𝐓 8**

**𝑃 ∧ ¬𝑃 ≡ 𝐅 9**

**Commutative Laws交换律**

**𝑃 ∨ 𝑄 ≡ 𝑄 ∨ 𝑃 10**

**𝑃 ∧ 𝑄 ≡ 𝑄 ∧ 𝑃 11**

**Associative Laws结合律**

**𝑃 ∨（𝑄 ∨ 𝑅）≡（𝑃 ∨ 𝑄）∨ 𝑅 12**

**𝑃 ∧（𝑄 ∧ 𝑅）≡（𝑃 ∧ 𝑄）∧ 𝑅 13**

**Distributive Laws分配律**

**𝑃 ∧（𝑄 ∨ 𝑅）≡（𝑃 ∧ 𝑄）∨（𝑃 ∧ 𝑅） 14**

**𝑃 ∨（𝑄 ∧ 𝑅）≡（𝑃 ∨ 𝑄）∧（𝑃 ∨ 𝑅） 15**

**De Morgan’s Laws摩根律**

**¬（𝑃 ∧ 𝑄）≡ ¬𝑃 ∨ ¬𝑄 16**

**¬（𝑃 ∨ 𝑄）≡ ¬𝑃 ∧ ¬𝑄 17**

**Absorption Laws吸收律**

**𝑃 ∨（𝑃 ∧ 𝑄）≡ 𝑃 18**

**𝑃 ∧（𝑃 ∨ 𝑄）≡ 𝑃 19**

**Laws Involving Implication “→”**

**𝑃 → 𝑄 ≡ ¬𝑃 ∨ 𝑄 20**

**𝑃 → 𝑄 ≡ ¬𝑄 → ¬𝑃 21**

**（𝑃 → 𝑅）∧（𝑄 → 𝑅）≡（𝑃 ∨ 𝑄）→ 𝑅 22**

**𝑃 →（𝑄 → 𝑅）≡（𝑃 ∧ 𝑄）→ 𝑅 23**

**𝑃 →（𝑄 → 𝑅）≡ 𝑄 → (𝑃 → 𝑅) 24**

**Laws Involving Bi-Implication “↔”**

**𝑃 ↔ 𝑄 ≡（𝑃 → 𝑄）∧（𝑄 → 𝑃） 25**

**𝑃 ↔ 𝑄 ≡（¬𝑃 ∨ 𝑄）∧（𝑃 ∨ ¬𝑄） 26**

**𝑃 ↔ 𝑄 ≡（𝑃 ∧ 𝑄）∨（¬𝑃 ∧ ¬𝑄） 27**

**𝑃 ↔ 𝑄 ≡ ¬𝑃 ↔ ¬𝑄 28**

**逻辑等价的集合表征**

**定理：设*A*−1(*T*)为使A为真的真值指派集合，则*A*≡*B*当且仅当*A*−1(*T*)=*B*−1(*T*)  
同理，*A*≡*B*当且仅当*A*−1(*F*)=*B*−1(*F*)**

**重言蕴涵 Tautological Implications**

**在 A 为真的所有情况下，B 都不会为假，即 A→B是一个永真式（重言式）。*A* 为真时，命题公式 B 必然为真**

**定义：设A和B是由命题变元*p*1​,…,*pn*​构成的合式公式**

**A重言蕴涵B指所有使A为真的指派也使B为真。记作*A*⇒*B***

**集合表征：*A*−1(*T*)⊆*B*−1(*T*) 或 *B*−1(*F*)⊆*A*−1(*F*)**

**𝐴 ⇒ 𝐵 iff 𝐴 → 𝐵 is a tautology.**

**𝐴 ⇒ 𝐵 iff 𝐴 ∧ ¬𝐵 is a contradiction.**

**以上四种都是其证明方式。**

**Conjunction(合取) (𝑃) ∧ (𝑄) ⇒ 𝑃 ∧ 𝑄 1**

**Simplification(化简) 𝑃 ∧ 𝑄 ⇒ 𝑃 2**

**Addition(附加) 𝑃 ⇒ 𝑃 ∨ 𝑄 3**

**Modus ponens(假言推理) 𝑃 ∧ 𝑃 → 𝑄 ⇒ 𝑄 4**

**Modus tollens(拒取) ¬𝑄 ∧（𝑃 → 𝑄）⇒ ¬𝑃 5**

**Disjunctive syllogism(析取三段论) ¬𝑃 ∧（𝑃 ∨ 𝑄）⇒ 𝑄 6**

**Hypothetical syllogism(假言三段论)**

**（𝑃 → 𝑄）∧（𝑄 → 𝑅）⇒ (𝑃 → 𝑅) 7**

**Resolution (归结)（𝑃 ∨ 𝑄）∧（¬𝑃 ∨ 𝑅）⇒ 𝑄 ∨ 𝑅 8**

**Rules of inference(推理规则): relatively simple valid argument forms from tautological implications**

**谓词​​：描述主语性质的函数（从个体域到 {*T*,*F*}）**

**n元谓词​​：作用于n个个体的谓词（如 *G*(*x*,*y*): “*x*>*y*”）**

**个体词​​：句子中的对象（如常量 *eπ*，变量 *x*）**

**个体域​​：所有可能个体的集合**

**​​命题函数​​：*P*(*x*1​,…,*xn*​)，赋予具体值后成为命题（如 *P*(*eπ*,*πe*)）。**

**全称量词 ∀​​：**

**∀*xP*(*x*) 表示“对所有 *x*，*P*(*x*) 成立”。**

**当个体域为空时，∀*xP*(*x*) 恒为真。**

**​​存在量词 ∃​​：**

**∃*xP*(*x*) 表示“存在 *x* 使得 *P*(*x*) 成立”。**

**当个体域为空时，∃*xP*(*x*) 恒为假。**

**​​约束变量与自由变量​​：**

**若量词作用于变量（如 ∃*x*(*x*+*y*=1)），则 *x* 受约束，*y* 自由。**