

A Review & Solution to Principles of Laser

Mingyu Xia, xiamyphys@gmail.com

24/12/2023



Contents

1	辐射理论概要与激光的产生条件	5
1.1	光的波粒二象性	5
1.2	原子的能级和辐射跃迁	6
1.3	光的受激辐射	6
1.4	光谱线增宽	6
1.5	激光形成的条件	6
2	激光器的工作原理	9
2.1	原子能级和简并度	9
2.2	原子状态的标记	9
2.3	Boltzman's 分布	9
2.4	辐射跃迁和非辐射跃迁	9
3	激光器的输出特性	11
3.1	光学谐振腔的衍射理论	11
3.2	对称共焦腔内外的光场分布	11
3.3	高斯光束的传播特性	11
3.4	稳定球面腔的光束传播特性	11
3.5	其他几种常用的激光光束	11
3.6	激光器的输出功率	11
3.7	激光器的线宽极限	11
3.8	激光光束质量的品质因子 M^2	11
3.9	模式激光的某些一阶统计性质	11

4 激光的基本技术	13
4.1 激光器输出的选模	13
4.2 激光器的稳频	13
4.3 激光束的变换	13
4.4 激光调制技术	13
4.5 激光偏转技术	13
4.6 激光调 Q 技术	13
4.7 激光锁模技术	13
5 典型激光器介绍	15
5.1 固体激光器	15
5.2 气体激光器	15
5.3 染料激光器	15
5.4 半导体激光器	15
5.5 其他激光器	15

Chapter 1

辐射理论概要与激光的产生条件

1.1 光的波粒二象性

1.1.1 光波

光波是振动的电矢量 \vec{E} 和磁矢量 \vec{B} 的振动和传播. 在均匀介质中, 电矢量 (又称光矢量) \vec{E} 的振动方向与磁矢量 \vec{B} 的振动方向互相垂直, 且均垂直于传播方向 \vec{k} . 光对人眼或感光仪器起作用的主要是电矢量 \vec{E} .

1. 线偏振光

光矢量始终只沿 xOy 平面内一个固定方向振动, 这样的光称为线偏振光.

2. 光速, 频率和波长三者的关系

1. 光在真空中传播的速度: $c = 299\,792\,458\text{ m/s}$.

2. 频率和周期: 光矢量每秒钟振动的次数 & 完成一次振动所需的时间

$$\nu = 1/T \quad (1.1)$$

3. 真空中的波长: 振动状态经历一个周期在真空中向前传播的距离

$$c = \lambda_0 \nu \quad (1.2)$$

4. 光在各种介质 μ 中传播时, 保持其原有的频率 ν 不变, 而介质中的光速

$$v = c/\mu \quad (1.3)$$

式中 μ 为介质的折射率.

5. 介质中光速、频率和波长有如下关系

$$v = \lambda\nu \quad (1.4)$$

3. 单色平面波

1.2 原子的能级和辐射跃迁

1.3 光的受激辐射

1.4 光谱线增宽

1.5 激光形成的条件

Problems

Problem 1. 热平衡时, 原子上能级 E_2 的数密度为 n_2 , 下能级 E_1 的粒子数密度为 n_1 , 设 $g_1 = g_2$.

1. 当原子跃迁的相应频率 $\nu = 3000 \text{ MHz}$, $T = 300 \text{ K}$ 时, n_2/n_1 为多少?
2. 若原子跃迁时所发光的波长 $\lambda = 1 \mu\text{m}$, $n_2/n_1 = 0.1$, 则温度 T 为多少?

Solution.

1. $\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \stackrel{g_2=g_1}{=} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) = 0.9995.$
2. $T = \frac{h\nu}{k \ln \frac{n_1}{n_2}} = \frac{hc}{\lambda k \ln \frac{n_1}{n_2}} = 6248.53 \text{ K}.$

Problem 2. 试计算连续功率均为 1W 的两光源, 分别发射 $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$, $\nu = 3000 \text{ MHz}$ 的光, 每秒从上能级跃迁到下能级的粒子数各为多少?

Solution.

- $\nu_1 = \frac{c}{\lambda} = 5.996 \times 10^{11} \text{ Hz}$, $n_1 = \frac{q}{h\nu_1} = 2.571 \times 10^{21}.$
- $\nu_2 = 3 \times 10^9 \text{ Hz}$; , $n_1 = \frac{q}{h\nu_2} = 5.031 \times 10^{23}.$

Problem 3. 证明原子自发辐射的平均寿命 $\tau = \frac{1}{A_{21}}$, 其中 A_{21} 是自发辐射系数.

Proof. 由 Einstein 自发辐射系数的定义

$$A_{21} = -\frac{1}{n_2} \frac{dn_2}{dt}$$

分离变量得

$$\frac{dn_2}{n_2} = -A_{21} dt$$

积分得

$$\ln n_2 = -A_{21}t + C', \quad n_2 = C e^{-A_{21}t}$$

代入初始条件 $t = 0$, $n_2 = n_{20}$ 得高能级原子数密度含时表达式

$$n_2(t) = n_{20} e^{-A_{21}t}$$

令 $n_2(t) = \frac{1}{e} n_{20}$, 得 $e^{-A_{21}t} = e^{-1}$. 所以自发辐射的平均寿命为

$$\tau = \frac{1}{A_{21}}$$

□

Problem 4. 普通光源发射波长 $\lambda = 0.6\mu\text{m}$ 时, 如受激辐射与自发辐射光功率体密度之比 $\frac{q_B}{q_A} = \frac{1}{2000}$

1. 求此时单色能量密度 ρ_ν .
2. 在 He-Ne 激光器中若 $\rho_\nu = 5.0 \times 10^{-4} \text{ J s m}^{-3}$ 为 0.6328 mm , 设 $\mu = 1$, 求 $\frac{q_A}{q_B}$ 为若干?

Solution.

$$1. \rho_\nu = \frac{8\pi h}{\lambda^3} \frac{q_B}{q_A} = 3.85 \times 10^{-17} \text{ J s m}^{-3}.$$

$$2. \frac{q_B}{q_A} = \frac{\lambda^3}{8\pi h} \rho_\nu = 7.61 \times 10^{18}.$$

Problem 5. 某稳定腔两面反射镜的曲率半径分别 $R_1 = -1 \text{ m}$ 及 $R_2 = 1.5 \text{ m}$.

1. 这是哪一类型谐振腔?
2. 试确定腔长 L 的可能取值范围, 并作出谐振腔的简单示意图.
3. 请作稳定图并指出它在图中的可能位置范围.

Solution.

- 1.

Chapter 2

激光器的工作原理

2.1 原子能级和简并度

2.2 原子状态的标记

2.3 Boltzman's 分布

2.4 辐射跃迁和非辐射跃迁

Problems

Problem 1.

Chapter 3

激光器的输出特性

- 3.1 光学谐振腔的衍射理论
- 3.2 对称共焦腔内外的光场分布
- 3.3 高斯光束的传播特性
- 3.4 稳定球面腔的光束传播特性
- 3.5 其他几种常用的激光光束
- 3.6 激光器的输出功率
- 3.7 激光器的线宽极限
- 3.8 激光光束质量的品质因子 M^2
- 3.9 模式激光的某些一阶统计性质

Problems

Chapter 4

激光的基本技术

4.1 激光器输出的选模

4.2 激光器的稳频

4.3 激光束的变换

4.4 激光调制技术

4.5 激光偏转技术

4.6 激光调 Q 技术

4.7 激光锁模技术

Problems

Problem 1. Gaussian 光束束腰半径 $\omega_0 = 0.2 \text{ mm}$, $\lambda = 0.6328 \text{ }\mu\text{m}$. 今用一焦距 $f = 3 \text{ cm}$ 的短焦距透镜聚焦, 已知腰粗 ω_0 离透镜的距离 $s = 60 \text{ cm}$, 在几何光学近似下求聚焦后光束腰粗.

Solution. 由于短焦距条件下聚焦后光束腰粗 (4.31) 得

$$\omega'_0 = \frac{\lambda f}{\pi \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda s}{\pi \omega_0^2}\right)^2}} = 9.49 \text{ }\mu\text{m}$$

考虑到 $\left(\frac{\lambda s}{\pi \omega_0^2}\right)^2 = 9.13 \gg 1$, 所以亦可使用 (4.31) 的简化 (4.33)

$$\omega'_0 \approx \frac{f \omega_0}{s} = 0.01 \text{ mm}$$

此近似下相对误差 $\eta = 5.33\%$.

Problem 2. 用如图所示的倒置望远镜系统改善由对称共焦腔输出的光束方向性. 已知两个透镜的焦距分别为 $f_1 = 2.5 \text{ cm}$, $f_2 = 20 \text{ cm}$, $\lambda = 0.6328 \text{ }\mu\text{m}$, $\omega_0 = 0.28 \text{ mm}$, $l_1 \gg f_1$ (L_1 紧靠腔的输出镜面). 求该望远镜系统光束发散角的压缩比.

Solution.

Chapter 5

典型激光器介绍

5.1 固体激光器

5.2 气体激光器

5.3 染料激光器

5.4 半导体激光器

5.5 其他激光器

Problems