

第2章 激光器的工作原理

2.1 光学谐振腔结构与稳定性

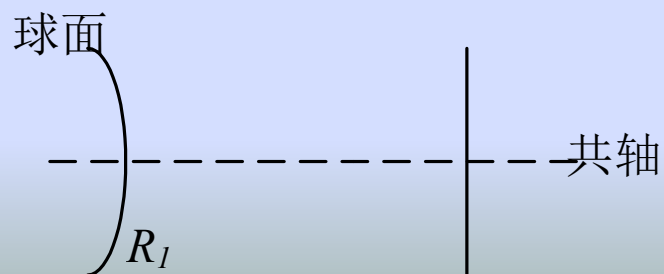
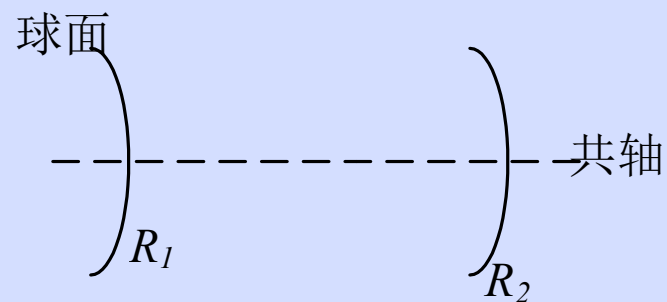
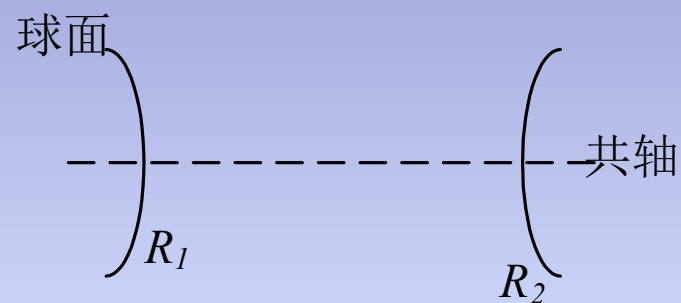
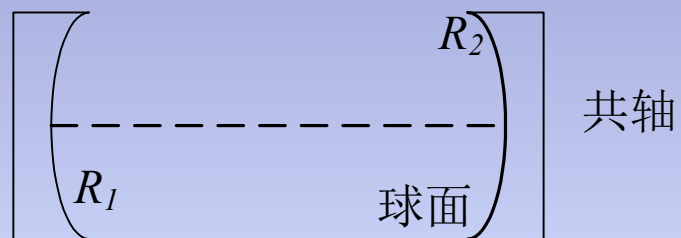
2.2 速率方程组与粒子数反转

2.3 均匀增宽介质的增益系数和增益饱和

2.4 非均匀增宽介质增益饱和

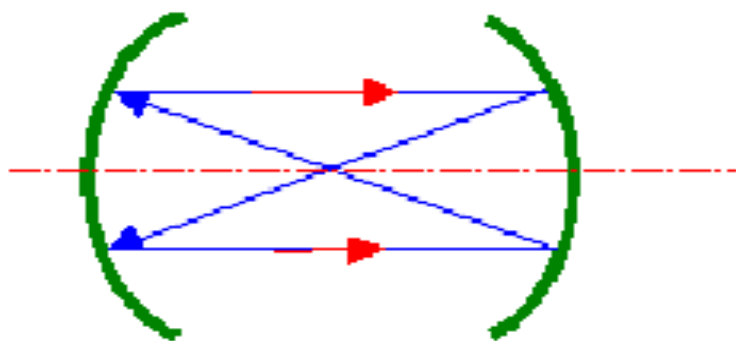
2.5 激光器的损耗与阈值条件

一. 共轴球面谐振腔的稳定性条件

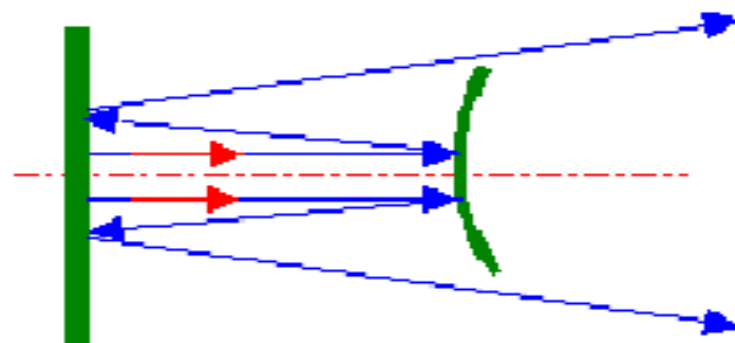


按几何损耗(几何反射逸出)分类

光腔 { 稳定腔
临界腔
非稳腔



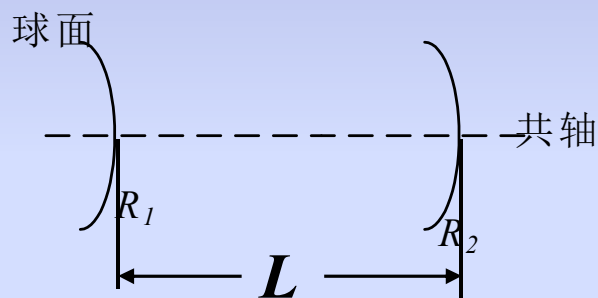
稳定腔



非稳定腔

一、共轴球面谐振腔的稳定性条件

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1} \quad g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}$$



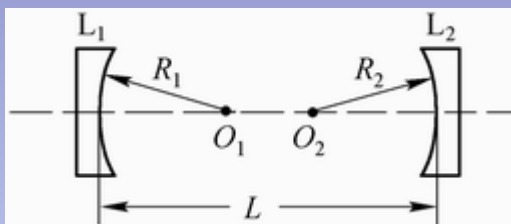
凹面向着腔内时(凹镜) $R_i > 0$,

凸面向着腔内时(凸镜) $R_i < 0$ 。

稳定腔: $0 < g_1 g_2 < 1$ $g_1 = g_2 = 0$

非稳腔: $g_1 g_2 > 1$ 或 $g_1 g_2 < 0$

临界腔: $g_1 g_2 = 1$ 或 $g_1 g_2 = 0$



共轴球面腔结构示意图

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

$$A = - \left[\frac{2L}{R_1} - \left(1 - \frac{2L}{R_1} \right) \left(1 - \frac{2L}{R_2} \right) \right]$$

$$B = 2L \left(1 - \frac{L}{R_2} \right)$$

$$C = - \left[\frac{2}{R_1} + \frac{2}{R_2} \left(1 - \frac{2L}{R_1} \right) \right]$$

$$D = 1 - \frac{2L}{R_2}$$

谢尔威斯特定理

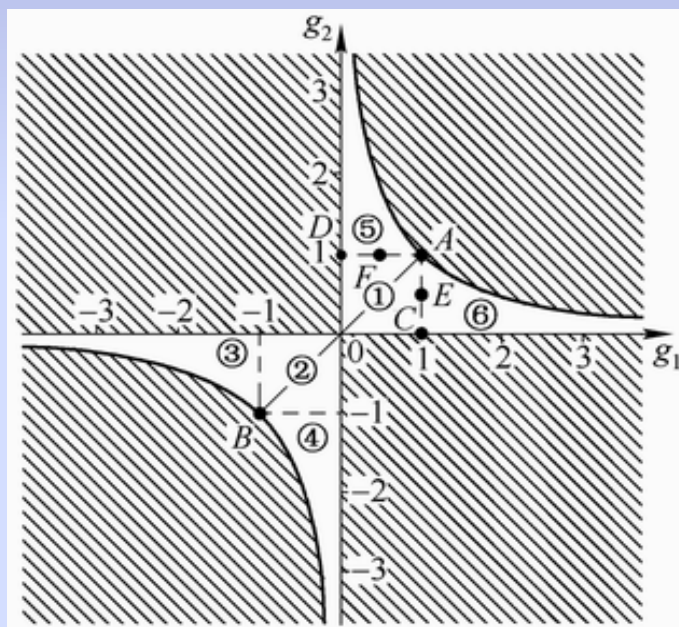
$$M_{nL} = \frac{1}{\sin \varphi} \begin{bmatrix} A \sin n\varphi - \sin(n-1)\varphi & B \sin n\varphi \\ C \sin n\varphi & D \sin n\varphi - \sin(n-1)\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{bmatrix}$$

$$\cos \varphi = \frac{A + D}{2}$$

$$\left| \frac{A + D}{2} \right| < 1$$

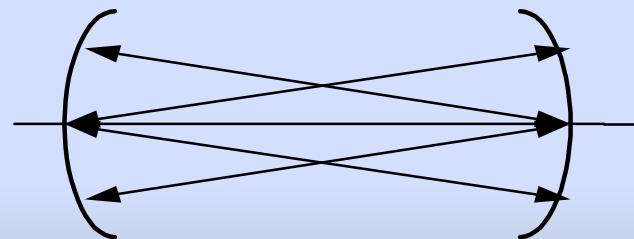
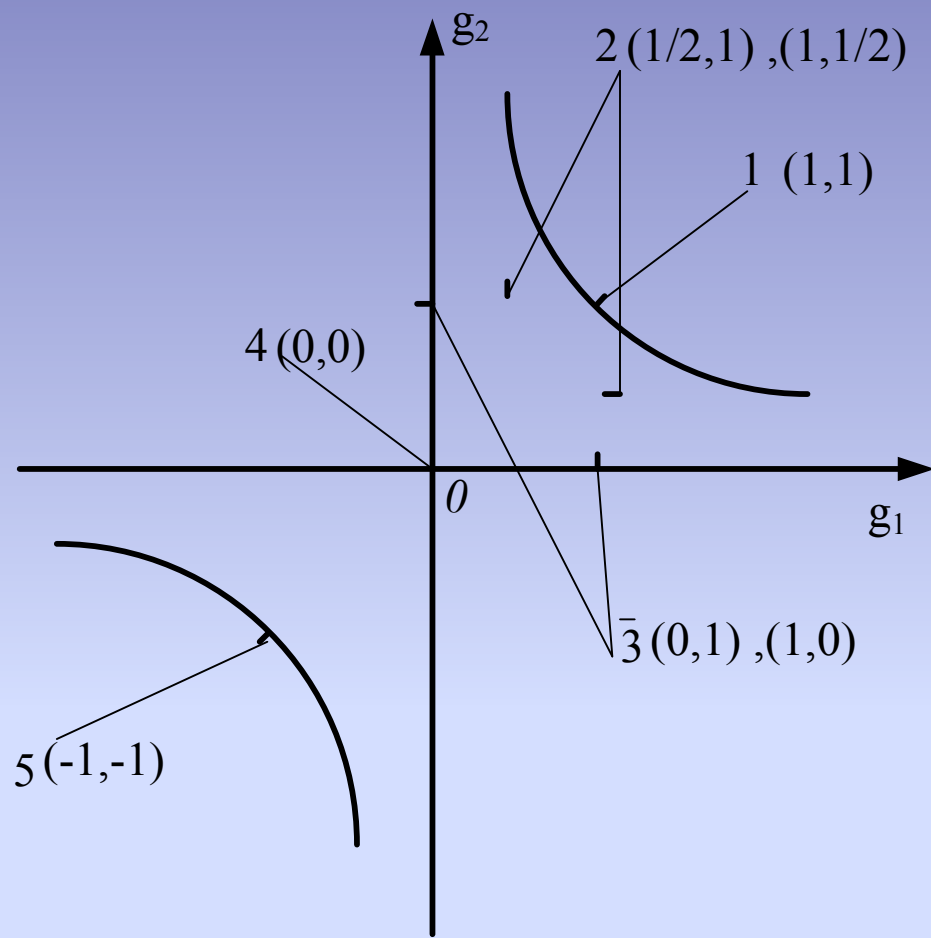
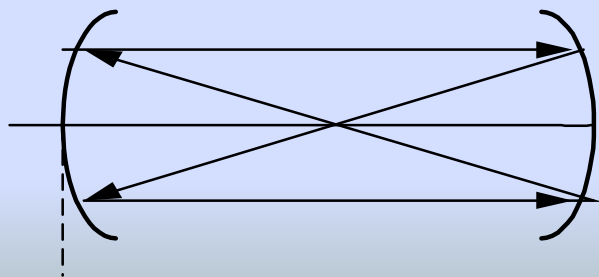
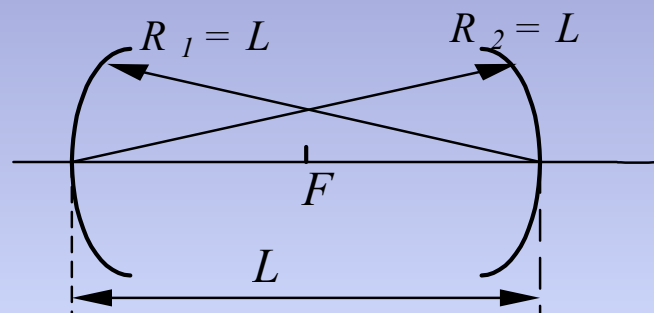
二、共轴球面谐振腔的稳定图及其分类

◆ 稳定图

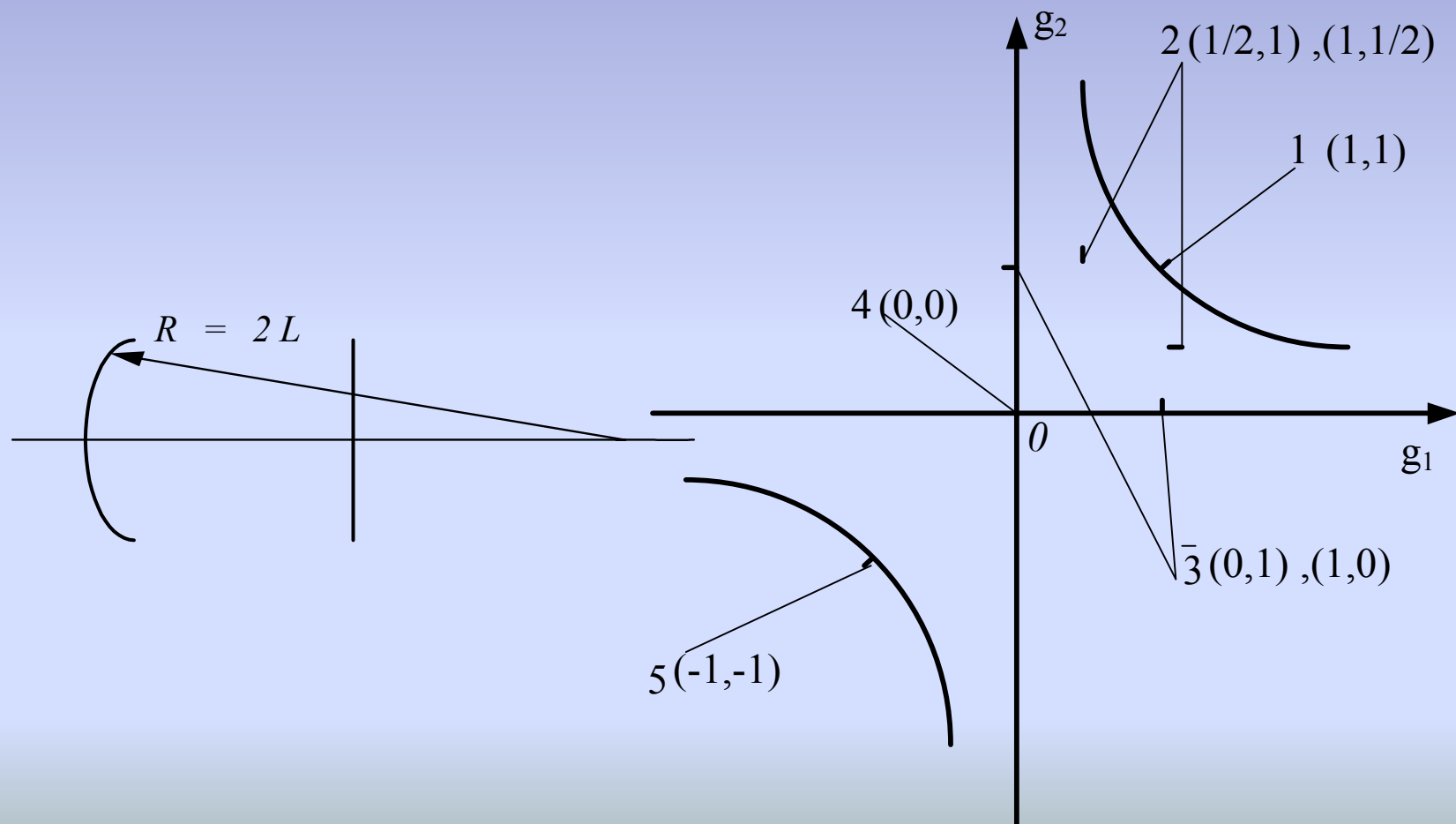


图(2-2) 共轴球面腔的稳定图

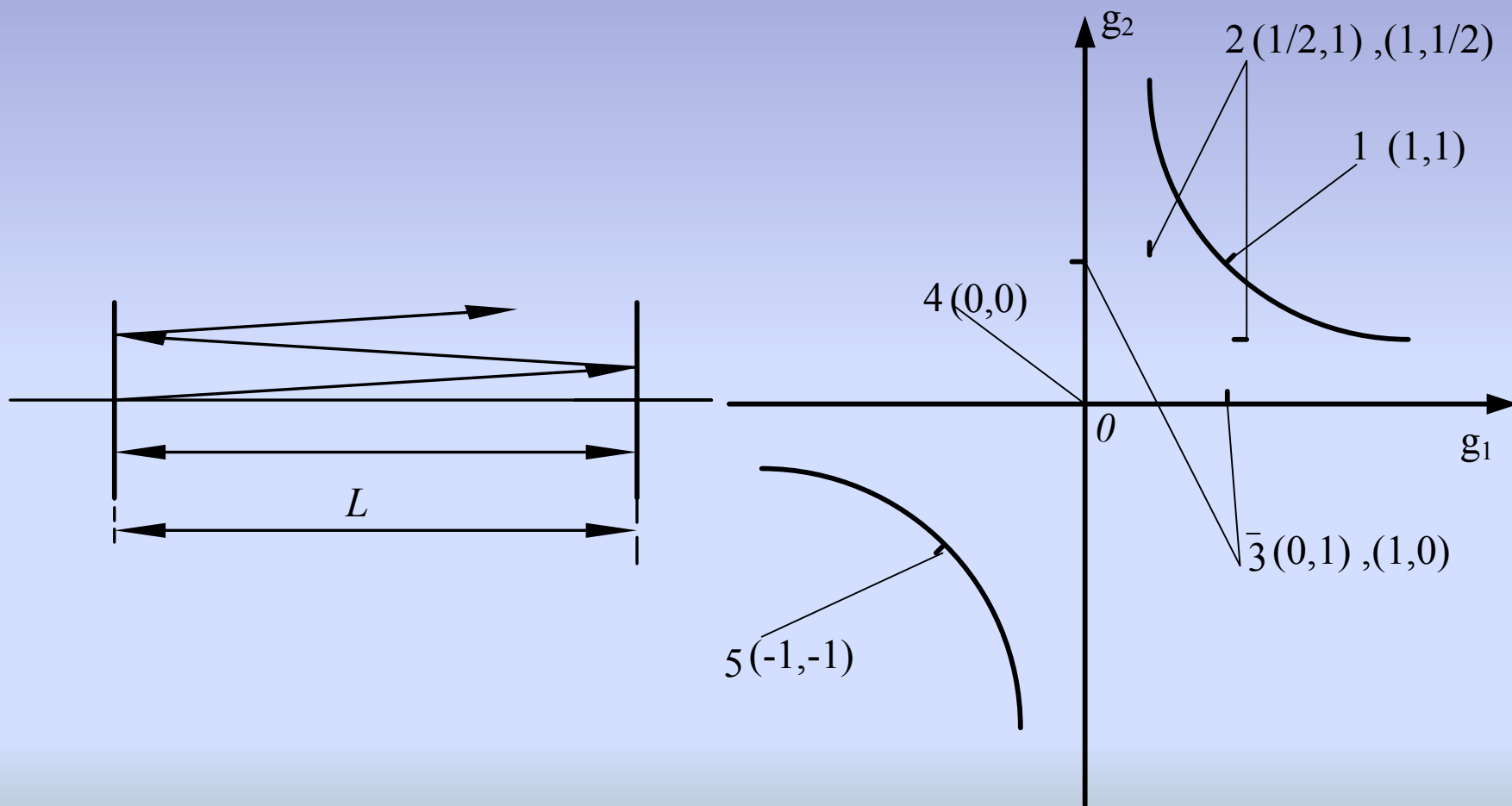
1. 对称共焦腔



2. 半共焦腔：由共焦腔的任一个凹面反射镜与放在公共焦点处的平面镜组成



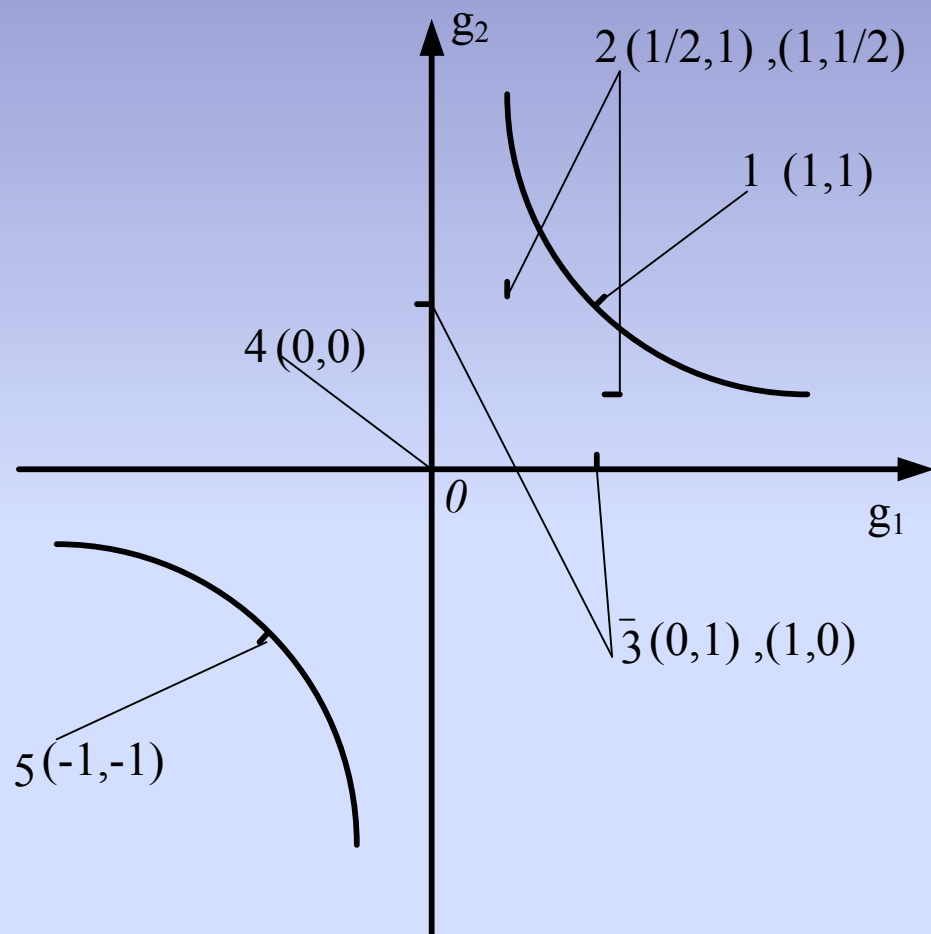
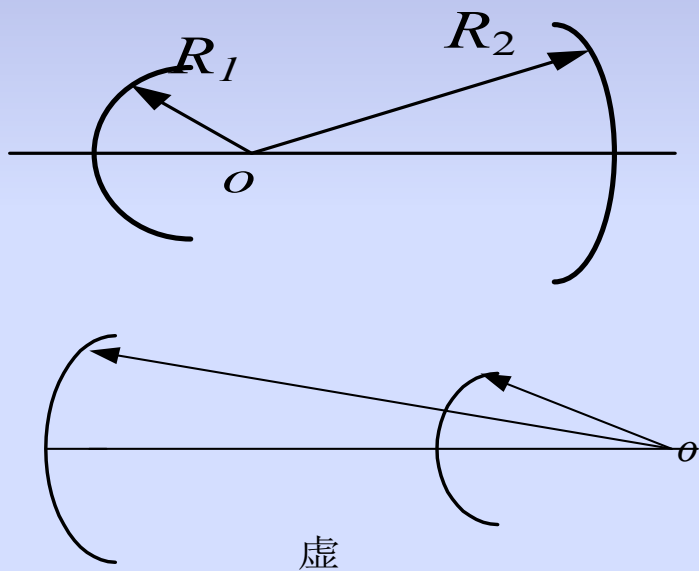
3. 平行平面腔：由两个平面反射镜组成的共轴谐振腔



4. 共心腔:

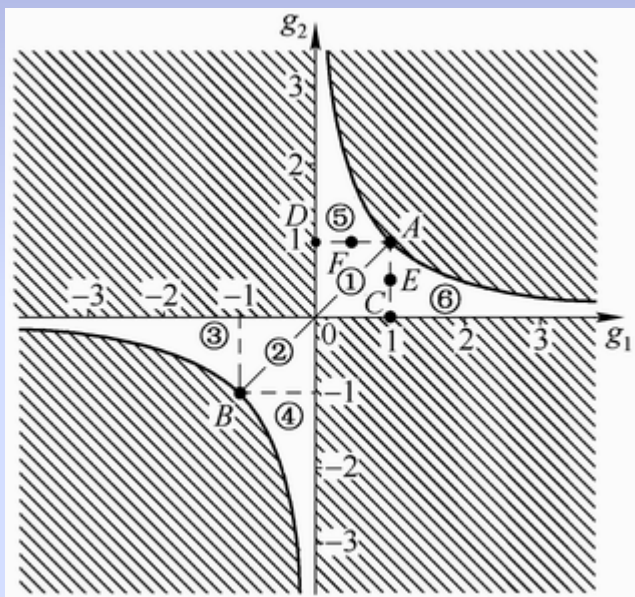
实共心腔: 双凹腔

虚共心腔: 凹凸腔



三、 稳定图的应用

■ 制作一个腔长为L的对称稳定腔，反射镜曲率半径的取值范围如何确定？



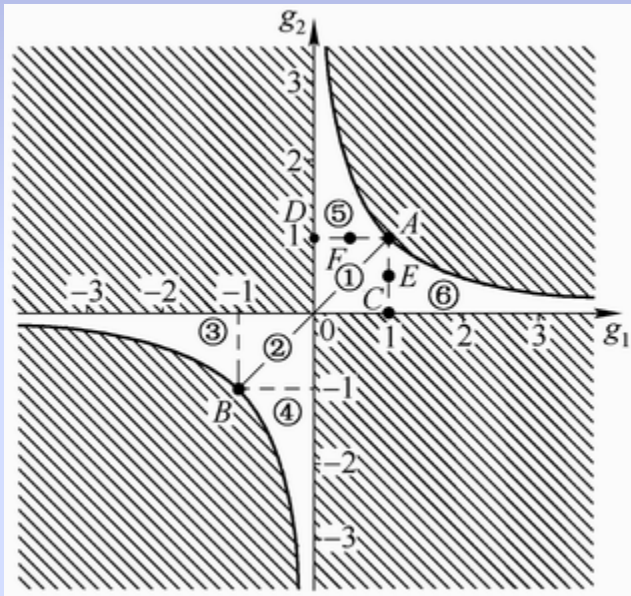
图(2-2) 共轴球面腔的稳定图

因此, 反射镜曲率半径的取值范围:

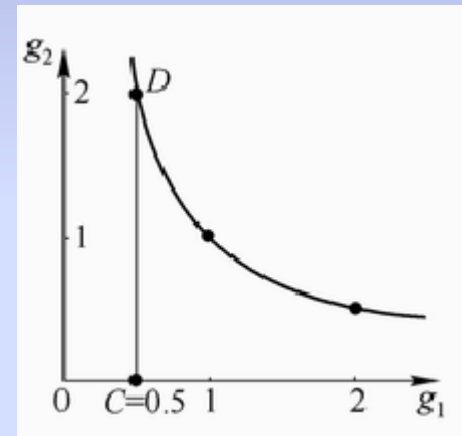
$$\frac{L}{2} < R < \infty$$

■ 给定稳定腔的一块反射镜，要选配另一块反射镜的曲率半径，其取值范围如何确定？

例如： $R_1 = 2L$ 则 $g_1 = 0.5$



图(2-2) 共轴球面腔的稳定图



例：某稳定腔两面反射镜的曲率半径分别 $R_1=-1\text{m}$ 及 $R_2=1.5\text{m}$ 。

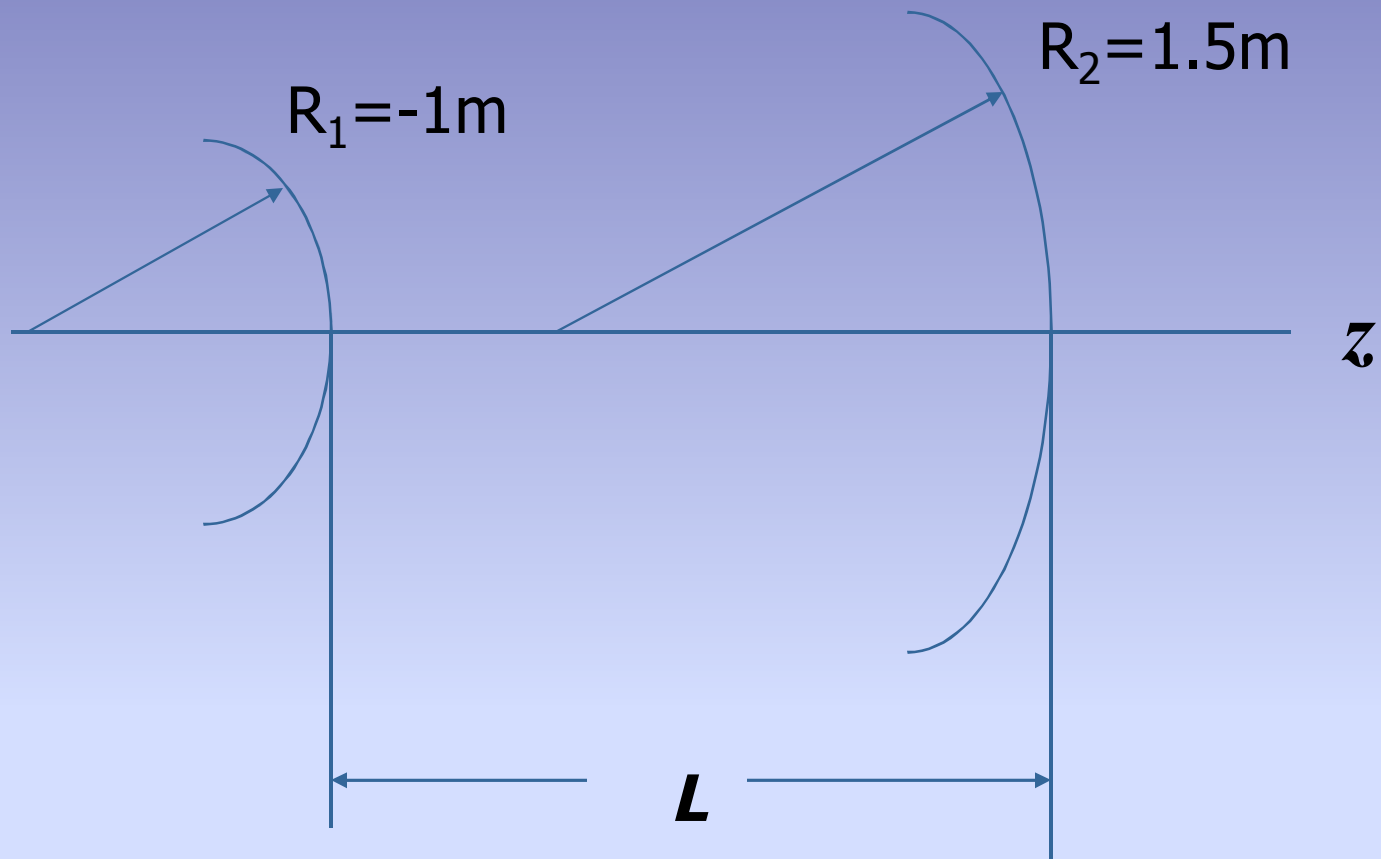
(1) 这是哪一类型谐振腔？

(2) 试确定腔长 L 的可能取值范围，并作出谐振腔的简单示意图。

(3) 请作稳定图并指出它在图中的可能位置范围。

解.(1) $R_1<0$ (凸镜) 而 $R_2>0$ (凹镜) 且稳定，是凹凸稳定腔。

(2) 腔长取值范围为 **$0.5\text{m} < L < 1.5\text{m}$**

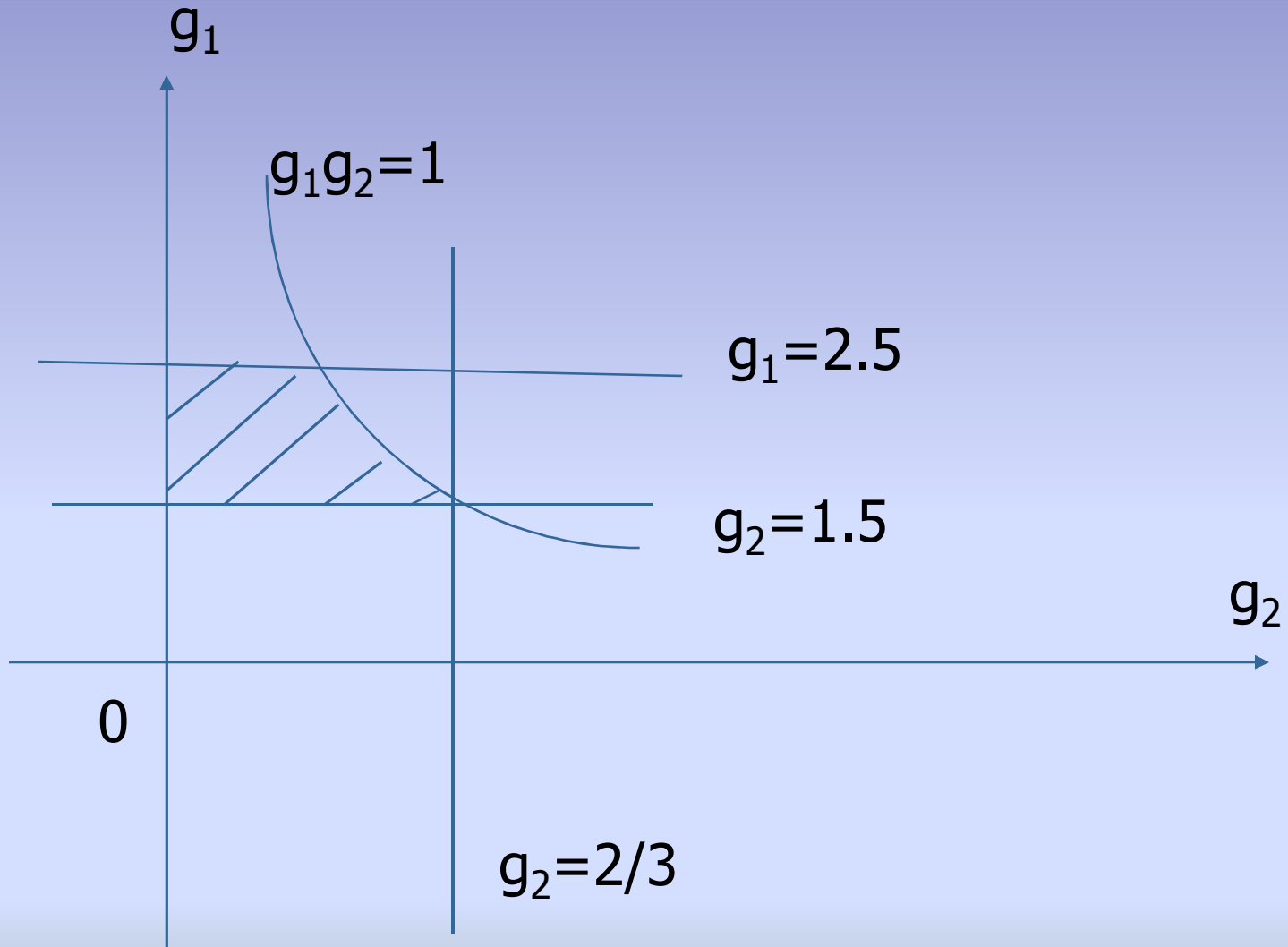


(3)把腔长取值范围 $0.5m < L < 1.5m$ 分别代入 g_1
和 g_2 的表达式可得

和

$$1.5 < g_1 < 2.5$$

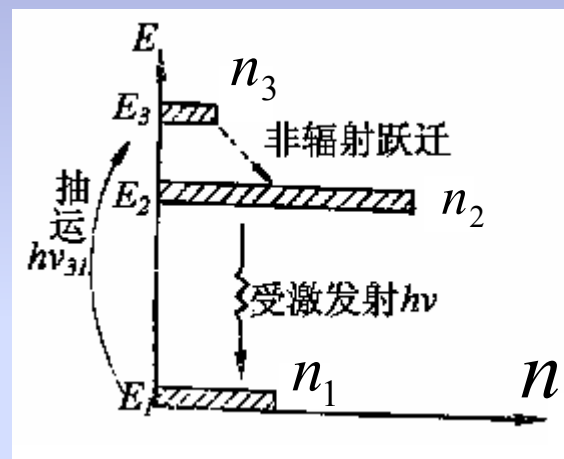
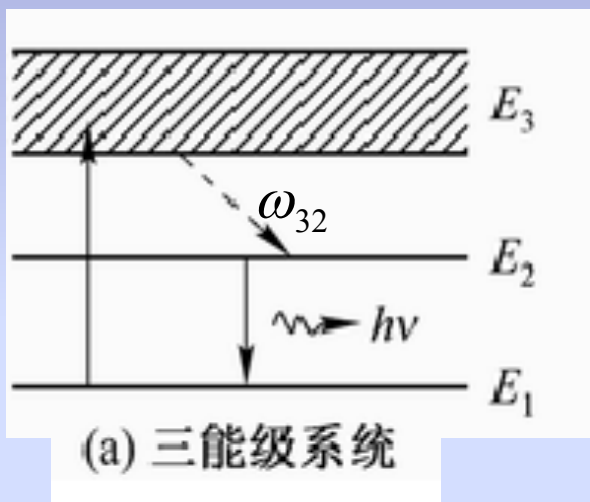
$$0 < g_2 < 2/3$$



2.2. 速率方程组与粒子数反转

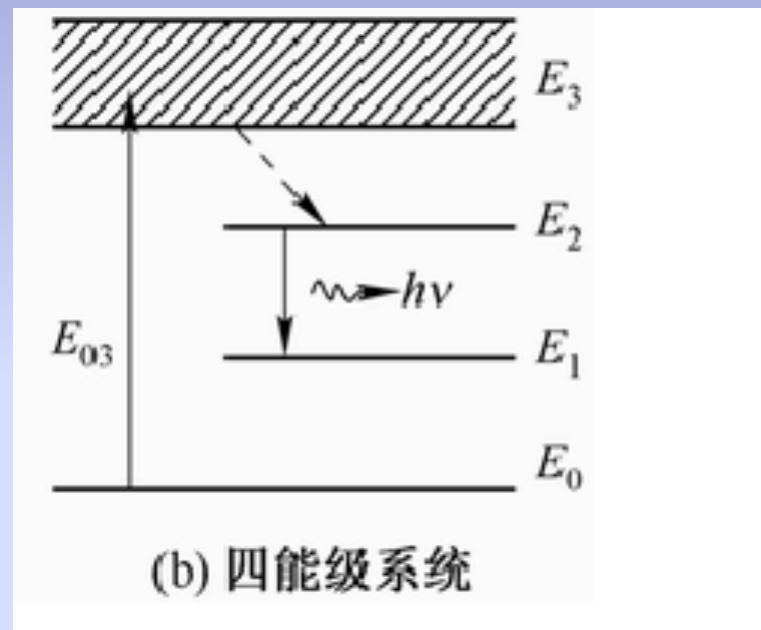
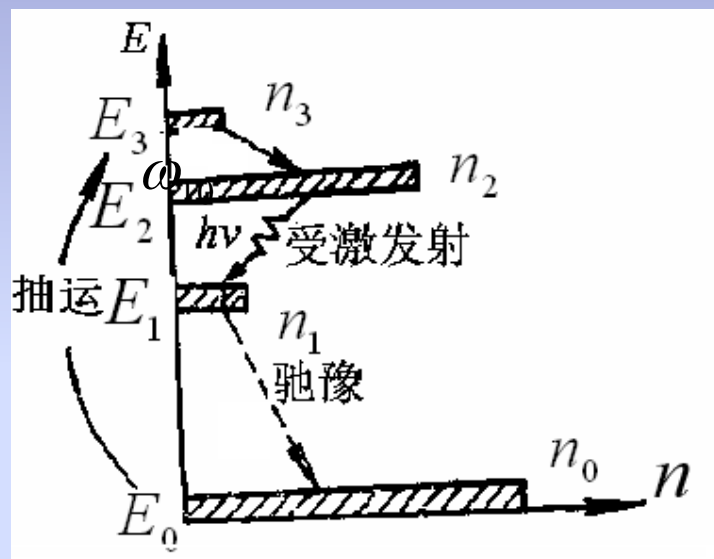
一、三能级系统和四能级系统

■ 三能级系统



激光的下能级为基态，不易实现粒子数反转。

■ 四能级系统



二. 速率方程组

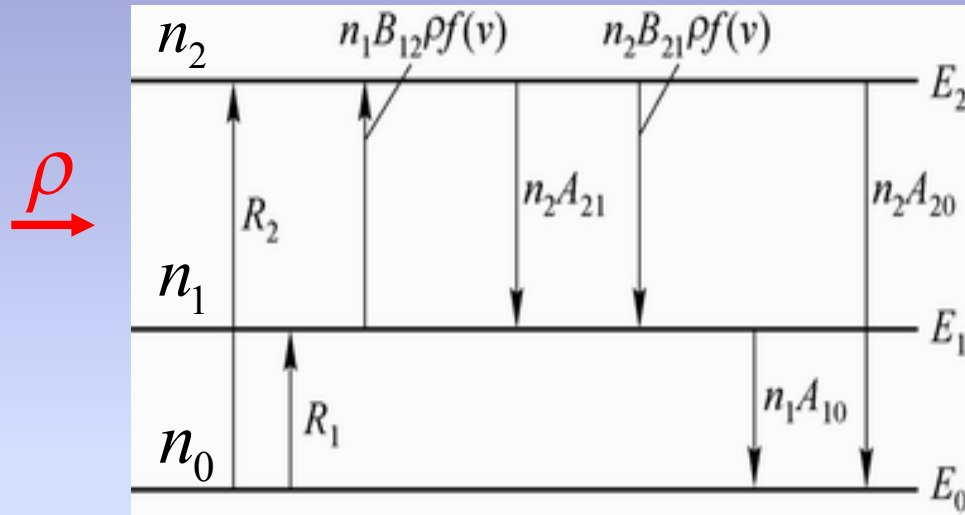


图 (2-5) 简化的四能级图

$$\begin{aligned}\frac{dn_2}{dt} &= R_2 + n_1 W_{12} - n_2 A_{21} - n_2 A_{20} - n_2 W_{21} \\ &= R_2 + n_1 B_{12} \rho f(\nu) - n_2 A_{21} - n_2 A_{20} - n_2 B_{21} \rho f(\nu)\end{aligned}$$

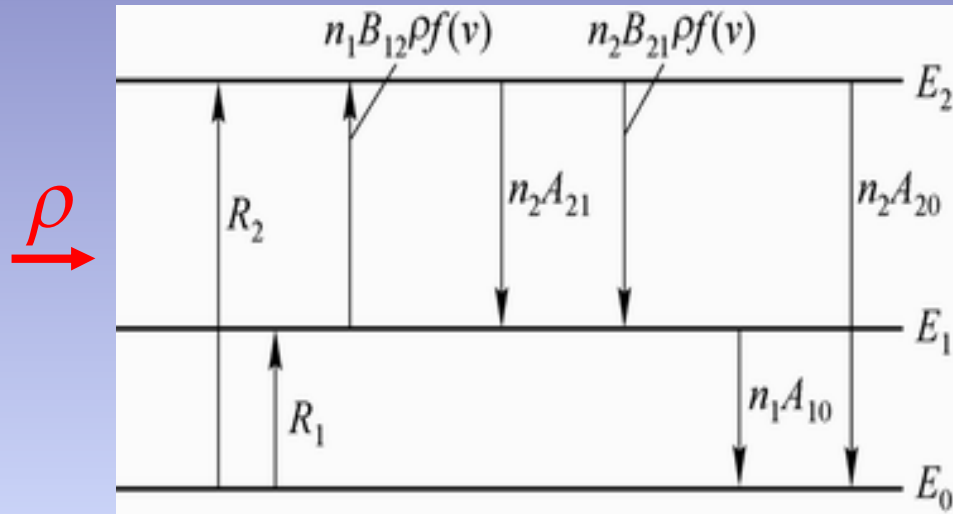


图 (2-5) 简化的四能级图

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= R_1 + n_2 A_{21} + n_2 W_{21} - n_1 W_{12} - n_1 A_{10} \\ &= R_1 + n_2 A_{21} + n_2 B_{21} \rho f(v) - n_1 B_{12} \rho f(v) - n_1 A_{10} \end{aligned}$$

$$n_0 + n_1 + n_2 = n$$

速率方程组

$$\frac{dn_2}{dt} = R_2 + n_1 B_{12} \rho f(\nu) - n_2 A_{21} - n_2 A_{20} - n_2 B_{21} \rho f(\nu)$$

$$\frac{dn_1}{dt} = R_1 + n_2 A_{21} + n_2 B_{21} \rho f(\nu) - n_1 B_{12} \rho f(\nu) - n_1 A_{10}$$

$$n = n_0 + n_1 + n_2$$

三、 稳态工作时的粒子数密度反转分布

$$\frac{dn_0}{dt} = \frac{dn_1}{dt} = \frac{dn_2}{dt} = 0$$

$$n_1 = (R_1 + R_2)\tau_1$$

$$n_2 = \frac{R_2\tau_2 + (R_1 + R_2)\tau_1\tau_2 B_{21}\rho f(\nu)}{1 + \tau_2 B_{21}\rho f(\nu)}$$

激光上下能级粒子数密度反转分布

$$\begin{aligned}\Delta n &= n_2 - n_1 \\ &= \frac{R_2 \tau_2 - (R_1 + R_2) \tau_1}{1 + \tau_2 B_{21} \rho f(\nu)} \\ &= \frac{\Delta n^0}{1 + \tau_2 B_{21} \rho f(\nu)}\end{aligned}$$

τ_1, τ_2 分别为上、下能级的寿命

四、小信号工作时的粒子数密度反转分布

$$\Delta n^0 = R_2 \tau_2 - (R_1 + R_2) \tau_1$$

Δn^0 称作小信号工作时反转粒子数密度

五、 均匀增宽型介质的粒子数密度反转分布

$$f(\nu) = \frac{\Delta\nu/2\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu/2)^2}$$

$$f(\nu_0) = \frac{2}{\pi\Delta\nu}$$

饱和光强

$$I_s = \frac{\pi c \Delta\nu}{2\mu B_{21} \tau_2}$$

氮氛激光器: $I_s = 0.1 \text{ W/mm}^2 \sim 0.3 \text{ W/mm}^2$

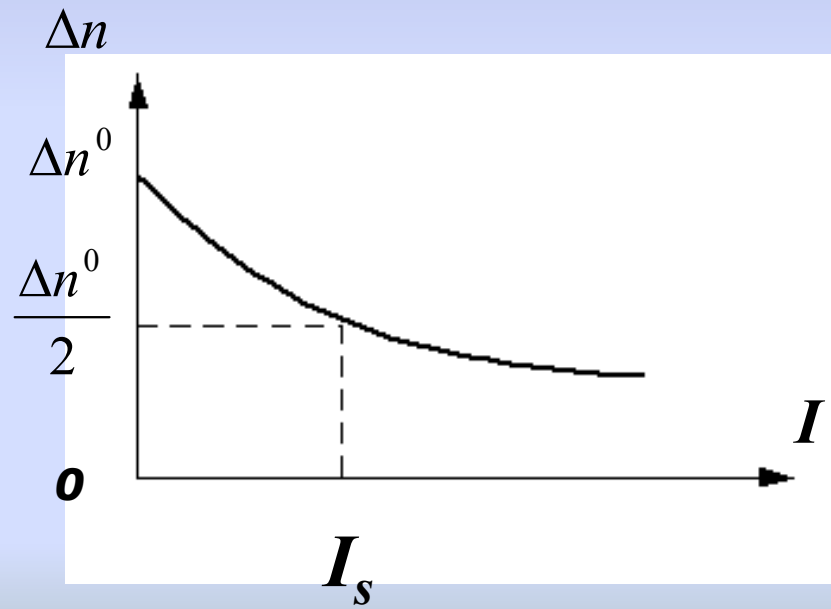
二氧化碳激光器: $I_s = 1 \sim 2 \text{ W/mm}^2$

均匀增宽型介质的粒子数密度反转分布

$$\Delta n = \frac{\Delta n^0}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}} = \begin{cases} \frac{\Delta n^0}{1 + I/I_s} & \nu = \nu_0 \\ \frac{[(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu/2)^2] \Delta n^0}{(\nu - \nu_0)^2 + (1 + I/I_s)(\Delta\nu/2)^2} & \nu \neq \nu_0 \end{cases}$$

六、均匀增宽型介质粒子数密度反转分布的饱和效应

饱和效应：粒子数密度反转分布值 Δn 随光强的增加而减小的现象



Δn 与入射光频率 ν 的关系

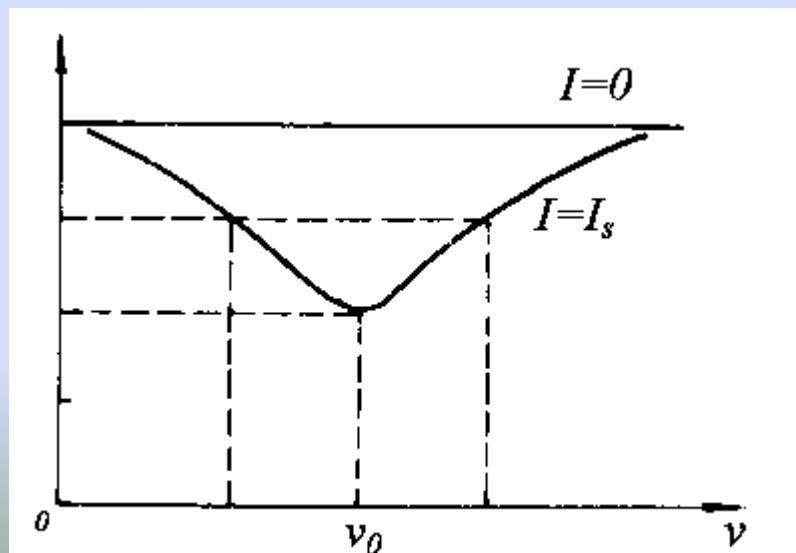
$$\Delta n = \frac{\Delta n^0}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}} = \begin{cases} \frac{\Delta n^0}{1 + I/I_s} & \nu = \nu_0 \\ \frac{[(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu/2)^2] \Delta n^0}{(\nu - \nu_0)^2 + (1 + I/I_s)(\Delta\nu/2)^2} & \nu \neq \nu_0 \end{cases}$$

$$\nu = \nu_0$$

$$\nu \neq \nu_0$$

Δn

$$\begin{aligned} &\Delta n^0 \\ &\frac{3}{4} \Delta n^0 \\ &\frac{\Delta n^0}{2} \end{aligned}$$



$$I = I_s$$

<div>频率</div> <div>Δn</div> <div>ν</div>	ν_0	$\nu_0 \pm \frac{\Delta \nu}{2}$	$\nu_0 \pm (1 + \frac{I}{I_s})^{1/2} \frac{\Delta \nu}{2}$	$\nu_0 \pm \Delta \nu$
Δn	$\frac{\Delta n^0}{2}$	$\frac{2}{3} \Delta n^0$	$\frac{3}{4} \Delta n^0$	$\frac{5}{6} \Delta n^0$
$\Delta n^0 - \Delta n$	$\frac{\Delta n^0}{2}$	$\frac{1}{3} \Delta n^0$	$\frac{1}{4} \Delta n^0$	$\frac{1}{6} \Delta n^0$

对介质有影响的光波的频率范围：或使介质产生饱和作用的频率范围

$$\nu_0 - \nu = \pm \sqrt{1 + \frac{I}{I_s}} \frac{\Delta \nu}{2}$$

2.3 均匀增宽介质的增益系数和增益饱和

一、均匀增宽介质的增益系数

$$G(\nu) = \Delta n B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h\nu$$

$$G(\nu) = \frac{\Delta n^0}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}} B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h\nu$$

小信号 $I \ll I_s$ 增益系数 $G^0(\nu) = \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h\nu$

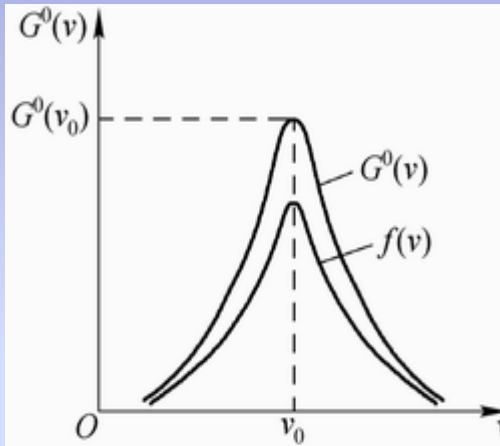


图2-7 均匀增宽介质小信号增益系数

中心频率 ν_0 处小信号 $I \ll I_s$ 增益系数

$$G^0(\nu_0) = \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} \frac{2}{\pi \Delta \nu} h\nu_0$$

$$G(\nu) = \frac{\Delta n^0}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}} B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h\nu$$

均匀增宽介质的增益系数

$$G(\nu) = \frac{G^0(\nu)}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}}$$

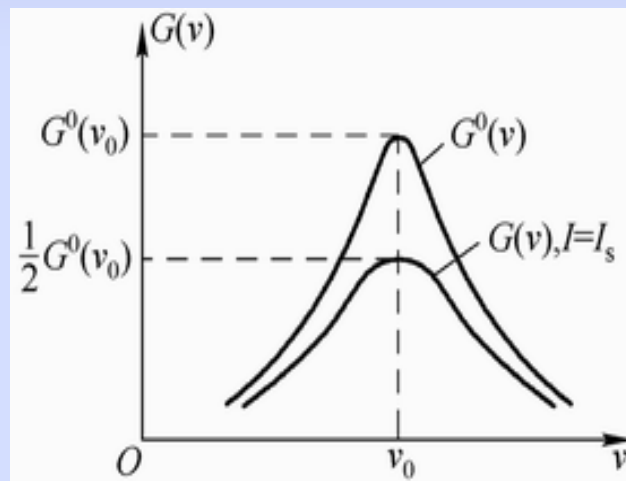
二、 均匀增宽介质的增益饱和

饱和效应：随着I 的增大, G 和 Δn 不增反降的现象

$$G(\nu) = \frac{G^0(\nu)}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}}$$

■ 介质对频率 ν_0 ，光强为 I 的光波的增益系数

$$G(\nu_0) = \frac{G^0(\nu_0)}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu_0)}{f(\nu_0)}} = \frac{G^0(\nu_0)}{1 + \frac{I}{I_s}}$$

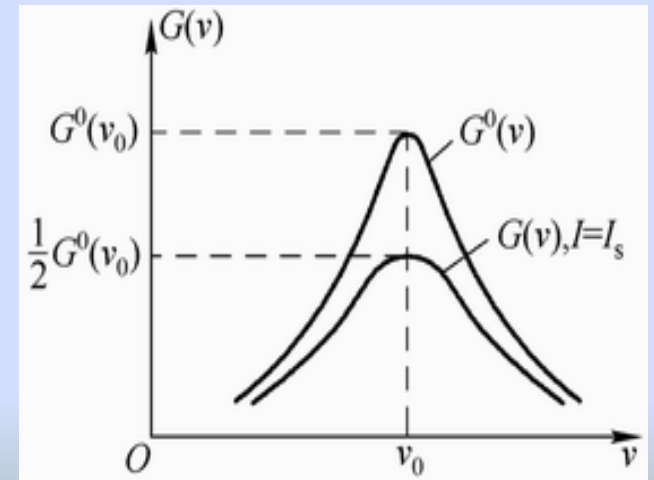


图(2-8) 均匀增宽型增益饱和曲线

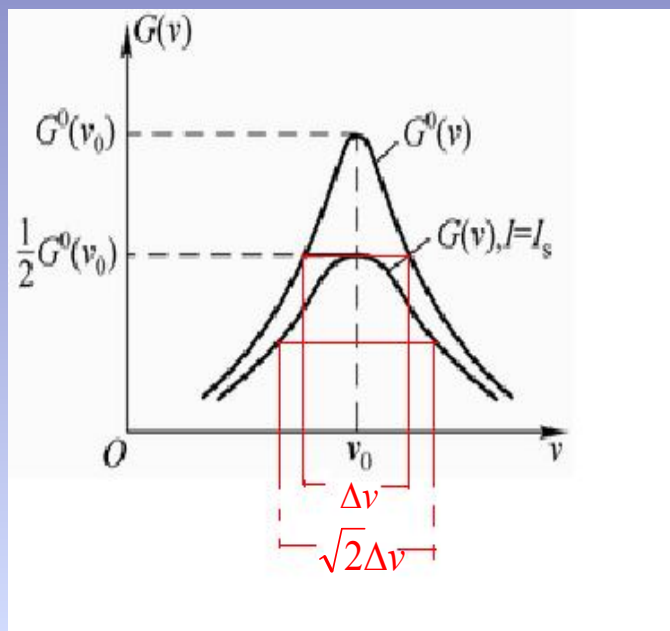
■ 介质对频率为 $\nu \neq \nu_0$ 、光强为 I 的光波的增益系数

$$G(\nu) = \frac{G^0(\nu)}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu)}{f(\nu_0)}} = \frac{[(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu/2)^2] G^0(\nu)}{(\nu - \nu_0)^2 + (1 + \frac{I}{I_s})(\frac{\Delta\nu}{2})^2}$$
$$= \frac{(\Delta\nu/2)^2}{(\nu - \nu_0)^2 + (1 + \frac{I}{I_s})(\frac{\Delta\nu}{2})^2} G^0(\nu_0)$$

$$G(\nu) < G^0(\nu) < G^0(\nu_0)$$

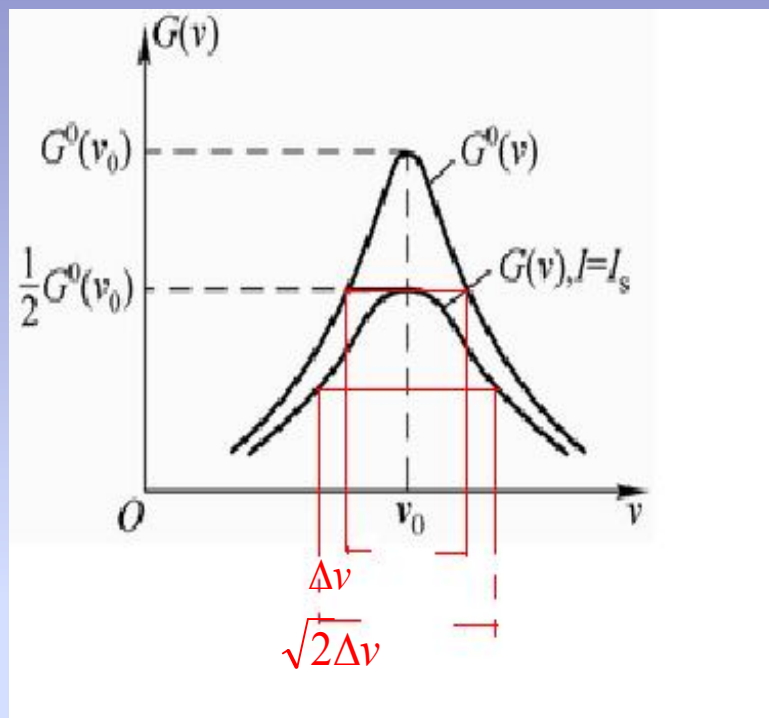


图(2-8) 均匀增宽型增益饱和曲线



$$I = I_s$$

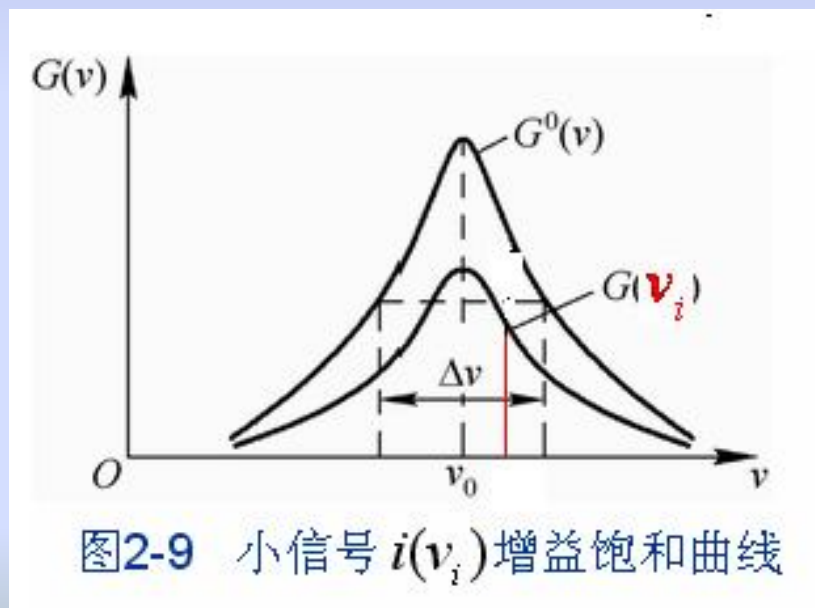
<div>频率 v</div> <div>增益系数 $G(v)$</div>	v_0	$v_0 \pm \frac{\Delta v}{2}$	$v_0 \pm (1 + \frac{I}{I_s})^{1/2} \frac{\Delta v}{2}$	$v_0 \pm \Delta v$
$G(v)$	$\frac{1}{2}G^0(v_0)$	$\frac{1}{3}G^0(v_0) = \frac{2}{3}G(v)$	$\frac{1}{4}G^0(v_0) = \frac{3}{4}G(v)$	$\frac{1}{6}G^0(v_0) = \frac{5}{6}G(v)$
$G^0(v) - G(v)$	$\frac{1}{2}G^0(v_0)$	$\frac{1}{3}G^0(v) = \frac{1}{6}G^0(v_0)$	$\frac{1}{4}G^0(v) = \frac{1}{12}G^0(v_0)$	$\frac{1}{6}G^0(v) = \frac{1}{30}G^0(v_0)$



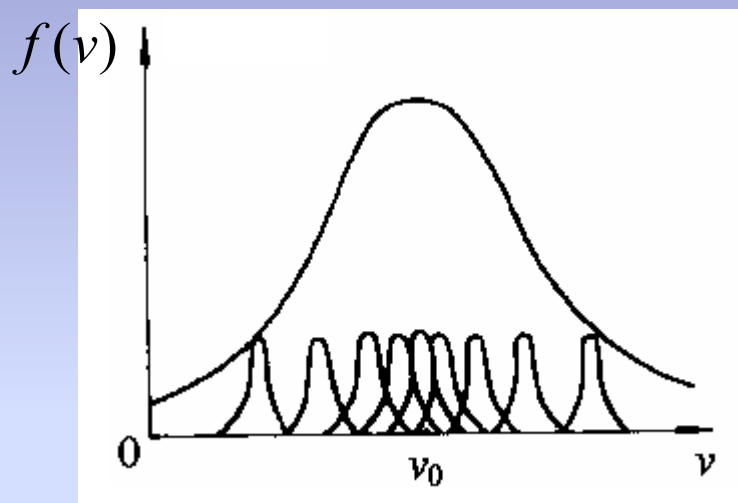
$I \sim 0$, 小信号增益系数 $G^0(v)$ 的宽度为 Δv ；

$I \sim I_s$, 增益系数 $G(v)$ 的宽度为 $\sqrt{2} \cdot \Delta v > \Delta v$

- 频率为 ν 、光强为 I 的强光作用下增益介质对另一小信号 $i(\nu_i)$ (弱光) 的增益系数 $G(\nu_i)$ 。



2.4 非均匀增宽介质的增益饱和



$$\Delta n = n_2 - n_1 = \frac{\Delta n^0}{1 + \tau_2 B_{21} \rho f(v)}$$

$$\Delta n^0 = n_2^0 - n_1^0 = R_2 \tau_2 - (R_1 + R_2) \tau_1$$

一、小信号时的粒子数密度反转分布值

E_2 能级上： $v_1 - v_1 + dv_1$ 粒子数密度

$$n_2^0(v_1)dv_1 = n_2^0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_1^2}{2kT}\right) \cdot dv_1$$

E_1 能级上： $v_1 - v_1 + dv_1$ 粒子数密度

$$n_1^0(v_1)dv_1 = n_1^0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_1^2}{2kT}\right) \cdot dv_1$$

$v_1 - v_1 + dv_1$ 粒子数密度反转分布值

$$\Delta n^0(v_1)dv_1 = n_2^0(v_1)dv_1 - n_1^0(v_1)dv_1$$

$$= \Delta n^0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_1^2}{2kT}\right) \cdot dv_1$$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta n^0(v_1)dv_1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta n^0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_1^2}{2kT}\right) \cdot dv_1 \\ &= \Delta n^0 \end{aligned}$$

单位速度间隔内粒子数密度反转分布值

$$\Delta n^0(v_1) = \Delta n^0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{mv_1^2}{2kT}\right)$$

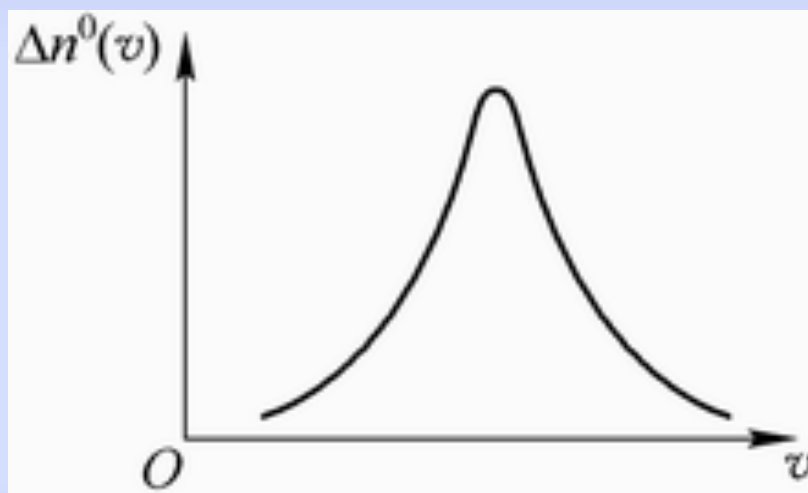


图 (2-10) $\Delta n^0(v) - v$ 曲线

$$\nu_1 = \nu_0 \left(1 + \frac{v_1}{c}\right) \Rightarrow v_1 = (\nu_1 - \nu_0) \frac{c}{\nu_0}$$

$$d\nu_1 = \frac{\nu_0}{c} dv_1 \Rightarrow dv_1 = \frac{c}{\nu_0} d\nu_1$$

辐射 $\nu_1 - \nu_1 + d\nu_1$ 光波的粒子数密度反转分布值

$$\Delta n^0(\nu_1) d\nu_1 = \Delta n^0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{mc^2(\nu_1 - \nu_0)^2}{2kT\nu_0^2} \right] \frac{c}{\nu_0} d\nu_1$$

$$\begin{aligned}\Delta n^0(v_1)dv_1 &= \Delta n^0 \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{mc^2(v_1 - v_0)^2}{2kTv_0^2}\right] \frac{c}{v_0} dv_1 \\ &= \Delta n^0 f_D(v_1)dv_1\end{aligned}$$

单位频率间隔内的粒子数密度反转分布值

$$\Delta n^0(v_1) = \Delta n^0 f_D(v_1)$$

二、小信号时的增益系数

$\Delta n^0(\nu_1) \cdot d\nu_1$ 对增益系数的贡献:

$$dG_D^0(\nu) = \Delta n^0(\nu_1) \cdot d\nu_1 \cdot B_{21} \frac{\mu}{c} f(\nu) h\nu$$

$$= \Delta n^0 f_D(\nu_1) d\nu_1 B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \cdot f(\nu)$$

介质的小信号增益系数

$$G_D^0(\nu) = \int_0^\infty dG_D^0(\nu) = \int_0^\infty \Delta n^0 f_D(\nu_1) d\nu_1 B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \cdot f(\nu)$$

$$\begin{aligned}
 G_D^0(\nu) &= \int_0^\infty \Delta n^0 f_D(\nu_1) d\nu_1 B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \cdot f(\nu) \\
 &= \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \frac{\Delta\nu}{2\pi} \int_0^\infty f_D(\nu_1) \frac{d\nu_1}{(\nu - \nu_1)^2 + (\Delta\nu/2)^2} \\
 &= \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \cdot f_D(\nu) \cdot \int_0^\infty \frac{\Delta\nu}{2\pi} \frac{d\nu_1}{(\nu - \nu_1)^2 + (\Delta\nu/2)^2} \\
 &= \Delta n^0 B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \cdot f_D(\nu)
 \end{aligned}$$

—非均匀增宽介质的小信号增益系数

三、稳态时粒子数密度反转分布

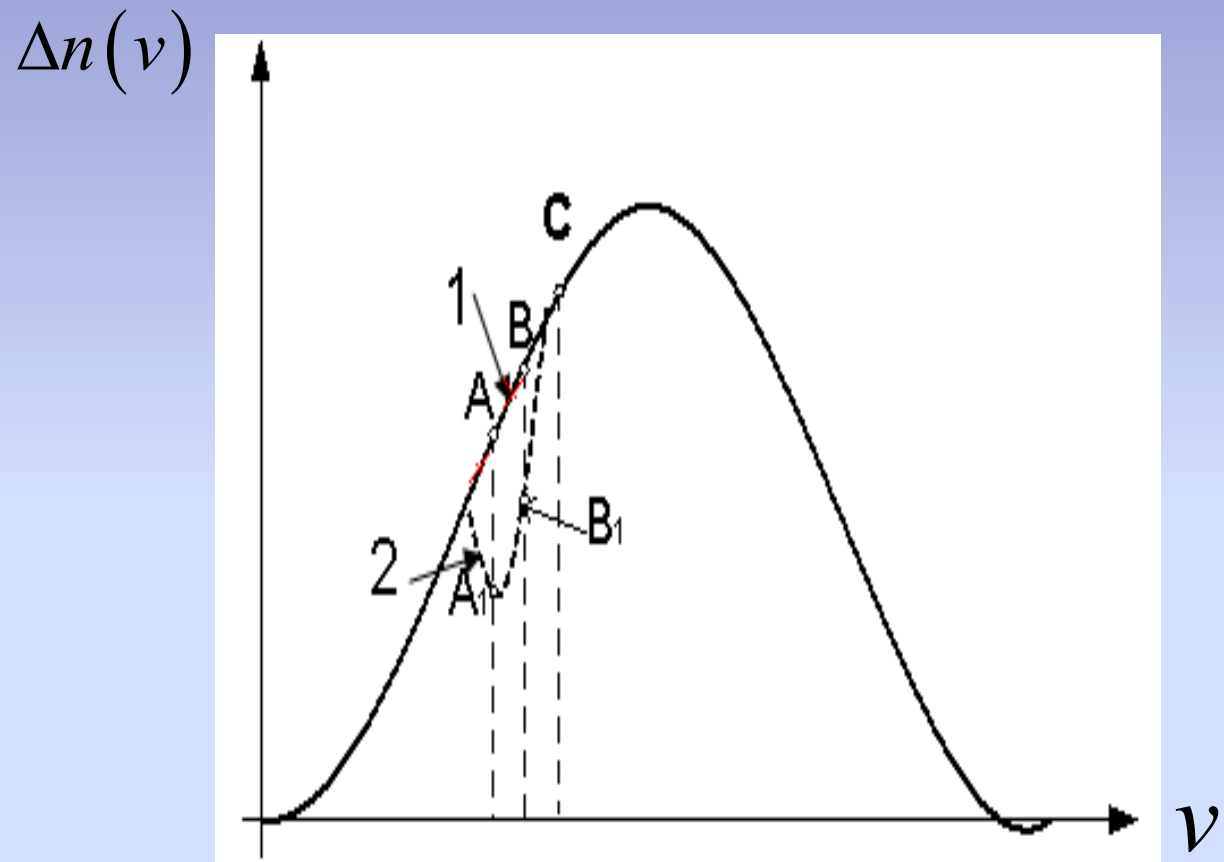
频率为 ν_1 、光强为 I 的光波在其中传播时

$$\Delta n(\nu_1) = \frac{\Delta n^0(\nu_1)}{1 + I/I_s} = \frac{\Delta n^0}{1 + I/I_s} f_D(\nu_1)$$

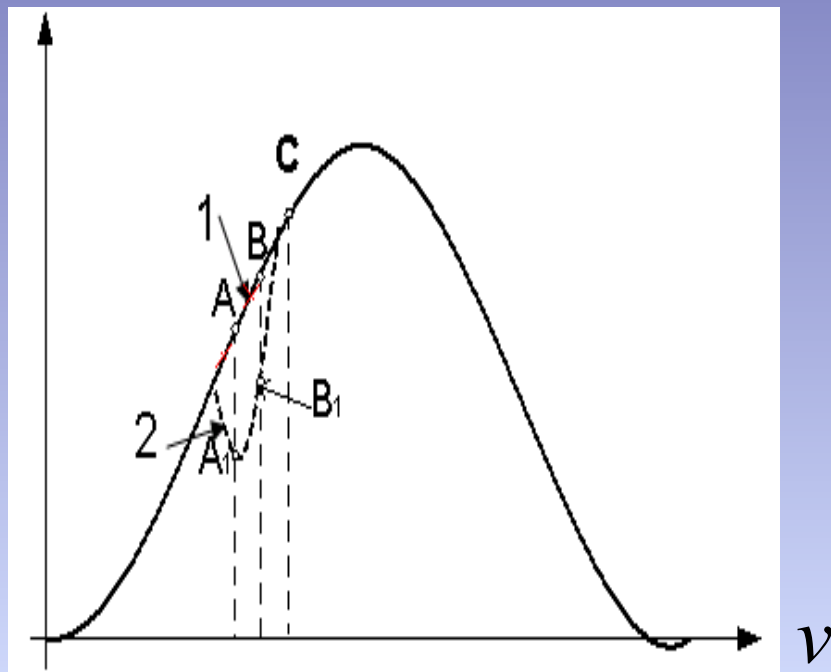
$$\Delta n(\nu) = \frac{\Delta n^0(\nu)}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu_1)}{f(\nu)}} = \frac{\Delta n^0}{1 + \frac{I}{I_s} \frac{f(\nu_1)}{f(\nu)}} f_D(\nu)$$

$$= \frac{(\nu_1 - \nu)^2 + \left(\frac{\Delta\nu}{2}\right)^2}{(\nu_1 - \nu)^2 + \left(1 + \frac{I}{I_s}\right)\left(\frac{\Delta\nu}{2}\right)^2} \cdot \Delta n^0 f_D(\nu)$$

反转粒子数 $\Delta n(\nu)$ 烧孔效应



图(2-12) 粒子数密度反转分布的饱和作用

$\Delta n(\nu)$ 

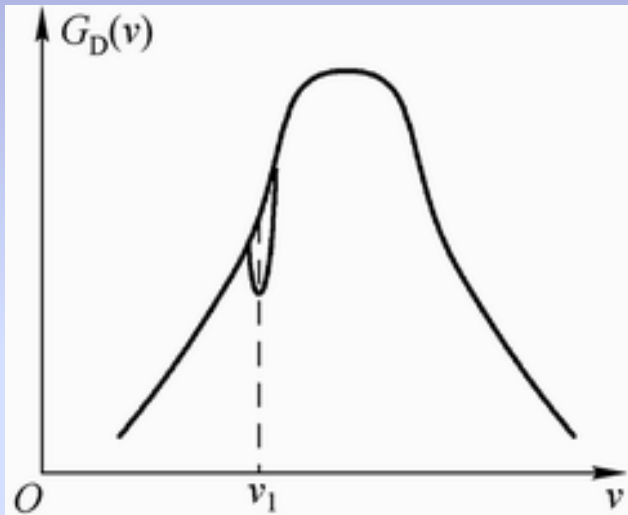
图(2-12) 粒子数密度反转分布的饱和作用

孔的深度 $\Delta n^0(\nu_1) - \Delta n(\nu_1) = \frac{I/I_s}{1 + I/I_s} \Delta n^0(\nu_1)$

孔的宽度 $\delta\nu = \left(1 + \frac{I}{I_s}\right)^{\frac{1}{2}} \Delta\nu$

孔的面积 $\delta S \approx \Delta n^0(\nu_1) \Delta\nu \frac{I/I_s}{(1 + I/I_s)^{1/2}}$ 输出激光功率

四、稳态情况下的增益饱和

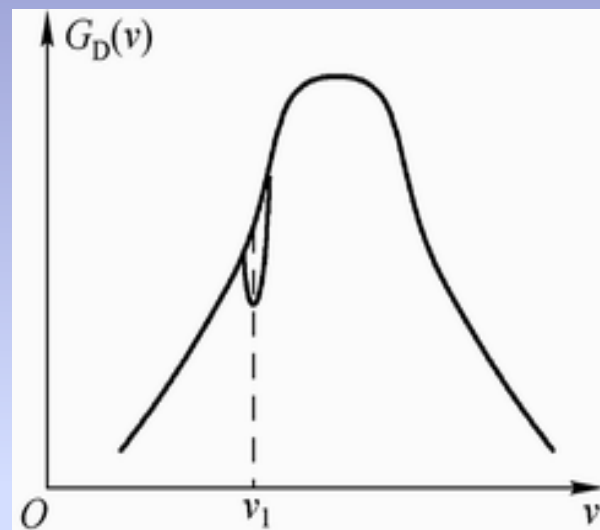
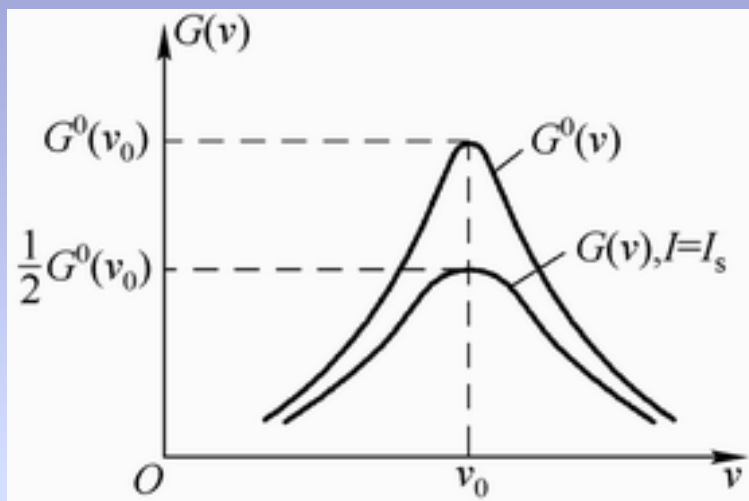


图(2-13) 增益饱和曲线

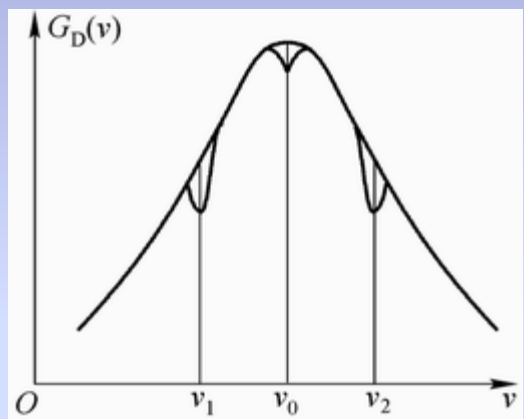
频率为 ν_1 、强度为 I 的光波

$$G_D(\nu_1) = \frac{G_D^0(\nu_1)}{\left(1 + \frac{I}{I_s}\right)^{1/2}}$$

增益系数的“烧孔”效应



图(2-13) 非均匀增宽型增益饱和曲线



图(2-14) 非均匀增宽型气体激光器中的增益饱和

2.5. 激光器的损耗与阈值条件

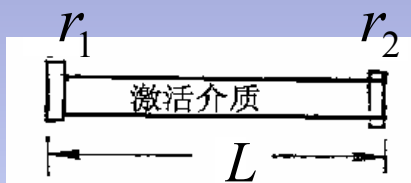
一、 激光器的损耗

内部损耗： $I = I_0 \exp(G - a_{\text{内}})z$

$a_{\text{内}}$ ——内部损耗系数

镜面损耗：

二、激光器内形成稳定光强的过程



$$I_1 \rightarrow I_1'$$

$$I = I_1 \exp(G^0 - a_{\text{内}})z \Rightarrow I_1' = r_2 I_1 \exp(G^0 - a_{\text{内}})L$$

$$I_1' \rightarrow I_1''$$

$$I_1'' = I_1' \exp(G^0 - a_{\text{内}})L = r_2 I_1 \exp(G^0 - a_{\text{内}})2L$$

$$I_2 = r_1 \cdot r_2 I_1 \exp(G^0 - a_{\text{内}})2L$$

$$I_{\text{out}} = t_1 \cdot r_2 I_1 \exp(G^0 - a_{\text{内}})2L$$

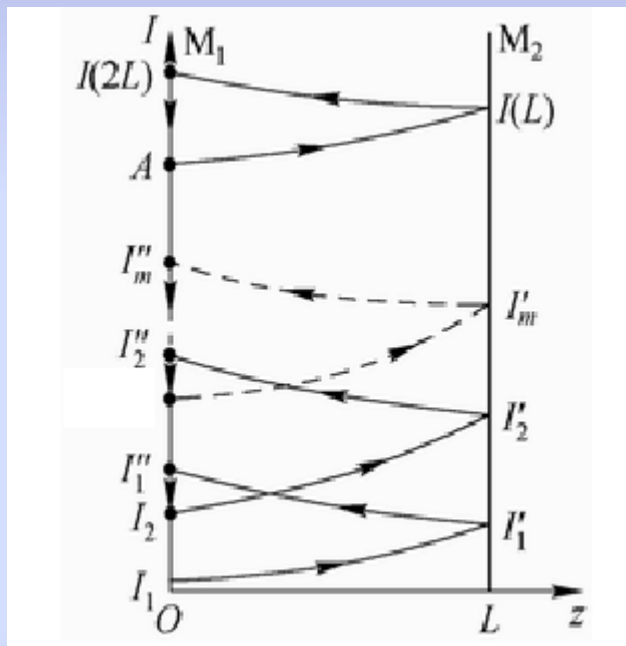
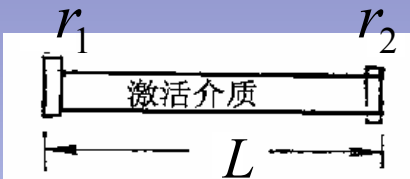


图2-15 激光谐振腔内光强增长

$$I_h = a_1 I_1'' = a_1 \cdot r_2 I_1 \exp(G^0 - a_{\text{内}})2L$$



$$I_1'' \rightarrow I_2$$

$$I_{out} + I_h = (a_1 + t_1) \cdot r_2 I_1 \exp(G^0 - a_{内}) 2L$$

光的放大倍数

$$K = \frac{I_2}{I_1} = r_1 \cdot r_2 \exp(G^0 - a_{内}) 2L > 1$$

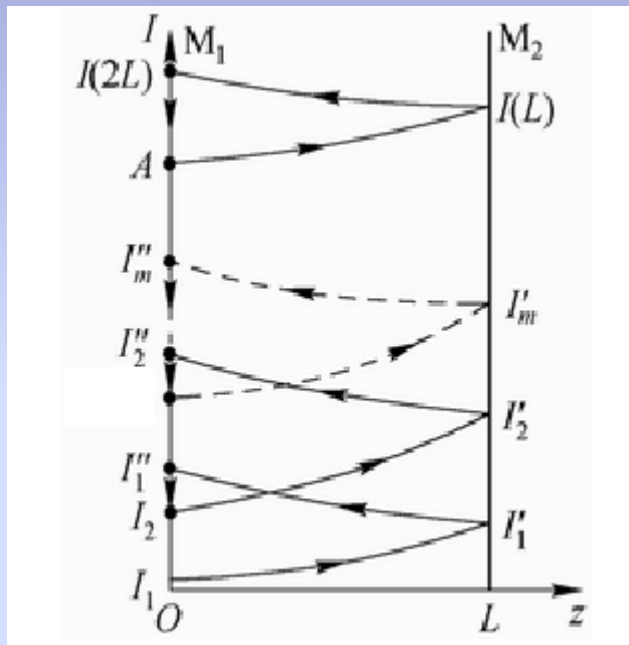
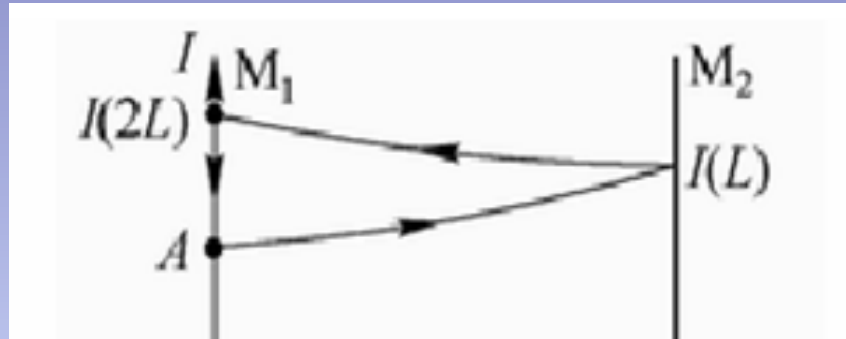


图2-15 激光谐振腔内光强增长



$$G(\nu) = \frac{G^0(\nu)}{1 + \frac{I}{I_s}}$$

$$K = r_1 \cdot r_2 \exp(G - a_{\text{内}})2L = 1$$

三、 閾值条件

获得激光: $K = r_1 \cdot r_2 \exp(G - a_{\text{内}})2L \geq 1$

$$G \geq a_{\text{内}} - \frac{1}{2L} \ln r_1 \cdot r_2$$

$$a_{\text{内}} - \frac{1}{2L} \ln r_1 \cdot r_2 = a_{\text{总}}$$

形成激光的增益系数条件为: $G \geq a_{\text{总}}$

增益系数的阈值:

$$G_{\text{阈}} = \frac{G^0}{1 + I_M / I_S} = a_{\text{总}}$$

$$G_{\text{阈}} = \frac{G_D^0}{(1 + I_M / I_S)^{1/2}} = a_{\text{总}}$$

粒子数密度反转分布值的阈值：

$$G_{\text{阈}} = \Delta n_{\text{阈}} \cdot B_{21} \frac{\mu}{c} h\nu \cdot f(\nu) = a_{\text{总}}$$

$$\Rightarrow \Delta n_{\text{阈}} = \frac{a_{\text{总}} \cdot c}{B_{21} \mu h\nu \cdot f(\nu)} \quad B_{21} = \frac{A_{21} (c/\mu)^3}{8\pi h\nu^3} = \frac{c^3}{8\pi h\nu^3 \mu^3 \tau}$$

$$\Delta n_{\text{阈}} = \frac{8\pi\nu^2 \mu^2 \tau \cdot a_{\text{总}}}{c^2 f(\nu)}$$

激励能源对介质粒子的抽运一定要满足 $\Delta n \geq \Delta n_{\text{阈}}$ 才能产生激光。

四、对介质能级选取的讨论

$$n_2 \geq n_1 + \Delta n_{\text{阈}}$$

三能级系统: $n_2 \geq n / 2 + \Delta n_{\text{阈}} / 2$

四能级系统: $n_2 \geq \Delta n_{\text{阈}}$

表2-2三种激光器的有关参数

激光器种类	红 宝 石	钕 玻 璃	掺钕钇铝石榴石激光器
能级	三能级系统	四能级系统	四能级系统
激光波长 λ	$694.3\mu\text{m}$	$1.60\mu\text{m}$	$1.06\mu\text{m}$
激光频率 $\nu_0(\text{s}^{-1})$	4.32×10^{14}	2.83×10^{14}	2.83×10^{14}
折射率 μ	1.76	1.52	1.82
线宽 $\Delta\nu(\text{s}^{-1})$	3.3×10^{11}	7×10^{12}	1.95×10^{11}
能级寿命(s)	3×10^{-3}	2.3×10^{-4}	2.3×10^{-4}
$\Delta n_2(\text{cm}^{-3})$	8.7×10^{17}	1.4×10^{18}	1.8×10^{16}
总粒子数密度 $n(\text{cm}^{-3})$	1.58×10^{19}	2.83×10^{20}	1.38×10^{20}
$n_2(\text{cm}^{-3})$	8.4×10^{18}	1.4×10^{18}	1.8×10^{16}
$n_2(\text{cm}^{-3})/\Delta n_2\approx$	10	1	1
效率	0.1~0.3%	4%~0.6%	3%~7%