

第1章

辐射理论基础概要与激光产生的条件

1.1 光的波粒二象性

一. 光的发展简史

牛顿在1669年提出光的“微粒说”。

惠更斯在1678年提出光的“波动说”。

杨氏双缝干涉实验

1863年英国物理学家麦克斯韦，创立了电磁波理论。

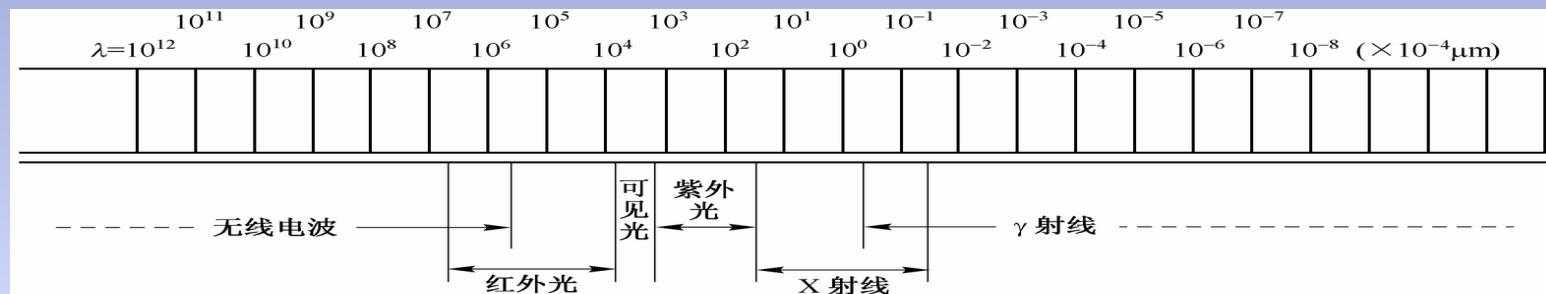
1905年，爱因斯坦发展了普朗克的量子假说，提出了光子学说。

二. 光的波粒二象性

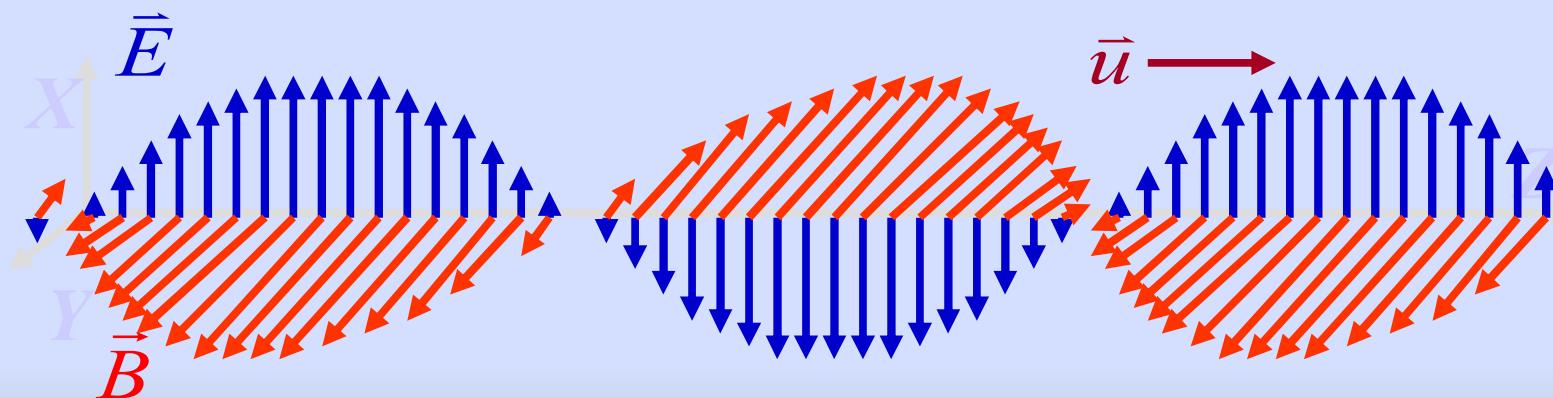
$$E = h\nu \quad p = \frac{h\nu}{c}$$

二. 光的波粒二象性

1. 光波——波长为4000埃~7600埃的电磁波



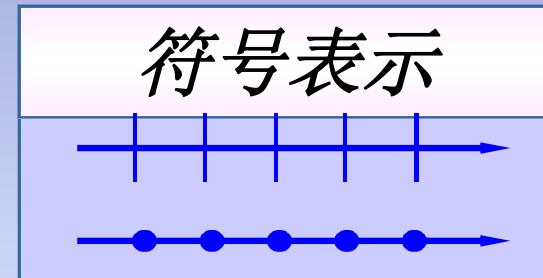
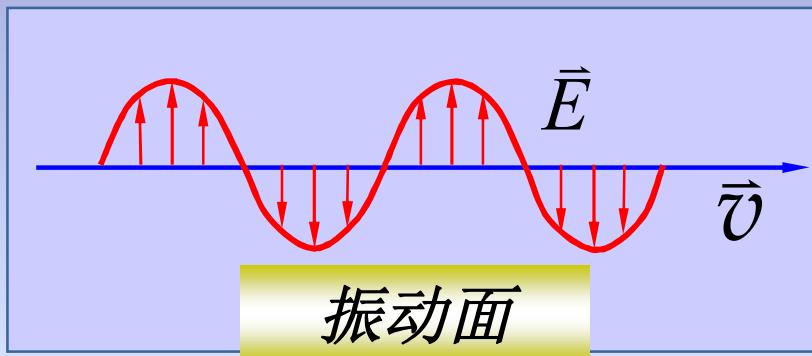
电磁波--电磁场是E和B的振动由近及远传播的过程



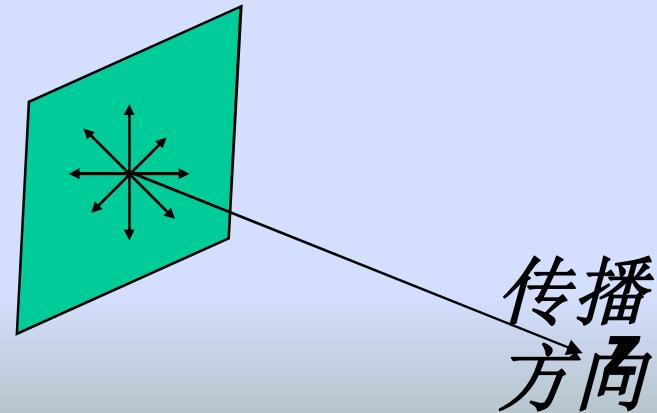
电矢量叫做光矢量，光波是横波。

(1) 线偏振光

光振动只沿某一固定方向的光.



(2) 自然光



(3) 光速、频率和波长三者的关系

(a) 波长: 振动状态在经历一个周期的时间内向前传播的距离。

(b) 光速 $c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

(c) 频率和周期: 光矢量每秒钟振动的次数 $\nu = \frac{1}{T}$

(d) 三者的关系

在真空中 $c = \lambda_0 \nu$

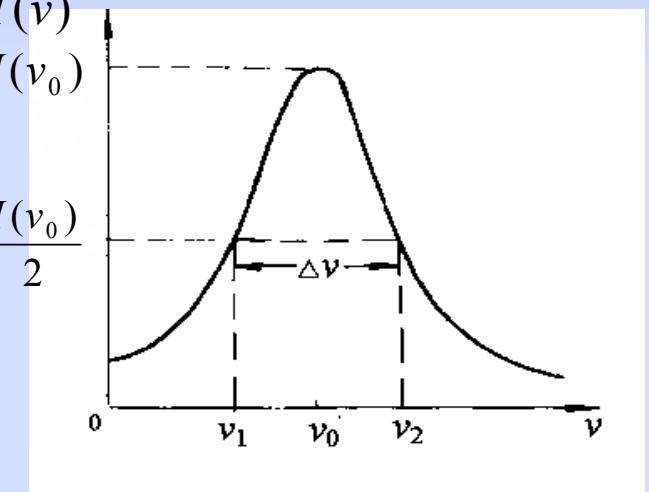
各种介质 μ 中传播时, 保持其原有频率不变, 而速度各不相同

$$v = \frac{c}{\mu} \Rightarrow v = \lambda \nu \left(\lambda = \frac{\lambda_0}{\mu} \right)$$

(4) 单色平面波

实际上任何光波都不可能是全单色的，总有一定
的频率宽度。

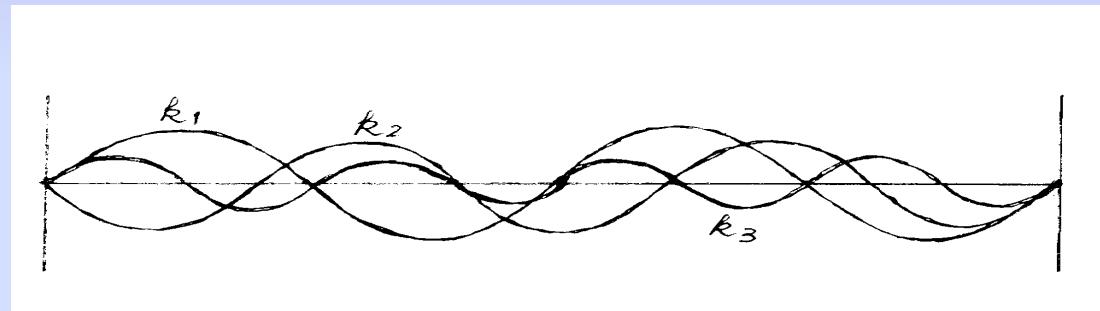
当 $\Delta\nu \ll \nu_0$ 时，就叫准单色波。



简谐波

$$U = U_0 \cos \omega t = U_0 \cos 2\pi\nu t$$

$$U = U_0 \cos \omega(t - z/c) = U_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi z}{\lambda}\right)$$

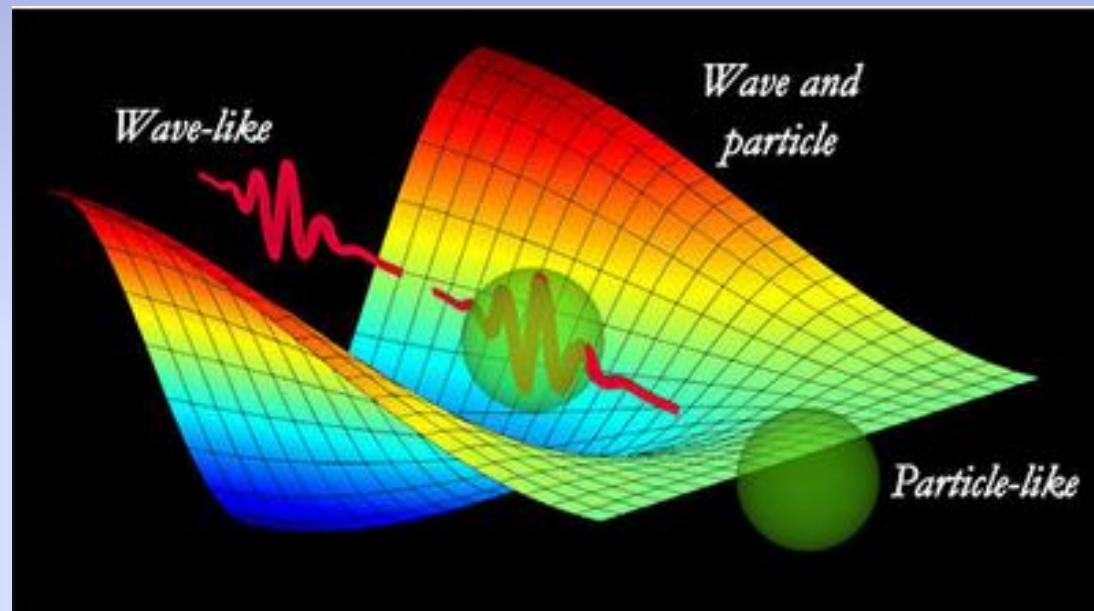
$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \hat{n}$$
 波矢 \vec{k} 是一个矢量，方向沿着光线传播的方向。

2、光子

$$\varepsilon = h \nu$$

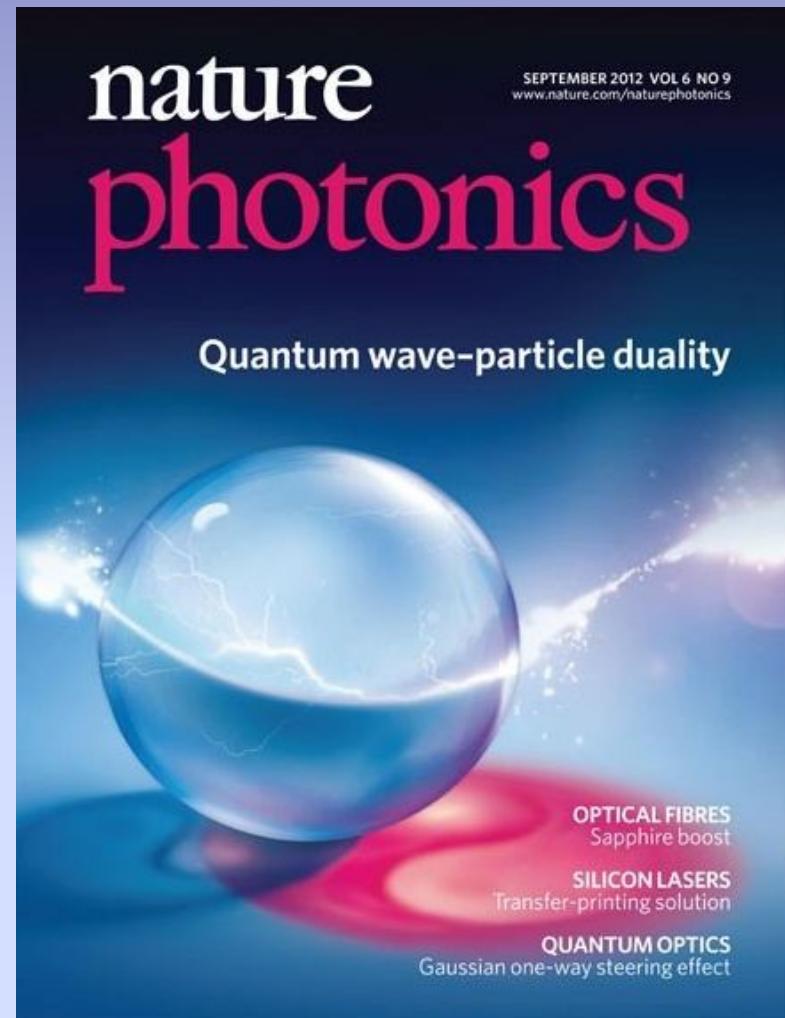
$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$$

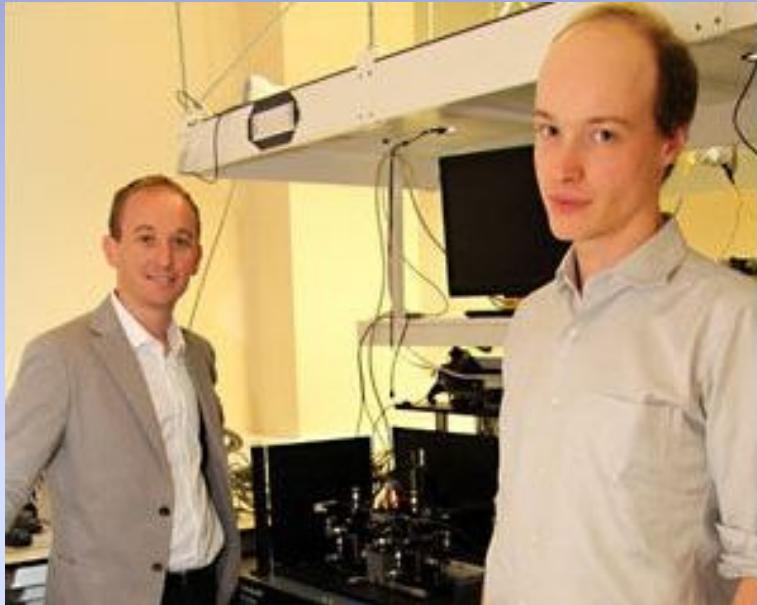
$$\mathbf{p} = mc\mathbf{n} = \frac{h}{\lambda}\mathbf{n} = \hbar\mathbf{k}$$





光的波粒二象性的艺术图

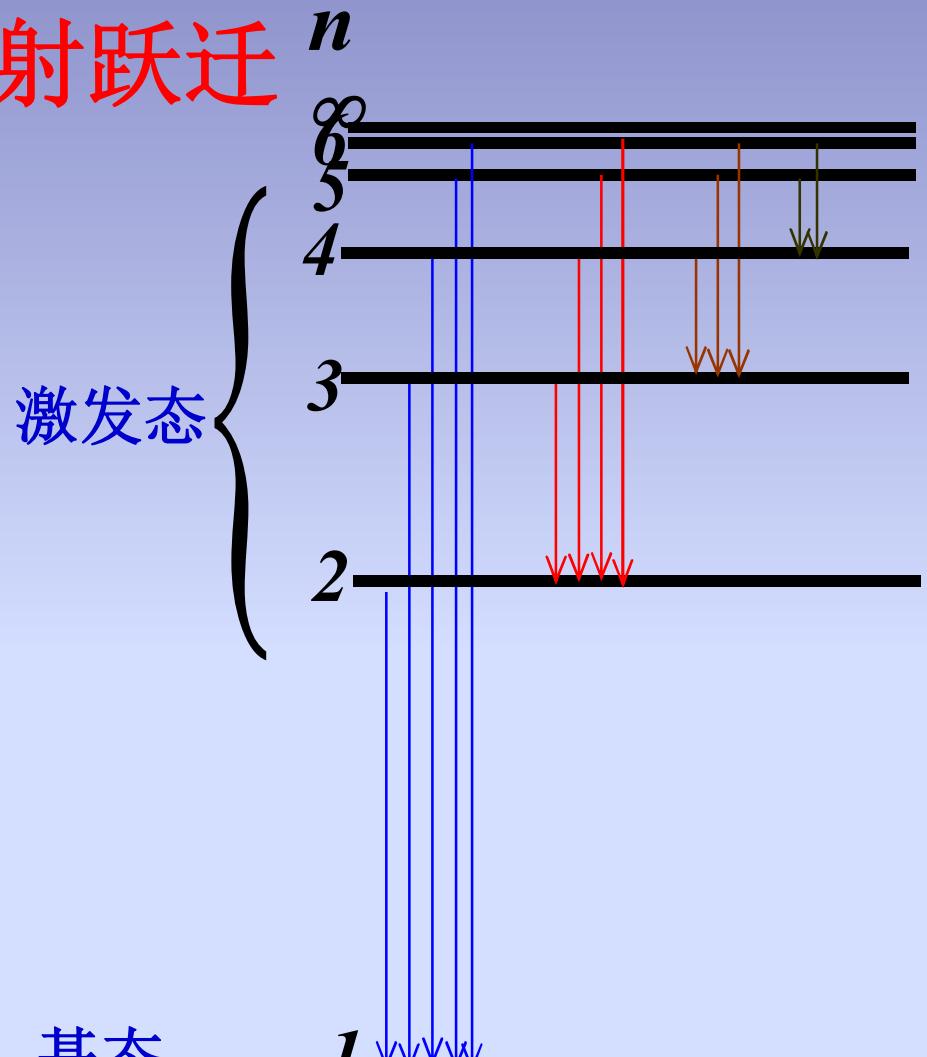




瑞士洛桑联邦理工学院（EPFL）,
阿尔贝托·佩鲁佐(左)和彼得·夏伯特(右)

1.2 原子能级和辐射跃迁

一. 原子能级和简并度



原子能级示意图

四个量子数

1. 主量子数 n ($1, 2, 3, \dots$)
2. 辅量子数 l ($0, 1, 2, \dots, n-1$)

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n-1) \quad (\text{角量子数}) \quad L = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

3. 磁量子数 m_l ($0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$)

$$L_z = m_l \hbar$$

4. 自旋磁量子数 m_s ($1/2, -1/2$)

二. 原子状态的标记

1. 原子的电子组态符号

例: 钠原子有11个核外电子, 钠原子基态的电子组态为

$$1s^2 \ 2s^2 \ 2p^6 \ 3s$$

2. 原子态的标记 $^{2S+1}L_J$

总轨道量子数L: 用大写字母如: S、P、D、F、G、H.....表示
, 分别对应L=0, 1, 2, 3, 4.....

总自旋量子数S, 总角动量量子数J

例：氦原子的几个不同电子组态的原子态

(1) 氦原子的1s1s电子组态

$$s_1 = \frac{1}{2} \quad s_2 = \frac{1}{2} \quad S = s_1 + s_2 = 1 \text{ 或 } S = s_1 - s_2 = 0$$

取 $S = 0$

$$l_1 = 0 \quad l_2 = 0 \quad L = l_1 + l_2 = 0$$

$$J = L + S = 0 \quad \text{故原子组态为 } {}^1S_0$$

(2) 氦原子的1s2s电子组态

$$s_1 = \frac{1}{2} \quad s_2 = \frac{1}{2} \quad S = s_1 + s_2 = 1 \text{ 或 } S = s_1 - s_2 = 0$$

$$\text{取 } S = 0 \quad l_1 = 0 \quad l_2 = 0 \quad L = l_1 + l_2 = 0$$

$$J = L + S = 0 \quad \text{故原子组态为 } {}^1S_0$$

$$\text{取 } S = 1 \quad l_1 = 0 \quad l_2 = 0 \quad L = l_1 + l_2 = 0$$

$$J = L + S = 1 \quad \text{故原子组态为 } {}^3S_1$$

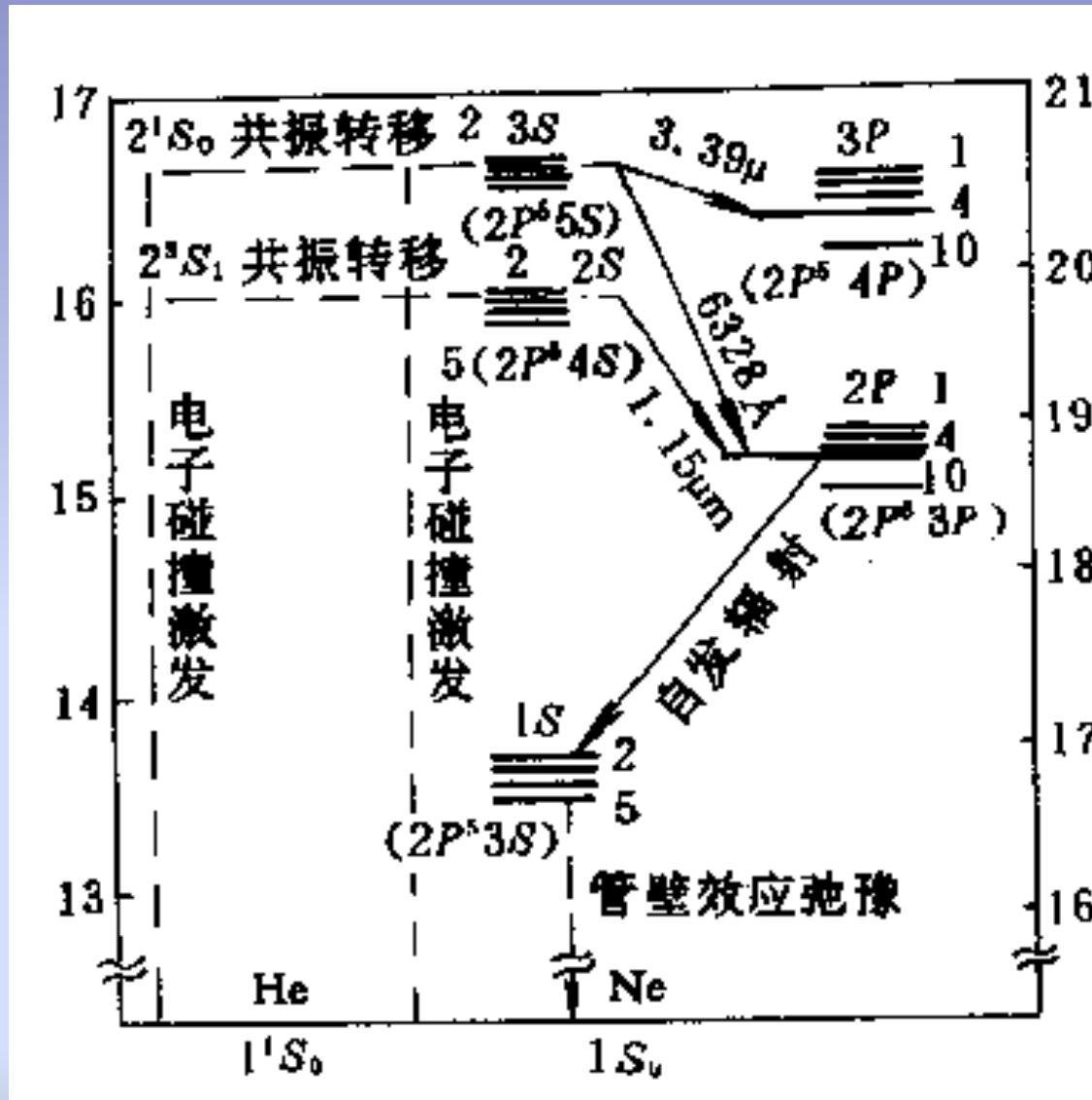
(3) 氢原子的1s2p电子组态

$$s_1 = \frac{1}{2} \quad s_2 = \frac{1}{2} \quad S = s_1 + s_2 = 1 \quad \text{或} \quad S = s_1 - s_2 = 0$$
$$l_1 = 0 \quad l_2 = 1 \quad L = l_1 + l_2 = 1 \quad \text{或} \quad L = l_1 + l_2 - 1 = 0$$

取 $L = 1$ $S = 0$ $J = 1$ $2S + 1 = 1$ 原子组态 1P_1

$$S = 1 \quad J = 2, 1, 0 \quad 2S + 1 = 3$$

原子组态 3P_0 , 3P_1 , 3P_2



He原子和Ne原子的部分能级图

简并度g: 同一能级所对应的不同电子运动状态的数目

例：计算氢原子的1s和2p态的简并度

原子状态	n	l	m_l	m_s	简并度	
1s	1	0	0	↑↓	$g_1=2$	
2p	2	1	1 0 -1	↑↓ ↑↓ ↑↓	$g_2=6$	

三. 辐射跃迁选择定则

(1) 跃迁只能发生在不同的宇称态之间；

(2) $\Delta J=0, \pm 1$ ($0 \rightarrow 0$ 除外)

对LS耦合，还有附加的选择定则：

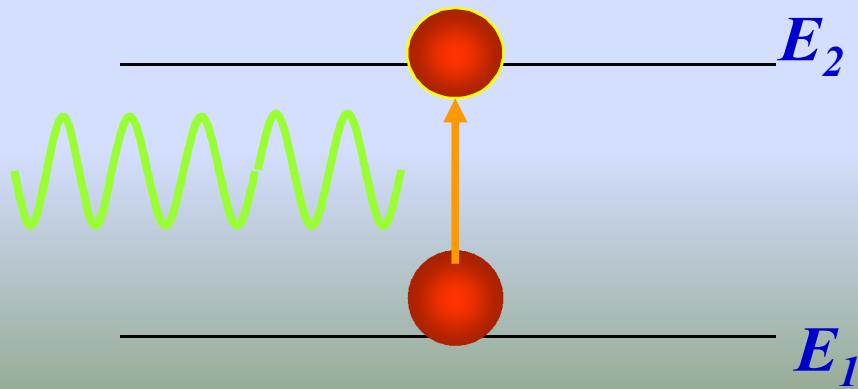
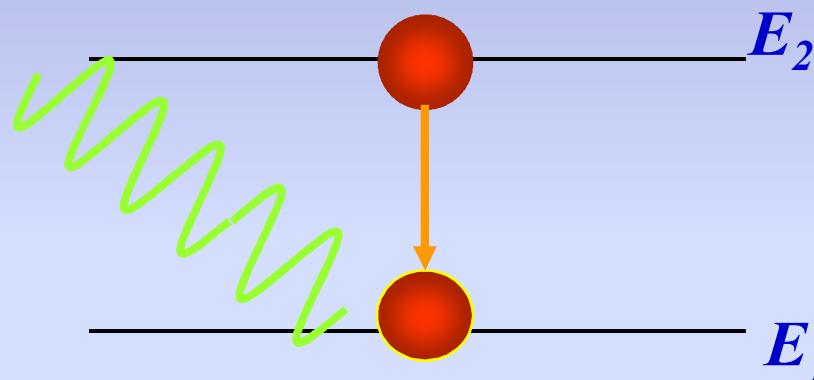
(3) $\Delta L=0, \pm 1$

(4) $\Delta S=0$

例：氢原子基态 1^3S_1 和两个激发态 2^3S_1 、 2^3S_0 都是偶宇称，因此不满足辐射跃迁选择定则（1），这三态都是亚稳态。

四. 辐射跃迁和非辐射跃迁

1. 辐射跃迁: 粒子发射或吸收光子的跃迁(满足跃迁选择定则)



2. 无辐射跃迁: 既不发射又不吸收光子的跃迁(通过与其它粒子或气体容器壁的碰撞、或其它能量交换过程)
3. 激发态的平均寿命 τ : 粒子在激发态停留时间的平均值 τ 的典型 值: $10^{-7} \sim 10^{-9}$ 秒
4. 亚稳态:若某一激发能级与较低能级之间没有或只有微弱的辐射跃迁, 则该态的平均寿命会很长($\geq 10^{-3}$ 秒), 称亚稳能级, 相应的状态为亚稳态。

五. 玻耳兹曼分布

1. 玻耳兹曼分布(热平衡分布)

$$n_i \propto g_i e^{-E_i/kT}$$

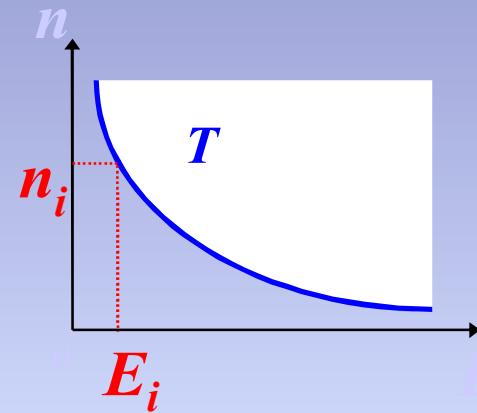
n_i : 处在能级 E_i 的原子数

g_i : 能级 E_i 的简并度

k : 玻耳兹曼分布常数

\therefore 能级 E_2 与 E_1 粒子数密度之比为(通常设 $E_2 > E_1$) :

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} \cdot e^{-(E_2 - E_1)/kT}$$



讨论(设 $g_i = g_j$)

(1) 如果 $E_2 - E_1$ 很小,且满足 $\Delta E = E_2 - E_1 \ll kT$, 则

$$\frac{n_2}{n_1} = e^{-(E_2 - E_1)/kT} \approx 1$$

(2) 因 $E_2 > E_1$,一般有 $n_2 < n_1$

即 热平衡状态下, 高能级上的粒子数密度总是较小。

(3) 若 E_1 为基能级且 E_2 距 E_1 较远, 即 $E_2 - E_1$ 较大, 则 $n_2 \ll n_1$

结论: 热平衡状态下, 绝大多数粒子处于基态



1.3 光的受激辐射

一. 黑体热辐射

单色辐射能量密度 ρ_ν : 辐射场中单位体积内, 频率在 ν 附近的单位频率间隔中的辐射能量。

$$\rho_\nu = \frac{dw}{d\nu dV}$$



普朗克量子假设：

带电谐振子只能处于某些特殊的状态，它们的能量是能量子 ε 的整数倍： $\varepsilon = h\nu$

1900年，普朗克公式

$$\rho_\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

二. 光和物质的相互作用

爱因斯坦把光与物质的相互作用分为三种过程：自发辐射，受激吸收和受激辐射

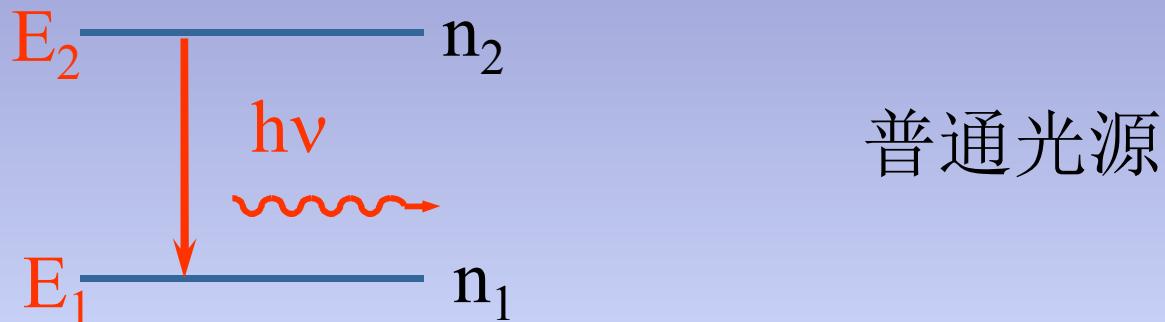
粒子从低能级向高能级跃迁，必须吸收光子：

$$h\nu = E_2 - E_1$$

从高能级向低能级跃迁，会辐射光子：

$$h\nu = E_2 - E_1$$

1. 自发辐射——粒子自发地从 E_2 跃迁到 E_1 , 辐射光子 $h\nu$ 。



$$-dn_2 = A_{21} n_2 dt$$

$-dn_2$ 在 dt 时间间隔内，单位体积内经自发辐射
从 E_2 跃迁到 E_1 的粒子数

$$n_2(t) = n_{20} e^{-A_{21} t}$$

A_{21} 自发辐射系数，是粒子能级结构的特征量，和入射光场无关。

(1) 自发辐射几率

(2) 自发辐射平均寿命 τ

由全部原子完成自发辐射跃迁所需时间之和
对原子数平均

例：红宝石晶体，铬离子上下能级， $\tau = 10^{-2} s$

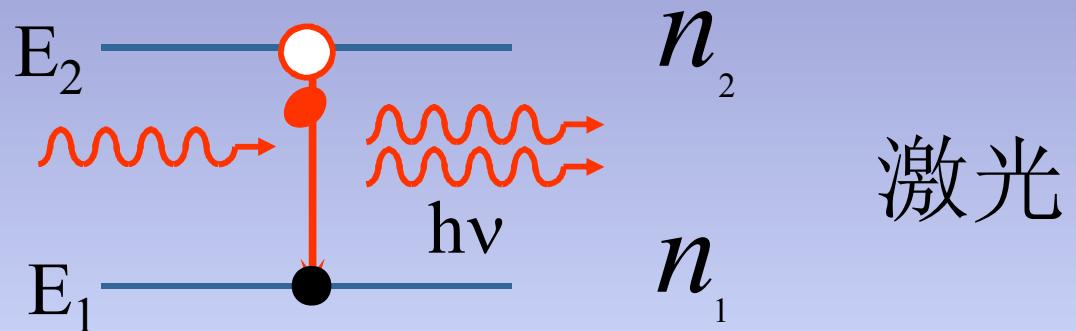
自发辐射光功率体密度 $q(t)$:

单位体积内发出的光功率

$$q(t) = h\nu \frac{dn_2}{dt} = h\nu A_{21}n_2(t) = h\nu A_{21}n_{20}e^{-A_{21}t} = q_0 e^{-A_{21}t}$$

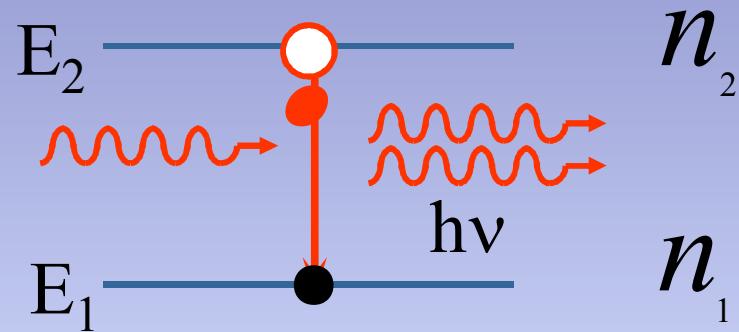
$q_0 = h\nu A_{21}n_{20}$ 是 $t=0$ 时的自发辐射光功率题体密度。

2. 受激辐射



(1) 入射光子频率满足 $h\nu = E_2 - E_1$;

(2) 不同粒子辐射的光子与入射光子的频率、位相、偏振、传播方向都相同，光放大过程，相干光源



$$-\frac{dn_2}{dt} = B_{21}\rho_v n_2$$

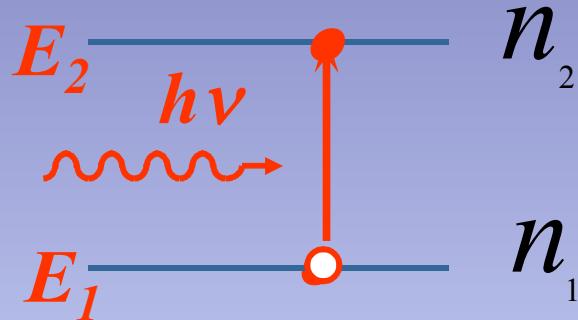
B_{21} 受激辐射系数，是粒子能级结构特征量，由不同原子的不同跃迁而定，和外电磁场 ρ_v 无关。

受激辐射跃迁几率W₂₁:

$$W_{21} = B_{21} \rho_v = -\frac{1}{n_2} \frac{dn_2}{dt}$$

W₂₁是单位时间内粒子因受激辐射由E₂跃迁到E₁的几率；与外电磁场ρ_v有关。

3. 受激吸收



$$dn_2 = B_{12} \rho_v n_1 dt$$

B_{12} 称为受激吸收系数，是粒子能级结构的特征量，和外电磁场 ρ_v 无关。

$$\text{受激吸收跃迁几率 } W_{12}: W_{12} = B_{12} \rho_v = \frac{1}{n_1} \frac{dn_2}{dt}$$

小结

- (1) 三个系数 A_{21} 、 B_{12} 、 B_{21} ：均是粒子能级结构的特征量，和外电磁场 ρ_v 无关。
- (2) 三种几率： A_{21} 和外电磁场无关；而 W_{12} 、 W_{21} 与外电磁场 ρ_v 有关。

三. 爱因斯坦三系数的相互关系

推导条件:空腔黑体的热平衡过程

(1) 热平衡黑体辐射

$$\rho_v = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

(2) 物质原子数服从玻耳兹曼分布

$$\frac{n_2/g_2}{n_1/g_1} = e^{-\frac{E_2-E_1}{kT}} = e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

g_1 和 g_2 表示能级 E_1 和 E_2 的简并度

(3) 在热平衡状态下, 单位时间内粒子体系从辐射场吸收的光子数目=单位时间内粒子体系向辐射场辐射的光子数目

$$A_{21}n_2 dt + B_{21}\rho_v n_2 dt = B_{12}\rho_v n_1 dt$$

自发辐射
光子数

受激辐射
光子数

受激吸收
光子数

$$\frac{c^3}{8\pi h\nu^3} \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right) = \frac{B_{21}}{A_{21}} \left(\frac{B_{12}g_1}{B_{21}g_2} e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)$$

当 $T \rightarrow \infty$ 时，

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21} \quad \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$$

爱因斯坦关系式

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{g_1}{g_2} \cdot \frac{B_{12}}{B_{21}} = 1 \\ \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \end{array} \right.$$

在折射率为 μ 的介质中，

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi\mu^3 h\nu^3}{c^3}$$

讨论：

(1). 在室温 $T=300K$ 的情况下,

对 $\lambda=30\text{cm}$ 的微波辐射 $\bar{n} \approx 10^3$, 受激辐射占优势;

对 $\lambda=60\mu\text{m}$ 的远红外辐射, $\bar{n} \approx 1$;

而对 $\lambda=0.6\mu\text{m}$ 的可见光 $\bar{n} \approx 10^{-35}$

受激辐射完全被受激吸收所掩盖.

(2). 创造条件, 使 ρ_v 大大增加, 就能增大受激辐射程度.
(由谐振腔完成)

例：(1) 普通光源发射 $\lambda = 0.6000\mu\text{m}$ 波长时，如受激辐射与自发辐射光功率体密度之比 $\frac{q_{\text{激}}}{q_{\text{自}}} = \frac{1}{2000}$ ，求此时单色能量密度为若干？(2) 在He—Ne激光器中若 $\rho_{\nu} = 5.0 \times 10^{-4} \text{ J} \cdot \text{s/m}^3$ ， $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$ ，设 $\mu = 1$ ，求 $\frac{q_{\text{激}}}{q_{\text{自}}}$ 为若干？

解：(1) $\rho_{\nu} = 3.857 \times 10^{-17} \text{ J} \cdot \text{s/m}^3$

(2)
$$\begin{aligned}\frac{q_{\text{激}}}{q_{\text{自}}} &= \frac{c^3}{8\pi h\nu^3} \rho_{\nu} = \frac{\lambda^3}{8\pi h} \rho_{\nu} \\ &= \frac{(0.6328 \times 10^{-6})^3}{8\pi \times 6.63 \times 10^{-34}} \times 5 \times 10^{-4} = 7.6 \times 10^9\end{aligned}$$

讨论

如果 $g_1=g_2=1$ 或 $g_1=g_2$

在一般热平衡情况下，物质的受激辐射总是被受激吸收所掩盖，未能在实验中观察到。

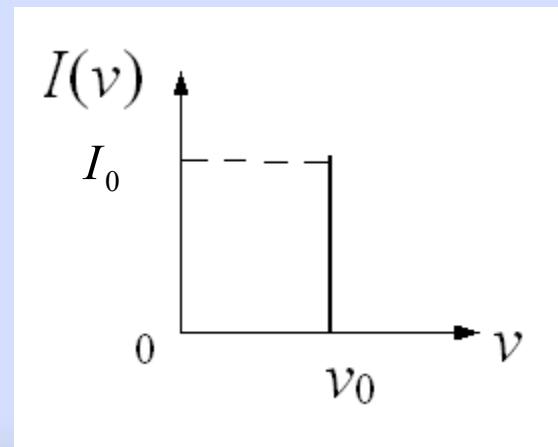
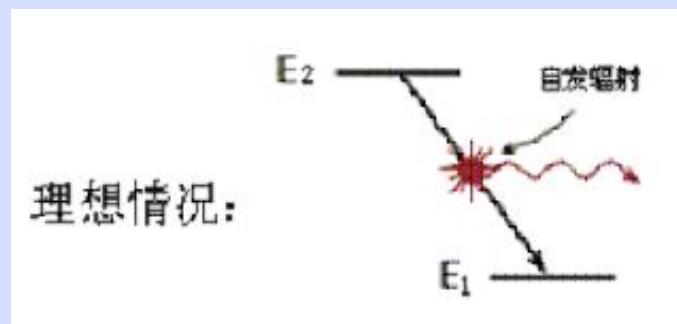
讨论：

三个物理过程的光功率体密度之比？

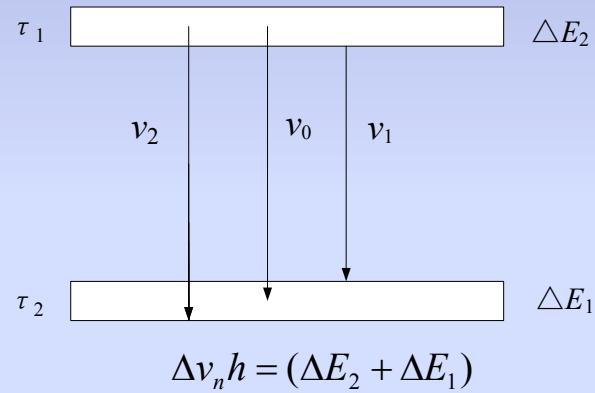
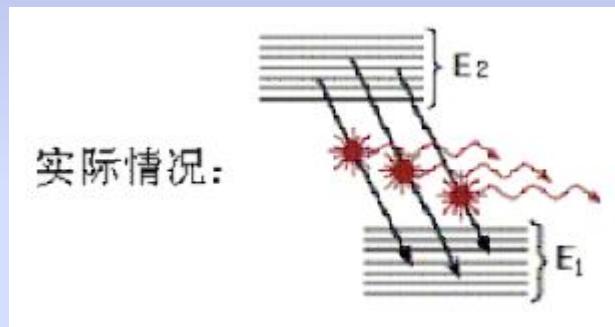
1.4 光谱线增宽

一. 光谱线、线型和谱线宽度

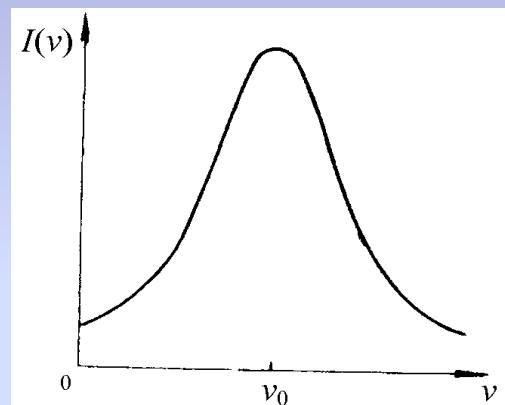
- 理想情况



● 实际情况



- 谱线有一定频谱范围，谱线加宽现象



自发辐射光强按频率分布

$I(v)$: 在频率 v 附件, 单位频率间隔的光强

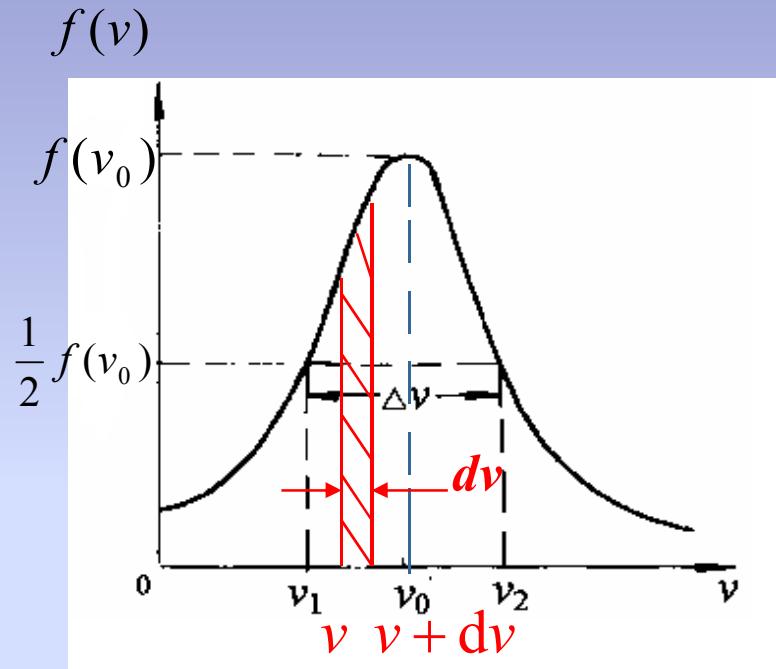
1、线型函数和谱线宽度

线型函数 $f(\nu)$: 在频率 ν 附近, 单位频率间隔的相对光强分布

$$f(\nu) = \frac{I(\nu)}{I_0} = \frac{I(\nu)}{\int I(\nu) d\nu}$$

I_0 : 光谱线的总光强

谱线宽度(线宽) $\Delta\nu$: 线型函数最大值的1/2处的频率间隔



线型函数 $f(v)$ 的归一化条件 $\int_0^\infty f(v)dv = 1$

2、跃迁几率按频率的分布

- 自发辐射跃迁几率按频率分布函数 $A_{_{21}}(v)$

在单位时间内，对应于频率 $v \sim v + dv$ 间隔，自发辐射的原子数密度

$$-dn_{_2}(v) = A_{_{21}} n_{_2} f(v) dv = A_{_{21}}(v) n_{_2} dv$$

$A_{_{21}}(v) = A_{_{21}} f(v)$ 表示在总的自发辐射跃迁几率 $A_{_{21}}$ 中，分配在频率 v 处，单位频率间隔内的自发辐射跃迁几率。

■ 受激跃迁几率按频率分布函数 $W_{21}(v)$ 和 $W_{12}(v)$

在单位时间内，对应于频率 $v \sim v + dv$ 间隔，受激辐射、受激吸收的原子跃迁数密度

$$-dn_2(v) = B_{21} n_2 \rho_v f(v) dv = B_{21}(v) n_2 \rho_v dv \quad (1-48)$$

$$dn_2(v) = B_{12} n_1 \rho_v f(v) dv = B_{12}(v) n_1 \rho_v dv \quad (1-49)$$

频率 v 处单位频率间隔内的受激辐射跃迁几率

$$W_{21}(v) = B_{21} f(v) \rho_v = B_{21}(v) \rho_v$$

频率 v 处单位频率间隔内的受激吸收跃迁几率

$$W_{12}(v) = B_{12} f(v) \rho_v = B_{12}(v) \rho_v$$

■ 三种跃迁中单位时间内发生跃迁的总原子数密度

总自发辐射原子数密度 (1-50)

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\infty} -dn_2(v) = \int_0^{\infty} n_2 A_{21}(v) dv \\ &= n_2 \int_0^{\infty} A_{21} f(v) dv = n_2 A_{21} \int_0^{\infty} f(v) dv \\ &= n_2 A_{21} \end{aligned}$$

总受激辐射原子数密度 (1-51)

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\infty} -dn_2(v) = \int_0^{\infty} n_2 W_{21}(v) dv \\ &= n_2 \int_0^{\infty} B_{21} f(v) \rho_v dv \end{aligned}$$

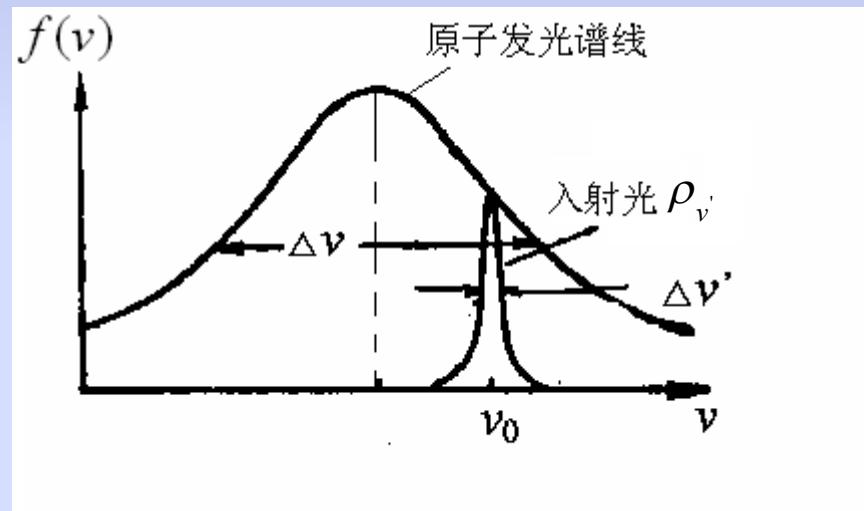
总受激吸收原子数密度 (1-52)

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\infty} dn_2(v) = \int_0^{\infty} n_1 W_{12}(v) dv \\ &= n_1 \int_0^{\infty} B_{12} f(v) \rho_v dv \end{aligned}$$

讨论两种极限情况

- 原子与准单色光辐射场相互作用

辐射场 $\rho_{v'}$ 的带宽 $\Delta v' \ll \Delta v$ (激光器)



总受激辐射原子数密度

$$= \int_0^{\infty} n_2 W_{21}(v) dv = n_2 \int_0^{\infty} B_{21} f(v) \rho_v dv = n_2 f(v_0) B_{21} \rho$$

$\rho = \int_0^{\infty} \rho_v dv'$ 为外来光总辐射能量密度。

$$W_{21} = B_{21} \rho f(v_0) \quad (1-54)$$

总受激吸收原子数密度

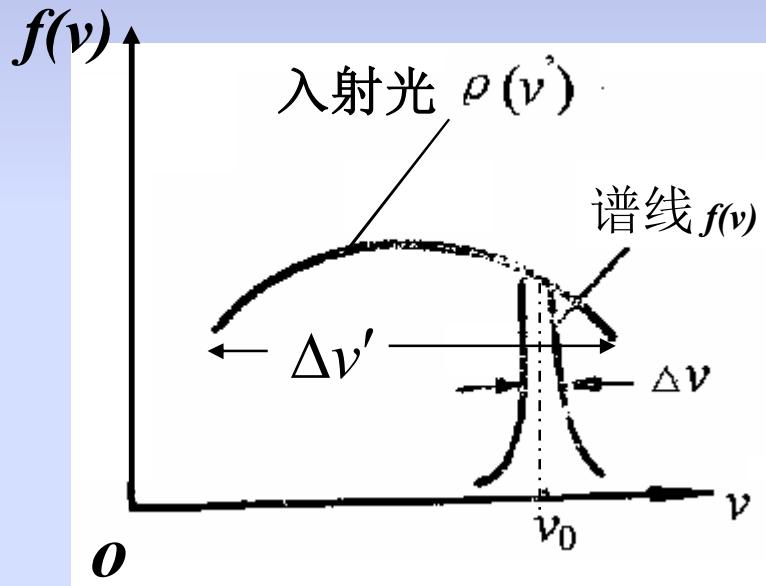
$$= \int_0^{\infty} n_1 W_{12}(v) dv = n_1 \int_0^{\infty} B_{12} f(v) \rho_v dv = n_1 f(v_0) B_{12} \rho$$

$$W_{12} = B_{12} \rho f(v_0) \quad (1-55)$$

● 原子与连续光辐射场的相互作用

辐射场 $\rho_{\nu'}$ 的带宽 $\Delta\nu' \gg \Delta\nu$

空腔热辐射



总受激辐射原子数密度

$$\begin{aligned} &= \int_0^\infty n_2 W_{21}(v) dv = n_2 \int_0^\infty B_{21} f(v) \rho_v dv \\ &= n_2 B_{21} \rho_{v_0} \int_0^\infty f(v) dv \\ &= n_2 B_{21} \rho_{v_0} \end{aligned} \tag{1-56}$$

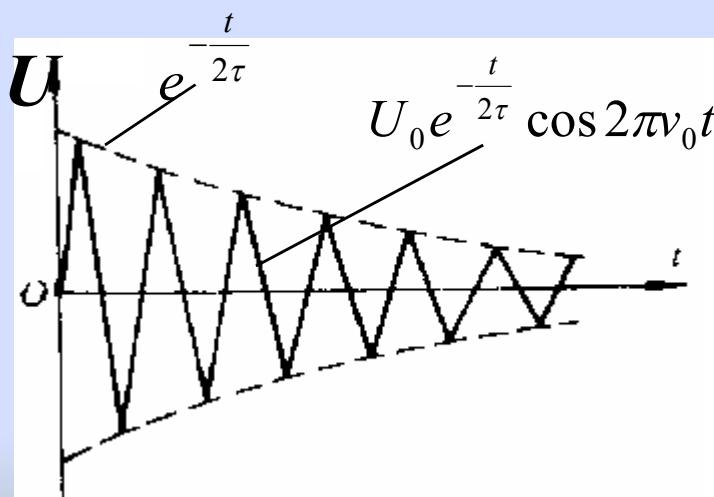
$$W_{21} = B_{21} \rho_{v_0}$$

$$W_{12} = B_{12} \rho_{v_0}$$

二、自然增宽

- ◆ 自发辐射：电偶极子阻尼振动释放能量

$$U = U_0 e^{-\frac{t}{2\tau}} \cos 2\pi\nu_0 t \quad (1-60)$$



$$\text{光强 } I = A U_0^2 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

τ : 驰豫时间, 振子的辐射寿命

$$\tau = 1/A_{_{21}}$$

$$U(t) = U_0 e^{-\frac{t}{2\tau}} e^{i 2 \pi v_0 t} \quad (1-62)$$

$$\begin{aligned} u(v) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(t) e^{-i 2 \pi v t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} U_0 e^{-\frac{t}{2\tau}} e^{-i 2 \pi (v - v_0) t} dt \\ &= \frac{U_0}{i 2 \pi (v - v_0) + 1/2\tau} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(v) &\propto |u(v)|^2 \\ &= \frac{U_0^2}{4\pi^2 (v - v_0)^2 + (1/2\tau)^2} \end{aligned}$$

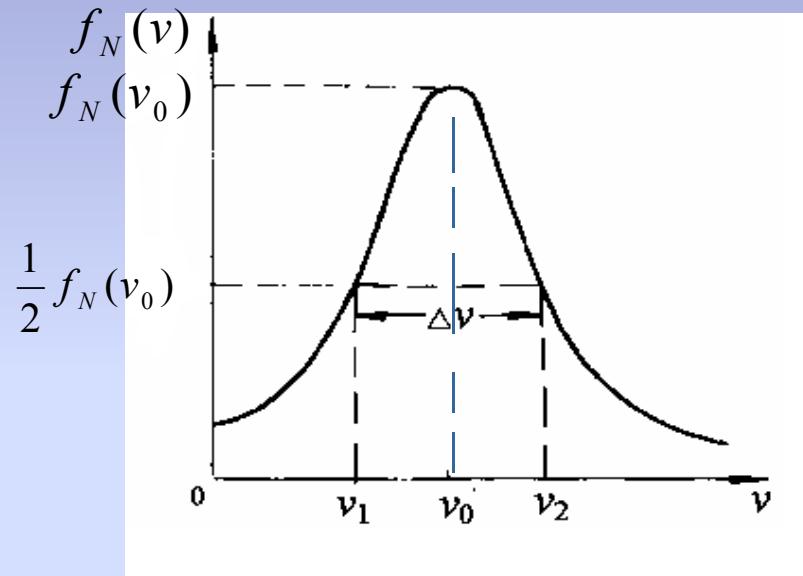
自然增宽的线形函数：Lorentz线型函数

$$f_N(v) = \frac{A}{4\pi^2(v_0 - v)^2 + (1/2\tau)^2} \quad (1-65a)$$

$$\int_0^\infty f_N(v)dv = 1 \quad A = 1/\tau$$

$$f_N(v) = \frac{1/\tau}{4\pi^2(v_0 - v)^2 + (1/2\tau)^2} \quad (1-65b)$$

谱线的自然宽度 $\Delta\nu = \frac{1}{2\pi\tau}$



$$f_N(v) = \frac{\Delta\nu_N / 2\pi}{(v - v_0)^2 + (\Delta\nu_N / 2)^2}$$

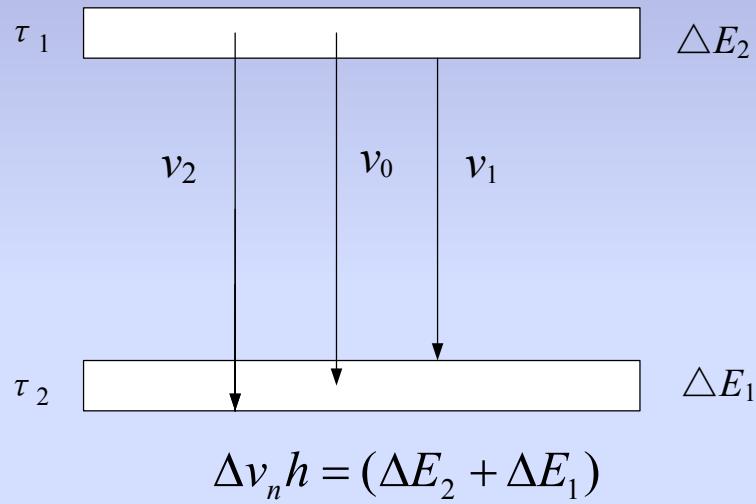
原子激发态的平均寿命 $\tau = 10^{-5} \sim 10^{-8} s$

$\Delta\nu_{_N}$ 兆赫兹

◆ 自然增宽的量子解释

$$\Delta\nu_n = \frac{(\Delta E_2 + \Delta E_1)}{h}$$

$$\Delta\nu_n \approx \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_1} \right)$$



例如：氖原子波长 $\lambda=1.15\mu$ 谱线， $\tau_1=10^{-7}$ 秒， $\tau_2=10^{-8}$ 秒，

$$\Delta\nu_n = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{10^{-8}} + \frac{1}{10^{-7}} \right) = 2 \times 10^7 \text{ Hz} \quad \text{与实验所测相同}$$

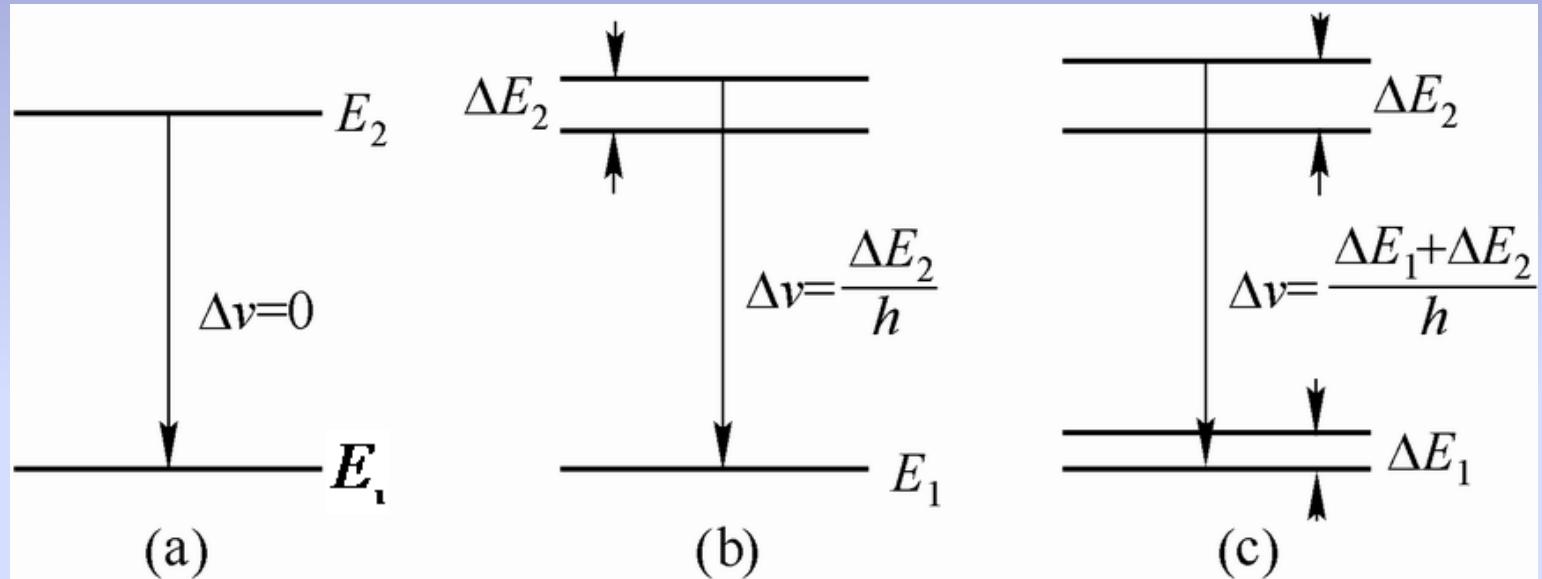
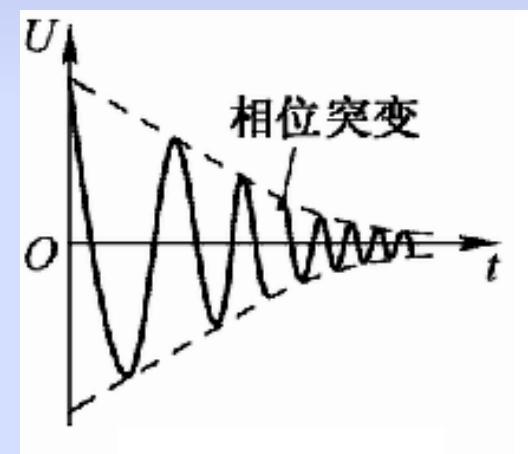
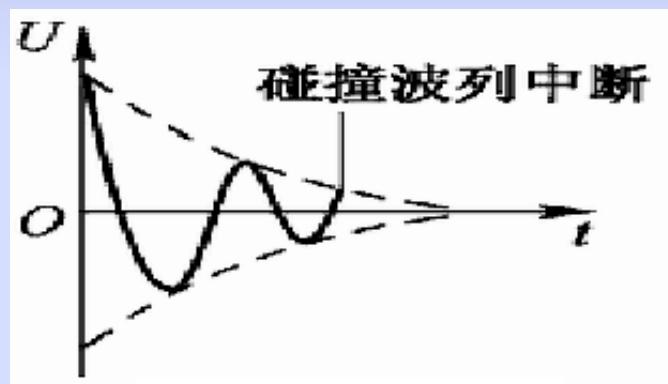


图 (1-14) 三种不同情况下辐射谱线的宽度

三、碰撞增宽 (引起谱线加宽的重要原因)

机理：由气体粒子间或气体粒子与器壁间的碰撞、
或固体粒子间的偶极相互作用引起的谱线增宽。



Lorentz线型函数

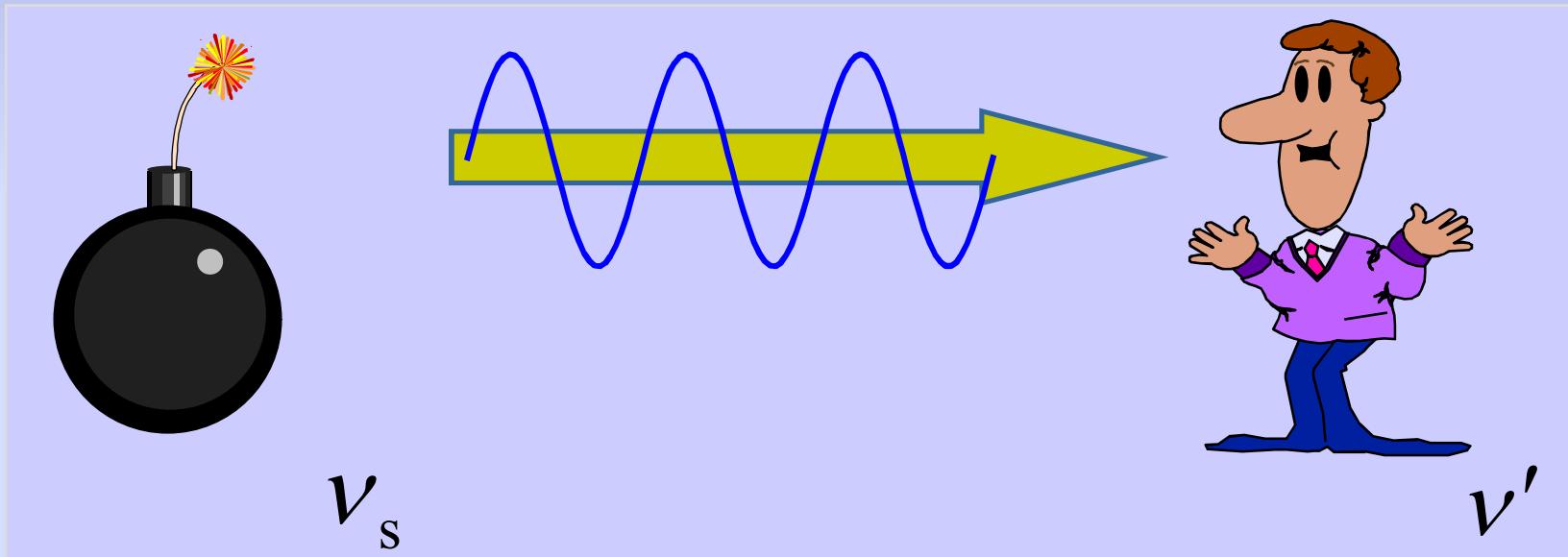
$$f_c(\nu) = \frac{\Delta\nu_c / 2\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\Delta\nu_c / 2)^2}$$

碰撞增宽的谱线宽度 $\Delta\nu_c$ 与气体的压强P成正比

$$\Delta\nu_c = \alpha P \quad (1-73)$$

四、多普勒增宽

□ 声波



$$v_s \stackrel{?}{=} v'$$

$$\nu'=\frac{u\pm v_{^{\text{o}}}}{u}\nu$$

$$\nu'=\frac{u}{u\mp v_{_{\text{S}}}}\nu$$

$$\nu'=\frac{u\pm v_{^{\text{o}}}}{u\mp v_{_{\text{S}}}}\nu$$

□ 光波的多普勒效应

设光源与接收器在两者连线方向的相对速度为 v ，

则接收到的光的频率为：

$$\nu = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}} \nu_0$$

ν_0 为光源与接收器相对静止时的频率。

$$\nu \approx \nu_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

光源与接收器相对趋近时， v 取正值；两者背离时， v 取负值。光的纵向多普勒效应。

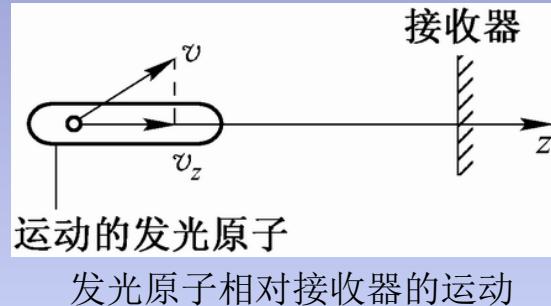
在介质中传播时 $v \approx v_0 \left(1 + \frac{v}{c/\mu}\right)$

当光源与接收器之间的相对速度在垂直于两者连线方向时，
此时的频率为：

$$v \approx \sqrt{1 - \left(\frac{v_{\perp}}{c}\right)^2} v_0$$

v_{\perp} 为垂直于光源与接收器连线方向的相对速度，这叫
横向多普勒效应

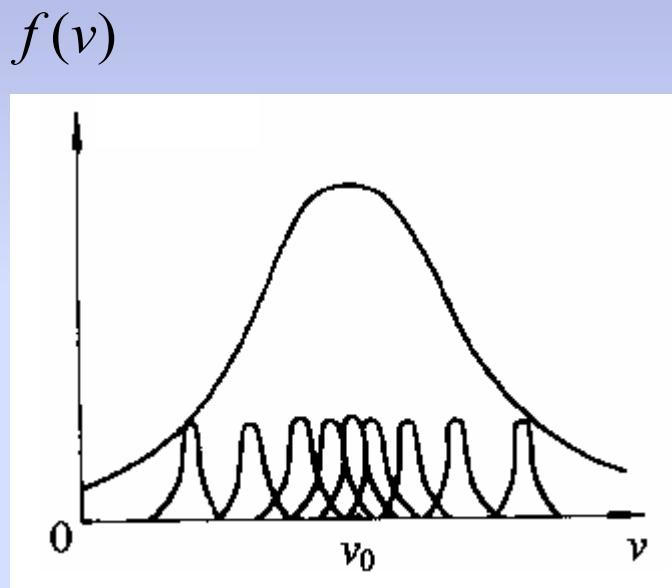
□ 多普勒增宽



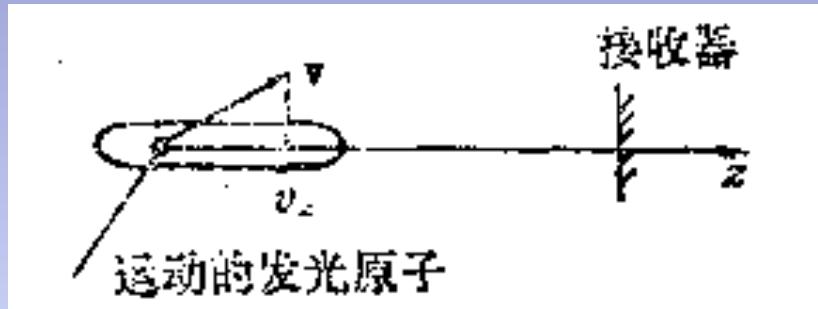
$$\nu \approx \nu_0 \left(1 + \frac{v_z}{c}\right)$$

表观中心频率 ν : 接收器所接收到的频率

不同速度的原子，接收到的频率各不相同，
即表观中心频率不同



热运动原子数密度服从麦克斯韦速度分布规律



单位体积内的原子数为n，则具有速度分量为 $v_z \sim v_z + dv_z$

的原子数为：

$$d n_z = n \left(\frac{m}{2 \pi k T} \right)^{1/2} e^{-\frac{m v_z^2}{2 k T}} d v_z$$

速度分量为 $v_z \sim v_z + dv_z$ 的原子数占总数的百分比为：

$$\frac{dn_z}{n} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} dv_z \quad (1-78)$$

频率在 $\nu \sim \nu + d\nu$ 之间的光强与总光强之比

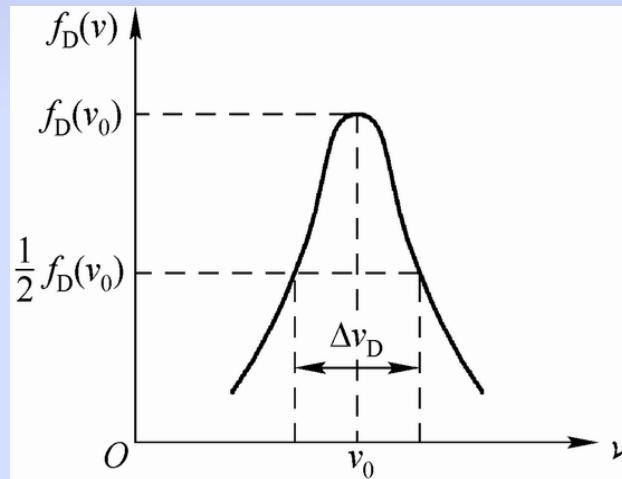
=速度分量在 $v_z \sim v_z + dv_z$ 之间的原子数与总原子数之比相等

$$f_D(\nu) d\nu = \frac{dn_z}{n} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} dv_z \quad (1-79)$$

多普勒增宽的线型函数

$$f_D(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-\frac{mc^2}{2kT} \left(\frac{v-v_0}{v_0}\right)^2} \frac{c}{v_0} \quad (1-80)$$

高斯线型



图(1-17)高斯线型函数

物理意义：频率 v 附近单位频率间隔内的光强占总光强的百分比

多普勒增宽的线宽为：

$$\Delta\nu_D = \nu_2 - \nu_1 = 2\nu_0 \left(\frac{2kT}{mc^2} \ln 2 \right)^{1/2} \quad (1-82)$$

$$f_D(\nu) = \frac{2}{\Delta\nu_D} \left(\frac{\ln 2}{\pi} \right)^{1/2} e^{-[4 \ln 2 \cdot (\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D})^2]} \quad (1-83)$$

(1).T=300K, N_e 原子6328A(632.8nm,红光)谱线不同机理的增宽:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta v_D = 1.7 \times 10^9 \text{ Hz} \\ \Delta v_c = 1 \times 10^8 \text{ Hz} \\ \Delta v_N = 2 \times 10^7 \text{ Hz} \end{array} \right\}$$

(2).T=300K, CO₂分子10.6μm(红外)谱线与N_e原子谱线6328A的Doppler增宽:

$$\left\{ \begin{array}{l} |\Delta v_D|_{N_e} = 1.7 \times 10^9 \text{ Hz} \\ |\Delta v_D|_{CO_2} = 5.3 \times 10^7 \text{ Hz} \end{array} \right\}$$

五、均匀增宽和非均匀增宽线型

均匀增宽（自然增宽和碰撞增宽）

➤ 每个原子都以整个线型发射，每个原子对谱线不同频率部分的贡献都相同，因此无法把线型函数上某一特定频率部分与某些特定粒子相联系

➤ Lorentz线型函数

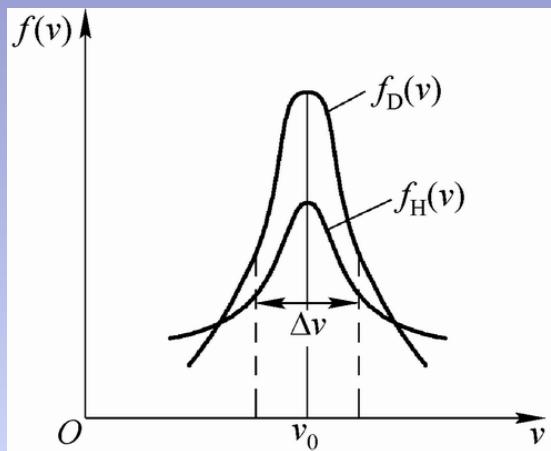
$$f_{_H}(\nu) = \frac{\Delta\nu_{_H}/2\pi}{(\nu - \nu_{_0})^2 + (\Delta\nu_{_H}/2)^2}$$

$$\Delta\nu_{_H} = \Delta\nu_{_N} + \Delta\nu_{_C}$$

非均匀增宽

气体激光器中的多普勒效应

固体激光器中晶体缺陷，总光谱线加宽，这种加宽属于非均匀加宽。它在均匀性差的晶体中表现得最为突出。



图(1-18) 两种线型函数的 比较

$$f_D(v_0) = \frac{2}{\Delta\nu_D} \left(\frac{\ln 2}{\pi} \right)^{1/2} \approx \frac{0.939}{\Delta\nu_D}$$

$$f_H(v_0) = \frac{2}{\pi\Delta\nu_H} \approx \frac{0.637}{\Delta\nu_H}$$

均匀加宽和非均匀加宽的本质差别

对均匀加宽，整个介质的线型和线宽与单个粒子相同，对非均匀加宽，某个粒子的线型和线宽不等于整个介质的谱线加宽和线宽。

对均匀加宽，不能把介质线型函数上的某一特定频率与介质中某类原子建立联系和对应关系。对非均匀加宽，某类发光粒子仅对光谱线范围内某一特定频率有贡献，对其他频率无贡献。

六、综合增宽

实际的光谱线型是均匀增宽线型和非均匀增宽线型的迭加。

对于高温、低气压、轻元素介质的短波长自发辐射跃迁

例：氦氖激光器

激光辐射中心频率： 4.74×10^{14} Hz.

总均匀加宽：200MHz

多谱勒线宽： 1500 MHz 强非均匀加宽

对于高气压、重元素介质的长波长自发辐射跃迁

例：二氧化碳激光器

激光辐射中心频率： 2.82×10^{14} Hz.

总均匀加宽： 5GHz

多谱勒线宽： 60 MHz

强均匀加宽

1.5. 激光形成的条件

一. 介质中光的受激辐射放大

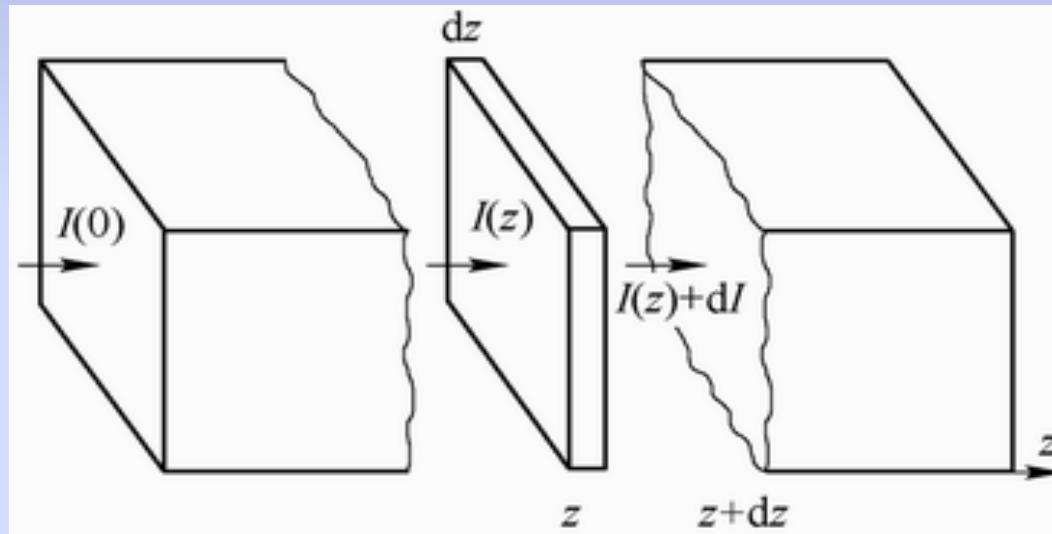


图1-20 光穿过厚度为 dz 介质的情况

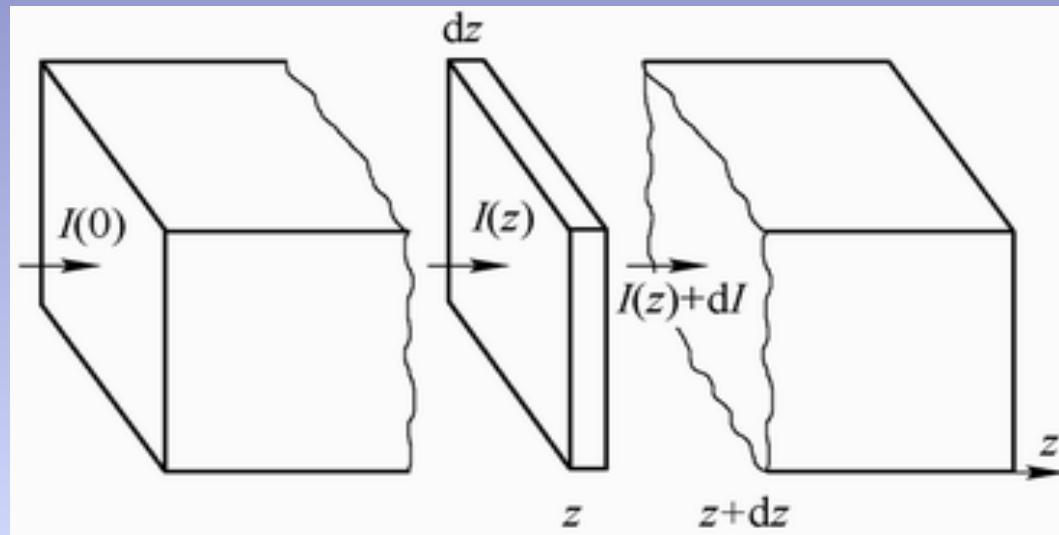


图1-20 光穿过厚度为 dz 介质的情况

$$dN_1 = -n_1 B_{12} \rho(z) f(v) dt$$

$$dN_2 = n_2 B_{21} \rho(z) f(v) dt$$

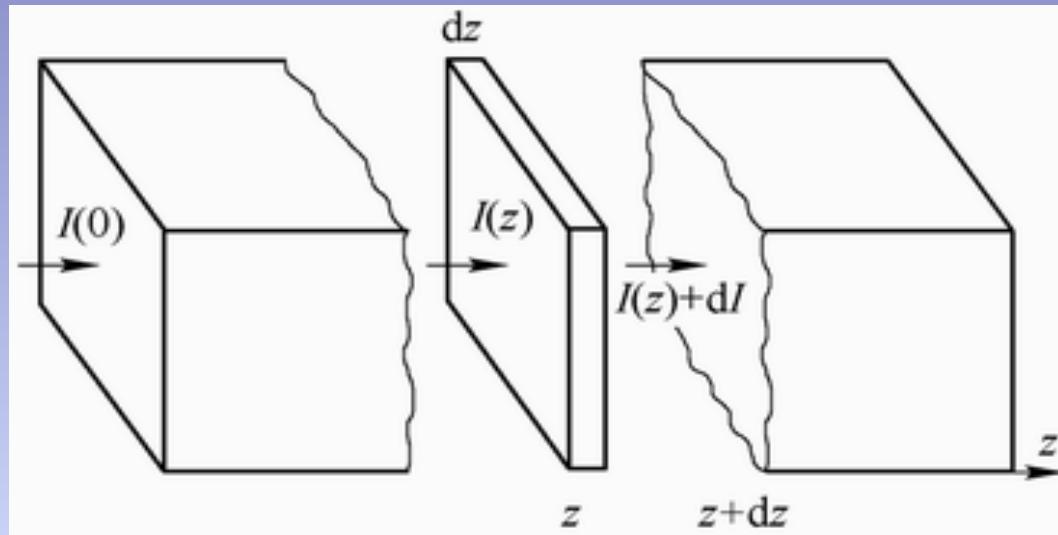


图1-20 光穿过厚度为dz介质的情况

光穿过dz介质后净增加的光子数密度为：

$$dN = dN_1 + dN_2 = (n_2 B_{21} - n_1 B_{12}) \rho(z) f(v) dt$$

$$dN = dN_1 + dN_2 = (n_2 B_{21} - n_1 B_{12}) \rho(z) f(v) dt$$

$$\begin{aligned} g_1 B_{12} &= g_2 B_{21} & dz &= \frac{c}{\mu} dt \\ &= (n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1) B_{21} \rho(z) f(v) \frac{\mu}{c} dz \end{aligned}$$

光穿过dz介质后光能量密度的增加值为：

$$d\rho = h\nu \cdot dN = (n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1) B_{21} \rho(z) f(v) \frac{\mu}{c} h\nu \cdot dz$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = (n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1) B_{21} f(v) \frac{\mu}{c} h v \cdot dz$$

$$\rho(z) = \rho(0) \exp[(n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1) B_{21} f(v) h v \frac{\mu}{c} z] \Rightarrow$$

$$\rho = \frac{\mu}{c} I$$

光强随穿过的距离z变化的规律

$$I(z) = I(0) \exp[(n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1) B_{21} f(v) h v \frac{\mu}{c} z]$$

$$I(z) = I(0) \exp\left[\left(n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1\right) B_{21} f(v) h v \frac{\mu}{c} z\right]$$

热平衡状态下：

$$\frac{n_2}{n_1} \frac{g_1}{g_2} = e^{-hv/kT}$$

$$n_2 - n_1 \frac{g_2}{g_1} = n_1 \frac{g_2}{g_1} \left(e^{-hv/kT} - 1\right) < 0$$

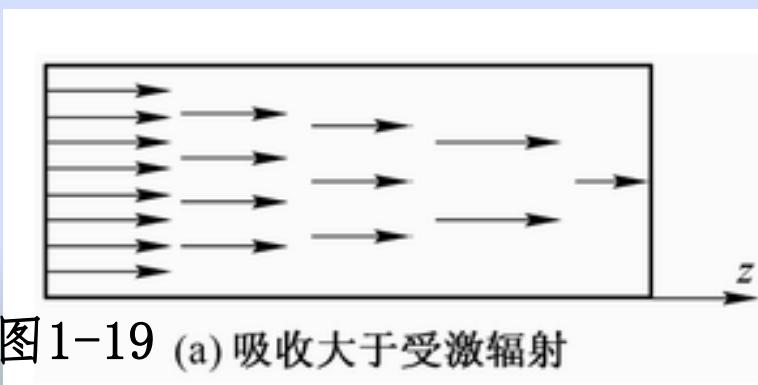
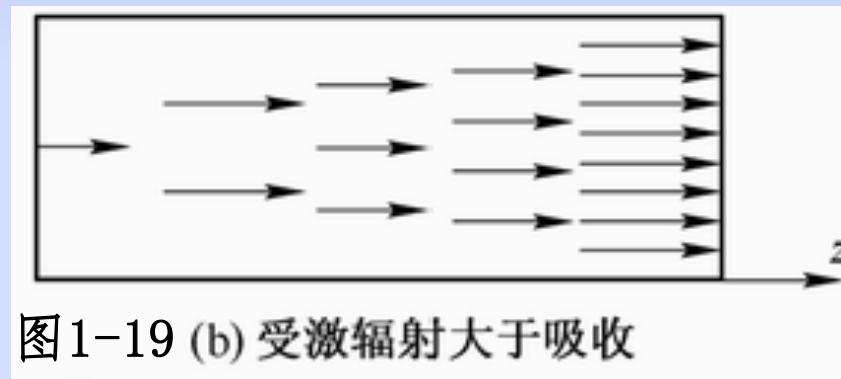


图1-19 (a) 吸收大于受激辐射

受激吸收大于受激辐射

光放大：光波穿过介质时光强随路程 z 增长

$$n_2 - n_1 \frac{g_2}{g_1} > 0$$



反转粒子数密度 Δn : 用来衡量反转程度的物理量

$$\Delta n = n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1$$

粒子数反转分布 $\Delta n > 0$

激励(泵浦(pumping)/抽运)

光泵抽运、电激励(气体放电激励)、化学激励、核能激励等

介质的增益系数G: 代表介质对光波的放大能力

$$(n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1) B_{21} f(v) h v \frac{\mu}{c} = G$$

$$I(z) = I(0) e^{Gz} \Rightarrow G = \frac{1}{I(z)} \cdot \frac{dI(z)}{dz}$$

G: 光波在介质中经过单位长度路程光强的相对增长率，代表介质对光波放大能力的大小。

实现光放大的两个条件

1. 激励能源
2. 增益介质

二. 光学谐振腔和阈值条件

$$\bar{n} = \frac{q_{\text{激}}(t)}{q_{\text{自}}(t)} = \frac{B_{21}\rho f(v)}{A_{21}} = \frac{c^3 \rho_v}{8\pi h v^3} = \frac{1}{e^{\frac{hv}{kT}} - 1}$$

例1. $\lambda=6943\text{A}$ 的红宝石激光

$$T=300\text{K}, \quad \bar{n} = q_{\text{激}} / q_{\text{自}} = 9 \times 10^{-31}$$

$$T=1500\text{K}, \quad \bar{n} = 9 \times 10^{-7}$$

$$T \approx 30000\text{K}, \quad \bar{n} = q_{\text{激}} / q_{\text{自}} \approx 1$$

例2. $\lambda=0.3\text{m}$ 的微波

$$T = 300\text{K}, \quad \bar{n} = q_{\text{激}} / q_{\text{自}} = 6 \times 10^3$$

$$T = 1500\text{K}, \quad \bar{n} = 3 \times 10^4$$

增大增益介质中传播的光能密度 ρ 来实现，

$$\rho(z) = \rho(0) \exp\left[\left(n_2 - \frac{g_2}{g_1} n_1\right) B_{21} f(v) h\nu \frac{\mu}{c} z\right]$$

可以增加增益介质的长度L来增加。——激光器思想的产生

光学谐振腔

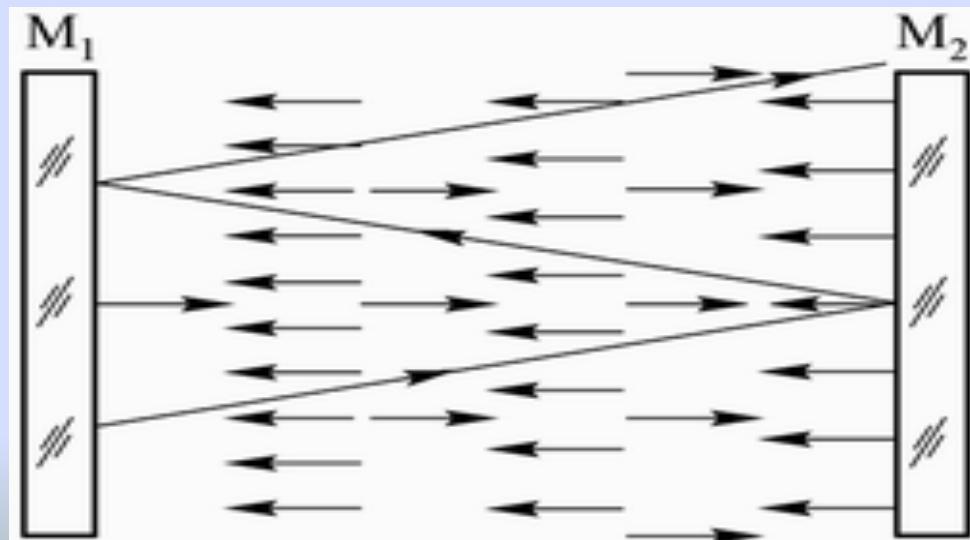
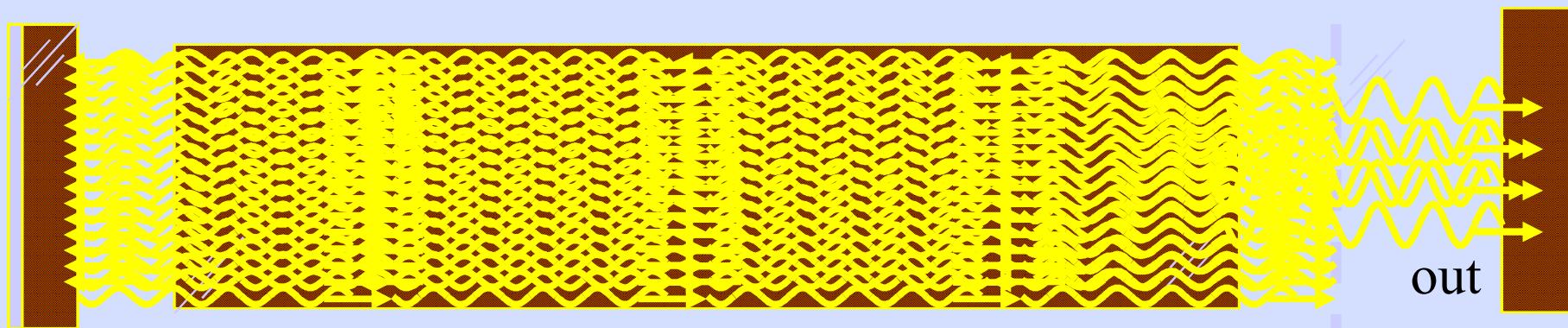
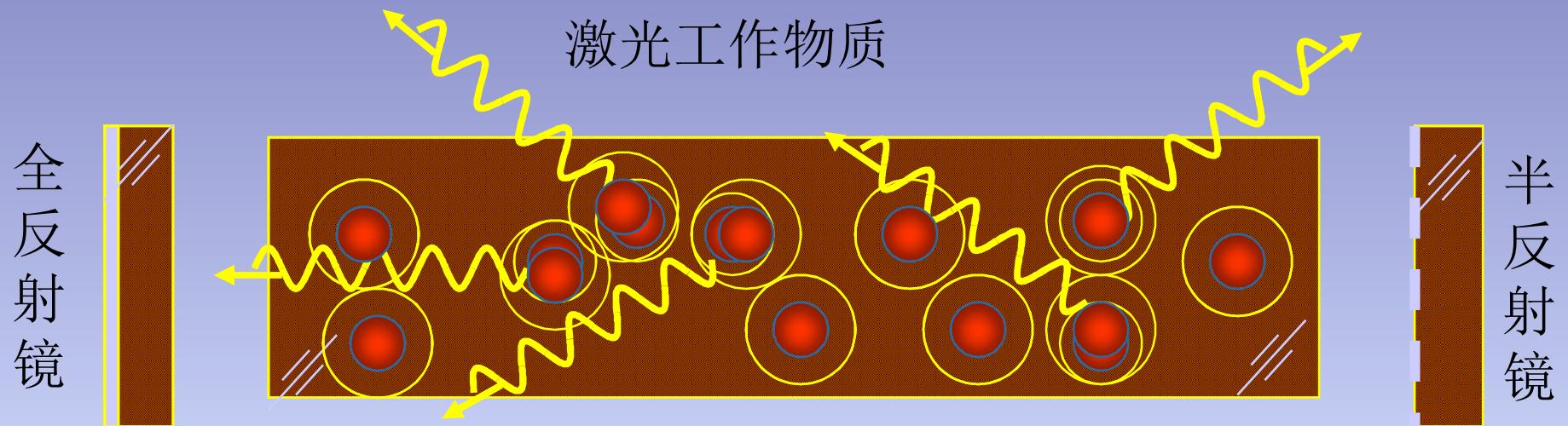
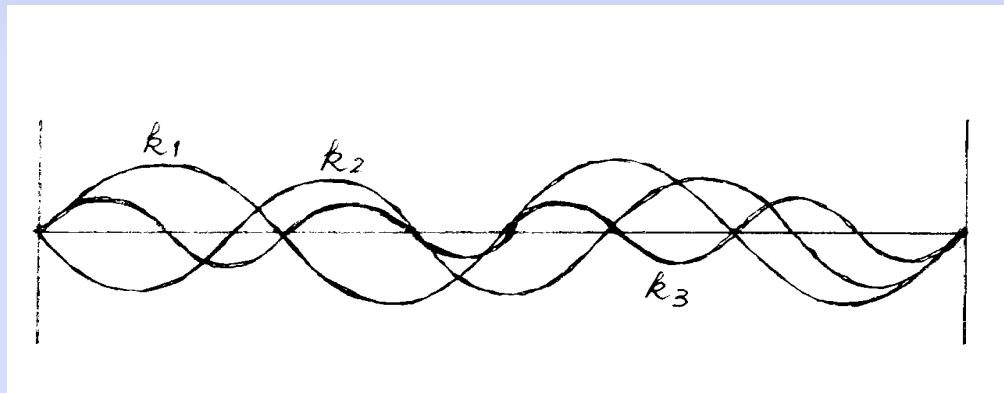


图1-21 受激光在谐振腔中的放大

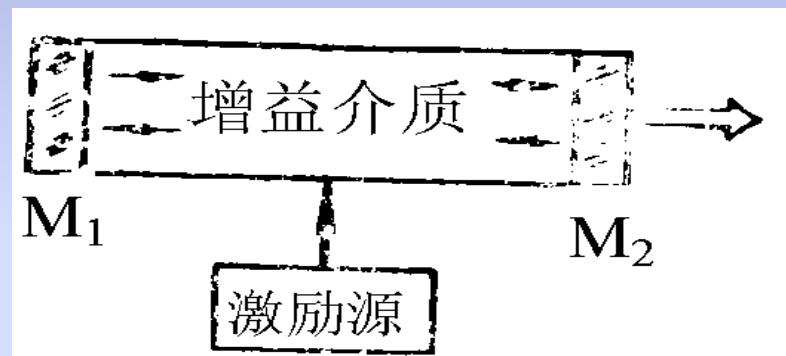


1. 光腔的选模作用

光波模：可能存在于光学谐振腔内的光驻波模式



2. 光腔的正反馈作用



产生激光的基本条件

1. 增益介质
2. 激励能源
3. 光学谐振腔