堆和优先队列

xbZhong

本页PDF

堆

其就是完全二叉树 其可以用连续的数据结构即数组来存储 可分为大顶堆和小顶堆 * 其定义上具有递归性质 * 大顶堆指的是在堆结构中任何一个三元组都满足最大元素在根节点的性质 * 小顶堆指的是在堆结构中任何一个三元组都满足最小元素在根节点的性质 * 堆其实就是优先队列，根据权重比出入队

堆的插入和弹出

插入

在数组最后一位插入并执行向上调整

弹出

将堆顶元素和最后一位元素交换并执行向下调整 交换后除堆顶元素其它部分都符合堆的性质

堆排序

- 将堆顶元素与堆尾元素进行交换，看成弹出堆顶元素
- 对堆内剩余元素进行调整
- 再将堆顶元素与堆尾元素进行交换，重复上述操作

建堆

普通建堆法

- 向上调整法 从下往上
- 依次插入节点，从第二个节点开始，比较孩子和父亲，比较完比较下一对

线性建堆法

- 采用向下调整法 从上往下
- 从最后一个孩子的父亲节点开始依次向下调整
- 把原数组看成完全二叉树
- 使用向下调整法，从后往前依次扫描每一层节点
- 时间复杂度为O(n)

set（集合）模拟堆操作

set天生就是小顶堆，若要模拟大顶堆，对元素先取符号 #### set基础操作 * 创建set：`set<int> s`; * 插入： s.insert(3); **类的方法** * set会进行去重处理 * 若要插入相同元素，可以用pair进行打包 * 即`set<pair<int,int>>` * 遍历集合：使用迭代器遍历（按照值从小到大遍历） * for(auto x: s) x是迭代器，s是集合名 * 若要对pair类型中数据进行读取 * 使用x.first对第一个字段读取 * 使用x.second对第二个字段读取 * s.begin()->first也是可行的 * 访问：s.begin() **返回指向集合第一个元素的迭代器** * s.end()与s.begin()类似 * 删除：s.erase() **删除集合中的元素** * 大小：s.size() **返回集合大小**

数据流中的第K大元素

703. 数据流中的第 K 大元素

简单 相关标签 相关企业

设计一个找到数据流中第 `k` 大元素的类（class）。注意是排序后的第 `k` 大元素，不是第 `k` 个不同的元素。

请实现 `KthLargest` 类：

- `KthLargest(int k, int[] nums)` 使用整数 `k` 和整数流 `nums` 初始化对象。
- `int add(int val)` 将 `val` 插入数据流 `nums` 后，返回当前数据流中第 `k` 大的元素。

* 第K大元素->建立小顶堆 * 第K小元素->建立大顶堆 * 对k个元素建立堆，若新插入的元素比堆顶元素大，则将其插入堆中 * 否则不进行操作，因为这样不会对结果产生影响

```
class KthLargest {
public:
typedef pair<int,int> PII;
int tot,k;
set<PII> s;
KthLargest(int k, vector<int>& nums) {
    this->k = k; //this指针：指向类里面变量
    for(auto x: nums)
    {
        add(x);
    }
    return;
}

int add(int val) {
    if(s.size() < k)
    {
        s.insert(PII(val,tot++));
    }
    else{
        if(s.begin()->first < val)
        {
            s.insert(PII(val,tot++));
        }
    }
    if(s.size() > k) s.erase(s.begin());
    return s.begin()->first;
 }
};
```

数据流中的中位数

295. 数据流的中位数

困难 相关标签 相关企业

中位数是有序整数列表中的中间值。如果列表的大小是偶数，则没有中间值，中位数是两个中间值的平均值。

- 例如 `arr = [2,3,4]` 的中位数是 `3` 。
- 例如 `arr = [2,3]` 的中位数是 `(2 + 3) / 2 = 2.5` 。

实现 MedianFinder 类:

- `MedianFinder()` 初始化 `MedianFinder` 对象。
- `void addNum(int num)` 将数据流中的整数 `num` 添加到数据结构中。
- `double findMedian()` 返回到目前为止所有元素的中位数。与实际答案相差 10^{-5} 以内的答案将被接受。

* 用堆的思想来解题 * 双堆法，对顶堆解题 * 将数据分成两段 * 数据个数为奇数，中位数是前半段的最大值 * 数据个数为偶数，中位数是前半段的最大值和后半段的最小值的平均值 * 前半段用大顶堆维护，后半段用小顶堆维护 * 插入元素和大顶堆的堆顶元素比较 * 比他大插入到后半段 * 比他小插入到前半段 * 规定当总个数为奇数，前半段数据个数比后半段数据个数多1 * **n1是前半段堆数据的理论数量** 加上1是考虑到总个数可能为奇数

```
class MedianFinder {
public:
    typedef pair<int,int> PII;
    int tot;
    set<PII> s1,s2;
    MedianFinder() {
        tot = 0;
    }

    void addNum(int num) {
        if(s1.size() == 0 || num < -s1.begin()->first)
        s1.insert(PII(-num,tot ++));
        else
        s2.insert(PII(num,tot++));
        int n1 = (s1.size() + s2.size() + 1) / 2;
        if(n1 == s1.size()) return;
        if(s1.size() < n1)
        {
            s1.insert(PII(-s2.begin()->first,tot++));
            s2.erase(s2.begin());
        }
        else
        {
            s2.insert(PII(-s1.begin()->first,tot++));
            s1.erase(s1.begin());
        }
    }

    double findMedian() {
        if((s1.size() + s2.size()) % 2)
        return -s1.begin()->first;
        double a = -s1.begin()->first;
        double b = s2.begin()->first;
        return (a + b) / 2.0;
    }
};
```

合并k个升序链表

23. 合并 K 个升序链表

困难 相关标签 相关企业

给你一个链表数组，每个链表都已经按升序排列。

请你将所有链表合并到一个升序链表中，返回合并后的链表。

示例 1：

> **输入：** lists = [[1,4,5],[1,3,4],[2,6]]
> **输出：** [1,1,2,3,4,4,5,6]
> **解释：** 链表数组如下：
> [
> 1->4->5,
> 1->3->4,
> 2->6
>]
> 将它们合并到一个有序链表中得到。
> 1->1->2->3->4->4->5->6

alt text

- 将链表数组的头节点放到堆里面，找出最小值，放到结果链表
- 每次将数据放到结果链表就将对应的链表数组头节点更换
- 用小顶堆来维护最小值
- 使用虚拟头节点来插入数据 **其实也可以一开始就将所有数据直接压入堆中**

```
class Solution {
public:
    ListNode* mergeKLists(vector<ListNode*>& lists) {
        typedef pair<int,int> PII;
        set<PII> s;
        int n = lists.size();
        for(int i = 0;i < n;i++)
        {
            if(lists[i] == nullptr) continue;
            s.insert(PII(lists[i]->val,i));
        }
        ListNode new_head,*p = &new_head , *q;
        new_head.next = nullptr;
        while(s.size())
        {
            PII a = *s.begin();
            s.erase(s.begin());
            q = lists[a.second];
            lists[a.second] = lists[a.second]->next;
            p->next = q;
            q->next = nullptr;
            p = q;
            if(lists[a.second])
            {
            s.insert(PII(lists[a.second]->val,a.second));
            }
        }
        return new_head.next;
    }
};
```

丑数

264. 丑数 II

中等 | 相关标签 | 相关企业 | 提示 | A文

给你一个整数 `n` ，请你找出并返回第 `n` 个 **丑数** 。

丑数 就是质因子只包含 `2`、`3` 和 `5` 的正整数。

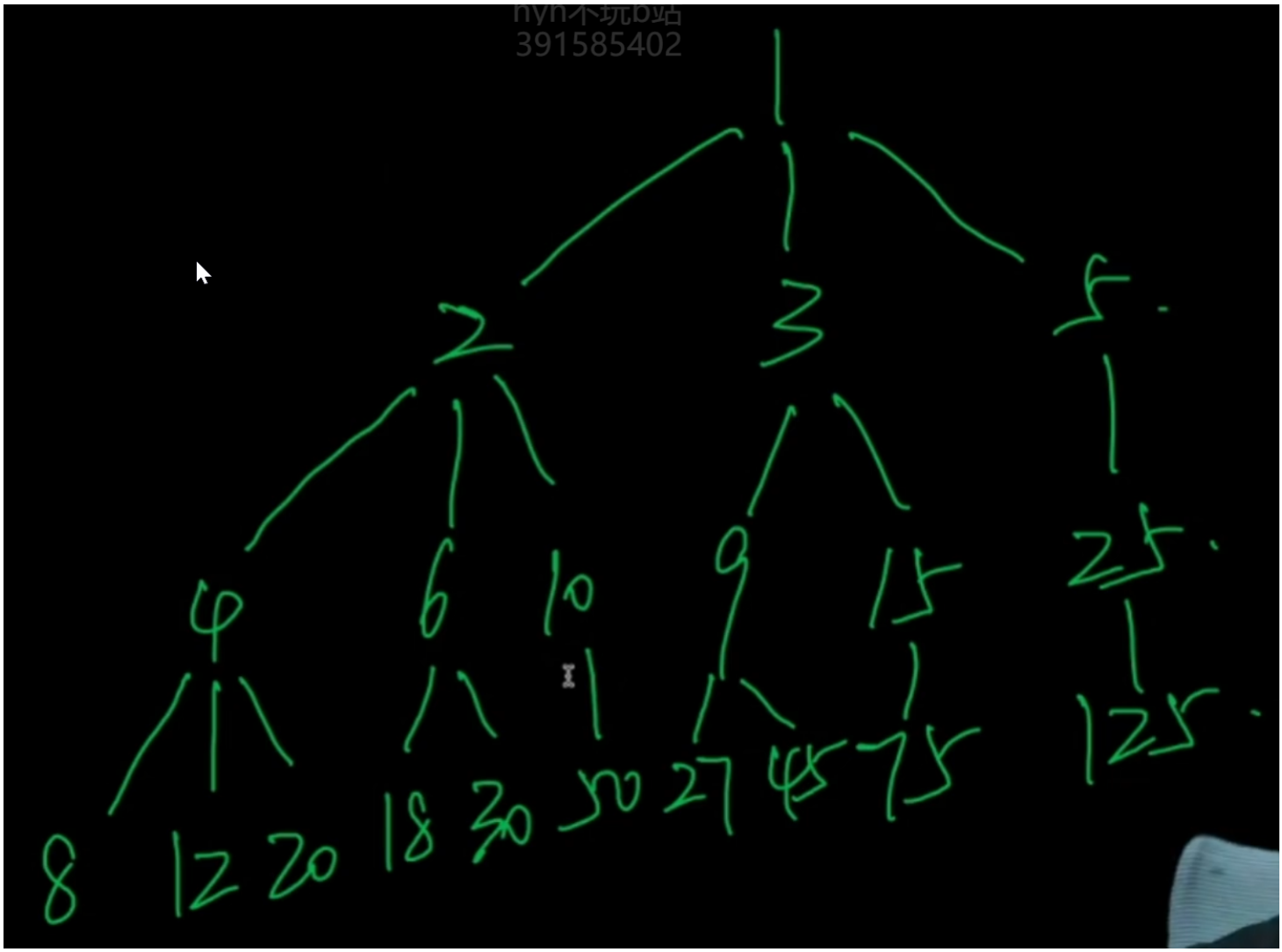
示例 1：

> **输入：** `n = 10`
> **输出：** `12`
> **解释：** `[1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12]` 是由前 `10` 个丑数组成的序列。

示例 2：

> **输入：** `n = 1`
> **输出：** `1`
> **解释：** `1` 通常被视为丑数。

* 先往堆中压入1 * 每次都弹出堆顶元素(堆中最小值)，并在堆顶元素基础上生成相对应丑数，并将其压入堆 * 执行n次，并用ans接收弹出的堆顶元素，最后返回ans **可以生成如图丑树**

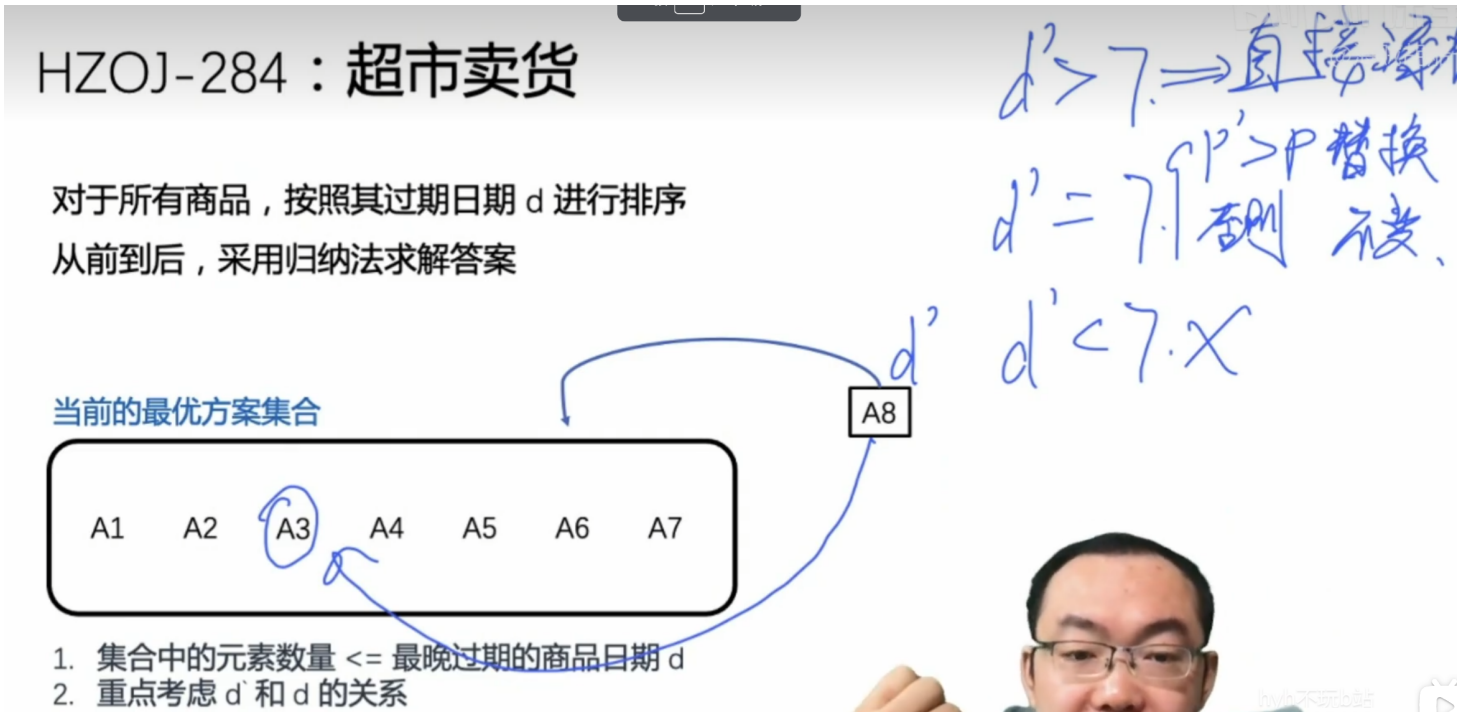


* 子节点是通过根节点乘以不小于它的最大质因数(2，3，5)所得到的

```cpp
class Solution {
public:
    int nthUglyNumber(int n) {
        set<long long> s;
        s.insert(1);
        long long ans = 0;
        while(n--)
        {
            ans = *s.begin();
            s.erase(s.begin());
            if(ans % 5 == 0)
            {
                s.insert(ans * 5);
            }
            else if(ans % 3 == 0)
            {
                s.insert(ans * 3);
                s.insert(ans * 5);
            }
            else
            {
                s.insert(ans * 2);
                s.insert(ans * 3);
                s.insert(ans * 5);
            }
        }
        return ans;
    }
};
```

超市卖货

* 按照过期日期从小到大进行排序，用数组存储 * 创建一个集合模拟堆，用于存储要出售的商品 * 将新插入集合的商品的过期日期与最晚过期日期的商品进行比较 * 比其大则直接插入 * 与其相等则在已排序的集合中找一个利润最小的商品与其进行利润比较，利润大的留在集合中 * 由于已经排好序，因此新插入的商品不可能比集合中最晚过期的商品晚



* 我们用到c++里面的构造函数，用于初始化结构体里面的变量，即Data构造函数，他在调用结构体时会自动执行，并对成员变量进行赋值

```cpp
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
struct Data
{
    int p,d;
    Data(int p,int d):p(p),d(d){}
    bool operator<(const Data &obj)const
    {
        if(d != obj.d) return d < obj.d;
        return p > obj.p;
    }
};

typedef pair<int,int> PII;

int main()
{
    int n;
    cin >> n;
    vector<Data> arr;
    set<PII> s;
    for(int i = 0,p,d;i < n;i++)
    {
        cin >> p >> d;
        arr.push_back(Data(p,d));
    }
    sort(arr.begin(),arr.end());
    for(int i = 0;i < n;i++)
    {
        if(arr[i].d > s.size())
            s.insert(PII(arr[i].p,i));
        else
        {
            if(arr[i].p > s.begin()->first)
            {
                s.erase(s.begin());
                s.insert(PII(arr[i].p,i));
            }
        }
    }
    int ans = 0;
    for(auto x: s)
        ans += x.first;
    cout << ans;
```

```
        return 0;
    }
```

序列M小和

时间限制:1 s 空间限制:256 MB

#285. 序列M小和

描述 提交 自定义测试 题解视频 上一题 下一题 统计

题目描述

给出一个 $n * m$ 的矩阵，每行取一个元素，组成一个包含 n 个元素的序列，一共有 m^n 种序列，求出序列和最小的前 m 个序列的序列和。

输入

输入两个整数 n, m，接下来输入矩阵。

输出

输出最小的前 m 个序列的序列和。每两个数之间用空格隔开。

这道题就是要注意第i行的前M小和就在第i-1行和第i行m个数字组成的m * m种情况中

```cpp
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef pair<int,int> PII;
int main()
{
    int n,m,t = 0;
    cin >> n >> m;
    set<PII> s;
    s.insert(PII(0, t++));
    for(int i = 0;i < n;i++)
    {
        vector<int> temp;
        for(auto x : s)
        {
            temp.push_back(x.first);
        }
        s.clear();
        for(int j = 0 ,a;j < m;j++)
        {
            cin >> a;
            for(auto x: temp)
            {
                if(s.size() < m || s.begin()->first < x - a)//出现更优情况
                    s.insert(PII(x - a,t++));
                if(s.size() > m) s.erase(s.begin());
            }
        }
    }
    int flag = 0;
    for(auto iter = s.rbegin();iter != s.rend();iter++)//反向迭代器
    {
        if(flag) cout << " " ;
        cout << -iter->first ;
        flag = 1;
    }
    return 0;
}
```