

# 树

xbZhong

[本页PDF](#)

## 树

树的节点代表集合，树的边代表关系   ### 广度优先遍历 \* 也叫做层序遍历，一层一层来遍历树 \* 使用队列来进行遍历，遍历完当前节点的子节点就弹出该节点

```
void bfs(Node *root) //广度优先遍历
{
    head = tail = 0;
    Queue[tail++] = root;
    while(head<tail)
    {
        Node *node = Queue[head];
        cout << node->key << endl;
        if(node->lchild) Queue[tail++] = node->lchild;
        if(node->rchild) Queue[tail++] = node->rchild;
        head++;
    }
    return;
}
```

## 深度优先遍历

- 使用栈来实现遍历
- 先左后右
- 判断栈顶元素是否有子节点，有子节点则入栈，无子节点则出栈，直到变为空栈

```
void dfs(Node *root) //用栈模拟
{
    if(root == NULL) return;
    int start,end;
    tot += 1;
    start = tot;
    if(root->lchild) dfs(root->lchild); //递归，调用系统栈
    if(root->rchild) dfs(root->rchild); //调用一次函数实质就是入一次栈
    tot += 1; //函数返回实质就是出栈
    end = tot;
    cout << root->key << endl;
    return;
}
```

## 二叉树性质

- 度为0的节点比度为2的节点多一个
- 种类
  - 完全二叉树：只有最后一层缺少右侧节点
    - 对于编号为 $i$ 的节点
      - 该节点左节点： $2*i$
      - 该节点右节点： $2*i+1$
    - 其编号连续，可以用连续的数组存储
  - 满二叉树：没有度为1的节点
  - 完美二叉树：每一层都是满的
- 遍历

前序遍历	中序遍历	后序遍历
根左右	左根右	左右根

- 实现树的序列化
- 前加后不能还原，因为不能判断有多少节点

## 二叉树线索化

有利于让二叉树的遍历方式由递归变为非递归 本质上是利用冗余的指针空间 \* 左指针指向左子树的前驱 \* 右指针指向右子树的后继 \* 前驱指的是在相应遍历方式下某节点的前一个节点 \* 后继指的是在相应遍历方式下某节点的后一个节点

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
void build_inorder_thread(Node *root)
{
    if(root == NULL) return ;
    if(root->ltag == 0) build_inorder_thread(root->lchild);
    if(inorder_root == NULL) inorder_root = root; //root
    是中序遍历的第一个节点，赋值给inorder_root
    if(root->lchild == NULL) //前驱
    {
        root->lchild = prenode;
        root->ltag = 1;
    }
    if(prenode && prenode->rchild == NULL) //后继
    {
        prenode->rchild = root;
        prenode->rtag = 1;
    }
    prenode = root; //更新prenode，让其指向当前已经处理完
    毕的节点
    if(root->rtag == 0) build_inorder_thread(root->rchild);
    return;
}

void __build_inorder_thread(Node *root)
{
    build_inorder_thread(root);
    prenode->rchild = NULL; //处理完前面所有节点后，prenode指向最后一个节点
    prenode->rtag = 1;
    return;
}

Node *getnext(Node *root)
{
    if(root->rtag == 1) return root->rchild; //要注意的是，线
    索化的实现是按照中序遍历的顺序来的
    root = root->rchild; //代码到这一行说明root的
    后继是一条实实在在的边，而在中序遍历中，当前节点的后继是这
    个节点右子树的最左边的节点，因此使用循环遍历
    while(root->ltag == 0 && root->lchild) //当root->tag
    为1时，就说明其没有左子树，因此其就是当前节点右子树的最左
    边的节点
    {
        root = root->lchild;
    }
    return root;
}
int main()
{
    Node *node = inorder_root; //要指向中序遍历的第一个节点
    while(node)

```

```
{  
    cout << node->key << " ";  
    node = getnext(node);  
}  
clear(root);  
return 0;  
}
```

使用的方法是站在每个节点的下一个节点去处理当前节点的后继 对于最后一个节点，由于其没有下一个节点，因此无法处理其后继

### 二叉树与广义表 ##### 二叉树转广义表

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
#define KEY(n) (n ? n->key : -1) //空地址返回负一

typedef struct Node
{
    int key;
    struct Node *lchild,*rchild;
}Node;

Node *getnewnode(int key)
{
    Node *p = new Node;
    p->key = key;
    p->lchild = p->rchild = NULL;
    return p;
}

void clear(Node *root)
{
    if(root == NULL) return ;
    clear(root->lchild);
    clear(root->rchild);
    delete root;
    return ;
}

Node *insert(Node *root,int key)
{
    if(root == NULL) return getnewnode(key);
    if(rand()%2) root->lchild = insert(root->lchild,key);
    else root->rchild = insert(root->rchild,key);
    return root;
}

Node *getrandbinarytree(int n)
{
    Node *root =NULL;
    for(int i = 0;i < n;i++)
    {
        root = insert(root,rand() % 100);
    }
    return root;
}

char buff[1000];
int len = 0; //广义表信息长度

void __serialize(Node *root) //使用前序遍历序列化
{
    if(root == NULL) return;

```

```

len += sprintf(buff + len ,"%d",root->key);//sprintf的返回值是输出的字符数
if(root->lchild == NULL && root->rchild == NULL) return;
len += sprintf(buff + len ,"(");
__serialize(root->lchild);
if(root->rchild)
{
    len += sprintf(buff + len ,",");
    __serialize(root->rchild);
}
len += sprintf(buff + len ,")");
return ;
}

void serialize(Node *root)
{
    memset(buff,0,sizeof(buff));
    len = 0;
    __serialize(root);
    return;
}

void print(Node *node)
{
    printf("%d(%d,%d)\n",KEY(node),KEY(node->lchild),KEY(node->rchild));
    return ;
}

void output(Node *root)
{
    if(root == NULL) return;
    print(root);
    output(root->lchild);
    output(root->rchild);
    return;
}

int main()
{
    srand((unsigned)time(NULL));
#define n 10
    Node *root = getranderbinarytree(n);
    serialize(root);
    output(root);
    cout << buff << " " <<"广义表";
    clear(root);
    return 0;
}

```

## 广义表转二叉树

1. 遇到 关键字 → 生成新节点
2. 遇到 (, → 将刚新节点压栈
3. 遇到 ,, → 标记当前处理右子树
4. 遇到 ) → 将栈顶节点出栈
5. 每生成新节点 → 根据 标记 设置左右子树

\* 运用栈的思想 \* 遇到关键字，生成节点 \* 碰到左括号入栈 \* 碰到逗号标记flag为1（flag为0代表左子树，为1代表右子树） \* 碰到右括号弹栈 \* 设立左右子树时是为栈顶元素设立的 这道题使用状态机的算法思想，使用对应数字来分配任务 但分配完任务i须减1，同样地，完成任务后scode要设置为0

```
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
#define KEY(n) (n ? n->key : -1) //空地址返回负一

typedef struct Node
{
    int key;
    struct Node *lchild,*rchild;
}Node;

Node *getnewnode(int key)
{
    Node *p = new Node;
    p->key = key;
    p->lchild = p->rchild = NULL;
    return p;
}

void clear(Node *root)
{
    if(root == NULL) return ;
    clear(root->lchild);
    clear(root->rchild);
    delete root;
    return ;
}

Node *insert(Node *root,int key)
{
    if(root == NULL) return getnewnode(key);
    if(rand()%2) root->lchild = insert(root->lchild,key);
    else root->rchild = insert(root->rchild,key);
    return root;
}

Node *getranderbinarytree(int n)
{
    Node *root =NULL;
    for(int i = 0;i < n;i++)
    {
        root = insert(root,rand() % 100);
    }
    return root;
}
char buff[1000];
int len = 0; //广义表信息长度

void __serialize(Node *root) //使用前序遍历序列化
{
    if(root == NULL) return;
    len += sprintf(buff + len ,"%d",root->key); //sprintf的返回值是输出的字符数
```

```

if(root->lchild == NULL && root->rchild == NULL) return;
len += sprintf(buff + len , "(");
__serialize(root->lchild);
if(root->rchild)
{
    len += sprintf(buff + len , ",");
    __serialize(root->rchild);
}
len += sprintf(buff + len , ")");
return ;
}

```

```

void serialize(Node *root)
{
    memset(buff,0,sizeof(buff));
    len = 0;
    __serialize(root);
    return;
}

```

```

Node *deserialize(char *buff,int n)
{
    Node **s = (Node **)malloc(sizeof(Node *) * 100);
    int top = -1,flag = 0,scode = 0; //这里使用了状态机的算法思维
    Node *p = NULL , *root =NULL;
    for(int i = 0 ; buff[i];i++)
    {
        switch(scode)
        {
            case 0:
            {
                if(buff[i] >= '0' && buff[i] <= '9') scode = 1;
                else if(buff[i] == '(') scode = 2;
                else if(buff[i] == ',') scode = 3;
                else scode = 4;
                i -= 1;
            }
            break;
            case 1:
            {
                int num = 0;
                while(buff[i] <= '9' && buff[i] >= '0')
                {
                    num = num * 10 +(buff[i] - '0');
                    i += 1;
                }
                p = getnewnode(num);
                if(top >= 0 && flag == 0) s[top]->lchild = p;
                if(top >= 0 && flag == 1) s[top]->rchild = p;
            }
        }
    }
}

```

```

        i -= 1; //得到num后, i会指向下一个位置, 但外层循环有i+1, 为抵消影响, 在这i-1
        scode = 0;
    }
    break;
case 2:
{
    s[++top] = p;
    flag = 0;
    scode = 0;
}
break;
case 3:
{
    flag = 1;
    scode = 0;
}
break;
case 4:
{
    root = s[top--];
    scode = 0;
}
break;
}
}
return root;
}

void print(Node *node)
{
    printf("%d(%d,%d)\n",KEY(node),KEY(node->lchild),KEY(node->rchild));
    return ;
}

void output(Node *root)
{
    if(root == NULL) return;
    print(root);
    output(root->lchild);
    output(root->rchild);
    return;
}
int main()
{
    srand((unsigned)time(NULL));
#define n 10
    Node *root = getrandertbinarytree(n);
    serialize(root);
    output(root);
    cout << buff << " " <<"广义表";
    Node *new_root = deserialize(buff,len);
    output(new_root);
}

```

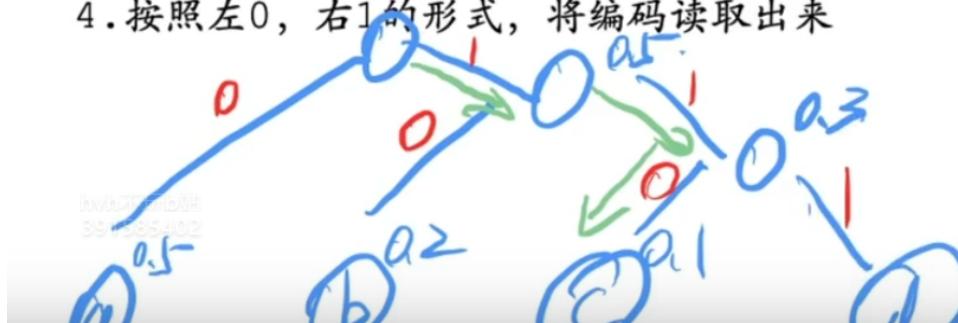
```
    clear(root);  
    return 0;
```

### ### 哈夫曼编码

## 哈夫曼编码

哈夫曼编码生成过程：

1. 首先，统计得到每一种字符的概率
  2. 每次将最低频率的两个节点合并成一棵子树
  3. 经过了  $n-1$  轮合并，就得到了一棵哈夫曼树
  4. 按照左0，右1的形式，将编码读取出来



(a, 0.5), (b, 0.2)

(c, 0.1), (d, 0.2)

a:0

b:10

C110

2d: 11



两个字符编码不能形成前缀关系

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
typedef struct Node
{
    int freq;
    char ch;
    struct Node *lchild,*rchild;
}Node;

Node *getnewnode(int freq,char ch)
{
    Node *p = new Node;
    p->ch = ch;
    p->freq = freq;
    p->lchild = p->rchild = NULL;
    return p;
}

void swap_node(Node **node_arr,int i,int j)
{
    Node *temp = node_arr[i];
    node_arr[i] = node_arr[j];
    node_arr[j] = temp;
    return;
}

int find_min_node(Node **node_arr,int n)
{
    int ind = 0;
    for(int j = 1;j <= n;j++)
    {
        if(node_arr[ind]->freq > node_arr[j]->freq) ind = j;
    }
    return ind;
}

//重难点：哈夫曼树建立过程
Node *buildhaffmantree(Node **node_arr,int n)
{
    for(int i = 1;i < n;i++)
    {
        int ind1 = find_min_node(node_arr,n - i);
        swap_node(node_arr,ind1,n-i); //将最小值与当前最后一个节点交换位置
        int ind2 = find_min_node(node_arr,n - i - 1);
        swap_node(node_arr ,ind2,n - i - 1);
        int freq = node_arr[n - i]->freq + node_arr[n - i - 1]->freq;
        Node *node = getnewnode(freq , 0);
        node->lchild = node_arr[n - i];
        node->rchild = node_arr[n - i - 1];
        node_arr[n - i - 1] = node;
    }
}

```

```

    return node_arr[0];
}

void extracthaffmancode(Node *root ,char buff[],int k)
{
    buff[k] = 0;
    if(root->lchild == NULL && root->rchild == NULL)
    {
        cout << root->ch << buff << endl;
        return ;
    }
    buff[k] = '0';
    extracthaffmancode(root->lchild,buff,k+1);
    buff[k] = '1';
    extracthaffmancode(root->rchild,buff,k+1);
    return ;
}
void clear(Node *root)
{
    if(root == NULL) return ;
    clear(root->lchild);
    clear(root->rchild);
    delete root;
    return ;
}

int main()
{
    int n,freq;
    char s[10];
    cin >> n;
    Node **node_arr = new Node *[n];
    for(int i = 0;i < n;i++)
    {
        cin >> s >> freq;
        node_arr[i] = getnewnode(freq,s[0]);
    }
    Node *root = buildhaffmantree(node_arr,n);
    char buff[1000];
    extracthaffmancode(root,buff,0);
    clear(root);
    return 0;
}

```

## n叉树前序遍历

# 589. N 叉树的前序遍历

已解答 

简单

相关标签

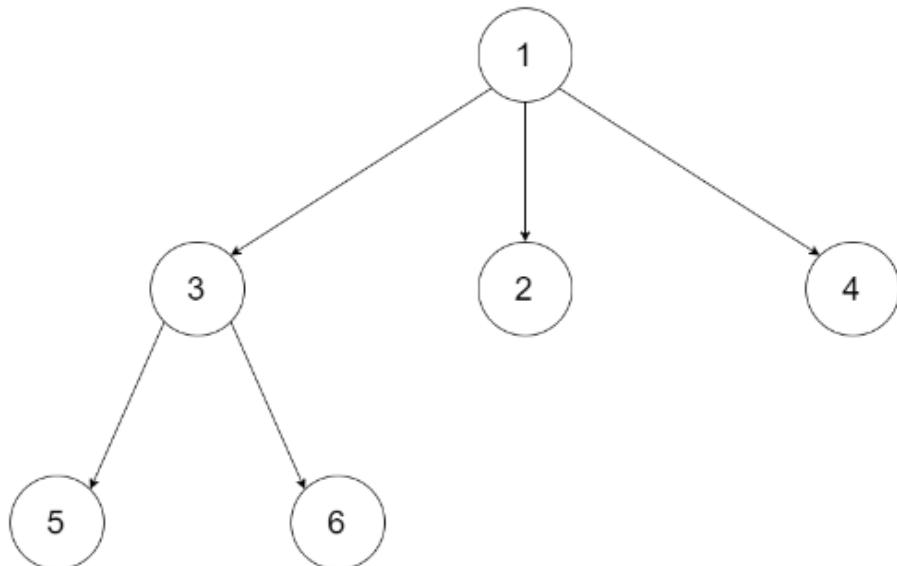
相关企业

A+

给定一个 n 叉树的根节点 `root`，返回 其节点值的 前序遍历。

n 叉树 在输入中按层序遍历进行序列化表示，每组子节点由空值 `null` 分隔（请参见示例）。

示例 1：



输入: `root = [1,null,3,2,4,null,5,6]`

`// Definition for a Node.` `class Node { public:` `int val;` `vector<Node> children;`

```
Node() {}

Node(int _val) {
    val = _val;
}

Node(int _val, vector<Node*> _children) {
    val = _val;
    children = _children;
}
};

*/



class Solution {
public:
    vector<int> preorder(Node* root) {
        if(root == NULL) return vector<int>();
        vector<int> ans;
        ans.push_back(root->val);
        for(auto x: root->children)
        {
            vector<int> temp = preorder(x);
            for(auto y : temp) ans.push_back(y);
        }
        return ans;
    }
};
```

## 从前序与中序遍历序列构造二叉树

# 105. 从前序与中序遍历序列构造二叉树

中等

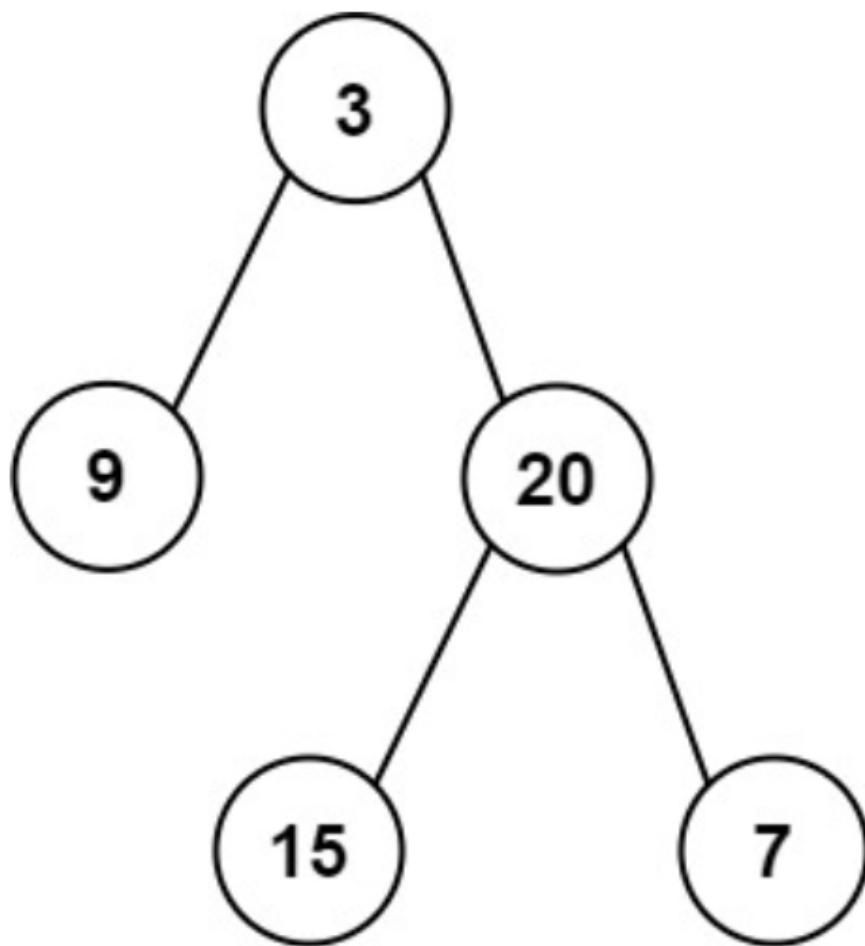
相关标签

相关企业

A<sub>文</sub>

给定两个整数数组 `preorder` 和 `inorder`，其中 `preorder` 是二叉树的**先序遍历**，`inorder` 是同一棵树的**中序遍历**，请构造二叉树并返回其根节点。

示例 1：



\* 使用递归思想 \* 对大树使用前序与中序遍历结果恢复二叉树 \* 对左右子树也分别用前中序遍历结果恢复 \* 返回根节点

```
class Solution {
public:
    TreeNode* buildTree(vector<int>& preorder, vector<int>& inorder) {
        if(preorder.size() == 0) return NULL;
        int pos = 0;
        while(inorder[pos] != preorder[0]) pos += 1;
        TreeNode *root = new TreeNode(preorder[0]);
        vector<int> pre , in;
        for(int i = 1;i <= pos;i++) pre.push_back(preorder[i]);
        for(int i = 0;i <= pos - 1;i++) in.push_back(inorder[i]);
        root->left = buildTree(pre,in);
        pre.clear();
        in.clear();
        for(int i = pos + 1;i < preorder.size();i++)
        {
            pre.push_back(preorder[i]);
            in.push_back(inorder[i]);
        }
        root->right = buildTree(pre,in);
        return root;
    }
};
```

## 二叉树的层序遍历

## 102. 二叉树的层序遍历

尝

中等

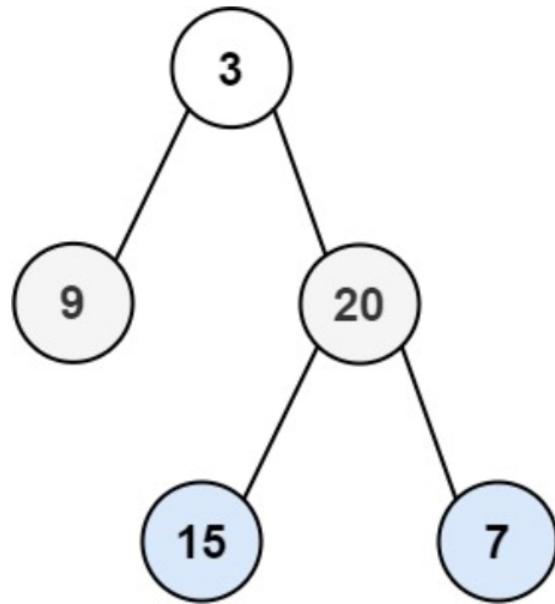
相关标签

相关企业

Ax

给你二叉树的根节点 `root`，返回其节点值的 **层序遍历**。（即逐层地，从左到右访问所有节点）。

示例 1：



输入: `root = [3,9,20,null,null,15,7]`

输出: `[[3],[9,20],[15,7]]`

alt text

广搜

```

class Solution {
public:
    vector<vector<int>> levelOrder(TreeNode* root) {
        if(root == NULL) return vector<vector<int>>();
        TreeNode *node;
        queue<TreeNode *> q;
        q.push(root);
        vector<vector<int>> ans;
        while(!q.empty())
        {
            int cnt = q.size();
            vector<int> temp;
            for(int i = 0;i < cnt;i++)
            {
                node = q.front();
                temp.push_back(node->val);
                if(node->left) q.push(node->left);
                if(node->right) q.push(node->right);
                q.pop();
            }
            ans.push_back(temp);
        }
        return ans;
    }
};

```

深搜 \* 深搜的精髓是要找到当前节点的层数，并在相应二维数组的一维数组的位置插入数值 \* 要记得在相应层数扩充一维数组

```

class Solution {
    void dfs(TreeNode *root,int k,vector<vector<int>> &ans)
    {
        if(root == NULL) return ;
        if(k == ans.size()) ans.push_back(vector<int>());
        ans[k].push_back(root->val);
        dfs(root->left,k+1,ans);
        dfs(root->right,k+1,ans);
        return ;
    }
public:
    vector<vector<int>> levelOrder(TreeNode* root) {
        vector<vector<int>> ans;
        dfs(root,0,ans);
        return ans;
    }
};

```

翻转二叉树



## 226. 翻转二叉树

已解答

简单

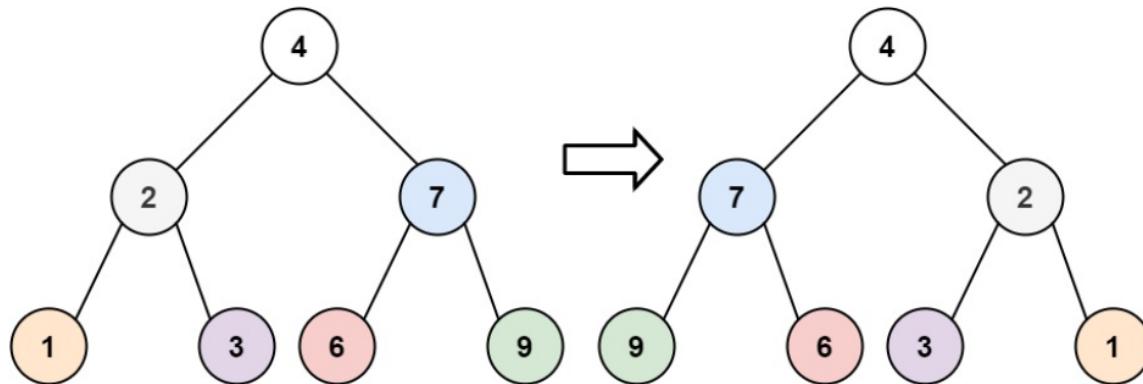
相关标签

相关企业

A+

给你一棵二叉树的根节点 `root`，翻转这棵二叉树，并返回其根节点。

示例 1：



输入： `root = [4,2,7,1,3,6,9]`

输出： `[4,7,2,9,6,3,1]`

\* 利用递归思想 解决完当前根节点的子节点 就解决子节点的子节点 \* 可以利用c++里面的swap函数，不需要手写交换函数

```
class Solution {
public:
    TreeNode* invertTree(TreeNode* root) {
        if(root == NULL) return NULL;
        swap(root->right,root->left);
        invertTree(root->left);
        invertTree(root->right);
        return root;
    }
};
```

二叉树层序遍历

## 107. 二叉树的层序遍历 II

已解答

中等

相关标签

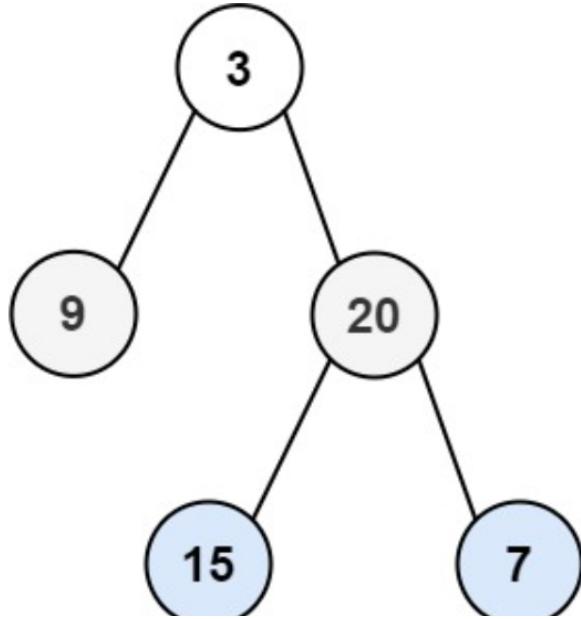
相关企业

A<sub>2</sub>

给你二叉树的根节点 `root`，返回其节点值 **自底向上的层序遍历**。（即按从叶子节点所在层到根节点所在的层，逐层从左向右遍历）



示例 1：



alt text

```
class Solution {
public:
    void dfs(TreeNode *root,int k,vector<vector<int>> &ans)
    {
        if(root == NULL) return;
        if(k == ans.size()) ans.push_back(vector<int>());
        ans[k].push_back(root->val);
        dfs(root->left,k+1,ans);
        dfs(root->right,k+1,ans);
        return ;
    }
    vector<vector<int>> levelOrderBottom(TreeNode* root){
        vector<vector<int>> ans;
        dfs(root,0,ans);
        for(int i = 0,j = ans.size()-1;i < j;i++,j--)
        {
            swap(ans[i],ans[j]);
        }
        return ans;
    }
};
```

## 二叉树的锯齿形层序遍历

## 103. 二叉树的锯齿形层序遍历

已解答



中等

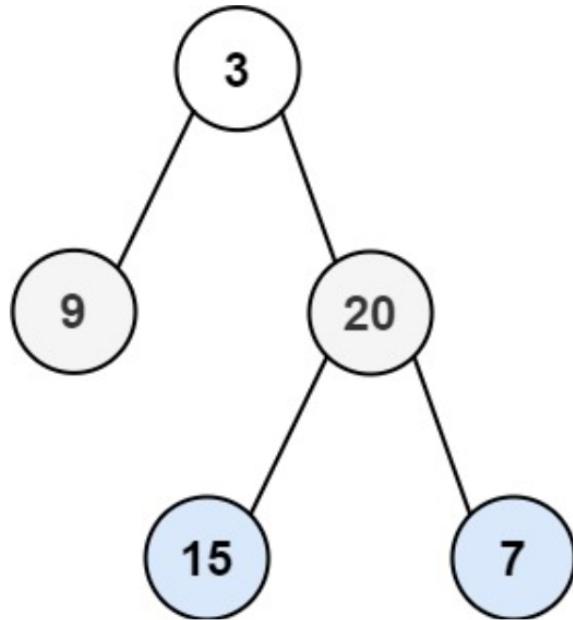
相关标签

相关企业

A\*

给你二叉树的根节点 `root`，返回其节点值的 锯齿形层序遍历。（即先从左往右，再从右往左进行下一层遍历，以此类推，层与层之间交替进行）。

示例 1：



alt text

```

class Solution {
public:
    void dfs(TreeNode *root,int k,vector<vector<int>> &ans)
    {
        if(root == NULL) return;
        if(k == ans.size()) ans.push_back(vector<int>());
        ans[k].push_back(root->val);
        dfs(root->left,k+1,ans);
        dfs(root->right,k+1,ans);
        return ;
    }
    vector<vector<int>> zigzagLevelOrder(TreeNode* root){
        vector<vector<int>> ans;
        dfs(root,0,ans);
        for(int k = 1;k < ans.size();k+=2)
        {
            for(int i = 0,j = ans[k].size()-1;i < j;i++,j--)
                swap(ans[k][i],ans[k][j]);
        }
        return ans;
    }
};

```

## 合并果子

# #287. 合并果子

描述  提交  自定义测试  题解视频

上一题  下一题  统计

### 题目描述

在一个果园里，多多已经将所有的果子打了下来，而且按果子的不同种类分成了不同的堆。多多决定把所有的果子合成一堆。

每一次合并，多多可以把两堆果子合并到一起，消耗的体力等于两堆果子的重量之和。可以看出，所有的果子经过  $n - 1$  次合并之后，就只剩下一堆了。多多在合并果子时总共消耗的体力等于每次合并所耗体力之和。

因为还要花大力气把这些果子搬回家，所以多多在合并果子时要尽可能地节省体力。假定每个果子重量都为 1，并且已知果子的种类数和每种果子的数目，你的任务是设计出合并的次序方案，使多多耗费的体力最少，并输出这个最小的体力耗费值。

例如有 3 种果子，数目依次为 1，2，9。可以先将 1、2 堆合并，新堆数目为 3，耗费体力为 3。接着，将新堆与原先的第三堆合并，又得到新的堆，数目为 12，耗费体力为 12。所以多多总共耗费体力为  $3 + 12 = 15$ 。可以证明 15 为最小的体力耗费值。

### 输入

输入包括两行，第一行是一个整数  $n(1 \leq n \leq 10000)$ ，表示果子的种类数。

第二行包含  $n$  个整数，用空格分隔，第  $i$  个整数  $a_i(1 \leq a_i \leq 20000)$  是第  $i$  种果子的数目。

### 输出

一行，这一行只包含一个整数，也就是最小的体力耗费值。输入数据保证这个值小于  $2^{31}$ 。

## 哈夫曼编码的应用

$$C = \sum a_i * b_i$$

↓      ↓      ↓

最小， 结出 中间求解.

$$L = \sum P_i * l_i$$

↓      ↓

最小      结出 中间求解

\* 最优体力是堆的数量乘以路径长度（个人理解是层数） \* 与哈夫曼算法本质是一样的 \* 这里用到了set类模板 要使用pair才可以存储键值对 \* 先找出最小的，将其删除，再找出次小的，再删除，然后将这两堆合并，合并次数为n-1次

```
#include<bits/stdc++.h> //合并果子 海贼oj287
using namespace std;
typedef pair<int,int> PII;
int main()
{
    int n;
    set<PII> s;
    cin >> n;
    for(int i = 0,a;i < n;i++)
    {
        cin >> a;
        s.insert(PII(a,i));
    }
    int ans = 0;
    for(int i = 1;i < n;i++)
    {
        int a = s.begin()->first;
        s.erase(s.begin());
        int b = s.begin()->first;
        s.erase(s.begin());
        ans += a+b;
        s.insert(PII(a + b,n + i));
    }
    cout << ans;
    return 0;
}
```

## 货仓选址



# #245. 货仓选址

描述  提交  自定义测试  题解视频

上一题  下一题  统计

## 题目描述

在一条数轴上有  $N$  家商店，他们的坐标分别为  $A[1] - A[N]$ 。现在需要在数轴上建立一家货仓，每天清晨，从货仓到每家商店都要运送一车商品。为了提高效率，求把货仓建在何处，可以使得货仓到每家商店的距离之和最小，输出最短距离之和。

## 输入

第一行输入一个数  $N$ 。（ $1 \leq N \leq 100000$ ）

接下来一行，输入  $N$  个数，表示商店的坐标。

## 输出

输出最短距离之和。

**分析** > 设货仓建在  $x$  坐标， $x$  左侧商店有  $P$  家， $x$  右侧商店有  $Q$  家。若  $P < Q$ ，则每把货仓的选址向右移动 1 单位距离，距离之和就会变小  $Q - P$ （左侧的  $P$  家店到  $x$  的距离增加  $P$ ，因为每家店到  $x$  的距离都增加了 1 单位距离，右侧的  $Q$  家店到  $x$  的距离减少  $Q$ ，而  $P < Q$ ，因此距离减少了  $Q - P$ ），若  $P > Q$ ，同理可证明距离增加了  $P - Q$ ，因此当货仓在所有位置的中位数时，距离之和最小。

```
#include<bits/stdc++.h> //海贼oj245 货仓选址
using namespace std;
int main()
{
    int n;
    vector<int> arr;
    cin >> n;
    for(int i = 0,a;i < n;i++)
    {
        cin >> a;
        arr.push_back(a);
    }
    sort(arr.begin(),arr.end());
    int p = arr[n/2],ans = 0;//n不论奇偶n/2都是中位数
    for(int i = 0;i < n;i++)
    {
        ans += abs(arr[i] - p);
    }
    cout << ans;
    return 0;
}
```