

第四章 动态规划

4.1 多阶段决策过程的最优化

修贤超

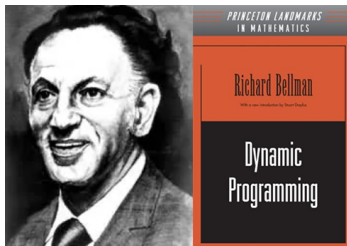
机电工程与自动化学院
上海大学

xcxiu@shu.edu.cn

多阶段决策过程的最优化

■ 动态规划

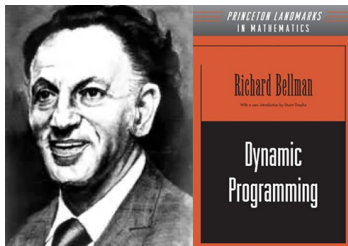
- 动态规划是解决多阶段决策过程最优化问题的一种方法，该方法由美国数学家贝尔曼 (R. Bellman) 等人在 20 世纪 50 年代初提出。



多阶段决策过程的最优化

■ 动态规划

- 动态规划是解决多阶段决策过程最优化问题的一种方法，该方法由美国数学家贝尔曼 (R. Bellman) 等人在 20 世纪 50 年代初提出。

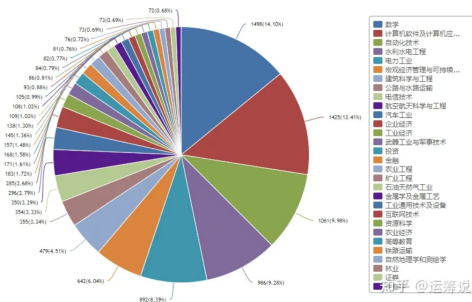


- 1976 年，获得美国运筹与管理学会最高奖——冯·诺伊曼理论奖
- 1977 年，当选为美国艺术与科学研究院院士和美国工程科学院院士
- 1979 年，授予 IEEE 协会最高奖项——荣誉勋章奖

阶段决策过程的最优化

■ 动态规划

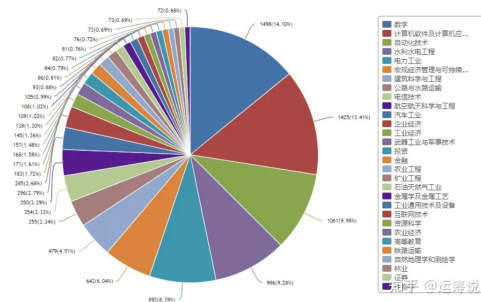
- ☐ 动态规划是现代企业管理中的一种重要决策方法, 可用于解决最优路径问题、资源分配问题、生产计划与库存、投资、装载、排序等问题及生产过程的最优控制等。



阶段决策过程的最优化

■ 动态规划

- ❑ 动态规划是现代企业管理中的一种重要决策方法, 可用于解决最优路径问题、资源分配问题、生产计划与库存、投资、装载、排序等问题及生产过程的最优控制等。

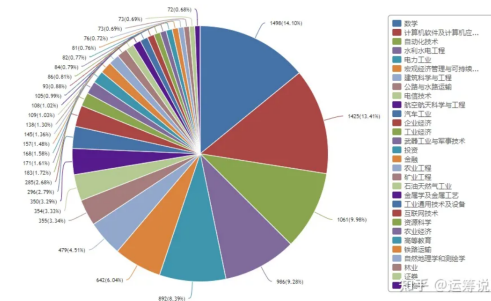


- ❑ 动态规划和线性规划均属于数学规划, 研究对象均为求极值问题, 均利用迭代法逐步求解。

阶段决策过程的最优化

■ 动态规划

- ❑ 动态规划是现代企业管理中的一种重要决策方法, 可用于解决最优路径问题、资源分配问题、生产计划与库存、投资、装载、排序等问题及生产过程的最优控制等。



- ❑ 动态规划和线性规划均属于数学规划, 研究对象均为求极值问题, 均利用迭代法逐步求解。
- ❑ 不同之处, 线性规划所研究的问题与时间无关, 为静态规划, 而动态规划所研究的问题与时间有关。

多阶段决策过程的最优化

■ 多阶段决策问题

- **概念:** 所谓多阶段决策问题是指一类特殊的活动过程，它们按时间可以分为若干相互联系的阶段，称为“时段”，在每个阶段都要做出决策，全部过程就是一个决策序列。

多阶段决策过程的最优化

■ 多阶段决策问题

- **概念:** 所谓多阶段决策问题是指一类特殊的活动过程，它们按时间可以分为若干相互联系的阶段，称为“时段”，在每个阶段都要做出决策，全部过程就是一个决策序列。
- **特点 (序贯决策):** 每一阶段的决策都不是完全独立的，每个单阶段的决策不仅影响该阶段的效果，还要影响到下阶段的初始状态。

多阶段决策过程的最优化

■ 多阶段决策问题

- **概念:** 所谓多阶段决策问题是指一类特殊的活动过程，它们按时间可以分为若干相互联系的阶段，称为“时段”，在每个阶段都要做出决策，全部过程就是一个决策序列。
- **特点 (序贯决策):** 每一阶段的决策都不是完全独立的，每个单阶段的决策不仅影响该阶段的效果，还要影响到下阶段的初始状态。
- **目标:** 每个阶段的决策确定以后，就得到一个决策序列，称为**策略**。多阶段决策问题就是求一个策略，使各阶段的效益的总和达到最优。

多阶段决策过程的最优化

■ 多阶段决策问题

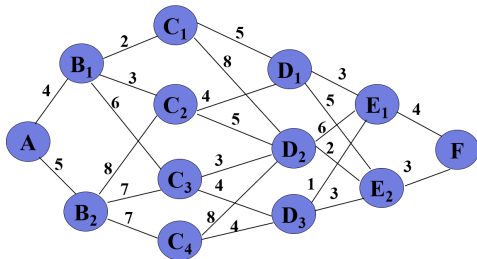
- **概念:** 所谓多阶段决策问题是指一类特殊的活动过程，它们按时间可以分为若干相互联系的阶段，称为“时段”，在每个阶段都要做出决策，全部过程就是一个决策序列。
- **特点 (序贯决策):** 每一阶段的决策都不是完全独立的，每个单阶段的决策不仅影响该阶段的效果，还要影响到下阶段的初始状态。
- **目标:** 每个阶段的决策确定以后，就得到一个决策序列，称为**策略**。多阶段决策问题就是求一个策略，使各阶段的效益的总和达到最优。



多阶段决策过程的最优化

■ 例 1 (最短路问题)

- 给定一个线路网络图，两点之间连线上的数字表示两点之间的距离，试求一条从 A 到 F 铺设的输油管道路线，使总距离最短。



多阶段决策过程的最优化

■ 例 2 (投资决策问题)

- 某公司有资金 10 万元, 若投资于项目 i ($i = 1, 2, 3$) 的投资额为 x_i 时, 其收益分别为 $g_1(x_1) = 4x_1$, $g_2(x_2) = 9x_2$, $g_3(x_3) = 2x_3^2$, 问应如何分配投资数额才能使总收益最大?

多阶段决策过程的最优化

■ 例 2 (投资决策问题)

□ 某公司有资金 10 万元, 若投资于项目 i ($i = 1, 2, 3$) 的投资额为 x_i 时, 其收益分别为 $g_1(x_1) = 4x_1$, $g_2(x_2) = 9x_2$, $g_3(x_3) = 2x_3^2$, 问应如何分配投资数额才能使总收益最大?

□ 静态模型

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 4x_1 + 9x_2 + 2x_3^2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

多阶段决策过程的最优化

■ 例 2 (投资决策问题)

□ 某公司有资金 10 万元, 若投资于项目 i ($i = 1, 2, 3$) 的投资额为 x_i 时, 其收益分别为 $g_1(x_1) = 4x_1$, $g_2(x_2) = 9x_2$, $g_3(x_3) = 2x_3^2$, 问应如何分配投资数额才能使总收益最大?

□ 静态模型

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 4x_1 + 9x_2 + 2x_3^2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 10 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

为了应用动态规划方法求解, 可以人为地赋予它“时段”的概念, 将本例转化成一个三阶段的决策问题。

多阶段决策过程的最优化

■ 例 3 (设备更新问题)

- 企业在使用设备时都要考虑设备的更新问题，因为设备越陈旧所需的维修费用越多，但购买新设备则要一次性支出较大的费用。现某企业要决定一台设备未来 8 年的更新划，已预测了第 j 年购买设备的价格为 K_j ，设 G_j 为设备经过 j 年后的残值， C_j 为设备续使用 $j - 1$ 年后在第 j 年的维修费 ($j = 1, \dots, 8$)，问应在哪些年更新设备可使总费用最小。

多阶段决策过程的最优化

■ 例 3 (设备更新问题)

- 企业在使用设备时都要考虑设备的更新问题，因为设备越陈旧所需的维修费用越多，但购买新设备则要一次性支出较大的费用。现某企业要决定一台设备未来 8 年的更新划，已预测了第 j 年购买设备的价格为 K_j ，设 G_j 为设备经过 j 年后的残值， C_j 为设备续使用 $j-1$ 年后在第 j 年的维修费 ($j = 1, \dots, 8$)，问应在哪些年更新设备可使总费用最小。
- 这是一个 8 阶段决策问题，每年年初要做出决策，是继续使用旧设备，还是购买新设备。

多阶段决策过程的最优化

■ 小结

- 动态规划
- 动态规划与线性规划
- 多阶段决策问题
- 多阶段决策问题例子
 - 最短路问题
 - 投资决策问题
 - 设备更新问题

Q&A

Thank you!

感谢您的聆听和反馈