

# 第二章 线性规划

## 2.4 单纯形法计算步骤

修贤超

机电工程与自动化学院  
上海大学

xcxiu@shu.edu.cn

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第一步：列出初始单纯形表

- 为检验一个基可行解是否最优，需要将其目标函数值与相邻基可行解的目标函数值进行比较。为了书写规范和便于计算，对单纯形法的计算设计了一种专门表格，称为**单纯形表**。

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第一步：列出初始单纯形表

- 为检验一个基可行解是否最优，需要将其目标函数值与相邻基可行解的目标函数值进行比较。为了书写规范和便于计算，对单纯形法的计算设计了一种专门表格，称为**单纯形表**。
- 考虑约束条件

$$\begin{cases} x_1 + a_{1,m+1}x_{m+1} + \cdots + a_{1,n}x_n = b_1 \\ x_2 + a_{2,m+1}x_{m+1} + \cdots + a_{2,n}x_n = b_2 \\ \cdots \\ x_m + a_{m,m+1}x_{m+1} + \cdots + a_{m,n}x_n = b_m \end{cases}$$

系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & a_{1,m+1} & \cdots & a_{1,n} \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & a_{2,m+1} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & a_{m,m+1} & \cdots & a_{m,n} \end{bmatrix}$$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第一步: 列出初始单纯形表

### □ 初始单纯形表

$c_j \rightarrow$			$c_1$	$\cdots$	$c_m$	$\cdots$	$c_j$	$\cdots$	$c_n$
$\mathbf{C}_B$	$\mathbf{X}_B$	$\mathbf{b}$	$x_1$	$\cdots$	$x_m$	$\cdots$	$x_j$	$\cdots$	$x_n$
$c_1$	$x_1$	$b_1$	1	$\cdots$	0	$\cdots$	$a_{1j}$	$\cdots$	$a_{1n}$
$c_2$	$x_2$	$b_2$	0	$\cdots$	0	$\cdots$	$a_{2j}$	$\cdots$	$a_{2n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$
$c_m$	$x_m$	$b_m$	0	$\cdots$	1	$\cdots$	$a_{mj}$	$\cdots$	$a_{mn}$
$c_j - z_j$			0	$\cdots$	0	$\cdots$	$\sigma_j$	$\cdots$	$\sigma_n$

□ 检验数  $\sigma_j = c_j - z_j = c_j - \sum_{i=1}^m c_i a_{ij}$

□ 选取  $m \times m$  的单位矩阵作为可行基

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第一步：列出初始单纯形表

□ 例 1

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 5x_2 \leq 15 \\ 6x_1 + 2x_2 \leq 24 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第一步: 列出初始单纯形表

### □ 例 1

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 5x_2 \leq 15 \\ 6x_1 + 2x_2 \leq 24 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

### □ 标准化

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 5x_2 + x_3 = 15 \\ 6x_1 + 2x_2 + x_4 = 24 \\ x_1 + x_2 + x_5 = 5 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第一步：列出初始单纯形表

□ 系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第一步：列出初始单纯形表

□ 系数矩阵

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

□ 列出初始单纯形表

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15	0	5	1	0	0
0	$x_4$	24	6	2	0	1	0
0	$x_5$	5	1	1	0	0	1
$c_j - z_j$			2	1	0	0	0



# 单纯形法计算步骤

## ■ 第二步: 最优性检验

□ 计算各非基变量  $x_j$  的检验数

$$\sigma_j = c_j - \sum_{i=1}^m c_i a_{ij}$$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第二步: 最优性检验

- 计算各非基变量  $x_j$  的检验数

$$\sigma_j = c_j - \sum_{i=1}^m c_i a_{ij}$$

- 如果所有检验数  $\sigma_j \leq 0$ , 且基变量中不含有人工变量时, 则停止迭代, 得到最优解。
- 如果存在  $\sigma_j > 0$ , 且有  $P_j \leq 0$ , 则停止迭代, 问题为无界解。
- 否则转三步。

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第二步: 最优性检验

□ 例 1

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15	0	5	1	0	0
0	$x_4$	24	6	2	0	1	0
0	$x_5$	5	1	1	0	0	1
$c_j - z_j$			2	1	0	0	0

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第二步: 最优性检验

□ 例 1

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$\mathbf{C}_B$	$\mathbf{X}_B$	$\mathbf{b}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15	0	5	1	0	0
0	$x_4$	24	6	2	0	1	0
0	$x_5$	5	1	1	0	0	1
$c_j - z_j$			2	1	0	0	0

□ 检验数  $\sigma_j > 0$ , 因此初始基可行解不是最优解

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第二步: 最优性检验

### □ 例 1

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$\mathbf{C}_B$	$\mathbf{X}_B$	$\mathbf{b}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15	0	5	1	0	0
0	$x_4$	24	6	2	0	1	0
0	$x_5$	5	1	1	0	0	1
$c_j - z_j$			2	1	0	0	0

□ 检验数  $\sigma_j > 0$ , 因此初始基可行解不是最优解

□ 按照单纯形法转第三步

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第三步：基可行解转化

- 从一个基可行解转换到相邻的目标函数值更大的基可行解，列出新的单纯形表。

## ■ 第三步：基可行解转化

- 从一个基可行解转换到相邻的目标函数值更大的基可行解，列出新的单纯形表。
  - 确定换入变量  $x_k$ （最大增加原则）

$$\sigma_k = \max_j \{ \sigma_j \mid \sigma_j > 0 \}$$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第三步：基可行解转化

□ 从一个基可行解转换到相邻的目标函数值更大的基可行解，列出新的单纯形表。

- 确定换入变量  $x_k$  (最大增加原则)

$$\sigma_k = \max_j \{ \sigma_j \mid \sigma_j > 0 \}$$

- 确定换出变量  $x_l$  (最小比值原则)

$$\theta = \min_i \left\{ \frac{b_i}{a_{ik}} \mid a_{ik} > 0 \right\} = \frac{b_l}{a_{lk}}$$

确定  $x_l$  为换出变量， $a_{lk}$  为主元素。



# 单纯形法计算步骤

## ■ 第三步: 基可行解转化

- 用换入变量  $x_k$  替换基变量中的换出变量  $x_l$ , 得到一个新的基  $(\mathbf{P}_1, \dots, \mathbf{P}_{l-1}, \mathbf{P}_k, \mathbf{P}_{l+1}, \dots, \mathbf{P}_m)$ , 进行初等变换。

$$\mathbf{P}_k = \begin{bmatrix} a_{1,k} \\ a_{2,k} \\ \vdots \\ a_{l,k} \\ \vdots \\ a_{m,k} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{高斯消元}} \mathbf{P}_l = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第三步: 基可行解转化

□ 例 1

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$\underline{x_1}$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15	0	5	1	0	0
0	$\underline{x_4}$	24	[6]	2	0	1	0
0	$x_5$	5	1	1	0	0	1
$c_j - z_j$			2	1	0	0	0

- 因  $\sigma_1 > \sigma_2$ , 确定  $x_1$  为换入变量

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第三步: 基可行解转化

### □ 例 1

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$\mathbf{C}_B$	$\mathbf{X}_B$	$\mathbf{b}$	$\underline{x_1}$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15	0	5	1	0	0
0	$\underline{x_4}$	24	[6]	2	0	1	0
0	$x_5$	5	1	1	0	0	1
$c_j - z_j$			2	1	0	0	0

- 因  $\sigma_1 > \sigma_2$ , 确定  $x_1$  为换入变量
- $\theta = \min \left\{ \infty, \frac{24}{6}, \frac{5}{1} \right\} = 4$ , 因此确定 6 为主元素

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第三步: 基可行解转化

### □ 例 1

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$\underline{x_1}$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15	0	5	1	0	0
0	$\underline{x_4}$	24	[6]	2	0	1	0
0	$x_5$	5	1	1	0	0	1
$c_j - z_j$			2	1	0	0	0

- 因  $\sigma_1 > \sigma_2$ , 确定  $x_1$  为换入变量
- $\theta = \min \left\{ \infty, \frac{24}{6}, \frac{5}{1} \right\} = 4$ , 因此确定 6 为主元素
- $x_4$  为换出变量

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第三步：基可行解转化

### □ 具体过程

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$\mathbf{C}_B$	$\mathbf{X}_B$	$\mathbf{b}$	$\underline{x_1}$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15	0	5	1	0	0
0	$\underline{x_4}$	24	[6]	2	0	1	0
0	$x_5$	5	1	1	0	0	1
$c_j - z_j$			2	1	0	0	0

↓

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$\mathbf{C}_B$	$\mathbf{X}_B$	$\mathbf{b}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15	0	5	1	0	0
2	$x_1$	4	1	2/6	0	1/6	0
0	$x_5$	1	0	4/6	0	-1/6	1
$c_j - z_j$			0	1/3	0	-1/3	0

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第四步: 重复二、三步

□ 例 1

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$\underline{x_2}$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15	0	5	1	0	0
2	$x_1$	4	1	2/6	0	1/6	0
0	$\underline{x_5}$	1	0	[4/6]	0	-1/6	1
$c_j - z_j$			0	1/3	0	-1/3	0

- 因  $\sigma_2 > 0$ , 确定  $x_2$  为换入变量

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第四步: 重复二、三步

### □ 例 1

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$\underline{x_2}$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15	0	5	1	0	0
2	$x_1$	4	1	2/6	0	1/6	0
0	$\underline{x_5}$	1	0	[4/6]	0	-1/6	1
$c_j - z_j$			0	1/3	0	-1/3	0

- 因  $\sigma_2 > 0$ , 确定  $x_2$  为换入变量
- $\theta = \min \left\{ \frac{15}{5}, \frac{4}{2/6}, \frac{1}{4/6} \right\} = \frac{6}{4}$ , 因此确定 4/6 为主元素

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第四步: 重复二、三步

### □ 例 1

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15	0	5	1	0	0
2	$x_1$	4	1	$2/6$	0	$1/6$	0
0	$x_5$	1	0	$[4/6]$	0	$-1/6$	1
$c_j - z_j$			0	$1/3$	0	$-1/3$	0

- 因  $\sigma_2 > 0$ , 确定  $x_2$  为换入变量
- $\theta = \min \left\{ \frac{15}{5}, \frac{4}{2/6}, \frac{1}{4/6} \right\} = \frac{6}{4}$ , 因此确定  $4/6$  为主元素
- $x_5$  为换出变量



# 单纯形法计算步骤

## ■ 第四步: 重复二、三步

### □ 例 1

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15/2	0	0	1	5/4	-15/2
2	$x_1$	7/2	1	0	0	1/4	-1/2
1	$x_2$	3/2	0	1	0	-1/4	3/2
$c_j - z_j$			0	0	0	-1/4	-1.2

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第四步: 重复二、三步

### □ 例 1

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15/2	0	0	1	5/4	-15/2
2	$x_1$	7/2	1	0	0	1/4	-1/2
1	$x_2$	3/2	0	1	0	-1/4	3/2
$c_j - z_j$			0	0	0	-1/4	-1.2

- 所有检验数  $\sigma_j \leq 0$ , 得到最优解  $\mathbf{X} = (7/2, 3/2, 15/2, 0, 0)^\top$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 第四步: 重复二、三步

### □ 例 1

$c_j \rightarrow$			2	1	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	15/2	0	0	1	5/4	-15/2
2	$x_1$	7/2	1	0	0	1/4	-1/2
1	$x_2$	3/2	0	1	0	-1/4	3/2
$c_j - z_j$			0	0	0	-1/4	-1.2

- 所有检验数  $\sigma_j \leq 0$ , 得到最优解  $\mathbf{X} = (7/2, 3/2, 15/2, 0, 0)^\top$
- 代入目标函数得最优值  $z = 2x_1 + x_2 = 17/2$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 例 2

□ 用单纯形法求解线性规划问题

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 4x_1 \leq 16 \\ 4x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 例 2

□ 用单纯形法求解线性规划问题

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 4x_1 \leq 16 \\ 4x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

□ 标准化

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 2x_1 + 3x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 4x_1 + x_4 = 16 \\ 4x_2 + x_5 = 12 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 例 2

□ 第一步：求初始基可行解，列出初始单纯形表

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	8	1	2	1	0	0
0	$x_4$	16	4	0	0	1	0
0	$x_5$	12	0	4	0	0	1
$c_j - z_j$			2	3	0	0	0

□ 第二步：检验数大于零，因此初始基可行解不是最优解

# 单纯形法计算步骤

## ■ 例 2

### □ 第三步: 基可行解的转换

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	8	1	2	1	0	0
0	$x_4$	16	4	0	0	1	0
0	$x_5$	12	0	[4]	0	0	1
$c_j - z_j$			2	3	0	0	0

- 因  $\sigma_2 > \sigma_1$ , 确定  $x_2$  为换入变量
- $\theta = \min \left\{ \frac{8}{2}, \infty, \frac{12}{4} \right\} = 3$ , 因此确定 4 为主元素
- $x_5$  为换出变量

# 单纯形法计算步骤

## ■ 例 2

### □ 具体过程

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0
$\mathbf{C}_B$	$\mathbf{X}_B$	$\mathbf{b}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	8	1	2	1	0	0
0	$x_4$	16	4	0	0	1	0
0	$x_5$	12	0	[4]	0	0	1
$c_j - z_j$			2	3	0	0	0

↓

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0
$\mathbf{C}_B$	$\mathbf{X}_B$	$\mathbf{b}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	2	1	0	1	0	$-1/2$
0	$x_4$	16	4	0	0	1	0
3	$x_2$	3	0	1	0	0	$1/4$
$c_j - z_j$			2	0	0	0	$-3/4$



# 单纯形法计算步骤

## ■ 例 2

□ 第四步: 重复二、三步

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$\underline{x_1}$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$\underline{x_3}$	2	[1]	0	1	0	$-1/2$
0	$x_4$	16	4	0	0	1	0
3	$x_2$	3	0	1	0	0	$1/4$
$c_j - z_j$			2	0	0	0	$-3/4$

- 因  $\sigma_1 > 0$ , 确定  $x_1$  为换入变量
- $\theta = \min \left\{ \frac{2}{1}, \frac{16}{4}, \infty \right\} = 2$ , 因此确定 1 为主元素
- $x_3$  为换出变量

# 单纯形法计算步骤

## ■ 例 2

### □ 具体过程

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
0	$x_3$	2	[1]	0	1	0	$-1/2$
0	$x_4$	16	4	0	0	1	0
3	$x_2$	3	0	1	0	0	$1/4$
$c_j - z_j$			2	0	0	0	$-3/4$

↓

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
2	$x_1$	2	1	0	1	0	$-1/2$
0	$x_4$	8	0	0	-4	1	2
3	$x_2$	3	0	1	0	0	$1/4$
$c_j - z_j$			0	0	-2	0	$1/4$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 例 2

□ 第四步: 重复二、三步

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\underline{x_5}$
2	$x_1$	2	1	0	1	0	$-1/2$
0	$\underline{x_4}$	8	0	0	-4	1	[2]
3	$x_2$	3	0	1	0	0	$1/4$
$c_j - z_j$			0	0	-2	0	$1/4$

- 因  $\sigma_5 > 0$ , 确定  $x_5$  为换入变量
- $\theta = \min \left\{ -\frac{8}{2}, \frac{3}{1/4} \right\} = 4$ , 因此确定 2 为主元素
- $x_4$  为换出变量

# 单纯形法计算步骤

## ■ 例 2

### □ 具体过程

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0
$\mathbf{C}_B$	$\mathbf{X}_B$	$\mathbf{b}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\underline{x_5}$
2	$x_1$	2	1	0	1	0	$-1/2$
0	$\underline{x_4}$	8	0	0	-4	1	[2]
3	$x_2$	3	0	1	0	0	$1/4$
$c_j - z_j$			0	0	-2	0	$1/4$

↓

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0
$\mathbf{C}_B$	$\mathbf{X}_B$	$\mathbf{b}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\underline{x_5}$
2	$x_1$	4	1	0	0	$1/4$	0
0	$x_5$	4	0	0	-2	$1/2$	1
3	$x_2$	2	0	1	$1/2$	$-1/8$	0
$c_j - z_j$			0	0	$-3/2$	$-1/8$	0

# 单纯形法计算步骤

## ■ 例 2

□ 第四步: 重复二、三步

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0
$\mathbf{C}_B$	$\mathbf{X}_B$	$\mathbf{b}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\underline{x_5}$
2	$x_1$	4	1	0	0	1/4	0
0	$x_5$	4	0	0	-2	1/2	1
3	$x_2$	2	0	1	1/2	-1/8	0
$c_j - z_j$			0	0	-3/2	-1/8	0

- 所有检验数  $\sigma_j \leq 0$ , 得到最优解

# 单纯形法计算步骤

## ■ 例 2

□ 第四步: 重复二、三步

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0
$\mathbf{C}_B$	$\mathbf{X}_B$	$\mathbf{b}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\underline{x_5}$
2	$x_1$	4	1	0	0	1/4	0
0	$x_5$	4	0	0	-2	1/2	1
3	$x_2$	2	0	1	1/2	-1/8	0
$c_j - z_j$			0	0	-3/2	-1/8	0

- 所有检验数  $\sigma_j \leq 0$ , 得到最优解
- 最优解  $X = (4, 2, 0, 0, 4)^\top$
- 最优值  $z = 2x_1 + 3x_2 = 14$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 课堂练习 1

□ 用单纯形法求解线性规划问题

$$\begin{aligned} \max \quad & z = 50x_1 + 100x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 300 \\ 2x_1 + x_2 \leq 400 \\ x_2 \leq 250 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

# 单纯形法计算步骤

## ■ 课堂练习 1

□ 经过分析得到

$c_j \rightarrow$			50	100	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
50	$x_1$	50	1	0	1	0	-1
0	$x_4$	50	0	0	-2	1	1
100	$x_2$	250	0	1	0	0	1
$c_j - z_j$			0	0	-50	0	-50

□ 所有检验数  $\sigma_j \leq 0$ , 得到唯一最优解



# 单纯形法计算步骤

## ■ 课堂练习 1

□ 经过分析得到

$c_j \rightarrow$			50	100	0	0	0
$C_B$	$X_B$	$b$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
50	$x_1$	50	1	0	1	0	-1
0	$x_4$	50	0	0	-2	1	1
100	$x_2$	250	0	1	0	0	1
$c_j - z_j$			0	0	-50	0	-50

□ 所有检验数  $\sigma_j \leq 0$ , 得到唯一最优解

□ 最优解  $X = (50, 250, 0, 50, 0)^\top$

□ 最优值  $z = 50x_1 + 100x_2 = 27500$

## ■ 小结

- 单纯形表

- 检验数

- 计算步骤

- 第一步：列出初始单纯形表
- 第二步：最优性检验
- 第三步：基可行解转化
- 第四步：重复二、三步，一直到计算结束为止

*Q&A*

*Thank you!*

感谢您的聆听和反馈