第六章 图论

6.2 树

修贤超

机电工程与自动化学院
上海大学

xcxiu@shu.edu.cn

树

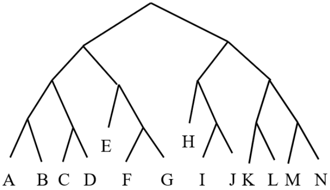
树的概念和性质

- 连通且不含圈的无向图称为树。树中次为 1 的点称为树叶，次大于 1 的点称为分枝点。

树

树的概念和性质

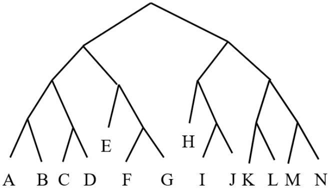
- 连通且不含圈的无向图称为**树**。树中次为 1 的点称为树叶，次大于 1 的点称为**分枝点**。



树

树的概念和性质

- 连通且不含圈的无向图称为树。树中次为 1 的点称为树叶，次大于 1 的点称为分枝点。



- 图 $T=(V,E)$，$|V|=n$，$|E|=m$，则下列关于树的说法是等价的。
  - T 是一个树。
  - T 无圈，且 $m=n-1$。
  - T 连通，且 $m=n-1$。
  - T 无圈，但每加一新边即得惟一一个圈。
  - T 连通，但任舍去一边就不连通。
  - T 中任意两点，有惟一链相连。

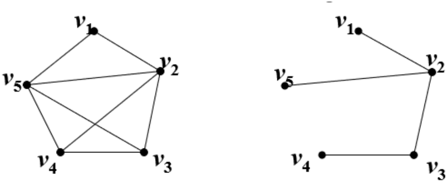
树

图的生成树

- 设图 $K=(V,E_1)$ 是图 $G=(V,E)$ 的一支撑子图，如果图 $K=(V,E_1)$ 是一个树，那么称 K 是 G 的一个**生成树（支撑树）**，或简称为图 G 的树。图 G 中属于生成树的边称为**树枝**，不在生成树中的边称为**弦**。

图的生成树

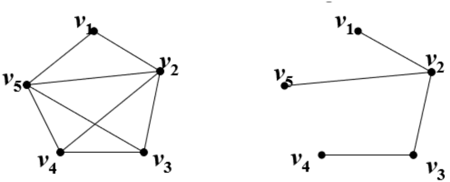
- 设图 $K = (V, E_1)$ 是图 $G = (V, E)$ 的一支撑子图，如果图 $K = (V, E_1)$ 是一个树，那么称 K 是 G 的一个生成树（支撑树），或简称为图 G 的树。图 G 中属于生成树的边称为树枝，不在生成树中的边称为弦。



树

图的生成树

- 设图 $K = (V, E_1)$ 是图 $G = (V, E)$ 的一支撑子图，如果图 $K = (V, E_1)$ 是一个树, 那么称 K 是 G 的一个生成树（支撑树），或简称为图 G 的树。图 G 中属于生成树的边称为树枝，不在生成树中的边称为弦。



- 定理: 一个图 G 有生成树的充要条件是 G 是连通图。

图的生成树

- 避圈法: 设在图中任取一条边 e_1，找一条与 e_1 不构成圈的边 e_2，再找一条与 $\{e_1e_2\}$ 不构成圈的边 e_3。一般设已有 $\{e_1e_2\ldots,e_k\}$，找一条与 $\{e_1e_2,\ldots e_k\}$ 中任何一些边不构成圈的边 e_{k+1}，重复这个过程，直到不能进行为止。

树

最小生成树

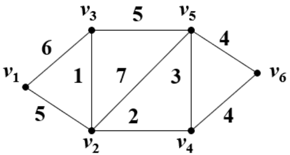
- 如果图 $T=(V,E_1)$ 是图 G 的一个生成树，那么称 E_1 上所有边的权的和为生成树 T 的**权**，记作 $S(T)$。如果图 G 的生成树 T^* 的权 $S(T^*)$，在 G 的所有生成树 T 中的权最小，即 $S(T^*)=\min_T S(T)$，那么称 T^* 是 G 的**最小生成树**。

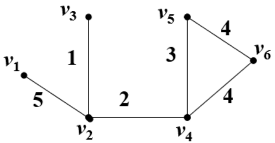
最小生成树

- 如果图 $T=(V,E_1)$ 是图 G 的一个生成树，那么称 E_1 上所有边的权的和为生成树 T 的权，记作 $S(T)$。如果图 G 的生成树 T^* 的权 $S(T^*)$，在 G 的所有生成树 T 中的权最小，即 $S(T^*)=\min_T S(T)$，那么称 T^* 是 G 的最小生成树。
- 某六个城市之间的道路网如图所示，要求沿着已知长度的道路联结六个城市的电话线网，使电话线的总长度最短。

最小生成树

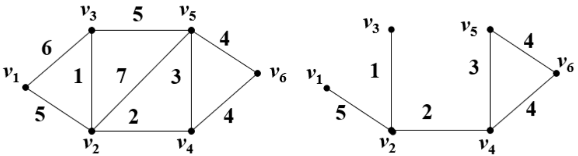
- 如果图 $T=(V,E_1)$ 是图 G 的一个生成树，那么称 E_1 上所有边的权的和为生成树 T 的权，记作 $S(T)$。如果图 G 的生成树 T^* 的权 $S(T^*)$，在 G 的所有生成树 T 中的权最小，即 $S(T^*)=\min_T S(T)$，那么称 T^* 是 G 的最小生成树。
- 某六个城市之间的道路网如图所示，要求沿着已知长度的道路联结六个城市的电话线网，使电话线的总长度最短。





最小生成树

- 如果图 $T=(V,E_1)$ 是图 G 的一个生成树，那么称 E_1 上所有边的权的和为生成树 T 的权，记作 $S(T)$。如果图 G 的生成树 T^* 的权 $S(T^*)$，在 G 的所有生成树 T 中的权最小，即 $S(T^*)=\min_T S(T)$，那么称 T^* 是 G 的最小生成树。
- 某六个城市之间的道路网如图所示，要求沿着已知长度的道路联结六个城市的电话线网，使电话线的总长度最短。



- 根据破圈法和避圈法两种方式得到了图的两个不同的支撑树，由此可以看到连通图的支撑树不是唯一的。

树

根树及其应用

- 若一个有向图在不考虑边的方向时是一棵树，则称这个有向图为**有向树**。

树

根树及其应用

- 若一个有向图在不考虑边的方向时是一棵树，则称这个有向图为**有向树**。
- 有向树 T，恰有一个结点入次为 0，其余各点入次均为 1，则称 T 为**根树 (又称外向树)**。

树

根树及其应用

- 若一个有向图在不考虑边的方向时是一棵树，则称这个有向图为有向树。
- 有向树 T，恰有一个结点入次为 0，其余各点入次均为 1，则称 T 为根树 (又称外向树)。
- 在根树中，若每个顶点的出次小于或等于 m，称这棵树为m 叉树。若每个顶点的出次恰好等于 m 或零，则称这棵树为完全 m 叉树。当 $m = 2$ 时，称为二叉树、完全二叉树。

树

小结

- 树
- 生成树
  - 深探法
  - 广探法
- 最小生成树
  - Kruskal 算法
  - 破圈法
- 根树

Q&A

Thank you!

感谢您的聆听和反馈