



# 本科毕业论文（设计）

UNDERGRADUATE THESIS (PROJECT)

题 目 即插即用的高光谱图像异常  
检测方法

学 院 机电工程与自动化  
专 业 自动化  
学 号 20121024  
学生姓名 张景羿  
指导教师 修贤超  
起讫日期 2024.1.15 ~ 2024.5.31



姓名: 张景羿  
论文题目: 即插即用的高光谱图像异常检测方法

学号: 20121024

## 原创性声明

本人声明: 所呈交的论文是本人在指导教师指导下进行的研究工作。除了文中特别加以标注和致谢的地方外, 论文中不包含其他人已发表或撰写过的研究成果。参与同一工作的其他同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

签名: 张景羿 日期: 2024.5.30

## 本论文使用授权说明

本人完全了解上海大学有关保留、使用学位论文的规定。即: 学校有权保留论文及送交论文复印件, 允许论文被查阅和借阅; 学校可以公布论文的全部或部分内容。

(保密的论文在解密后应遵守此规定)

签名: 张景羿 指导教师签名: 修睿 日期: 2024.5.30

## 摘要

高光谱图像是指光谱分辨率在  $10^{-2}\lambda$  数量级范围内的图像，因其包含丰富的地物信息而广泛地应用于地球遥感领域。作为重要的研究方向，高光谱异常检测的目的是快速且准确地检测出高光谱图像中的异常地物。然而，在实际应用中，异常地物的数据结构容易被破坏并伴有噪声影响，进而导致一些经典的处理方法和分析策略精度下降。本文基于即插即用去噪器和张量低秩表示探索高光谱图像异常检测的新模型和新方法，具体工作如下：

- (1) 针对现有方法会破坏图像结构且难以抑制噪声的问题，提出了一种基于张量低秩表示的高光谱图像异常检测模型，同时嵌入了即插即用的去噪器以提高检测的质量。在算法方面，利用交替乘子方向法设计了有效的一阶优化策略。通过在公开的高光谱图像数据集上进行数值实验，探讨了 BM3D、FFDNet 和 BM4D 等去噪器的优缺点，结果显示了 BM4D 良好的去噪性能和出色的鲁棒性。
- (2) 针对上述方法忽略异常部分的结构化先验信息，提出了一种多向张量稀疏性。与结构化稀疏性不同，多向张量稀疏性考虑了异常张量在不同模态下的展开，能够更好地挖掘异常数据的局部几何特征。同时，结合 BM4D 去噪器设计了有效的张量表示模型，并探讨了相应的优化算法。在不同数据集上进行实验的结果表明，与现有的高光谱图像异常检测方法相比，利用多向张量稀疏性进行高光谱图像异常检测能有效提高异常检测的精度。

**关键词：**高光谱成像；异常检测；张量表示；即插即用；交替方向乘子法

## ABSTRACT

Hyperspectral imaging refers to images with spectral resolutions within the range of  $10^{-2}\lambda$ , and it is widely used in the field of Earth remote sensing due to its rich information about land cover. As an important research direction, hyperspectral anomaly detection aims to rapidly and accurately detect abnormal objects in hyperspectral images. However, in practical applications, the data structure of abnormal objects is often disrupted and accompanied by noise, leading to a decrease in the accuracy of some classical processing methods and analysis strategies. This paper explores new models and methods for hyperspectral anomaly detection based on plug-and-play denoisers and tensor low-rank representations. The specific work is as follows:

- (1) Addressing the problem of existing methods disrupting image structure and struggling to suppress noise, a hyperspectral anomaly detection model based on tensor low-rank representation is proposed, while embedding plug-and-play denoisers to enhance the quality of detection. In terms of algorithms, an effective first-order optimization strategy is designed using the alternating direction method of multipliers. Numerical experiments on public hyperspectral image datasets investigate the advantages and disadvantages of denoisers such as BM3D, FFDNet, and BM4D, with results showing BM4D's excellent denoising performance and robustness.
- (2) Addressing the neglect of structured prior information about abnormal parts in the above methods, a multi-directional tensor sparsity is proposed. Unlike structured sparsity, multi-directional tensor sparsity considers the unfolding of abnormal tensors in different modes, enabling better exploration of the local geometric features of abnormal data. Meanwhile, an effective tensor representation model is designed by combining BM4D denoiser, and corresponding optimization algorithms are discussed. Experimental results on different datasets demonstrate that compared with existing hyperspectral anomaly detection methods, utilizing multi-directional tensor sparsity for hyperspectral anomaly detection can effectively improve the accuracy of anomaly detection.

**Keywords:** Hyperspectral Imaging; Anomaly Detection; Tensor Representation; Plug and Play; Alternating Direction Method of Multipliers

# 目 录

|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| <b>摘要</b> .....                   | I  |
| <b>ABSTRACT</b> .....             | i  |
| <b>第一章 绪论</b> .....               | 1  |
| 1.1 课题背景及研究意义 .....               | 1  |
| 1.2 国内外研究现状 .....                 | 3  |
| 1.2.1 传统异常检测方法 .....              | 3  |
| 1.2.2 基于正态分布的异常检测方法 .....         | 5  |
| 1.2.3 基于低秩表示的异常检测方法 .....         | 6  |
| 1.3 主要内容安排 .....                  | 8  |
| <b>第二章 高光谱图像异常检测相关概念</b> .....    | 10 |
| 2.1 数学背景 .....                    | 10 |
| 2.2 交替方向乘子法 .....                 | 11 |
| 2.3 即插即用去噪器 .....                 | 12 |
| 2.3.1 概述 .....                    | 12 |
| 2.3.2 BM3D 去噪器 .....              | 12 |
| 2.3.3 BM4D 去噪器 .....              | 13 |
| 2.3.4 FFDNet 去噪器 .....            | 14 |
| 2.3.5 总结 .....                    | 15 |
| <b>第三章 即插即用的高光谱图像异常检测方法</b> ..... | 16 |
| 3.1 模型建立 .....                    | 16 |
| 3.2 算法设计 .....                    | 18 |
| 3.3 实验结果及分析 .....                 | 20 |
| 3.3.1 数据集 .....                   | 20 |
| 3.3.2 性能指标 .....                  | 20 |
| 3.3.3 参数选择 .....                  | 21 |
| 3.3.4 数值结果 .....                  | 21 |
| 3.4 总结 .....                      | 27 |
| <b>第四章 结构稀疏的高光谱图像异常检测方法</b> ..... | 28 |
| 4.1 模型建立 .....                    | 28 |

|                        |           |
|------------------------|-----------|
| 4.2 算法设计 .....         | 29        |
| 4.3 实验结果及分析.....       | 31        |
| 4.3.1 参数选择 .....       | 31        |
| 4.3.2 数值结果 .....       | 31        |
| 4.4 总结 .....           | 37        |
| <b>第五章 总结与展望 .....</b> | <b>38</b> |
| 5.1 总结 .....           | 38        |
| 5.2 展望 .....           | 39        |
| <b>插图索引 .....</b>      | <b>40</b> |
| <b>表格索引 .....</b>      | <b>41</b> |
| <b>参考文献 .....</b>      | <b>42</b> |
| <b>致 谢 .....</b>       | <b>45</b> |

# 第一章 绪论

## 1.1 课题背景及研究意义

20世纪80年代以前,由于成像方式的遥感波段太少,当时的遥感被称为多光谱遥感,然而,这种成像方式难以将光谱信息匹配到具体的地物身上,因此只是简单的应用其提供的纹理、几何信息。随后发展起来的成像光谱仪通过技术上的创新将成像光谱仪的光谱分辨率提升到了纳米级,从而获得了大量的光谱信息,将遥感影像与光谱信息合一,这就是高光谱图像。严格意义上,光谱分辨率在 $10^{-2}\lambda$ 数量级范围内的光谱图像称为高光谱图像(Hyper-Spectral Imaging, HSI)<sup>[1]</sup>。高光谱图像是20世纪80年代以来地球观测技术所取得的重大突破之一,标志着光学遥感技术成功的向前迈进了一大步。

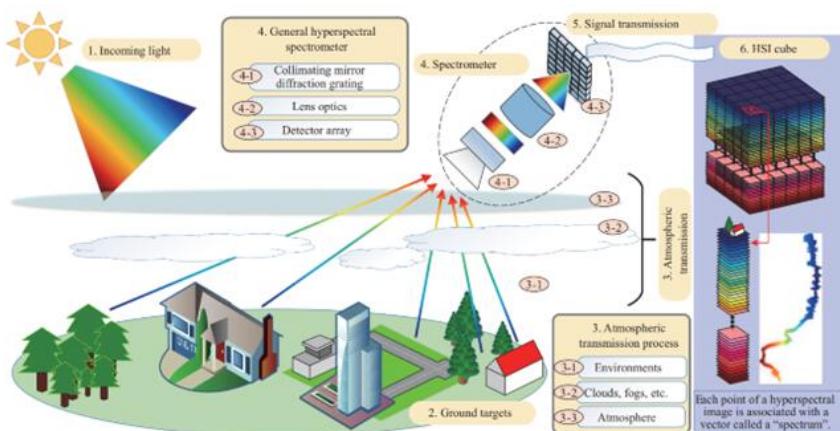


图 1.1 高光谱遥感

高光谱遥感获得图像的方式如图1.1所示。我国在成像光谱仪发展方面做出了重要贡献,其中代表性的成果包括中国科学院上海技术物理研究所研制的224波段推帚式高光谱成像仪和128波段实用型模块化机载成像光谱仪。此外,我国于2018年5月发射了高分五号卫星。该卫星是我国高分辨率对地观测重大科技专项规划中的一颗陆地环境高光谱观测卫星,空间分辨率30m,光谱范围为400-2500nm,光谱分辨率可达到5nm和10nm,使我国具有了全球范围内高性能的高光谱对地观测能力<sup>[2]</sup>。

如图1.2,高光谱遥感图像以及从每个像元上提取的精细的光谱曲线都包含了丰富的地物信息内容,以往全色或者多光谱图像的一些处理算法甚至主要分析手段都已经难以满足高光谱遥感图像处理的要求。高光谱遥感图像处理是高光谱遥感数据应用的基础,高光谱数据具有“图像立方体”<sup>[3]</sup>的形式与结构,体现出“图谱合一”

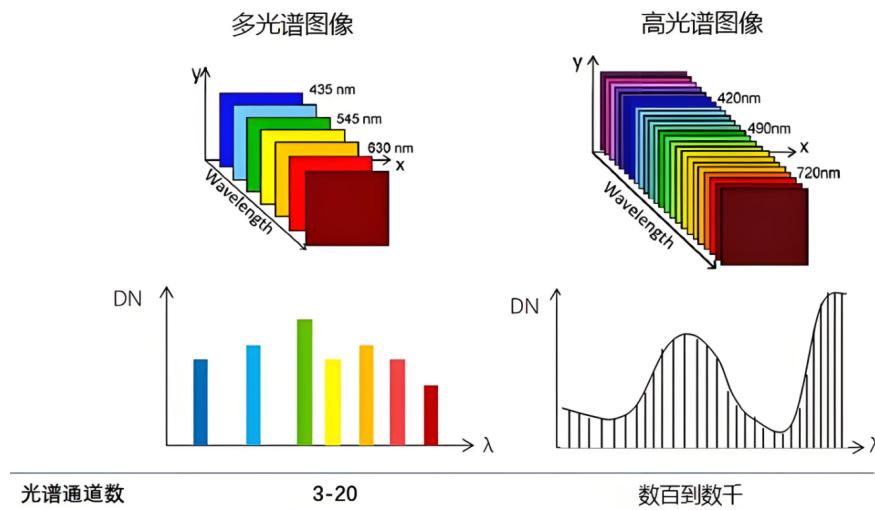


图 1.2 高光谱图像与多光谱图像

的特点和优势<sup>[4]</sup>。高光谱图像同时记录了地物的图像信息和光谱信息，图像信息包括地物的形状、大小以及与周边地物的关系等；光谱信息指的是地物对不同波长电磁辐射的反射率或在不同波长上的辐亮度。

高光谱图像异常检测（Hyperspectral Image Anomaly Detection, HAD）是一种利用高光谱成像技术来发现图像中异常像素或目标的方法，这里的“异常”是一个泛指的概念，“异常”并不是指某种具体的地物，它可以是一个像素，也可以是多个像素，只要是不同于周围背景的地物都可以称之为“异常地物”<sup>[5]</sup>。在高光谱成像中，每个像素都包含了来自数百甚至数千个不同波长的光谱信息，这使得高光谱图像异常检测能够通过光谱特征的不同检测到与背景存在细微差异的目标，因此高光谱异常检测的发展对于它在各个领域的应用都有着非常重要的意义。如何从众多的波段、海量的光谱图像数据中通过异常检测来提取我们需要的信息，成为当前高光谱遥感技术与应用领域的研究热点之一。

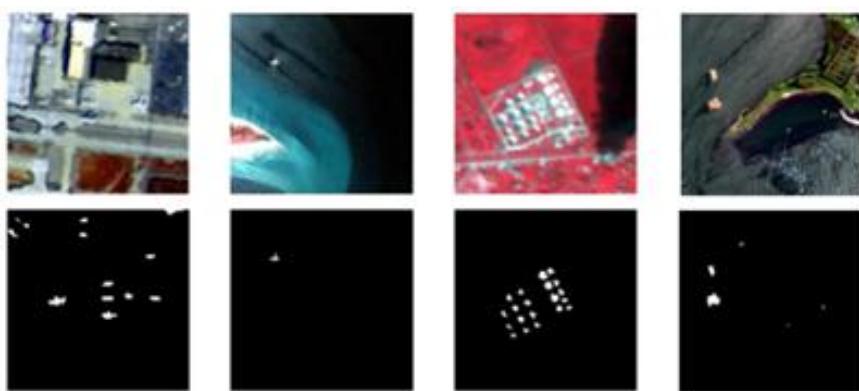


图 1.3 高光谱图像异常检测示意图

如图1.3，高光谱异常检测可以识别和定位各种不同场景中的异常地物，比如环境污染<sup>[6]</sup>、岩层中的矿物<sup>[7]</sup>、农作物病害等<sup>[8]</sup>，这对于环境监测、自然灾害预警、农业管理等都有很大帮助。同时，高光谱图像异常检测还可以用于军事领域<sup>[9]</sup>，帮助军方发现敌方隐藏的目标或活动。在传统的应用场景之外，高光谱图像异常检测还可以应用于较小的空间维度，比如它可以应用于医学影像分析<sup>[10]</sup>，帮助医生发现组织或细胞中的异常情况，如肿瘤、病变等。甚至可以应用于工业质检，检验生产零件的瑕疵和整体质量。总的来说，高光谱图像异常检测有助于从复杂场景中提取出异常，在许多领域都有着重要的应用前景。但传统的异常检测方法往往基于统计学的方法，这些方法在处理高维数据时效果并不理想，容易破坏高光谱图像本身的三维结构，导致检测结果不稳定或准确性不高。而新的方法可能采用更先进的机器学习或深度学习技术，能够更好地挖掘数据中的潜在模式和特征<sup>[11]</sup>，提高异常检测的精度和效率。

综上所述，研究和开发新的高光谱图像异常检测方法有助于提高图像分析的效率和准确性，推动高光谱图像在各领域的应用，具有重要的理论和应用意义。

## 1.2 国内外研究现状

### 1.2.1 传统异常检测方法

最早应用于高光谱图像异常检测的算法之一是基于主成分分析（Principal Component Analysis, PCA）的方法。PCA 算法最早由 Karl Pearson 于 1901 年提出<sup>[12]</sup>，后由 Hotelling 于 1933 年进一步发展<sup>[13]</sup>。在高光谱图像异常检测中，PCA 方法被广泛采用。PCA 方法的基本原理和应用步骤如下：首先要对数据预处理，在应用 PCA 算法之前，通常需要对高光谱图像进行预处理，包括去除大气、辐射校正和噪声滤波等，以提高图像质量和减少数据中的噪声。特征提取，PCA 算法通过对高光谱图像的主成分进行提取，来降低数据的维度。在这一步骤中，算法会将高维的光谱数据转换为一组线性无关的低维特征，这些特征通常被称为“主成分”，PCA 算法通过计算协方差矩阵的特征向量和特征值来得到主成分<sup>[14]</sup>。这些特征向量表示了数据中的主要变化方向，而特征值则表示了每个主成分的重要程度。随后进行异常检测，在得到主成分后，PCA 算法通过分析主成分的方差分布来识别异常像素。通常情况下，异常像素在主成分空间中会表现出较大的方差，因此可以将方差较大的主成分对应的像素视为异常。最后进行异常像素标记，根据分析得到的主成分方差，可以将高光谱图像中的异常像素进行标记或分割。通常的方法是设定一个阈值，将主成分方差超过阈值的像素点标记为异常；或者通过归一化处理，将主成分方差进行百分比筛选。

PCA 算法在高光谱图像异常检测中的应用具有一定的局限性。由于 PCA 算法是一种线性变换方法，因此它可能无法捕捉到数据中的非线性关系，导致在处理复杂数据时效果不佳。此外，PCA 算法对异常像素的检测主要依赖于主成分方差的分析，因此在数据分布不均匀或异常像素与正常像素间方差重叠较大时可能存在误检的情况。尽管如此，PCA 算法作为最早被应用于高光谱图像异常检测的方法之一，为后续算法的发展奠定了基础，并在实际应用中仍然具有一定的参考价值。

除了 PCA 算法之外，最早应用于高光谱图像异常检测的算法还有一些基于统计学的方法，如离群值检测<sup>[15]</sup> 和箱线图方法<sup>[16]</sup>。离群值检测是一种常见的统计学方法，用于识别数据中的异常值。该方法基于数据点与整体数据分布的偏差来判断其是否为异常。在高光谱图像中，离群值检测方法通常基于数据的均值和标准差进行判断，超出一定标准差范围的数据点被认为是异常。第二个方法是箱线图方法，它通过绘制数据的箱线图，即将数据分为四分位数并检测异常值是否落在异常范围之外。在高光谱图像中，箱线图方法可以通过计算每个波段的箱线图来识别异常像素。

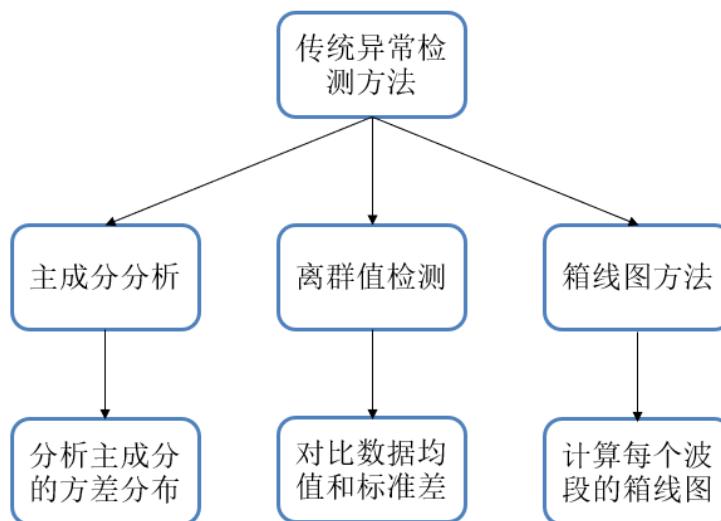


图 1.4 传统异常检测方法示意图

如图1.4，这些基于统计学的方法虽然简单，但在早期高光谱图像异常检测中起到了重要的作用。它们为后续更复杂的算法提供了基础，并在实际应用中仍然具有一定的参考价值。然而，这些方法通常只考虑了数据的统计特性，对数据之间的空间关系和非线性结构等因素没有进行充分考虑，因此在处理复杂数据时可能效果不佳。

### 1.2.2 基于正态分布的异常检测方法

异常检测经常需要解决缺乏关于背景和目标的先验信息的情况，这很可能导致问题难以解决。异常目标具有在图像中出现概率低的特点，针对这种特性，很多异常检测算法假设高光谱图像满足多元正态分布，通过计算不同假设下像元出现的概率来判断目标是否存在。

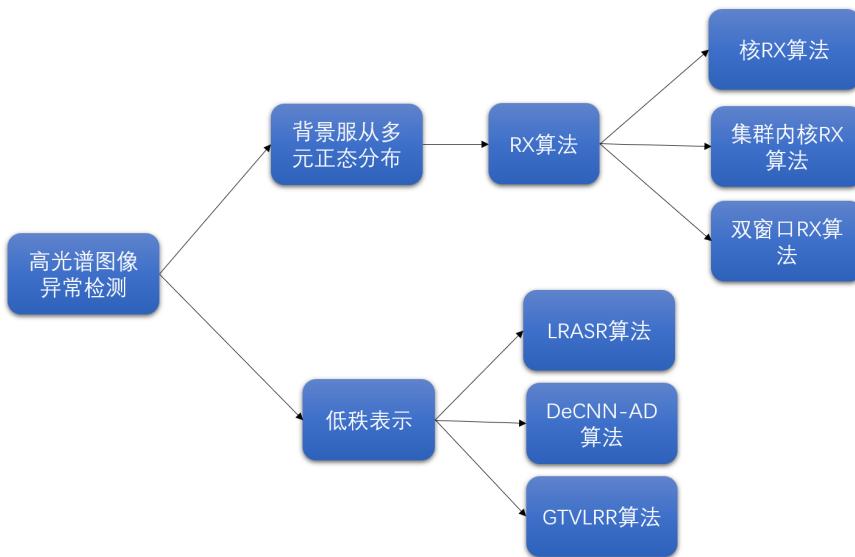


图 1.5 异常检测方法关系示意图

图1.5显示了不同异常检测方法间的关系。RX 里德-小利 (Reed-Xiaoli, RX) 算法是一种经典的高光谱图像异常检测方法，于 1992 年由 Reed 和 Yu 提出<sup>[17]</sup>。该算法基于多元统计理论，通过对数据的协方差矩阵进行分析，识别高光谱图像中的异常像素。下面对 RX 算法的基本步骤进行介绍，首先是数据预处理，在应用 RX 算法之前，通常需要对高光谱图像进行预处理。预处理步骤可能包括大气校正、辐射校正、噪声滤波等，以提高图像质量和减少噪声影响。随后进行协方差矩阵计算，RX 算法首先计算高光谱图像的协方差矩阵。该矩阵描述了不同波段之间的相关性和变化情况，是后续异常检测的关键基础。在得到协方差矩阵后，RX 算法通过计算每个像素点与其周围邻域的协方差矩阵之差的逆矩阵，来识别异常像素。具体来说，对于图像中的每个像素点，都会计算其与周围邻域的协方差矩阵之差的逆矩阵，然后计算该像素点的 RX 值，RX 值是衡量像素点是否异常的指标。它通过将像素点的光谱向量与其周围邻域的协方差矩阵之差的逆矩阵相乘，再与光谱向量自身的转置相乘，最后再进行归一化处理得到。通常情况下，RX 值越大，表示该像素点越可能是异常的。最后的步骤是异常像素标记，根据计算得到的 RX 值，可以将高光谱图像中的异常像素进行标记或分割。常见的方法包括设定一个阈值<sup>[18]</sup>，将 RX 值超过阈值

的像素点标记为异常；或者将 RX 值进行归一化处理，通过设定一个百分比来标记异常像素。

总的来说，RX 算法是一种基于多元统计理论的高光谱图像异常检测方法。它通过对数据的协方差矩阵进行分析，计算每个像素点的 RX 值，来识别图像中的异常像素。RX 算法简单且高效，被广泛应用于高光谱图像处理和异常检测领域。其主要思想是首先计算背景的均值和协方差，然后计算像素之间的马氏距离来识别异常，假设背景服从高斯分布。后来，Kwon 等<sup>[19]</sup> 提出了基于核的 RX 来探索波段之间的高阶相关性。Guo 等<sup>[20]</sup> 提出了加权 RX，通过对异常和背景施加不同的权重来提高估计性能。随后，Zhou 等<sup>[21]</sup> 开发了集群内核 RX，Ren 等<sup>[22]</sup> 提出了基于超像素的双窗口 RX。虽然这些基于 RX 的方法具有公式简单、计算速度快的优点，但在复杂背景的场景下，它们的性能会大大降低。

此外，还有局部 RX 算法<sup>[23]</sup> 和光谱角度映射 (Spectral Angle Mapper, SAM) 算法<sup>[24]</sup>，都是受到广泛认可的基于 RX 算法的改进算法。局部 RX 算法是一种基于 RX 算法的局部异常检测方法。在传统的 RX 算法中，像素点的异常性由其与整幅图像的协方差矩阵计算得出，而局部 RX 算法通过引入像素点的局部邻域来计算其异常性。具体来说，局部 RX 算法在计算 RX 值时，将像素点的协方差矩阵限制在其局部邻域内进行计算，从而更好地适应数据的空间变化，并提高了异常检测的精度。SAM 算法是一种基于光谱角度的改进方法，它与 RX 算法相比更适用于高光谱图像异常检测任务。SAM 算法通过计算像素点的光谱向量与参考光谱之间的夹角来衡量异常性，夹角越大表示异常程度越高。与传统的 RX 算法相比，SAM 算法更加灵活，对光谱特征的变化更为敏感，因此在一些特定的高光谱图像异常检测场景中表现更好。

RX 算法作为高光谱图像异常检测领域的经典方法具有一定的优势，但也存在许多缺点。该算法对数据中的噪声敏感，噪声会影响到协方差矩阵的计算，从而影响异常检测的精确度甚至正确性。并且 RX 算法只考虑了数据的光谱信息，对光谱变化比较敏感，无法综合考虑数据的空间结构和上下文信息。此外 RX 算法的参数需要手动设置，如邻域大小、阈值等，这些参数的选择通常依赖于具体的实验数据和应用中积累的经验，因此存在一定的主观性和困难性。基于 RX 算法的改进方法虽然提高了算法的准确性，但也有一些局限性。这些改进方法引入了更复杂的数学模型和算法，增加了算法的复杂度和计算量，可能存在过拟合的风险，依赖于数据特性和假设，并且在处理复杂数据和多样化的异常情况时也可能会存在一定的局限性。

### 1.2.3 基于低秩表示的异常检测方法

在高光谱图像异常检测的研究进程中，许多研究人员积极尝试研究高光谱的其他固有特性，如背景部分的低秩表示和异常的稀疏性。由于恒生指数波段的相关性，

其由恒生指数背景的矢量化波段组成的矩阵为低秩的。异常通常只占图像的一小部分，概率很低，这自然会导致异常具有稀疏性的假设。Chen 等<sup>[25]</sup> 采用稳健主成分分析 (Robust Principal Component Analysis, RPCA) 方法将高光谱图像数据分解为低秩部分和稀疏部分。由此，研究人员已经提出了几种基于低秩和稀疏表示的矩阵分解方法，但它们过于关注稀疏分量而忽略了背景分量。为了改善这一局限性，Zhang 等<sup>[26]</sup> 开发了一种基于低秩表示的马氏距离 (Low-Rank and Sparse Mahalanobis Distance, LS-MAD) 方法来探索背景部分的低秩先验知识，设计了一种新的基于马氏距离的检测器。Xu 等<sup>[27]</sup> 通过一种新的字典构建策略对背景信息进行表征，并使用稀疏性诱导正则化低秩表示来获得更准确的稀疏异常。Niu 和 Wang<sup>[28]</sup> 利用学习字典来增强低秩表示对正则化参数的鲁棒性。Tan 等<sup>[29]</sup> 在单个或多个局部窗口模式的低秩表示系数中加入了空间约束。Cheng 和 Wang<sup>[30]</sup> 将图和 TV 正则化器与 LR 模型相结合，利用了相邻像素的空间信息进行异常检测。Xu 等<sup>[31]</sup> 将协同表示和欧几里得距离融合到低秩稀疏矩阵分解算法 (Low-Rank and Sparse Matrix Decomposition, LRaSMD) 框架的求解过程中。Li 等<sup>[32]</sup> 研究了混合高斯假设下的 LRaSMD，并通过计算曼哈顿距离设计了一个全局探测器。Wang 等<sup>[33]</sup> 受局部均匀区域背景信号增强低秩表示特性的启发，提出了一种局部增强低秩先验的方法用于高光谱异常检测。然而，基于 LRaSMD 的方法的检测性能受到向量化 HSI 波段和忽略有用高阶信息的限制。同时，为了利用现有去噪器的先验知识，Fu 等<sup>[34]</sup> 提出了即插即用去噪正则化异常检测 (Deconvolutional Neural Network-based Anomaly Detection, DeCNN-AD) 方法。下面分别介绍一下使用比较广泛的高光谱图像异常检测方法。

上述基于矩阵的方法缺乏对光谱信息的深入挖掘，可能导致检测精确度不高。而由于高光谱图像的数据构成一个三维数组，所以从数据表示的角度来看，张量是更好的选择。一个自然的想法是利用张量主成分分析 (Tensor-based Principal Component Analysis, TPCA) 或张量低秩表示 (Tensor Low-Rank Representation, TLRR) 来进行对高光谱图像的处理。Li 等<sup>[35]</sup> 将 TPCA 引入高光谱图像异常检测。而 Li 等<sup>[36]</sup> 提出了基于截断核范数的优先级张量近似。此外，还考虑了总变分正则化来控制嵌入空间的分段平滑性，从而提高检测效率。Wang 等<sup>[37]</sup> 采用 PCA 进行数据预处理，张量低秩稀疏表示进行异常检测。它被称为主成分分析-张量低秩稀疏表示 (Principal Component Analysis-Tensor Low Rank and Sparse Representation, PCA-TLRSR)，已被证实对高光谱图像异常检测有效。PCA-TLRSR 异常检测方法第一次在高光谱异常检测中扩展张量低秩表示的概念，该概念利用了高光谱图像的三维固有结构。借助张量域的多子空间学习和沿联合光谱空间维度的稀疏性约束，我们可以更准确地分离背景和异常。同时，该方法基于加权张量核范数，提出了一种新的字典构建策略。字典由低秩背景张量组成，通过加权张量核范数的自适应收缩有效地保存了背景张量。

同时，该方法为了在基于张量的模型的计算精度和复杂性之间取得平衡，将 PCA 作为预处理步骤，并提出了基于 PCA 处理的张量低秩表示和稀疏表示模型。

为了改善背景的表示，Sun 等<sup>[38]</sup>提出将低平均秩与正则化相结合，Feng 等<sup>[39]</sup>尝试使用张量环分解。值得指出的是，这些方法忽略了异常的多向结构，并且精度容易受到噪声的干扰。

### 1.3 主要内容安排

高光谱遥感图像包含了丰富的地物信息内容，既含有图像信息又有光谱信息。由于光谱信息能帮助我们区分与背景存在细微差异的目标，同时高光谱图像异常检测比较适合自动化，因此高光谱图像异常检测越来越成为遥感领域的一个重要课题。而以往全色或者多光谱图像的一些处理算法甚至主要分析手段都已经难以满足高光谱遥感图像处理的要求。而在包括 RX 算法及其衍生算法的高光谱图像异常检测中，异常地物的数据结构往往被破坏，并伴有噪声影响，导致探测精度下降。为了解决这些问题，通过阅读结构稀疏和即插即用去噪器的相关文献，本文提出了一种基于张量的近似方法，该方法利用了多向稀疏性，并且嵌入了一个即插即用去噪器来减少噪声等因素产生的误差。

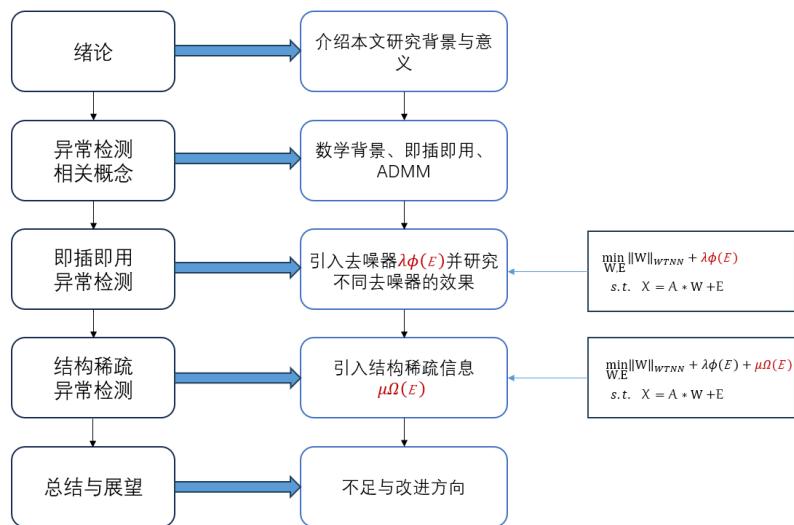


图 1.6 文章结构示意图

如图1.6本文将分为五个章节介绍本文的研究工作，各章的内容安排如下：

第一章为绪论。介绍了高光谱图像异常检测现有研究的背景，随后指出了高光谱图像异常检测的重要研究意义。将现有的高光谱图像异常检测方法大体分为传统高光谱图像异常检测方法、基于正态分布的异常检测方法和基于低秩表示的高光谱

图像异常检测方法，并其中对有代表意义的方法进行简要分析，最后总结了现有的高光谱图像异常检测方法在实际使用中存在的不足之处。

第二章为高光谱图像异常检测相关概念。在本章中首先介绍了相关的数学定义。随后对交替方向乘子法进行了描述，分析了它的计算方法和在应用中的意义。最后详细介绍了对比实验分析的三种即插即用去噪器。

第三章为插入即插即用去噪器的的高光谱图像异常检测。本章首先介绍了基于低秩表示模型与即插即用去噪器结合提出的异常检测方法的模型建立，对算法设计的整体框架和具体步骤进行了说明。随后介绍了本章实验使用的数据集和性能指标，介绍了参数选取的方法，最后根据不同数据集上的实验结果，分析对比了不同去噪器在本文提出的方法中的效果，得出了使用 BM4D 去噪器效果最好的结论。

第四章为有结构先验信息的高光谱图像异常检测。基于上一章的模型，本章结合了结构稀疏性提出了一种新的高光谱图像异常检测方法，介绍了这种方法的模型建立和算法设计。分析了在不同数据集上使用不同方法得到的结果后，验证了本文所提出的方法的有效性和优越性。

第五章为总结与展望。总结了本文的主要贡献，并针对当前研究存在的问题和未来可能的研究方向进行了展望，旨在为高光谱图像异常检测方法研究提供有益的参考。

## 第二章 高光谱图像异常检测相关概念

在本章中，我们将首先介绍一些本文中会使用的一些重要数学定义，以便更好地进行后续的讨论和分析。同时将会介绍本文使用的 ADMM 算法，最后介绍研究中用到的三种即插即用去噪器。

### 2.1 数学背景

在本文中，张量用大写草书字母表示，即  $\mathcal{X}$ ，矩阵用粗体大写字母表示，即  $\mathbf{X}$ ，向量用粗体小写字母表示，即  $\mathbf{x}$ 。对于给定的张量  $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ ,  $\mathcal{X}$  在第  $k$  维的展开矩阵定义为

$$\mathbf{X}_{(k)} = \text{unfold}(\mathcal{X}, k) = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{(k)}^{(1)} \\ \mathbf{X}_{(k)}^{(2)} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{(k)}^{(n)} \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

**定义 2.1** 给定张量  $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ ，块循环矩阵<sup>[40]</sup> 定义为

$$\text{bcirc}(\mathcal{A}) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{(1)} & \mathbf{A}^{(n_3)} & \dots & \mathbf{A}^{(2)} \\ \mathbf{A}^{(2)} & \mathbf{A}^{(1)} & \dots & \mathbf{A}^{(3)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{A}^{(n_3)} & \mathbf{A}^{(n_3-1)} & \dots & \mathbf{A}^{(1)} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_1 n_3 \times n_2 n_3}, \quad (2.2)$$

其中  $\mathbf{A}^{(i)}$  是第  $i$  个额片，维数为  $n_1 \times n_2$ .

**定义 2.2** 对于两个张量  $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$  和  $\mathcal{Y} \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_4 \times n_3}$ ，张量积定义为

$$\mathcal{Z} = \mathcal{X} * \mathcal{Y} = \text{fold}(\text{bcirc}(\mathcal{X}) * \text{unfold}(\mathcal{Y})) \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_4 \times n_3}. \quad (2.3)$$

**定义 2.3** 对于张量  $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ ，Frobenius 范数<sup>[41]</sup> 定义为

$$\|\mathcal{X}\|_F^2 = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} \sum_{k=1}^{n_3} \mathcal{X}(i, j, k)^2. \quad (2.4)$$

其中  $\mathcal{X}(i, j, k)$  是张量  $\mathcal{X}$  的第  $(i, j, k)$  个元素。

**定义 2.4** 对于张量  $X \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ ,  $\mathcal{L}_1$  范数定义为

$$\|X\|_1 = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} \sum_{k=1}^{n_3} |X(i, j, k)^2|, \quad (2.5)$$

其中  $|X(i, j, k)^2|$  为  $X(i, j, k)$  的绝对值。

**定义 2.5** 对于张量  $X \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ , 张量奇异值分解 Tensor Singular Value Decomposition, t-SVD) )<sup>[42]</sup> 写为

$$X = \mathcal{U} * \mathcal{S} * \mathcal{V}^\top. \quad (2.6)$$

其中  $\mathcal{U} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ ,  $\mathcal{V} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$  是正交张量, 而  $\mathcal{S} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$  是 f-对角矩阵。

## 2.2 交替方向乘子法

ADMM 算法, 全称交替方向乘子法 (Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM), 是一种用于解决凸优化问题的迭代算法, 特别适用于可以分解为多个子问题的优化问题。ADMM 算法的基本思想是将一个复杂的优化问题分解为几个更简单的子问题, 这些子问题可以更容易或更高效地求解。在迭代过程中, 首先更新原始变量, 以最小化原始问题的目标函数和与约束条件的误差之间的加权和, 然后更新对偶变量, 通过拉格朗日乘子来对约束条件进行调整, 最后更新拉格朗日乘子以保持与约束条件的一致性。这种交替更新的过程在每次迭代中都会逐渐降低目标函数的值, 直到收敛于最优解。

在张量背景下, ADMM 算法的目标是求解以下的优化问题

$$\begin{aligned} & \min_{X, Z} f(X) + g(Z) \\ & \text{s.t. } \mathcal{A} * X + \mathcal{B} * Z = C, \end{aligned} \quad (2.7)$$

其中,  $X$  和  $Z$  是待求解的变量,  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  和  $C$  是常数张量。我们可以写出其增广拉格朗日函数

$$\begin{aligned} L_p(X, Y, Z) = & f(X) + g(Z) + Y^T (\mathcal{A} * X + \mathcal{B} * Z - C) \\ & + \frac{\rho}{2} \|\mathcal{A} * X + \mathcal{B} * Z - C\|_F^2, \end{aligned} \quad (2.8)$$

其中,  $\mathcal{Y}$  为拉格朗日乘子, 则更新迭代形式可以写为

$$\begin{aligned} \mathcal{X}^{k+1} &= \arg \min_{\mathcal{X}} \mathbf{L}_p(\mathcal{X}, \mathcal{Z}^k, \mathcal{Y}^k), \\ \mathcal{Z}^{k+1} &= \arg \min_{\mathcal{Z}} \mathbf{L}_p(\mathcal{X}^{k+1}, \mathcal{Z}, \mathcal{Y}^k), \\ \mathcal{Y}^{k+1} &= \lambda^k + \rho(\mathcal{A} * \mathcal{X}^{k+1} + \mathcal{B} * \mathcal{Z}^{k+1} - C), \end{aligned} \quad (2.9)$$

其中,  $\rho > 0$ 。

ADMM 算法在实际应用中具有许多优点。首先, 它具有全局收敛性, 即使在非光滑情况下也能保证收敛, 这使得它在实际应用中非常可靠。其次, 由于其分布式特性, 它在处理大规模优化问题时非常有效, 可以将问题分解成多个子问题并行求解, 从而提高了求解效率。此外, ADMM 算法适用于多种约束形式的优化问题, 包括线性约束、非线性约束等, 因此在实际应用中具有广泛的适用性。然而, 它对于惩罚参数的选择非常敏感, 不同的参数可能会导致不同的收敛速度和结果, 因此需要仔细调节参数以获得最佳性能。同时, 尽管 ADMM 算法适用于许多优化问题, 但一些非凸优化问题并不能通过 ADMM 算法高效求解。最后, ADMM 算法的收敛速度可能较慢, 特别是对于高度非线性的问题或者具有特定结构的问题, 需要更多的迭代次数才能达到收敛。因此, 在实际应用中需要根据具体问题的特点来权衡其优缺点, 并选择合适的算法和参数进行求解。

## 2.3 即插即用去噪器

### 2.3.1 概述

即插即用的图像去噪器是一种方便用户快速去除图像中噪声的工具, 无需复杂的设置或专业知识即可使用。这些去噪器通常基于预训练的模型或经过优化的算法, 能够在短时间内实现高效的去噪效果。一些使用较为广泛的即插即用去噪器包括块匹配三维滤波去噪器 (Block-Matching and 3D Filtering, BM3D)<sup>[43]</sup>、快速灵活去噪网络 (Fast and Flexible Denoising Network, FFDNet)<sup>[44]</sup> 和块匹配四维滤波去噪器 (Block-Matching and 4D Filtering, BM4D)<sup>[45]</sup>, 这三种图像去噪方法目前使用比较广泛。

### 2.3.2 BM3D 去噪器

BM3D 去噪器是一种经典的图像去噪算法, 由 Dabov 等人提出。它在去除图像噪声方面表现出色, 受到了广泛认可。BM3D 的成功归功于其强大的去噪性能, 同时也归功于其相对简单的实现方式, 使得它成为了图像去噪领域的一个标杆。

BM3D 的核心思想是利用图像中的冗余信息来去除噪声。它通过两个主要步骤实现去噪: 块匹配和 3D 滤波, 下面进行简要介绍。

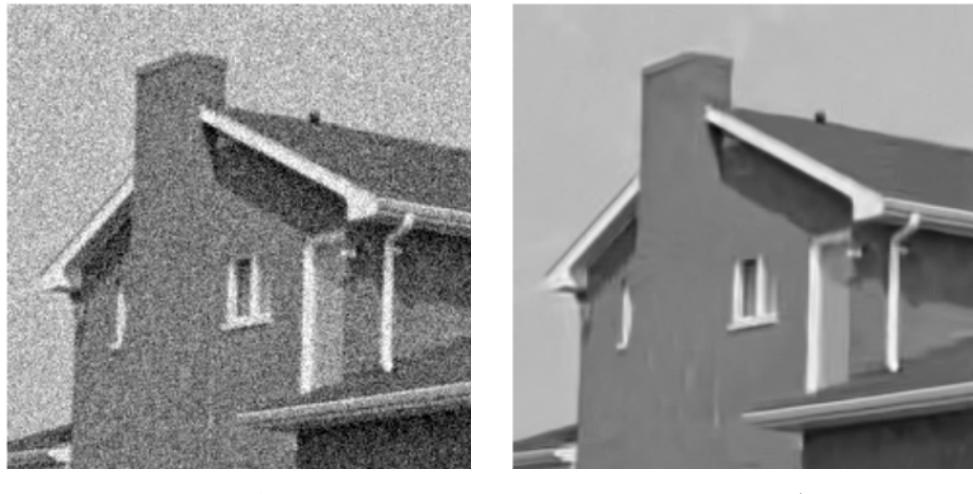


图 2.1 BM3D 去噪示意图

(1) 块匹配: BM3D 首先将图像分割成重叠的小块, 然后在这些块中寻找与当前块相似的块。这种相似性通常通过计算块之间的欧氏距离或其他相似性度量来确定。找到相似块后, 它们被组织成一个 3D 数组, 形成所谓的“群”, 以便在整个群上进行滤波。

(2) 3D 滤波: 一旦找到相似的块, BM3D 将它们堆叠成 3D 数组, 其中每一列代表一个块。然后, 对这个 3D 数组进行滤波处理, 通常采用 3D 变换, 例如 3D 小波变换或 3D 非局部变换。这个滤波过程可以减少噪声并增强图像的信号。最后, 通过对滤波后的 3D 数组进行逆变换, 得到去噪后的块。

由于其优秀的性能和简单的实现方式, BM3D 被广泛应用于多个领域。在医学成像领域, BM3D 能够有效地去除医学图像中的噪声, 提高图像质量, 有助于医生做出更准确的诊断; 在摄影领域, 由于拍摄条件的限制或者相机传感器的特性, 图像常常会受到各种类型的噪声影响,BM3D 能够帮助摄影师在后期处理中去除这些噪声, 提升照片质量; 在视频处理中, BM3D 可以用于去除视频序列中的噪声, 提高视频的清晰度和质量。然而, 当噪声逐渐增加时, BM3D 的去噪性能会大大降低并引入伪影, 尤其是在平坦区域。随着图像处理技术的不断发展, BM3D 仍然是一个备受关注的研究热点, 并且在实际应用中仍然具有重要的地位。

### 2.3.3 BM4D 去噪器

为了提高去噪性能, 出现了许多改进版本的 BM3D, 其中 BM4D 去噪器属于新研究成果中受到认可和使用的一种。BM4D 由 Deledalle、Fadili 和 Starck 等<sup>[46]</sup>提出, 它进一步利用了图像的局部和全局信息, 并引入了 4D 变换域的思想。BM4D 通过利用图像块之间的相似性和稀疏性, 能够在去除噪声的同时有效地保留图像的细节和结构, 在图像处理领域得到了广泛的应用和研究。

BM4D 算法的核心思想是将图像划分为重叠的块，对每个图像块，BM4D 通过对相似块进行四维滤波来降低噪声，并通过将估计的噪声从原始图像块中减去来得到去噪结果，最后聚合去噪结果以生成去噪图像。传统的滤波通常是在三维上进行的，而 BM4D 引入了一个额外的维度，对不同尺度上的块进行处理。这样可以更好地捕捉图像中的局部和全局结构，提高了去噪效果。BM4D 算法在去除高斯噪声和低频噪声方面效果显著。BM4D 去噪器具有高效、保留细节、适用广泛和灵活等优点，在图像处理领域受到了广泛的应用。但它计算复杂度较高、参数调整较为困难。

### 2.3.4 FFDNet 去噪器

FFDNet 是一种基于深度学习的图像去噪方法，由 Zhang 等<sup>[47]</sup> 提出。FFDNet 的原理基于卷积神经网络 (Convolutional Neural Network, CNN)。CNN 是一种强大的深度学习模型，能够学习复杂的数据特征，对于图像去噪这样的任务尤为适用。FFDNet 在大量带有噪声的图像上进行训练，能够有效地去除图像中的噪声。该算法旨在通过神经网络模型迅速、有效地去除图像中的噪声，同时保留图像的细节和结构，在图像增强、医学影像和监控视频等领域受到广泛应用。FFDNet 的设计理念源于神经网络在图像去噪中的广泛应用以及传统方法如非局部均值和 BM3D 的启发。该算法采用了一个灵活且高效的卷积神经网络结构，通过学习图像噪声的分布和特征，以实现快速而准确的去噪。在训练阶段，FFDNet 利用包含噪声的图像和对应的干净图像来学习噪声的统计属性，进而选择合适的滤波器进行去噪。其网络结构中还引入了非局部信息融合模块，能够更好地利用图像中的非局部信息进行去噪。FFDNet 的核心是一个带有自适应权重模块的 U-Net 架构。U-Net 是一种典型的用于图像分割的对称网络结构，它结合了浅层的大范围信息和深层的精细化特征。在 FFDNet 中，每个解码器块都添加了一个自适应权重模块，该模块根据输入图像的噪声特性动态调整滤波器权重，使得网络可以根据不同噪声环境进行有效响应。此外，FFDNet 采用无参数的均值和方差估计方法，直接预测像素级别的噪声，这比传统方法更简洁且效果更好。而通过使用批归一化和批量训练，FFDNet 实现了在单个 GPU 上的实时性能。

FFDNet 在去噪效果方面表现出色，但像其他深度学习模型一样，FFDNet 对于大量高质量的训练数据依赖性较强，如果训练数据不足或质量不佳，可能会影响其性能和泛化能力。此外，在去除噪声的同时，FFDNet 有时候可能会导致图像细节的损失。

### 2.3.5 总结

本节介绍了即插即用图像去噪器 BM3D、BM4D 和 FFDNet 三种方法的原理、特点和应用领域。BM3D 去噪器是一种经典的图像去噪算法，其原理基于块匹配和 3D 滤波。首先，图像被分成许多重叠的小块，然后在这些块中寻找与目标块相似的块。接着，通过对这些相似块进行 3D 滤波来估计和去除噪声。相较而言，BM4D 去噪器在 BM3D 的基础上引入了 4D 变换域，进一步提高了去噪性能。与 BM3D 相比，BM4D 更能捕捉图像中的局部和全局结构。FFDNet 利用卷积神经网络学习图像中的噪声模型，并通过端到端的训练来实现图像去噪。三种去噪方法的优缺点如表2.1所示。

**表 2.1 不同去噪器对比**

| 去噪器    | 优点                            | 缺点                   | 评价                  |
|--------|-------------------------------|----------------------|---------------------|
| BM3D   | 强大的去噪性能<br>相对简单且高效<br>能保存图像细节 | 对参数敏感<br>处理速度较慢      | 经典的去噪方法<br>使用广泛     |
| BM4D   | 更强的去噪性能<br>自适应的参数选择           | 计算复杂度高<br>实现相对复杂     | BM3D 的升级版           |
| FFDNet | 端到端的学习<br>处理速度快<br>对不同噪声适应性强  | 需要大量标记数据<br>可能导致过度拟合 | 基于深度学习<br>实用性强，使用灵活 |

示，BM3D 去噪器简单高效，BM4D 去噪器相较于 BM3D 提高了去噪性能，而 FFDNet 具有领用灵活的特点。

### 第三章 即插即用的高光谱图像异常检测方法

在高光谱图像异常检测领域，现有的异常检测方法对数据中的噪声敏感，异常检测的精确度会受到噪声影响。特别，现有的方法只考虑了数据的光谱信息，无法综合考虑数据的空间结构。为提升异常检测的精度，在本章中我们将即插即用去噪器嵌入到异常检测方法中，并讨论了使用不同去噪器进行实验时对异常检测的影响，最终选取效果最好的去噪器来进行进一步研究。

#### 3.1 模型建立

在实际应用中，一个高光谱图像可以看作一个三维数据块，这也是为什么我们使用张量来对高光谱图像进行研究能获得更小的误差。对于一个高光谱图像张量  $X \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ ，其中的  $n_1$  和  $n_2$  表示的是空间维度， $n_3$  则表示光谱维度。为了不破坏高光谱图像的固有张量结构，考虑

$$X = \mathcal{A} * \mathcal{W} + \mathcal{E}, \quad (3.1)$$

其中， $X \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$  为沿光谱维度展开的张量， $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$  表示字典， $\mathcal{W} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$  表示相对于字典的系数矩阵， $\mathcal{E}$  即表示我们的目标异常地物。

给定观测到的  $X$  和字典  $\mathcal{A}$ ，两个未知张量  $\mathcal{W}$  和  $\mathcal{E}$  仍然存在许多可行解。为了解决这个问题，我们需要对  $\mathcal{W}$  和  $\mathcal{E}$  进行更多约束，而我们认为张量低秩表示是更好的选择。整体来看，张量低秩表示在高光谱图像异常检测中表现得更好<sup>[48]</sup>。因此，我们使用张量低秩表示来描述图像中包含的数据，张量低秩表示的模型如图3.1所示，

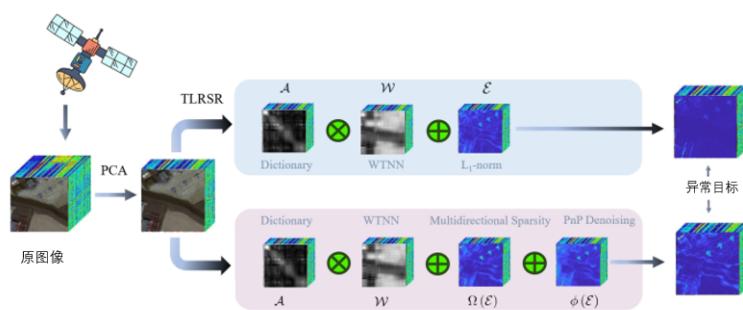


图 3.1 异常检测模型示意图

则一般来说，可以给出数学模型

$$\begin{aligned} & \min_{\mathcal{W}, \mathcal{E}} \text{rank}_t(\mathcal{W}) + \lambda \|\mathcal{E}\|_1 \\ \text{s.t. } & \mathcal{X} = \mathcal{A} * \mathcal{W} + \mathcal{E}, \end{aligned} \quad (3.2)$$

式中  $\text{rank}_t()$  为张量低秩函数。然而该模型是非凸的并且难以计算，因此我们引入加权张量核范数来代替  $\text{rank}_t()$  函数的计算，即

$$\begin{aligned} & \min_{\mathcal{W}, \mathcal{E}} \|\mathcal{W}\|_{WTNN} + \lambda \|\mathcal{E}\|_1 \\ \text{s.t. } & \mathcal{X} = \mathcal{A} * \mathcal{W} + \mathcal{E}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

其中 WTNN 为加权张量核范数 (Weighted Tensor Nuclear Norm, WTNN)<sup>[49]</sup>。加权张量核范数是一种用于张量分解和降维的方法，它是对标准张量核范数的扩展。在理解加权张量核范数之前，让我们先了解一下标准张量核范数的概念。标准张量核范数是张量分解中的一个重要概念，它类似于矩阵中的核范数。对于一个张量，其核范数是该张量的奇异值之和。通过最小化张量核范数，可以实现对张量进行低秩近似，从而实现降维和压缩。加权张量核范数引入了权重矩阵来对不同位置的张量元素进行加权。通常情况下，可以使用数值优化方法（如梯度下降、交替最小化等）来最小化加权张量核范数，以实现对张量的低秩近似。本文中，对于张量  $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_2 \times n_3}$ ，加权张量核范数定义为张量所有额片的所有奇异值的加权和，即

$$\|\mathcal{X}\|_{WTNN} = \frac{1}{n_3} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_3} \mathcal{W}_{\mathcal{X}}(i, i, j) \bar{\mathcal{S}}(i, i, j). \quad (3.4)$$

其中  $\bar{\mathcal{S}}(i, i, j)$  由秩为 r 的张量  $\mathcal{X}$  经过 t-SVD 得到的对应奇异值组成， $\mathcal{W}_{\mathcal{X}}(i, i, j)$  为加权的张量。加权张量核范数在张量分解和降维中具有许多显著的优点，通过考虑权重矩阵，加权张量核范数可以更准确地反映不同位置数据的重要性，从而更好地捕捉数据的特征和结构。

我们认为，去噪器的使用能够提高图像的平滑度，并且降低噪声对检测结果的影响，在高光谱图像异常检测中具有重要意义。同时，为了有更加灵活的降噪方法选择，我们使用即插即用去噪器对图像进行处理。基于以上的讨论，现在我们将提出的方法表述如下

$$\begin{aligned} & \min_{\mathcal{W}, \mathcal{E}} \|\mathcal{W}\|_{WTNN} + \mu \phi(\mathcal{E}) \\ \text{s.t. } & \mathcal{X} = \mathcal{A} * \mathcal{W} + \mathcal{E} \end{aligned} \quad (3.5)$$

其中  $\phi$  为 PnP 去噪器， $\mu$  为正的权衡系数。

### 3.2 算法设计

我们引入 ADMM 算法来解决式(3.5)。首先，我们引入辅助变量张量  $\mathcal{Z}$ ，并将式(3.5)重新表述为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathcal{Z}, \mathcal{E}, \mathcal{W}} \|\mathcal{Z}\|_{WTNN} + \mu\phi(\mathcal{E}) \\ & \text{s.t. } \mathcal{X} = \mathcal{A} * \mathcal{W} + \mathcal{E}, \mathcal{Z} = \mathcal{W}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

写出增广拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} L(\mathcal{Z}, \mathcal{E}, \mathcal{W}, Q_1, Q_2) &= \|\mathcal{Z}\|_{WTNN} + \mu\phi(\mathcal{E}) \\ &+ \langle Q_1, \mathcal{X} - \mathcal{A} * \mathcal{W} - \mathcal{E} \rangle + \frac{\beta}{2} \|\mathcal{X} - \mathcal{A} * \mathcal{W} - \mathcal{E}\|_F^2 \\ &+ \langle Q_2, \mathcal{Z} - \mathcal{W} \rangle + \frac{\beta}{2} \|\mathcal{Z} - \mathcal{W}\|_F^2. \end{aligned} \quad (3.7)$$

其中， $Q_1, Q_2$  是拉格朗日乘子， $\beta$  是正则化参数。

则根据 ADMM，要求解式(3.7)可以通过固定其他变量更新一个变量来实现。

---

#### Algorithm 1 加权张量奇异值阈值算法

---

输入：  $\mathcal{W}^k, Q_2^k$ ，参数  $\beta$

1: 计算  $\mathcal{G} = \mathcal{W}^k - \frac{Q_2^k}{\beta}$

2:  $\hat{\mathcal{G}} = fft(\mathcal{G}, [], 3)$

3: 对于  $i = 0, 1, \dots, [\frac{n_3+1}{2}]$

4:  $[\hat{\mathcal{U}}(:, :, i), \hat{\mathcal{S}}(:, :, i), \hat{\mathcal{V}}(:, :, i)] = SVD(\hat{\mathcal{G}}(:, :, i), )$

5:  $\omega = \frac{1}{diag(\hat{\mathcal{S}}(:, :, i)) + \epsilon}$

6:  $\hat{\mathcal{S}}_{new}(:, :, i) = max(\hat{\mathcal{S}}(:, :, i) - \frac{\omega}{\mu}, 0)$

7: 结束

8: 对于  $i = [\frac{z+1}{2} + 1], \dots, z$

9:  $\hat{\mathcal{U}}(:, :, i) = conj(\hat{\mathcal{U}}(:, :, z - i + 2))$

10:  $\hat{\mathcal{S}}_{new}(:, :, i) = conj(\hat{\mathcal{S}}_{new}(:, :, i))$

11:  $\hat{\mathcal{V}}(:, :, i) = conj(\hat{\mathcal{V}}(:, :, z - i + 2))$

12: 结束

13:  $\mathcal{U} = ifft(\hat{\mathcal{U}}, [], 3), \mathcal{S}_{new} = ifft(\hat{\mathcal{S}}_{new}, [], 3), \mathcal{V} = ifft(\hat{\mathcal{V}}, [], 3)$

---

输出:  $\mathcal{Z}^k + 1 = \mathcal{U} * \mathcal{S}_{new} * \mathcal{V}^*$

---

步骤 1: 更新变量  $\mathcal{Z}$  的子问题可以简化为

$$\mathcal{Z}^{k+1} = \min_{\mathcal{Z}} \|\mathcal{Z}\|_{WTNN} + \frac{\beta}{2} \|\mathcal{Z} - \mathcal{W}^k + \frac{Q_2^k}{\beta}\|_F^2. \quad (3.8)$$

此问题可以通过算法1中的加权张量奇异阈值法求解。

步骤 2: 更新变量  $\mathcal{E}$  的子问题可以简化为

$$\mathcal{E}^{k+1} = Denoiser(\mathcal{X} - \mathcal{A} * \mathcal{W}^k - \frac{Q_1^k}{\beta}, \sqrt{\frac{\mu}{\beta}}). \quad (3.9)$$

其中  $\sqrt{\frac{\mu}{\beta}}$  为噪声级, 本方法使用 BM4D 去噪器。

步骤 3: 更新变量  $\mathcal{W}$  的子问题可以简化为

$$\mathcal{W}^{k+1} = \min_{\mathcal{W}} \|\mathcal{X} - \mathcal{A} * \mathcal{W} - \mathcal{E}^{k+1} + \frac{Q_1^k}{\beta}\|_F^2 + \|\mathcal{Z}^{k+1} - \mathcal{W} + \frac{Q_2^k}{\beta}\|_F^2. \quad (3.10)$$

步骤 4: 将拉格朗日乘子  $Q_1$ ,  $Q_2$  和惩罚参数  $\beta$  更新为

$$\begin{cases} Q_1^{k+1} = Q_1^k + \beta(\mathcal{X} - \mathcal{A} * \mathcal{W}^{k+1} - \mathcal{E}^{k+1}), \\ Q_2^{k+1} = Q_2^k + \beta(\mathcal{Z}^{k+1} - \mathcal{W}^{k+1}), \\ \beta = \min\{\mu\beta, \beta_{max}\}. \end{cases} \quad (3.11)$$

综上所述, 以算法 2 给出整个迭代框架。

---

### Algorithm 2 迭代算法框架

---

**输入:** 给定数据  $\mathcal{X}$ , 字典  $\mathcal{A}$ , 参数  $\mu, \beta$

**初始化:**  $(\mathcal{Z}^0, \mathcal{E}^0, \mathcal{W}^0, Q_1^0, Q_2^0)$ , 设  $k = 0$

**如果不收敛则**

- 1: 更新  $\mathcal{Z}^{k+1}$  通过计算 (3.8)
- 2: 更新  $\mathcal{E}^{k+1}$  通过计算 (3.9)
- 3: 更新  $\mathcal{W}^{k+1}$  通过计算 (3.10)
- 4: 更新  $Q_1^{k+1}, Q_2^{k+1}$  通过计算 (3.11)

**结束**

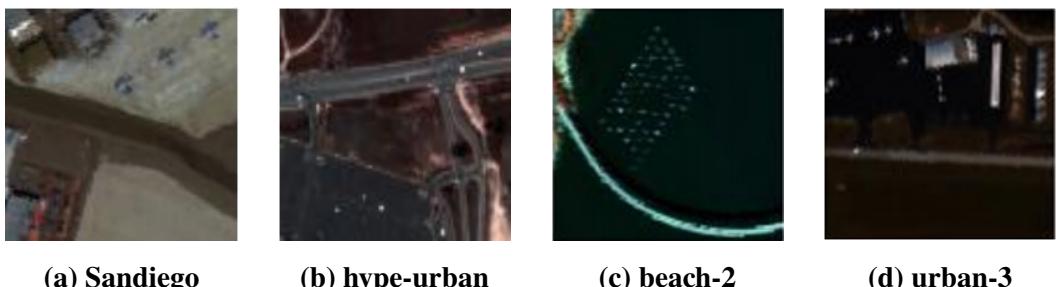
**输出:**  $\mathcal{E}$

---

### 3.3 实验结果及分析

#### 3.3.1 数据集

为了验证该方法的有效性，我们考虑了来自三个高光谱图像数据库的 15 个数据集，包括 Sandiego、HYDICE-Urban 和 Airport-Beach-Urban(ABU) 数据库。(1) 圣地亚哥数据库：由加州上空的航空可见红外成像光谱仪 (AVIRIS) 传感器采集的光谱图像组成。尺寸为  $100 \times 100 \times 189$ ，三架飞机为异常检测目标。(2) HYDICE- urban 数据库：由高光谱数字图像采集实验 (HYDICE) 传感器捕获，描述城市场景。大小为  $80 \times 100 \times 175$ ，考虑数辆汽车和船只作为异常检测的目标。(3) ABU 数据库：包含 4 个机场、4 个海滩和 5 个城市场景。大多数高光谱图像是使用 AVIRIS 传感器捕获的，beach-4 例外，这是使用反射光学系统成像光谱仪 (ROSIS-03) 传感器获得的。大小为  $100 \times 100 \times N$  或  $150 \times 150 \times N$ ，其中  $N$  的取值范围为 100 到 200。



(a) Sandiego      (b) hype-urban      (c) beach-2      (d) urban-3

图 3.2 数据集示意图

#### 3.3.2 性能指标

在本文中，第一个性能指标是接收者操作特征曲线 (Receiver Operating Characteristic Curve, ROC)，也被称为感受性曲线。在分类和异常检测领域，评估模型性能是至关重要的一个方面，而 ROC 曲线就是其中的重要工具之一。ROC 曲线是分类模型真正例率 (True Positive Rate, TPR) 和假正例率 (False Positive Rate, FPR) 之间关系的图形表示。本质上，它展示了模型灵敏度如何随着不同阈值的变化而变化。在本文中异常检测的背景下，ROC 曲线描述了检测概率 (PD) 和虚警率 (False Alarm Rate, FAR) 之间的权衡。较高的 PD 表示更好的异常检测能力，而较低的 FAR 表示较低的误报率。因此，位于绘图左上角的 ROC 曲线表明性能较好，具有较高的检测率。首先介绍 ROC 曲线的组成：真正例率，也称为灵敏度或召回率，衡量模型正确识别实际正例的比例。它的计算公式为

$$TPR = \frac{TP}{TP + FN}, \quad (3.12)$$

其中  $TP$  表示真正例,  $FN$  表示假负例。而假正例率量化了模型错误将负例分类为正例的比例。它的计算公式为

$$FPR = \frac{FP}{FP + TN}, \quad (3.13)$$

其中  $FP$  表示假正例,  $TN$  表示真负例。ROC 曲线通常以 FPR 为横轴, TPR 为纵轴绘制。随着分类阈值的变化, TPR 和 FPR 相应地发生变化, 从而形成一条曲线, 代表不同灵敏度和特异度之间的权衡。ROC 曲线的一个关键特征是其形状, 它提供了关于分类模型性能的见解。ROC 曲线在各个领域都有广泛的应用, 包括医学、金融和机器学习等。

曲线下面积 (Area Under the Curve, AUC) 是由 ROC 曲线导出的另一个重要指标。它代表 ROC 曲线下方的面积, 并作为模型区分能力的综合评价。较高的 AUC 值表示更好的分类性能, 理想情况下为 1, 表示完美分类。此外, ROC 曲线允许基于 AUC 值比较多个模型, 促进了明智的决策和模型选择。

### 3.3.3 参数选择

在本文所提出的方法中, 参数选择是一项重要任务, 它直接影响着算法的性能和效果。在本方法中, 有三个关键参数需要进行选择, 即  $\lambda$ ,  $\mu$  和  $\beta$ 。它们的取值范围从  $10^{-6}$  到  $10^4$ 。取值范围的广泛实际上反映了参数的复杂性和对算法性能的潜在影响。在这种情况下, 通过合适的参数选择, 我们可以最大程度地发挥算法的优势, 并获得最佳的结果。

为了确定最佳参数组合, 我们采用了网格化细分搜索的方法。网格化搜索是一种常用的参数选择方法, 它通过在给定范围内均匀采样参数值, 并在所有可能的参数组合上进行测试, 来评估每个参数组合对算法性能的影响。我们通过在  $10^{-6}$  到  $10^4$  上选择参数从  $10^{-6}$ 、 $10^{-5}$ 、 $10^{-4}$ 、 $10^{-3}$ 、 $10^{-2}$ 、 $10^{-1}$ 、 $10^0$ 、 $10^1$ 、 $10^2$ 、 $10^3$ 、 $10^4$  这些数中排列组合, 在实验数据集上进行实验后找出了效果最好的参数组合。

在进行实验之后, 我们发现当  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\beta$  设置为  $10^{-2}$ ,  $10^{-2}$ ,  $10^{-1}$  时, 所提出的方法表现出较好的性能。

### 3.3.4 数值结果

本章实验主要内容为对比使用不同去噪器对实验结果的影响, 研究对比的去噪器包括 BM4D 去噪器、BM3D 去噪器和 FFDNet 去噪器。需要注意的是 BM4D 去噪器可以直接对于张量形式数据使用, 而 BM3D 去噪器和 FFDNET 去噪器在使用时需要对数据进行降维处理。

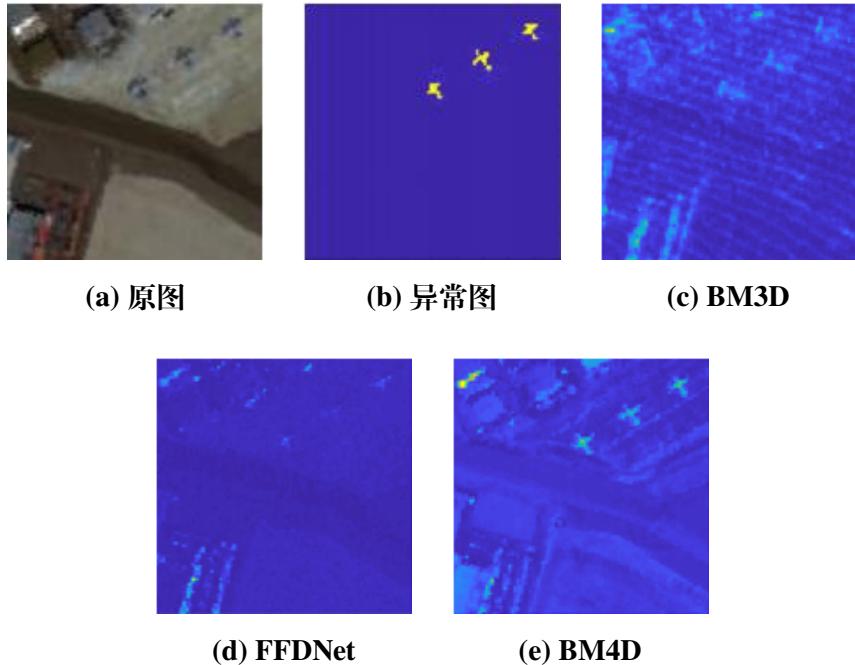


图 3.3 对数据集 Sandiego 使用不同去噪器进行异常检测的结果

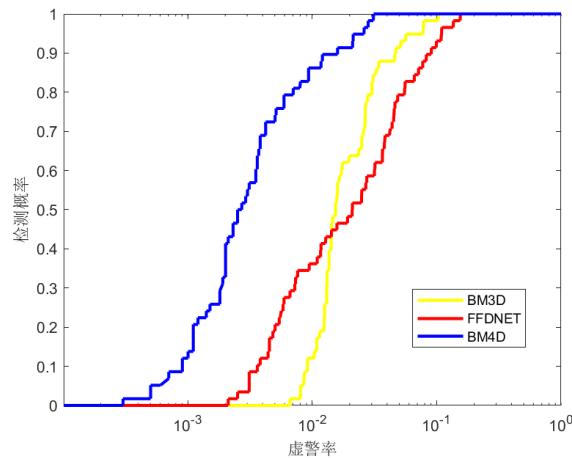


图 3.4 对于数据集 Sandiego 进行异常检测的 ROC 曲线

对 Sandiego 数据集进行高光谱图像异常检测得到的图像结果与 ROC 曲线如图3.3和图3.4所示。由图3.3可以看出，使用 FFDNet 去噪器时几乎不能检测出异常结果，使用 BM3D 去噪器异常检测的效果稍好，而 BM4D 去噪器效果最好，异常目标最为突出。从图3.4的数据显示，虚警率在  $10^{-3}$  到  $10^{-2}$  区间内，FFDNet 去噪器在 BM3D 去噪器上方，在其他区间 BM3D 曲线在 FFDNet 曲线上方但二者曲线相近，表示使用 FFDNet 去噪器的效果与使用 BM3D 去噪器的相近，而使用 BM4D 去噪器的 ROC 曲线位于其他两个去噪器的 ROC 曲线左上方。并且使用 BM4D 去噪器的 AUC 值最高，这表示了在相同条件下，BM4D 去噪器在识别目标方面具有更高的性能，这也与图像中观察得到的结果相符。

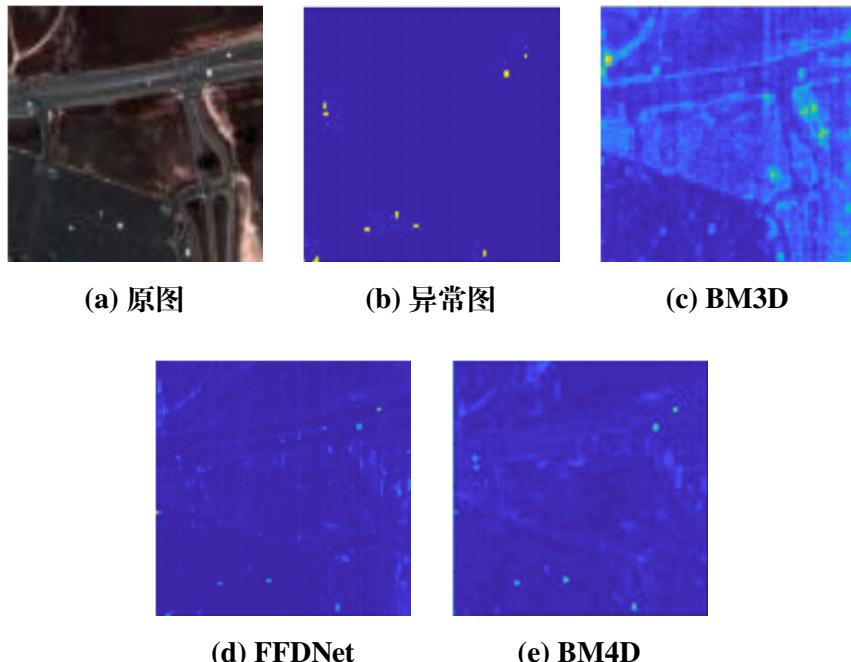


图 3.5 对数据集 hype-urban 使用不同去噪器进行异常检测的结果

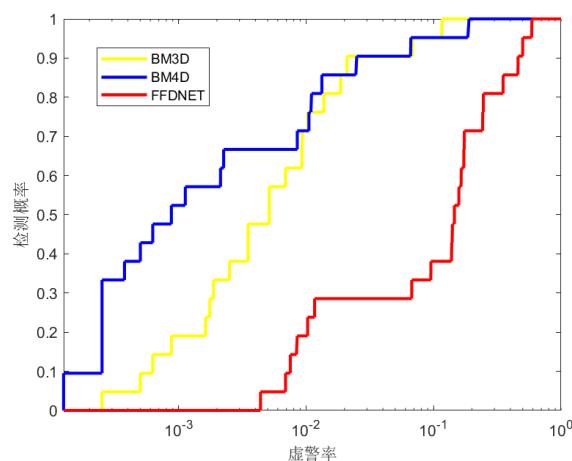


图 3.6 对于数据集 hype-urban 进行异常检测的 ROC 曲线

对 hype-urban 数据集进行高光谱图像异常检测得到的图片结果与 ROC 曲线如图3.5和图3.6所示。从图中可以看出，BM3D 对于背景的抑制能力很差，并没有将背景与异常很好的分离。而 FFDNet 虽然对异常分离效果好，但并未检测到左侧的异常。只有 BM4D 不仅检测到了所有异常并且效果最好。从 ROC 曲线图中可以观察到，使用 BM4D 和 BM3D 的 ROC 曲线始终位于使用 FFDNet 去噪器的曲线的左上方。尤其在虚警率在  $10^{-2}$  到  $10^0$  区间时，BM4D 与 BM3D 的 ROC 曲线几乎相似。然而，在其他区间内，使用 BM4D 去噪器的曲线一直保持在使用 BM3D 去噪器曲线的左上方。同时，对比三者的 AUC 值，发现 BM4D 的 AUC 值明显高于其余两个去噪器，这表明在本数据集中，BM4D 去噪器的性能优于 BM3D 去噪器和 FFDNet 去噪器。

器。因此，综合考虑 ROC 曲线的位置和 AUC 值，可以得出结论，使用 BM4D 去噪器在目标检测任务中表现更优异。

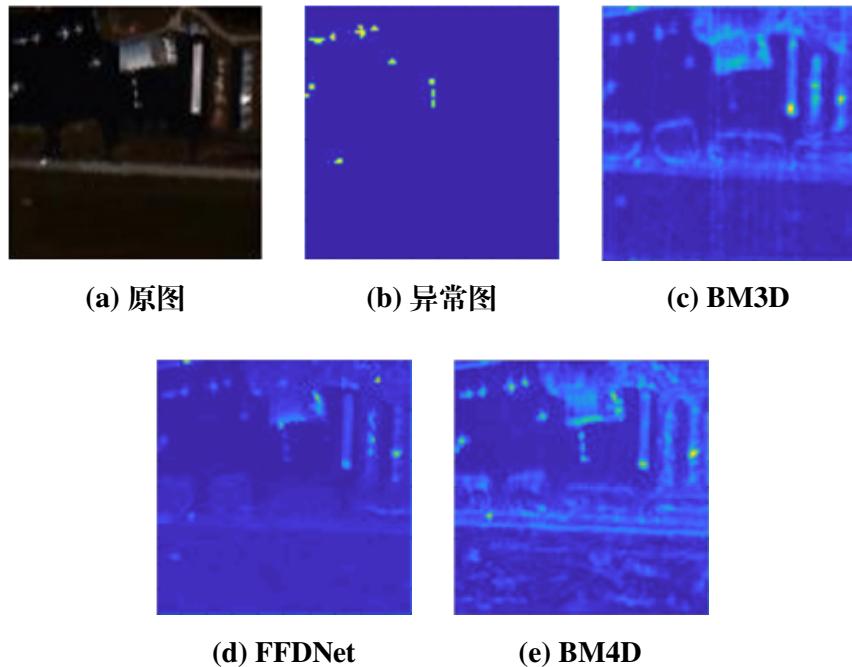


图 3.7 对数据集 urban-3 使用不同去噪器进行异常检测的结果

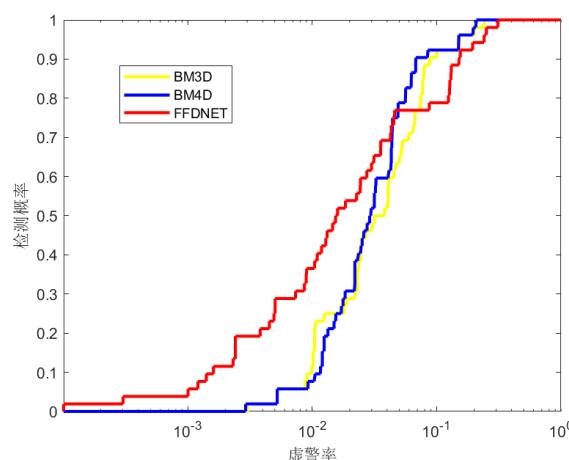


图 3.8 对于数据集 urban-3 进行异常检测的 ROC 曲线

对数据集 urban-3 进行高光谱图像异常检测得到的图片结果与 ROC 曲线如图3.7和图3.8所示。由图3.7可以看出，使用 FFDNet 去噪器和使用 BM3D 去噪器都能检测出左侧的异常目标但效果不好，而中间的异常目标使用 BM3D 去噪器能稍微检测到，而 FFDNet 去噪器几乎无法检测到，BM4D 去噪器效果最好，左侧和中间的异常目标都很突出。图3.8的数据显示，三个曲线比较相近。虚警率在  $10^{-3}$  到  $10^{-2}$  区间内，FFDNet 去噪器曲线在左上方，在其他区间三者曲线相近。

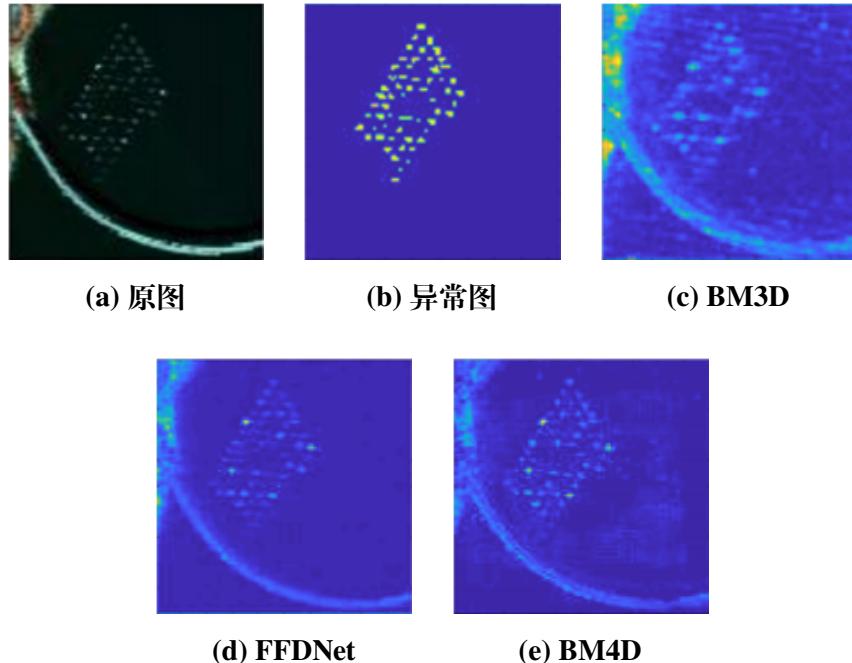


图 3.9 对数据集 beach-2 使用不同去噪器进行异常检测的结果

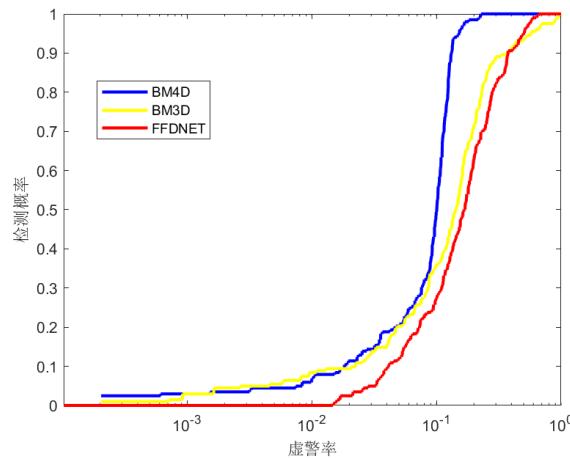


图 3.10 对于数据集 beach-2 进行异常检测的 ROC 曲线

对 beach-2 数据集进行高光谱图像异常检测得到的图像结果与 ROC 曲线如图3.9和图3.10所示。根据图3.9的结果显示，使用 BM3D 去噪器时，异常目标相对突出，但整体画面效果较为模糊，异常检测效果较差。相比之下，FFDNet 和 BM4D 去噪器的整体效果更好，而对比这两种去噪器的结果可以看出，FFDNet 对于背景的抑制能力更好，但 BM4D 的异常检测更加突出。而 ROC 曲线显示，在虚警率为  $10^{-3}$  到  $10^{-2}$  之间，三个曲线几乎相同，BM3D 和 BM4D 的曲线略微优于 FFDNet 的曲线。在其他虚警率区间内，BM4D 去噪器的 ROC 曲线明显位于其他两种去噪器的 ROC 曲线的左上方。综合来看，BM4D 去噪器在 beach-2 数据集上的表现优于 BM3D 和 FFDNet 两种去噪器。

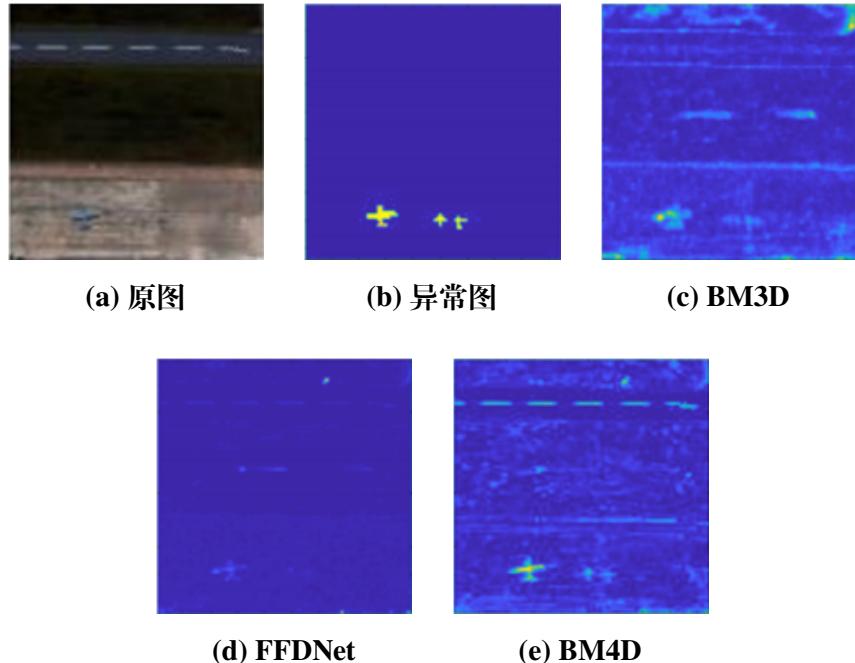


图 3.11 对数据集 airport-2 使用不同去噪器进行异常检测的结果

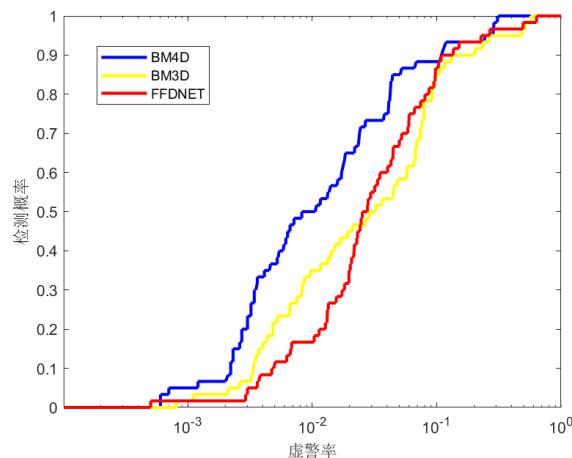


图 3.12 对于数据集 airport-2 进行异常检测的 ROC 曲线

对 airport-2 数据集进行高光谱图像异常检测得到的图像结果与 ROC 曲线如图3.11和图3.12所示。由图3.11可以看出，使用 BM3D 去噪器时异常目标比较突出但整体画面效果不好，尤其是对于右侧的两个小飞机，而 FFDNet 去噪器几乎无法检测出异常，而 BM4D 去噪器相比其他去噪器明显效果更好。而虚警率在  $10^{-3}$  到  $10^{-2}$  区间内时，BM3D 曲线在 FFDNet 上方，而在其他区间，FFDNet 的曲线在 BM3D 上方。但在整个区间内，BM4D 的曲线都在其他曲线上方，并且距离较大，仅有在虚警率靠近 1 时 BM4D 曲线才接近于其他两个曲线。同时使用 BM4D 去噪器的 AUC 值最高。

使用不同去噪器进行异常检测得到的 AUC 值如表3.1所示。根据不同数据集所

**表 3.1 不同去噪器在不同数据集上的实验结果**

| 数据集        | BM3D          | FFDNet | BM4D          |
|------------|---------------|--------|---------------|
| Sandiego   | 0.8884        | 0.8878 | <b>0.9682</b> |
| hype-urban | 0.8994        | 0.9834 | <b>0.9905</b> |
| urban-1    | 0.9348        | 0.8529 | <b>0.9712</b> |
| urban-2    | <b>0.9546</b> | 0.8672 | 0.8672        |
| urban-3    | 0.9378        | 0.9153 | <b>0.9723</b> |
| urban-4    | 0.9387        | 0.9400 | <b>0.9626</b> |
| urban-5    | 0.9051        | 0.9411 | <b>0.9611</b> |
| beach-1    | 0.9404        | 0.9199 | <b>0.9733</b> |
| beach-2    | 0.8741        | 0.8411 | <b>0.9741</b> |
| beach-3    | <b>0.9789</b> | 0.8259 | 0.9546        |
| beach-4    | 0.8844        | 0.8895 | <b>0.9413</b> |
| airport-1  | 0.8441        | 0.8405 | <b>0.9834</b> |
| airport-2  | 0.8375        | 0.8514 | <b>0.9682</b> |
| airport-3  | 0.8994        | 0.8363 | <b>0.9907</b> |
| airport-4  | 0.8657        | 0.8881 | <b>0.9682</b> |
| average    | 0.9168        | 0.8922 | <b>0.9702</b> |

使用的不同去噪器得到的 AUC 结果来看，BM4D 去噪器明显优于 BM3D 和 FFDNet 去噪器，获得最高 AUC 值的次数最多，并且平均 AUC 值最高。相比之下，BM3D 和 FFDNet 去噪器在大部分情况下表现不佳。

### 3.4 总结

根据先前对不同数据集所采用的不同去噪器进行的实验结果显示，BM4D 去噪器在去噪效果上优于 BM3D 和 FFDNet 去噪器。这些实验数据表明，BM4D 去噪器在各种数据集上都展现出了出色的性能，有效地降低了图像中的噪声水平，并保持了图像的细节和清晰度。而 BM3D 和 FFDNet 去噪器在处理高光谱图像数据时表现不好。通过使用 BM4D 去噪器处理图像，我们可以在保留关键信息的同时消除噪声，从而提高异常检测的效果。根据以上分析，我们在本文提出的高光谱图像异常检测方法中选择 BM4D 去噪器。

## 第四章 结构稀疏的高光谱图像异常检测方法

在高光谱图像异常检测领域，现有的异常检测方法通常忽略了高光谱图像和异常目标中的结构信息，而破坏了高光谱图像原有的数据结构，影响了异常检测的结果中异常目标的完整性。为改善这一问题，本章提出了一种新的异常检测方法，本方法利用了多向稀疏性来充分利用异常目标的结构信息，从而实现更精准的异常检测。同时本章讨论了使用这种方法在不同数据集上得到的异常检测结果，并通过与现有的其他方法对比研究了本方法对于异常检测的提升效果。

### 4.1 模型建立

根据上一章的讨论，我们得到如下的模型

$$\begin{aligned} & \min_{\mathcal{W}, \mathcal{E}} \|\mathcal{W}\|_{WTNN} + \mu\phi(\mathcal{E}) \\ \text{s.t. } & \mathcal{X} = \mathcal{A} * \mathcal{W} + \mathcal{E}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

我们发现，对于张量  $\mathcal{E}$  的  $\mathcal{L}_1$  范数只考虑了单个的像素，而忽略了结构化的先验信息。对于异常目标  $\mathcal{E}$ ，可以从两个空间维度和一个光谱维度对其展开为

$$\mathbf{E}_{(i)} = unfold(\mathcal{E}, i), i = 1, 2, 3. \quad (4.2)$$

式中  $\mathbf{E}_1 \in \mathbb{R}^{n_2 n_3 \times n_1}$ ,  $\mathbf{E}_2 \in \mathbb{R}^{n_1 n_3 \times n_2}$ ,  $\mathbf{E}_3 \in \mathbb{R}^{n_1 n_2 \times n_3}$  然后，可以将得到的三个矩阵放入结构化稀疏度范数中，以考虑结构化信息，即

$$\mathbf{E}_{(i)} = \Omega(\mathcal{E}_{(i)}), i = 1, 2, 3. \quad (4.3)$$

再将其折回张量形式，得到

$$\mathcal{E}_{(i)} = fold(\mathbf{E}, i), i = 1, 2, 3. \quad (4.4)$$

由此，我们可以对上述张量求平均值，得到最终的多向稀疏度，即

$$\Omega(\mathcal{E}) = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \mathcal{E}_{(i)}. \quad (4.5)$$

在本文中，我们将其称为多向稀疏性，这种方法使得张量结构稀疏范数可以被很好地捕获。值得注意的是，上式中的平均值也可以用加权平均值代替，但难点在于如何选择权重。

现在，我们将式(4.1)改写为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathcal{W}, \mathcal{E}} \|\mathcal{W}\|_{WTNN} + \lambda \Omega(\mathcal{E}) + \mu \phi(\mathcal{E}) \\ & \text{s.t. } \mathcal{X} = \mathcal{A} * \mathcal{W} + \mathcal{E}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

其中  $\phi$  为 PnP 去噪器， $\lambda$  和  $\mu$  为正的权衡系数。与已有的 PCA-TLRSR 相比，这里提出的方法具有以下优点： $\Omega(\mathcal{E})$  考虑了更多的结构化信息，从而保留了更多的异常特征。同时， $\phi(\mathcal{E})$  与  $\Omega(\mathcal{E})$  互补，滤除高光谱图像中的噪声，从而更清晰地检测异常。

## 4.2 算法设计

首先，我们引入两个辅助变量，张量  $\mathcal{Z}$  和  $\mathcal{Y}$ ，并将式(4.5)重新表述为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathcal{Z}, \mathcal{Y}} \|\mathcal{Z}\|_{WTNN} + \lambda \Omega(\mathcal{E}) + \mu \phi(\mathcal{Y}) \\ & \text{s.t. } \mathcal{X} = \mathcal{A} * \mathcal{W} + \mathcal{E}, \mathcal{Z} = \mathcal{W}, \mathcal{Y} = \mathcal{E}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

写出本式的增广拉格朗日函数为

$$\begin{aligned} & \mathbf{L}_\beta(\mathcal{Z}, \mathcal{E}, \mathcal{Y}, \mathcal{W}, Q_1, Q_2, Q_3) \\ &= \|\mathcal{Z}\|_{WTNN} + \lambda \Omega(\mathcal{E}) + \mu \phi(\mathcal{Y}) \\ &+ \langle Q_1, \mathcal{X} - \mathcal{A} * \mathcal{W} - \mathcal{E} \rangle + \frac{\beta}{2} \|\mathcal{X} - \mathcal{A} * \mathcal{W} - \mathcal{E}\|_F^2 \\ &+ \langle Q_2, \mathcal{Z} - \mathcal{W} \rangle + \frac{\beta}{2} \|\mathcal{Z} - \mathcal{W}\|_F^2 \\ &+ \langle Q_3, \mathcal{Y} - \mathcal{E} \rangle + \frac{\beta}{2} \|\mathcal{Y} - \mathcal{E}\|_F^2. \end{aligned} \quad (4.8)$$

其中  $Q_1, Q_2, Q_3$  为拉格朗日乘子， $\beta > 0$  为惩罚系数。根据 ADMM，要求解式(4.7)可以通过固定其他变量更新一个变量来实现，因此我们可以写出如下的计算步骤。

步骤 1：更新变量  $\mathcal{Z}$  的子问题可以简化为

$$\min_{\mathcal{Z}} \|\mathcal{Z}\|_{WTNN} + \frac{\beta}{2} \|\mathcal{Z} - \mathcal{W}^k + \frac{Q_2^k}{\beta}\|_F^2. \quad (4.9)$$

此问题可以通过算法 2 中的加权张量奇异阈值法求解。

步骤 2：更新变量  $\mathcal{E}$  的子问题可以化为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathcal{E}} \lambda \Omega(\mathcal{E}) + \frac{\beta}{2} \|\mathcal{X} - \mathcal{A} * \mathcal{W}^k - \mathcal{E} + \frac{Q_1^k}{\beta}\|_F^2 \\ &+ \frac{\beta}{2} \|\mathcal{Y}^k - \mathcal{E} + \frac{Q_3^k}{\beta}\|_F^2. \end{aligned} \quad (4.10)$$

设  $\mathcal{T}^k = \mathcal{X} - \mathcal{A} * \mathcal{W}^k + \frac{Q_1^k}{\beta} + \mathcal{Y}^k + \frac{Q_3^k}{\beta}$ 。则上式可写为

$$\min_{\mathcal{E}} \lambda \Omega(\mathcal{E}) + \beta \|\mathcal{E} - \frac{\mathcal{T}^k}{2}\|_F^2. \quad (4.11)$$

由于  $\Omega(\mathcal{E})$  是一个结构化稀疏性诱导范数，因此可以使用相关的近端算子求解。如前一节所述，上式可以写成

$$\min_{\mathbf{E}_{(i)}} \lambda \Omega(\mathbf{E}_{(i)}) + \beta \|\mathbf{E}_{(i)} - \frac{\mathcal{T}(i)^k}{2}\|_F^2, i = 1, 2, 3. \quad (4.12)$$

其中  $\mathbf{E}_{(i)} = \text{unfold}(\mathcal{E}, i), i = 1, 2, 3$ 。上式可以通过应用于重叠组的近端算子求解，那么结果可以由二次最小成本流技术<sup>[50]</sup>得出

$$\mathbf{E}_{(i)}^{k+1} = \text{Prox}\left(\frac{T_{(i)}^k}{2}, \frac{2\lambda}{\beta}\right), i = 1, 2, 3. \quad (4.13)$$

最终，通过折叠  $\mathbf{E}_{(i)}$  并且对得到的张量取平均，可以得到如下的解

$$\mathcal{E}^{k+1} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \text{fold}(\mathbf{E}_{(i)}^k + 1, i). \quad (4.14)$$

步骤 3：更新变量  $\mathcal{Y}$  的子问题可以简化为

$$\mathcal{Y}^{k+1} = \min_{\mathcal{Y}} \mu \phi(\mathcal{Y}) + \frac{\beta}{2} \|\mathcal{Y} - \mathcal{E}^{k+1} + \frac{Q_3^k}{\beta}\|_F^2. \quad (4.15)$$

其中  $\phi(\mathcal{Y})$  是即插即用信息，在本模型中作为去噪器使用。为方便计算，上式的解写为

$$\mathcal{Y}^{k+1} = \text{Denoiser}\left(\mathcal{E}^k - \frac{Q_3^k}{\beta}, \sqrt{\frac{\mu}{\beta}}\right). \quad (4.16)$$

其中  $\sqrt{\frac{\mu}{\beta}}$  为噪声级，本方法使用 BM4D 去噪器。

步骤 4：更新变量  $\mathcal{W}$  的子问题可以简化为

$$\mathcal{W}^{k+1} = \min_{\mathcal{W}} \|\mathcal{X} - \mathcal{A} * \mathcal{W} - \mathcal{E}^{k+1} + \frac{Q_1^k}{\beta}\|_F^2 + \|\mathcal{Z}^{k+1} - \mathcal{W} + \frac{Q_2^k}{\beta}\|_F^2. \quad (4.17)$$

步骤 5：将拉格朗日乘子  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  和惩罚参数  $\beta$  更新为

$$\begin{cases} Q_1^{k+1} = Q_1^k + \beta(\mathcal{X} - \mathcal{A} * \mathcal{W}^{k+1} - \mathcal{E}^{k+1}), \\ Q_2^{k+1} = Q_2^k + \beta(\mathcal{Z}^{k+1} - \mathcal{W}^{k+1}), \\ Q_3^{k+1} = Q_3^k + \beta(\mathcal{Y}^{k+1} - \mathcal{E}^{k+1}), \\ \beta = \min\{\mu\beta, \beta_{max}\}. \end{cases} \quad (4.18)$$

---

**Algorithm 3** 迭代算法框架

---

**输入:** 给定数据  $X$ , 字典  $\mathcal{A}$ , 参数  $\lambda, \mu, \beta$

**初始化:**  $(\mathcal{Z}^0, \mathcal{L}^0, \mathcal{Y}^0, \mathcal{W}^0, \mathcal{E}^0, Q_1^0, Q_2^0, Q_3^0)$ , 设  $k = 0$ .

**如果不收敛 则**

- 1: 更新  $\mathcal{Z}^{k+1}$  通过计算 (4.8)
- 2: 更新  $\mathcal{E}^{k+1}$  通过计算 (4.14)
- 3: 更新  $\mathcal{Y}^{k+1}$  通过计算 (4.16)
- 4: 更新  $\mathcal{W}^{k+1}$  通过计算 (4.17)
- 5: 更新  $Q_1^{k+1}, Q_2^{k+1}, Q_3^{k+1}$  通过计算 (4.18)

**结束**

---

**输出:**  $\mathcal{E}$

---

综上所述, 使用算法 3 给出整个迭代框架。

## 4.3 实验结果及分析

### 4.3.1 参数选择

在本文提出的方法中, 存在三个参数, 即  $\lambda, \mu$  和  $\beta$ 。它们的变化范围从  $10^{-6}$  到  $10^4$ 。本章中的参数确定方法与第三章相同, 都采用了网格化细分实验的方法。通过实验验证表明, 当  $\lambda, \mu, \beta$  设置为  $10^{-2}, 10^{-2}, 10^{-1}$  时, 所提出的方法表现出较好的性能。

### 4.3.2 数值结果

在本节中, 我们将对本文提出的方法与当前广泛应用的 RX、LRASR、GTVLRR、PTA 和 PCA-TLRSR 等五种基准方法进行详细比较。

图4.1和图4.2为不同方法在数据集 Sandiego 上的异常检测结果和 ROC 曲线。由图可以看出 RX 几乎没有检测到异常, 而 LRASR 和 GTVLRR 检测到的异常非常模糊。虽然 PTA 和 PCA-TLRSR 都可以检测到异常, 但本文方法对背景干扰的抑制能力更强。由图4.2中的 ROC 曲线对比我们可以观察到, 随着虚警率的增加, 本文提出的方法的检测概率值超过了其他方法, 证明了其有效性。在 ROC 曲线上 PCA-TLRSR 的表现仅次于本文提出的方法。相比于传统方法, 我们的方法能够更全面地理解图像中的结构特征, 并据此进行更精准的异常检测。在实验中, 我们注意到即使是在较高的虚警率水平下, 我们的方法也能够较为准确地定位和识别异常情况。

在数据集 hyde-urban 上的实验中, 我们对不同方法在异常检测方面的表现进行

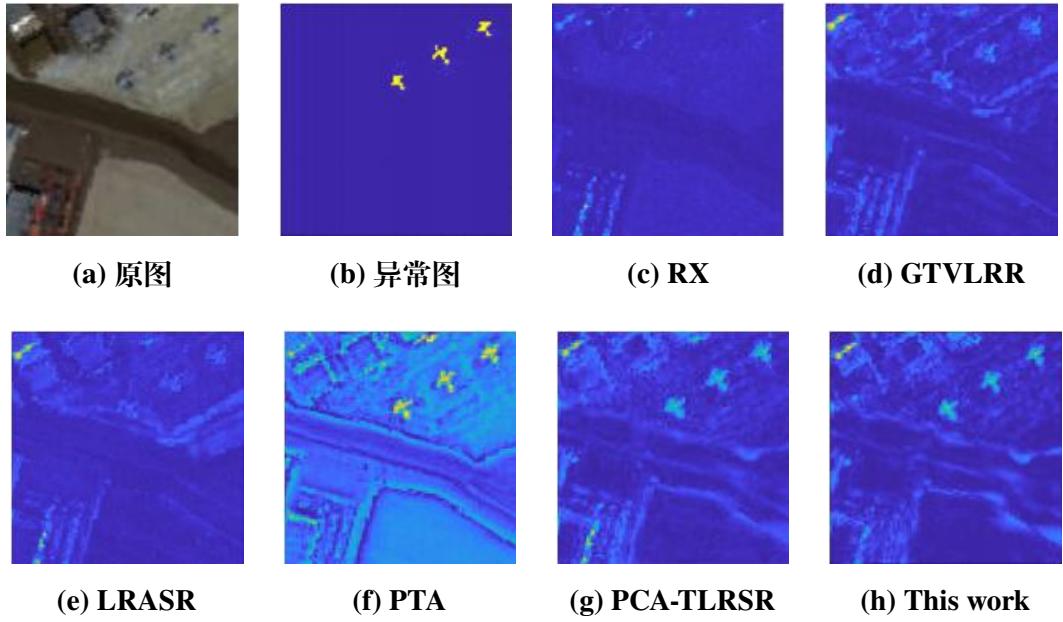


图 4.1 对于数据集 Sandiego 采用不同方法进行异常检测得到的结果

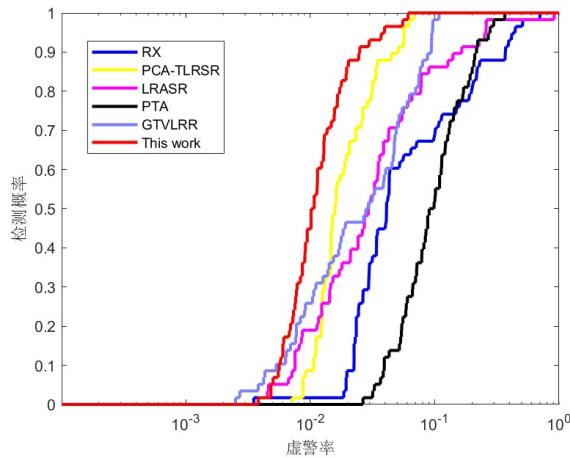


图 4.2 对于数据集 Sandiego 进行异常检测的 ROC 曲线

了比较, 结果如图4.3和图4.4所示。很明显, RX 算法几乎无法检测到左侧异常, 而 LRASR 和 GTVLRR 则能够检测到大部分异常情况并且在进行背景与异常目标的分离方面更好。PTA 和 PCA-TLRSR 也能检测到大部分异常情况, 但是通过仔细观察可以发现, 与 PTA 和 PCA-TLRSR 相比, 我们提出的方法具有更好的背景抑制能力。图4.4展示了 hyde-urban 数据集的相关 ROC 曲线。我们的方法在检测概率上一开始落后于 LRASR 和 GTVLRR 方法, 但是三者的曲线轨迹比较相近, 同时当虚警率增加到  $10^{-2}$  到  $10^{-1}$  区间时, 本方法的性能开始优于这些方法。即本方法在更高的虚警率水平上显示出更好的性能。PCA-TLRSR 算法的曲线与本方法较为接近但整条曲线都略低于本方法, 而 RX 与 PTA 两种方法的曲线都与本方法相差较多。以上分析表明相较于已有的异常检测方法, 我们的方法在异常检测方面具有显著的优势, 在处

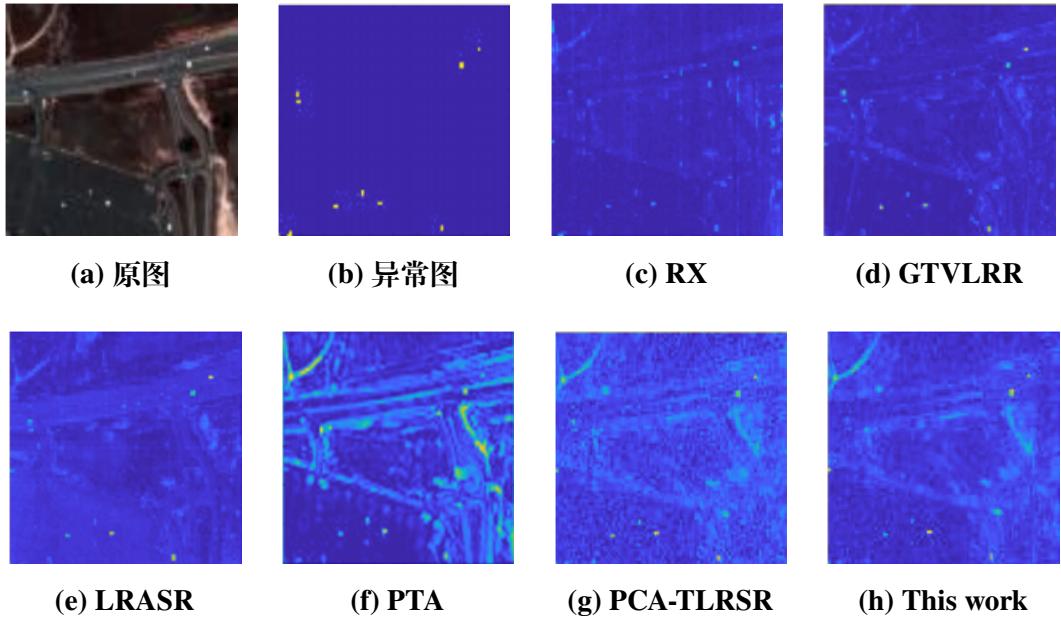


图 4.3 对于数据集 hype-urban 采用不同方法进行异常检测得到的结果

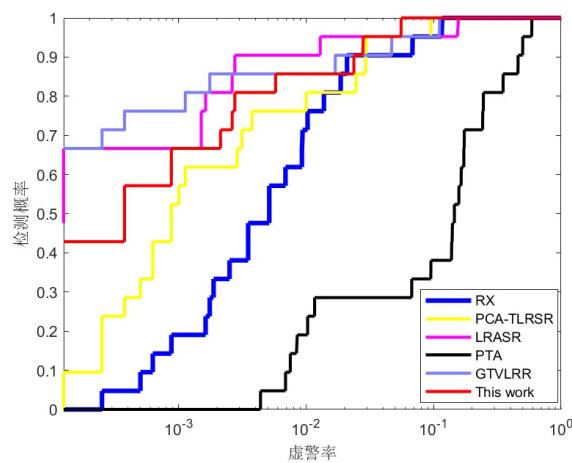


图 4.4 对于数据集 hype-urban 进行异常检测的 ROC 曲线

理高光谱图像时能够更准确地识别出异常情况。这种高准确性的背后是我们方法中蕴含的多向稀疏性以及对异常目标结构信息的有效利用。在实验中，我们注意到在较高的虚警率水平下，我们的方法能够较为准确地定位和识别异常情况，这证实了我们方法在背景抑制和异常目标分离方面的优越性。

在数据集 urban-3 上的实验结果如图4.5和图4.6所示。分析图4.5很容易看出，RX 算法几乎无法检测到中间的异常，虽然能检测到左侧的大部分异常但效果并不好，异常与背景并没有清楚的分开。而 LRASR 和 GTVLRR 则能够检测到大部分异常情况但背景抑制能力很差，甚至从图中无法正常分辨出异常目标。PTA 和 PCA-TLRSR 也能检测到大部分异常情况，但是通过观察可以发现，PTA 的异常检测在图的中间偏右侧出现了重大错误，而 PCA-TLRSR 的检测效果较好，但与本方法对比可以看出，

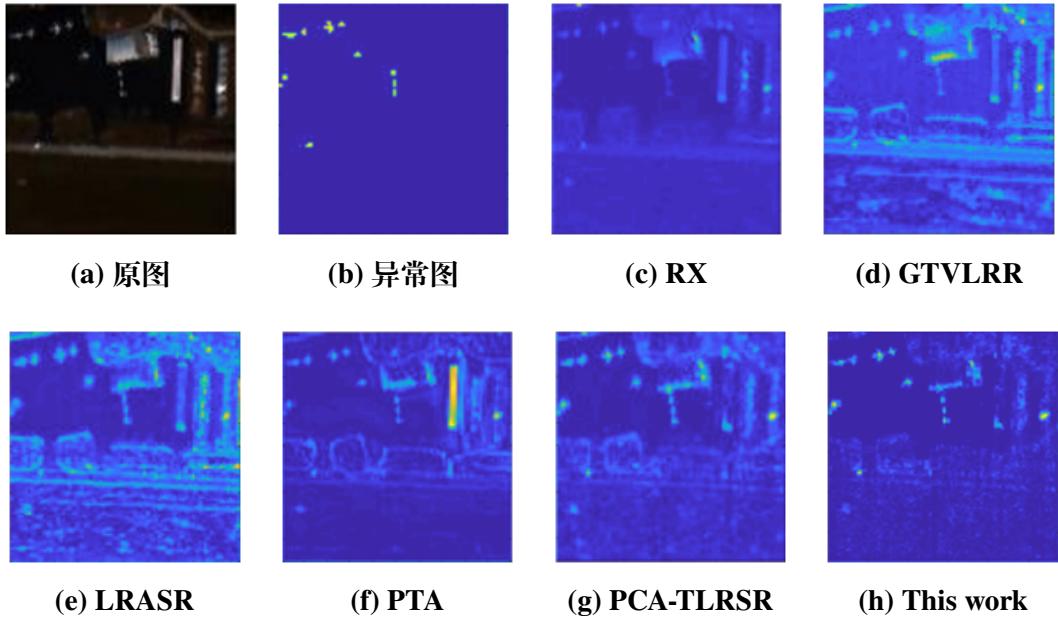


图 4.5 对于数据集 urban-3 采用不同方法进行异常检测得到的结果

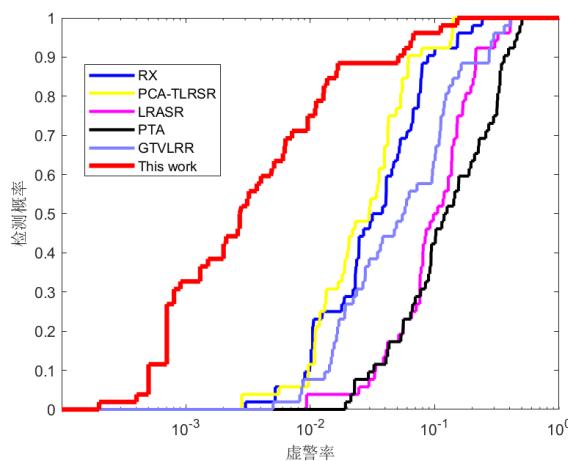


图 4.6 对于数据集 urban-3 进行异常检测的 ROC 曲线

本方法的背景抑制能力明显好于 PCA-TLRSR 方法。图4.6展示了 hyde-urban 数据集的相关 ROC 曲线。可以看出，本方法的曲线与其他方法的曲线在虚警率  $10^{-3}$  到  $10^{-2}$  区间并不相近，远远好于其他方法，而随着虚警率达到  $10^{-1}$  左右时与其他方法的曲线接近但依然好于其他算法。因此，本方法在此数据集中的异常检测结果优于其他方法。

在数据集 airport-4 上的实验结果如图4.7和图4.8所示。对于 airport-4, RX 方法几乎无法检测出异常目标，三架飞机都几乎没有被检测出。而 LRASR 的检测结果低于标准，特别是难以识别两架小型飞机，并且这两种方法的背景抑制能力都不好。PTA 和 GTVLRR 能够探测到所有的异常，但两架小型飞机模糊，在背景中不够明显。而 PCA-TLRSR 可以成功地检测到所有异常，并且检测出的飞机都比较清晰，但本方法

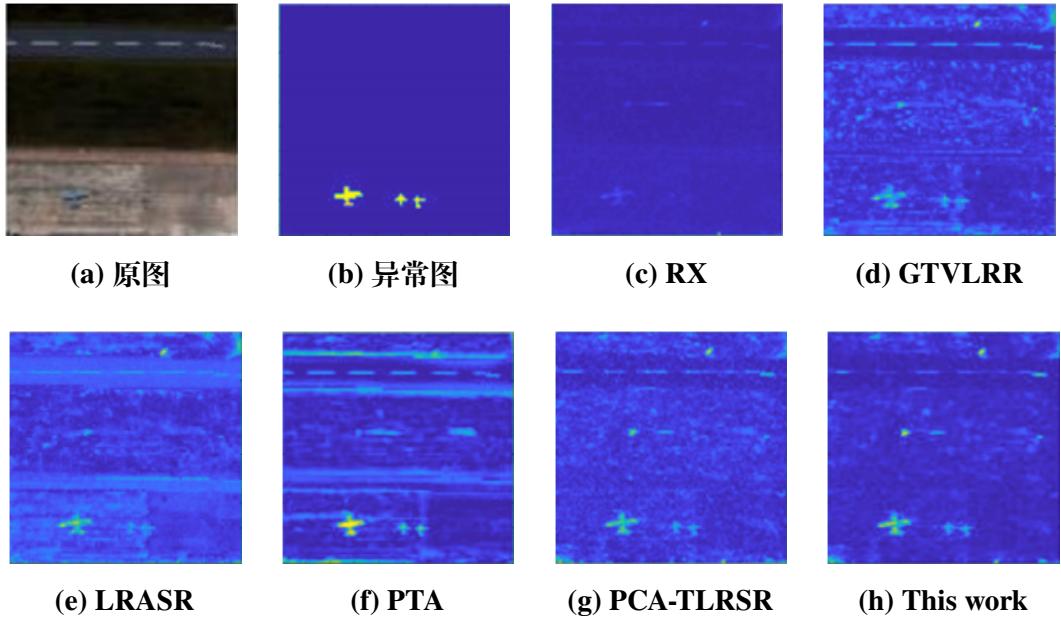


图 4.7 对于数据集 airport-4 采用不同方法进行异常检测得到的结果

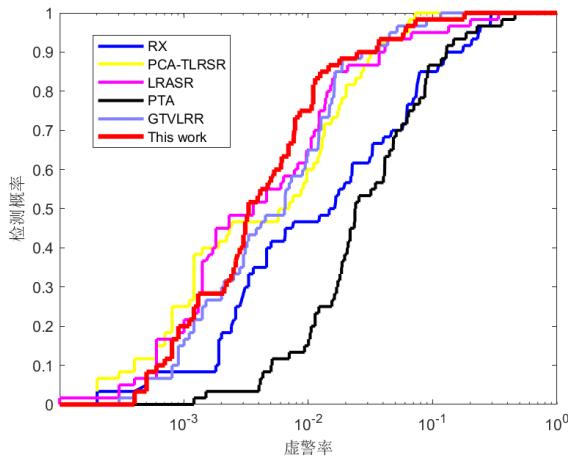


图 4.8 对于数据集 airport-4 进行异常检测的 ROC 曲线

表现出更强的背景抑制能力，检测结果与地面真实情况一致。这种优异的性能可归因于引入了多向稀疏性和 PnP 去噪。再对 ROC 曲线进行分析，当虚警率在 0 到  $10^{-3}$  之间时，本文方法的 PD 值小于其他方法，这主要是由于采用了对数坐标关系，因此检测概率值的差距在视觉上被放大了。事实上，当虚警率在  $10^{-2}$  到 1 之间时，本文方法的检测概率值明显大于其他方法。我们可以看出，大部分曲线都与本方法的曲线相近，但是随着虚警率的升高，综合来看本方法的曲线还是在其他曲线左上方的。这表明，相较于已有的异常检测方法，我们的方案在异常检测方面具备显著的优势，能够更准确地识别出高光谱图像中的异常情况。

在数据集 beach-2 上的实验结果如图4.9和图4.10所示。分析实验结果我们可以看出，RX 算法几乎无法检测到中间的异常，虽然能检测到左侧的大部分异常但效果并

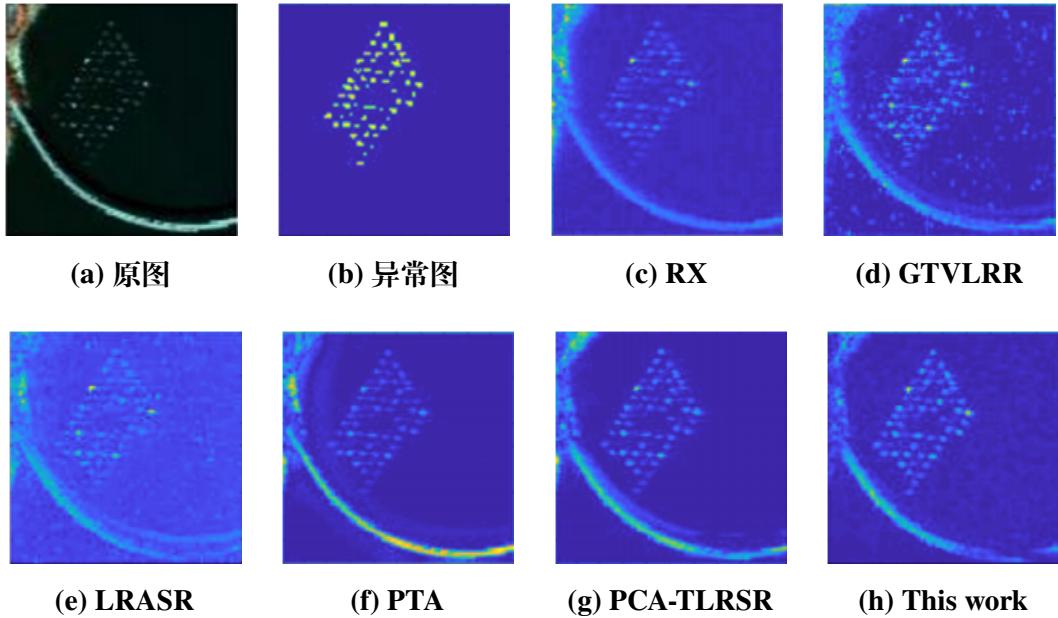


图 4.9 对于数据集 beach-2 采用不同方法进行异常检测得到的结果

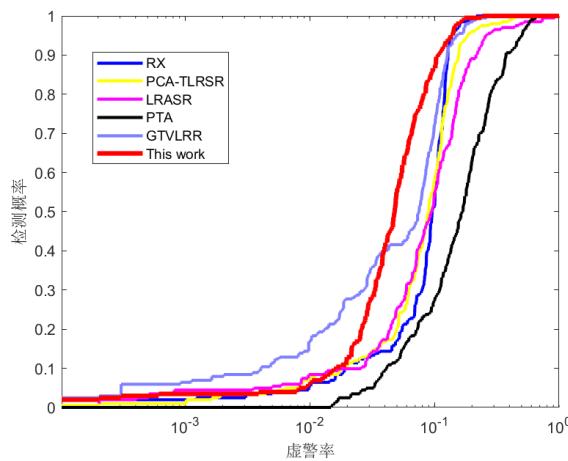


图 4.10 对于数据集 beach-2 进行异常检测的 ROC 曲线

不好，异常与背景并没有清楚的分开。而 LRASR 和 GTVLRR 则能够检测到大部分异常情况但背景抑制能力很差，尤其是 LRASR，甚至从图中难以分辨出异常目标。PTA 和 PCA-TLRSR 也能检测到大部分异常情况，通过观察可以发现，本方法的背景抑制能力与这两种方法相近。图4.10展示了相关 ROC 曲线。可以看出，本方法的曲线在虚警率  $10^{-3}$  到  $10^{-2}$  区间略微低于 GTVLRR 的曲线，与其他方法相近，而在其余区间，本方法的 ROC 曲线明显好于其他方法，而随着虚警率达到  $10^{-1}$  左右时开始与其他方法的曲线接近但依然好于其他算法。这表明，相较于已有的异常检测方法，我们的方法能够更准确地识别出高光谱图像中的异常情况。

不同方法在不同数据集上的 AUC 结果如表4.1所示。可以看出，对于 Sandiego、hype-urban、urban-2、airport-4 和 beach-2，本文方法对异常和背景的分离能力最好。

**表 4.1 不同方法在不同数据集上的实验结果**

| 数据集        | RX     | LRASR  | GTVLRR | PTA           | PCA-TLRSR     | This work     |
|------------|--------|--------|--------|---------------|---------------|---------------|
| Sandiego   | 0.8884 | 0.9878 | 0.9682 | 0.9946        | 0.9957        | <b>0.9971</b> |
| hype-urban | 0.9546 | 0.8672 | 0.9442 | 0.9400        | 0.9432        | <b>0.9966</b> |
| urban-1    | 0.9348 | 0.9360 | 9909   | 0.9911        | 0.8242        | <b>0.9971</b> |
| urban-2    | 0.9546 | 0.8672 | 0.9442 | 0.9400        | 0.9432        | <b>0.9966</b> |
| urban-3    | 0.9378 | 0.9153 | 0.9474 | <b>0.9531</b> | 0.9411        | 0.9441        |
| urban-4    | 0.9887 | 0.9871 | 0.9814 | 0.9808        | 0.9617        | <b>0.9902</b> |
| urban-5    | 0.9051 | 0.9411 | 0.9168 | 0.9370        | 0.9364        | <b>0.9604</b> |
| beach-1    | 0.9404 | 0.9761 | 0.9171 | 0.9199        | 0.9560        | <b>0.9948</b> |
| beach-2    | 0.8741 | 0.8411 | 0.9681 | 0.9955        | 0.9550        | <b>0.9876</b> |
| beach-3    | 0.9789 | 0.9878 | 0.9152 | 0.9981        | <b>0.9991</b> | 0.9909        |
| beach-4    | 0.9488 | 0.9284 | 0.9653 | 0.9550        | 0.9537        | <b>0.9686</b> |
| airport-1  | 0.8219 | 0.8089 | 0.8311 | 0.9003        | 0.9087        | <b>0.9942</b> |
| airport-2  | 0.8403 | 0.9179 | 0.8891 | 0.9387        | 0.9127        | <b>0.9959</b> |
| airport-3  | 0.8917 | 0.9378 | 0.8633 | 0.9126        | 0.9697        | <b>0.9936</b> |
| airport-4  | 0.9525 | 0.9722 | 0.9682 | 0.9443        | 0.9557        | <b>0.9807</b> |
| average    | 0.9239 | 0.9184 | 0.9434 | 0.9609        | 0.9452        | <b>0.9860</b> |

对于 airport-1 数据集，所有方法的分离效果都很差，但本文方法的分离效果最好。并且本方法的平均 AUC 值为所有方法中最高的，这表明相较于现有的异常检测方法，我们的方法在异常检测方面具有显著的优势，能够更准确地识别出高光谱图像中的异常情况。

#### 4.4 总结

相对于传统方法，我们的方法能够更加深入地理解图像中的结构特征，并据此进行更为准确的异常检测。传统方法往往只关注局部像素的特征，而我们的方法通过引入多向稀疏性等先进技术，能够更全面地分析图像中的结构信息，从而实现更精准的异常检测。通过对图像的整体结构进行分析，我们能够更好地捕捉异常目标的特征，提高异常检测的准确性和可靠性。此外，我们的方法不仅在性能上表现出色，而且具有较高的通用性和适应性。在多个数据集上的实验结果都充分展示了我们方法的优势，这表明我们的方法不仅适用于特定数据集，而且在各种不同的应用场景下都能够得到有效的应用。因此，我们的研究为高光谱图像异常检测领域提供了一个全新而有效的解决方案，具有重要的理论和实践意义。我们相信，我们的工作将为高光谱图像处理领域带来新的启示，并推动该领域的发展和创新。

## 第五章 总结与展望

### 5.1 总结

高光谱图像同时记录了地物的图像信息和光谱信息，高光谱图像异常检测能根据光谱信息区分与背景存在细微差异的目标，也因此越来越成为遥感领域的一个重要课题。在实际应用中，异常地物的数据结构往往被破坏，并伴有噪声影响，导致探测精度下降。本文从不同去噪器的影响和结构化信息的作用两个方面探讨了基于张量表示的异常检测方法。此外，使用了交替方向乘子法的迭代算法对模型进行计算。主要工作可以概括为两部分：

(1) 针对当前的高光谱图像异常检测方法存在的一系列问题，如破坏数据结构和难以排除噪声干扰等，导致探测精度下降的情况，本文提出了一种新的解决方案。这项解决方案基于张量低秩表示，旨在克服现有方法的局限性。在这种方法中，我们将即插即用的去噪器嵌入到图像处理过程中，为用户提供了多样的降噪选项，从而增强了灵活性。与传统方法相比，这种基于张量低秩表示的方法更加注重保留高光谱图像的数据结构。通过在处理过程中插入去噪器，我们能够有效地降低噪声对异常检测结果的影响。此外，我们还对插入不同类型的去噪器进行了深入研究，以评估它们对异常检测性能的影响。在实验中使用了多个不同的数据集来验证我们提出的方法的有效性。结果表明，相较于其他去噪器，BM4D 去噪器在各种数据集上表现出更好的性能。

(2) 现有的高光谱图像异常检测方法局限于单个像素的考虑，而忽略了图像中的结构信息。本文针对这一问题，提出了一种基于张量表示的新方法，利用了 BM4D 去噪器的优势，并充分考虑了多向稀疏性的概念。与传统的结构化稀疏性不同，我们将异常张量展开为多模态，从而制定了一种新的三维多向稀疏性，以更好地捕捉局部几何特征。通过实验验证，我们发现利用结构稀疏性进行高光谱图像异常检测能够显著改善检测效果，优于当前的方法。特别值得注意的是，在进一步加入噪声的情况下，我们的方法能够较好地排除噪声对异常检测结果的干扰，进一步提升了方法的鲁棒性和可靠性。采用张量低秩表示并结合即插即用的去噪器是本方法的关键特点之一。通过这种方式，我们能够在处理过程中更好地保持数据的结构，并提高异常检测的准确性。实验结果证实了我们提出的方法在不同数据集上的有效性和实用性，为高光谱图像异常检测领域的研究和应用提供了新的思路和方法。

## 5.2 展望

虽然本文提出的高光谱异常检测取得了不错的数值效果，但在实际应用中，还存在一些可以改进的地方，具体如下

(1) 所提出的方法虽然检测效果好，但所需要的计算时间较长，这可能会影响到实际使用中的效率。推测原因是张量运算较为复杂、计算量较大。我们可以考虑继续优化算法，简化子问题更新方法的运算难度，加快计算速度。此外，我们也可以尝试结合深度神经网络技术，探索求解张量优化问题的新方法。

(2) 在进行参数选择的环节中，本文采用了网格化实验的方法来确定算法所使用的参数。然而，我们意识到这种方法可能并没有充分地探索参数空间，因为它只在有限的参数组合上进行了测试，而且这些参数之间的间隔可能并不足够细致。考虑使用更高级的参数优化方法，如贝叶斯优化或遗传算法等。这些方法能够在参数空间中进行更智能的搜索，并且可以在有限的实验次数内找到较优的参数组合。相比于网格搜索方法，这些高级优化方法通常能够更快地找到最优解，同时也能够处理参数之间的依赖关系和非线性关系。

## 插图索引

|        |   |    |
|--------|---|----|
| 图 1.1  | 高光谱遥感.....                              | 1  |
| 图 1.2  | 高光谱图像与多光谱图像 .....                       | 2  |
| 图 1.3  | 高光谱图像异常检测示意图 .....                      | 2  |
| 图 1.4  | 传统异常检测方法示意图 .....                       | 4  |
| 图 1.5  | 异常检测方法关系示意图 .....                       | 5  |
| 图 1.6  | 文章结构示意图 .....                           | 8  |
| 图 2.1  | BM3D 去噪示意图 .....                        | 13 |
| 图 3.1  | 异常检测模型示意图 .....                         | 16 |
| 图 3.2  | 数据集示意图 .....                            | 20 |
| 图 3.3  | 对数据集 Sandiego 使用不同去噪器进行异常检测的结果 .....    | 22 |
| 图 3.4  | 对于数据集 Sandiego 进行异常检测的 ROC 曲线 .....     | 22 |
| 图 3.5  | 对数据集 hype-urban 使用不同去噪器进行异常检测的结果 .....  | 23 |
| 图 3.6  | 对于数据集 hype-urban 进行异常检测的 ROC 曲线 .....   | 23 |
| 图 3.7  | 对数据集 urban-3 使用不同去噪器进行异常检测的结果 .....     | 24 |
| 图 3.8  | 对于数据集 urban-3 进行异常检测的 ROC 曲线.....       | 24 |
| 图 3.9  | 对数据集 beach-2 使用不同去噪器进行异常检测的结果 .....     | 25 |
| 图 3.10 | 对于数据集 beach-2 进行异常检测的 ROC 曲线.....       | 25 |
| 图 3.11 | 对数据集 airport-2 使用不同去噪器进行异常检测的结果 .....   | 26 |
| 图 3.12 | 对于数据集 airport-2 进行异常检测的 ROC 曲线 .....    | 26 |
| 图 4.1  | 对于数据集 Sandiego 采用不同方法进行异常检测得到的结果 .....  | 32 |
| 图 4.2  | 对于数据集 Sandiego 进行异常检测的 ROC 曲线 .....     | 32 |
| 图 4.3  | 对于数据集 hype-urban 采用不同方法进行异常检测得到的结果..... | 33 |
| 图 4.4  | 对于数据集 hype-urban 进行异常检测的 ROC 曲线 .....   | 33 |
| 图 4.5  | 对于数据集 urban-3 采用不同方法进行异常检测得到的结果.....    | 34 |
| 图 4.6  | 对于数据集 urban-3 进行异常检测的 ROC 曲线 .....      | 34 |
| 图 4.7  | 对于数据集 airport-4 采用不同方法进行异常检测得到的结果 ..... | 35 |
| 图 4.8  | 对于数据集 airport-4 进行异常检测的 ROC 曲线 .....    | 35 |
| 图 4.9  | 对于数据集 beach-2 采用不同方法进行异常检测得到的结果 .....   | 36 |
| 图 4.10 | 对于数据集 beach-2 进行异常检测的 ROC 曲线.....       | 36 |

## 表格索引

|                               |    |
|-------------------------------|----|
| 表 2.1 不同去噪器对比 .....           | 15 |
| 表 3.1 不同去噪器在不同数据集上的实验结果 ..... | 27 |
| 表 4.1 不同方法在不同数据集上的实验结果 .....  | 37 |

## 参考文献

- [1] Banerjee A, Burlina P, Dieh C. A support vector method for anomaly detection in hyperspectral imagery [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2006, 44 (2): 2282–2291.
- [2] Ling Q, Guo Y, Lin Z, et al. A constrained sparse representation model for hyperspectral anomaly detection [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2019, 57 (4): 2358–2371.
- [3] 王明明, 韩志强, 李建军. 基于张量分解的高光谱遥感数据处理方法综述 [J]. 遥感学报, 2023, 11 (1): 26–72.
- [4] 童庆禧, 张兵, 郑兰芬. 高光谱遥感的多学科应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2006.
- [5] Su H, Wu Z, Zhang H, et al. Hyperspectral anomaly detection: A survey [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine, 2022, 10 (2): 64–90.
- [6] 张兵, 高连如. 高光谱图像分类与目标检测 [M]. 北京: 科学出版社, 2021.
- [7] 陈毅, 吴峰, 杜强. 基于高斯-伯努利约束玻尔兹曼算法的高光谱图像矿区分类 [J]. 中国遥感学报, 2019: 27–36.
- [8] Chen Y, Nasrabadi N M, Tran T D. Sparse representation for target detection in hyperspectral imagery [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2011, 5 (3): 629–640.
- [9] Li J, Zhang H, Zhang L, et al. Hyperspectral anomaly detection by the use of background joint sparse representation [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2015, 8 (6): 2523–2533.
- [10] Bioucas-Dias J M, Plaza A, Camps-Valls G, et al. Hyperspectral remote sensing data analysis and future challenges [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 1 (8): 6–36.
- [11] 高连如, 李伟, 孙旭. 高光谱图像信息提取 [M]. 北京: 科学出版社, 2020.
- [12] Cheng T, Wang B. Graph and total variation regularized low-rank representation for hyperspectral anomaly detection [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2020, 58 (1): 391–406.
- [13] Fu X, Jia S, Zhuang L, et al. Hyperspectral anomaly detection via deep plug-and-play denoising CNN regularization,” IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2021, 59 (11): 9553–9568.
- [14] Zhang Y, Du B, Zhang L, et al. A low-rank and sparse matrix decomposition-based Mahalanobis distance method for hyperspectral anomaly detection [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016, 54 (3): 1376–1389.
- [15] Zhang X, Wen G, Dai W. “A tensor decomposition-based anomaly detection algorithm for hyperspectral image [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016, 54 (10): 5801–5820.
- [16] Kamilov U S B G T, Bouman C A. Plug-and-play methods for integrating physical and learned models in computational imaging: Theory, algorithms, and applications [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2023, 40: 85–97.

- [17] Reed I, Yu X. Adaptive multiple-band cfar detection of an optical pattern with unknown spectral distribution [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1990, 38 (10): 1760–1770.
- [18] Xu Y, Wu Z, Li J, et al. Anomaly detection in hyperspectral images based on low-rank and sparse representation [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016, 54 (4): 1990–2000.
- [19] Kwon H, Nasrabadi N. Kernel RX-algorithm: A nonlinear anomaly detector for hyperspectral imagery [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43 (2): 388–397.
- [20] Guo Q, Zhang B, Q Ran L G, et al. Weighted-RXD and linear filter-based RXD: Improving background statistics estimation for anomaly detection in hyperspectral imagery [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2014, 7 (6): 2351–2366.
- [21] Li C, Zhang B, Hong D, et al. LRR-Net: An Interpretable Deep Unfolding Network for Hyperspectral Anomaly Detection [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2023.
- [22] Ren L, Zhao L, Wang Y. A superpixel-based dual window RX for hyperspectral anomaly detection [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2020, 17 (7): 1233–1237.
- [23] Li S, Wang W, Qi H, et al. Lowrank tensor decomposition based anomaly detection for hyperspectral imagery [M]. 2013.
- [24] Li L, Li W, Qu Y, et al. Prior-based tensor approximation for anomaly detection in hyperspectral imagery [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022, 33 (3): 1037–1050.
- [25] Hu Y, Zhang D, Ye J, et al. Fast and accurate matrix completion via truncated nuclear norm regularization [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35 (9): 2117–2130.
- [26] Wang M, Wang Q, Hong D, et al. Learning tensor low-rank representation for hyperspectral anomaly detection [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2023, 53 (1): 679–691.
- [27] Sun S, Liu J, Chen X, et al. Hyperspectral anomaly detection with tensor average rank and piecewise smoothness constraints [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2023, 34 (11): 8679–8692.
- [28] Feng M, Chen W, Yang Y, et al. Hyperspectral anomaly detection based on tensor ring decomposition with factors TV regularization [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22: 119–133.
- [29] Maggioni M, Katkovnik V, Egiazarian K, et al. Nonlocal transform-domain filter for volumetric data denoising and reconstruction [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35 (1): 171–184.
- [30] Mu Y, Wang P, Lu L, et al. Weighted tensor nuclear norm minimization for tensor completion using tensor-svd [J]. Pattern Recognition Letters, 2020, 130: 4–11.
- [31] Li Z, Zhao C. A spectral-spatial method based on low-rank and sparse matrix decomposition for hyperspectral anomaly detection [J]. International journal of remote sensing, 2017, 1: 1–44.
- [32] Liu X, Zhao G, Yao J, et al. Background subtraction based on low-rank and structured sparse decomposition [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2015, 24 (8): 2502–2514.

- [33] Boyd S, Parikh N, Chu E, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers [J]. Foundations and Trends in Machine Learning, 2011, 3 (1): 1–122.
- [34] Chan S H, Wang X, Elgendi O A. Plug-and-play ADMM for image restoration: Fixed-point convergence and applications [J]. IEEE Transactions on Computational Imaging, 2017, 3 (1): 94–98.
- [35] Li L, Li W, YQu. Prior-based tensor approximation for anomaly detection in hyperspectral imagery [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022: 1037–1050.
- [36] Zhao Q, Meng D, Kong X. A novel sparsity measure for tensor recovery [J]. Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision, 2015: 11–38.
- [37] Che M, Cichocki A, Wei Y. Neural networks for computing best rank-one approximations of tensors and its applications [J]. Neurocomputing, 2017: 50–81.
- [38] Long Z, Liu Y, Chen L, et al. Low rank tensor completion for multiway visual data [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35 (1): 171–184.
- [39] Li C, Hong B, Du B. LRR-Net: An Interpretable Deep Unfolding Network for Hyperspectral Anomaly Detection [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2022, 15: 3351–3364.
- [40] Xiong F, Zhou J, Zhao Q, et al. MAC-Net: Model-aided nonlocal neural network for hyperspectral image denoising [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2023, 61: 1–12.
- [41] Wang S, Wang X, Zhang L, et al. Deep low-rank prior for hyperspectral anomaly detection [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2022, 60: 1–17.
- [42] Zhang X, Wen G. A fast and adaptive method for determining k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>, and k<sub>3</sub> in the tensor decomposition-based anomaly detection algorithm [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2018, 15 (1): 3–7.
- [43] Chang Y, Yan L, Fang H, et al. Anisotropic spectral-spatial total variation model for multispectral remote sensing image despeckling [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2015.
- [44] Liu F, Wang Q. A sparse tensor-based classification method of hyperspectral image [J]. Signal Processing, 2020.
- [45] Xu Y, Wu Z, Chanussot J, et al. Joint reconstruction and anomaly detection from compressive hyperspectral images using Mahalanobis distance-regularized tensor RPCA [J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2018.
- [46] Zhou J, Kwan C, Ayhan B, et al. A novel cluster kernel RX algorithm for anomaly and change detection using hyperspectral images [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016, 54 (17): 6497–6504.
- [47] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52: 1289–1306.
- [48] Wang J, Xia Y, Zhang Y. Anomaly detection of hyperspectral image via tensor completion [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2021, 18 (6): 1099–1103.
- [49] Lu C, Feng J, Chen Y, et al. Tensor robust principal component analysis with a new tensor nuclear norm [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2020, 42 (4): 925–938.
- [50] Mairal J, Jenatton R, Bach F, et al. Network flow algorithms for structured sparsity [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2010, 35: 1–9.

## 致 谢

在这篇毕业论文的撰写过程中，我希望向所有帮助过我的人表达最诚挚的感谢。

首先，我要感谢我的父母。是你们一直以来的支持和鼓励让我有了学业上的顺利完成。你们的爱和关怀是我不断前行的动力，没有你们的支持，我无法走到今天这一步。其次，我要感谢我的导师和老师们。感谢你们在学业和科研上的指导和教诲，让我受益良多。你们的悉心教导和耐心指导让我在学术道路上不断进步，收获了知识和经验。最后，我要感谢我的同学们。在这段时光里，你们与我同甘共苦，互相鼓励、互相帮助，让我感受到了友谊的温暖。有你们的陪伴，我的大学生活才变得如此丰富多彩。

由衷地感谢你们的支持、鼓励和帮助，是你们的陪伴让我在求学路上不再孤单。愿我们在未来的日子里都能不断进步，共同成长。最后祝愿你们一切安好，万事如意！

张景羿  
上海大学  
2024年5月20日

