

第 2 回
応用物理学実験

題目	電子回路
----	------

氏 名 : 西原 翔

学 籍 番 号 : 1522068

学部学科学年 : 理学部第一部応用物理学科 3 年

共同実験者:1522064 中井空弥

提出年月日:2024 年 05 月 30 日

実験実施日:2024 年 05 月 10 日

2024 年 05 月 17 日

東京理科大学理学部第 1 部
応用物理学教室

1 目的

オペアンプは電子回路で用いられる素子の一つで、二つの入力電圧を受け取りその差を大きな倍率で出力する。この特性により、入力信号の増幅、フィルタリング、加算、減算、微分といった演算、さらにはフィードバックループを形成して制御に利用されるなど、重要な役割を果たしている。

理想的なオペアンプには回路の解析を簡単にする特性があり、この特性を利用して回路設計が行われることが多い。しかし、これは一種の近似であり、実際のオペアンプを使った回路ではこの手法が通用しない場合もある。

この実験では、オペアンプを用いた反転増幅回路、ボルテージ・フォロワ回路、2 次のローパス・フィルタ回路の3つの回路の振る舞いを実際に測定した。この測定を通して、実際のオペアンプの特性を確認していった。

2 原理

2.1 オペアンプ

オペアンプには五つの端子があり模式図と、今回の実験で実際に使う素子 LM741 は図1 のようになっている。2 番ピンの反転入力端子の電圧を V_- 、3 番ピンの非反転入力端子の電圧を V_+ 、6 番ピンの出力端子の電圧を V_o とする。電圧増幅度を μ としたとき、これらの間には

$$V_o = \mu(V_+ - V_-) \quad (1)$$

となっている。このとき電圧増幅度の値は $\mu \simeq 10^5$ である。電圧を増幅するためのエネルギー源として出力電圧は 4 番ピンの負電源と 7 番ピンの正電源をつなぐ必要がある。これらの端子を超える電圧を出力することはできない。(課題 1) このような状態を出力飽和という。

出力端子を入力端子につなげることを考える。このとき入力電圧と出力電圧はほぼ同じオーダーとなるため、大きな電圧増幅度との積をとる $V_+ - V_-$ この値は 電圧増幅度の逆数のオーダーでなければならない。 $\mu \simeq 10^5$ であるため、 $V_+ = V_-$ と言ってもよい。つまり反転入力端子と非反転入力端子が短絡されているとみなせる状態となっている。このように反転入力端子と非反転入力端子の電圧を考えるのを仮想短絡と呼ぶ。

また、理想的なオペアンプは入力に関しては電圧だけを見て入力部の回路には干渉せず、出力は決まった電圧を出すため電流を吸い込むものとする。これは入力については電圧計と同様に入力インピーダンスを限りなく大きく、出力は電圧源と同様に出力インピーダンスは限りなく小さいものとみなす。

この二つの性質はある一定の条件における近似になっているので成り立つときと成り立たないときに気を付けて回路の設計をしなければならない。

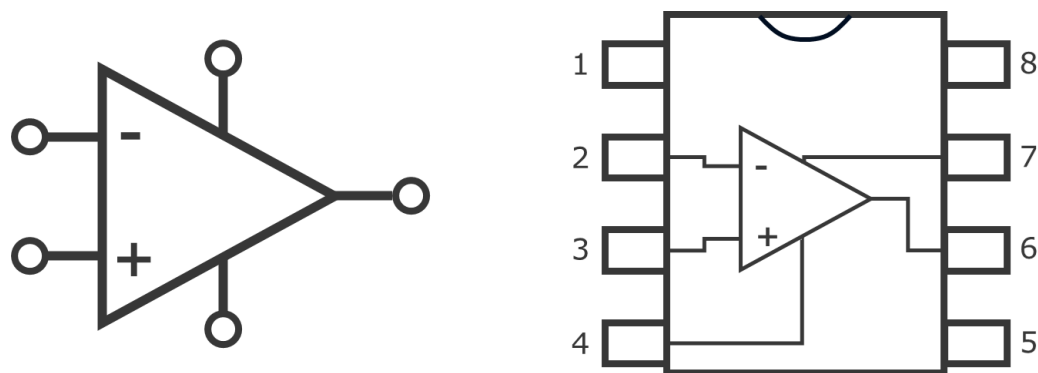


図 1: オペアンプの回路図と LM741 のピン配置。1 番ピンはオフセット調整端子、2 番ピンは反転入力端子、3 番ピンは非反転入力端子、4 番ピンは負側電源端子、5 番ピンはオフセット調整端子、6 番ピンは出力端子、7 番ピンは正側電源端子、8 番ピンは不使用というようになっている。

2.2 反転増幅回路

入力電圧を逆位相で増幅し出力する回路を反転増幅回路と言い、オペアンプを使ったものとしては図 2 がある。仮想短絡により

$$V_- = 0 \text{ V} \quad (2)$$

である。この回路に入力された電流はオペアンプの入力端子に流れず、 R_f にすべて流れる。そのため R_i の抵抗に流れる電流と、 R_f の抵抗に流れる電流について等式を立てて整理していくと、

$$\frac{V_i - V_-}{R_i} = \frac{V_- - V_o}{R_f} \quad (3)$$

$$V_o = -\frac{R_f}{R_i} V_i \quad (4)$$

というようになる。

2.3 ボルテージ・フォロワ回路回路

回路を設計する際、入力となる部分の回路と出力となる部分の回路を干渉させたくないことがある。そういったときに入力には電圧だけを読み取り電流を吸い込まず、出力では決まった電圧を出力し必要に応じて電流を出すといった回路が求められる。そういった回路をバッファ回路という。理想オペアンプは入力は電圧だけ読み取り電流は流さず出力は決まった電圧を出力する素子であるため、バッファ回路として使われることがある。図 3 のように反転入力端子と出力を結びつけると、非反転入力端子には電流が流れ込まず、仮想短絡により入力が増倍で出力されていることがわかる。

実際のオペアンプは IC 部分の応答の速さにより入力信号が瞬時に出力されない。この実験では 2 種類のオペアンプ LM741 と TL071 の応答の様子を確認した。

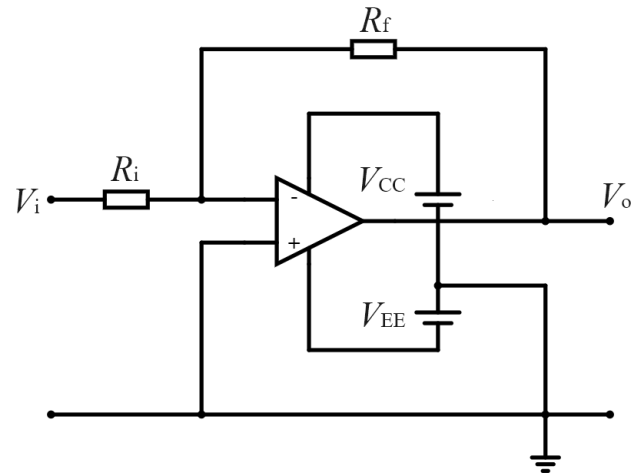


図 2: 反転増幅回路の回路図

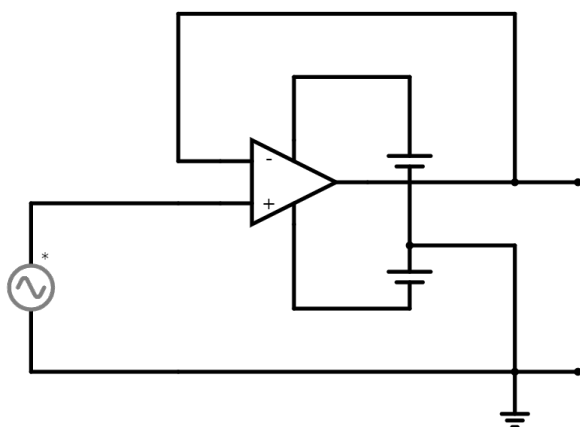


図 3: ボルテージ・フォロワ回路の回路図

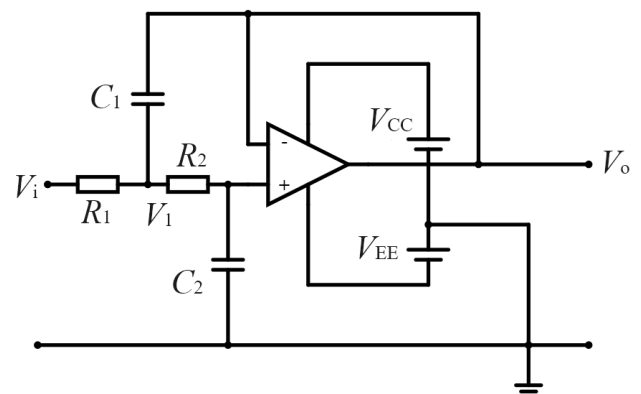


図 4: 2 次のローパス・フィルタ回路の回路図

2.4 2 次のローパス・フィルタ回路

交流入力があったとき、特定の周波数だけを取り除く

回路をフィルタ回路といい、とくに高周波成分を取り除く回路をローパス・フィルタ回路という。その例が図 4 である。これについて解析していく。(課題 2) 仮想短絡により

$$V_+ = V_- = V_o. \quad (5)$$

電圧 V_1 と書かれた地点において電流の流出入を考えると

$$\frac{V_i - V_1}{R_1} + \frac{V_- - V_1}{1/sC_1} = \frac{V_1 - V_+}{R_2}. \quad (6)$$

また電圧 V_+ と書かれた地点において電流の流出入を考えるとオペアンプには電流が流れ込まないので

$$\frac{V_1 - V_+}{R_2} = \frac{V_+}{1/sC_2} \quad (7)$$

となる。これらの式を整理してを入力と出力の比である伝達関数 $G(s)$ を求める。(5) 式と (7) 式より

$$V_1 = V_o(1 + sC_2R_2). \quad (8)$$

これを (7) 式に入れていくと

$$\frac{V_i - V_1}{R_1} + \frac{V_o - V_1}{1/sC_1} = \frac{V_o}{1/sC_2} \quad (9)$$

$$V_i = V_o \left\{ (C_1C_2R_1R_2)s^2 + (R_1 + R_2)C_2s + 1 \right\} \quad (10)$$

$$G(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{\omega_c^2}{s^2 + 2\zeta\omega_cs + \omega_c^2} \quad (11)$$

となる。ここで共振周波数 ω_c と制動係数 ζ は次のとおりである。

$$\omega_c := \frac{1}{\sqrt{C_1C_2R_1R_2}}, \quad (12)$$

$$\zeta := \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \left(\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} + \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \right). \quad (13)$$

3 実験

3.1 反転増幅回路

図 2 の反転増幅回路をブレッドボード上に組んでその振る舞いを調べた。オペアンプは LM741 を使い、オペアンプに $\pm 15.0V$ の電圧を供給した。また抵抗 R_f は $100 \text{ k}\Omega$ として、 R_i は各測定で切り替えた。

3.1.1 直流特性

直流特性を調べるため入力として -10 V から 10 V の電圧をかけたときの反転入力端子の電圧 V_- と出力電圧 V_o を $R_i = 33 \text{ k}\Omega$ のときと $R_i = 68 \text{ k}\Omega$ のときの両方を測定した。

3.1.2 交流電圧特性

交流電流の振幅の入出力特性を調べた。 $R_i = 33 \text{ k}\Omega$ のときと $R_i = 68 \text{ k}\Omega$ のときそれぞれにおいて、 10 kHz の交流電圧を入力したときに実効値を 0 V から 10 V まで変えたときの出力電圧を測定した。

3.1.3 交流周波数特性

$R_i = 33 \text{ k}\Omega$ のときと $R_i = 15 \text{ k}\Omega$ のときそれぞれにおいて、実効値 1.0 V の交流電圧の周波数を 100 Hz から 100 kHz まで変化させたときの出力電圧を測定した。

3.2 ボルテージ・フォロワ回路

図 3 のボルテージ・フォロワ回路をブレッドボード上に組んだ。オペアンプの種類による応答の波形の違いをもとめるためスルーレートという量を使う。入力信号に対する出力信号の遅れを表す量として矩形波を入れたときの出力の立ち上がりの傾きをスルーレートと呼び単位は V/s である。この数字が大きければ大きいほど信号に対する応答が早いものと言える。この実験では LM741 と TL071 のオペアンプの応答の違いを見た。使用した矩形波は 10 kHz で peak-to-peak が 10 V であった。

3.3 2 次のローパス・フィルタ回路

図 4 の 2 次のローパス・フィルタ回路をブレッドボード上に組み、伝達関数の制動係数 ζ を変えたときにいったときのゲインと位相の周波数依存性を 10 Hz から 20 kHz まで測定した。また 300 Hz で peak-to-peak が 1 V の矩形波を入力したときの波形このとき位相はオシロスコープについている機能を用いて測定した。使用したオペアンプは LM741 で、 $\pm 15.0 V$ の電圧を供給した。制動係数を変えるのに使った抵抗とコンデンサのインピーダンスは表 1 のようになっている。

表 1: 2 次のローパス・フィルタ回路 (図 4) に使用した抵抗とコンデンサのパラメータ

R_1 (k Ω)	R_2 (k Ω)	C_1 (nF)	C_2 (nF)	ω_c (rad/s)	ζ
24	10	10	10	6455	1.10
24	10	22	47	6348	0.51
24	10	47	22	634	0.24

4 結果

4.1 反転増幅回路

4.1.1 直流特性

反転増幅回路の直流特性の測定結果は図 5a のようになった。 R_i が 33 k Ω の回路は入力電圧が -4.01 V から 4.00 V の間において、回路の解析通りに出力は位相が反転して、倍率が $R_i/R_f = 3.09$ で動作しているのがわかる。また反転入力端子の電位は仮想短絡により 0 V になっているというのがわかる。一方この範囲を超えると、-13.6 V 程度の一定の電圧を出力するようになった。これはオペアンプにかけた電源電圧 $\pm 15 V$ であるので飽和出力になったと考えられる。またこのとき、反転入力端子の電圧が 0 V から変化し始めた。

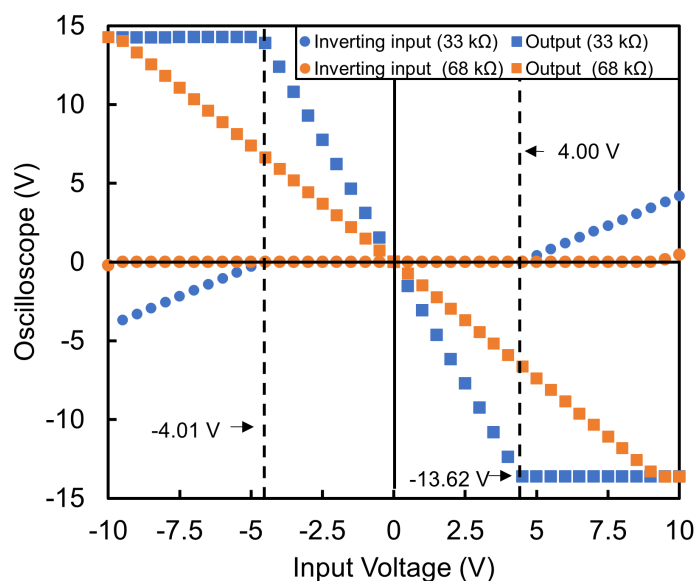
R_i が 16 k Ω の回路ではこの測定範囲においては回路の解析通りに動作していることがわかる。ただ、10 V 付近の反転入力端子の測定値をみると上昇し始めているのが読み取れる。これは 33 k Ω の回路での振る舞いと照らし合わせると、これ以上の電圧を入力に入れると出力飽和になると予想される。

4.1.2 交流電圧特性

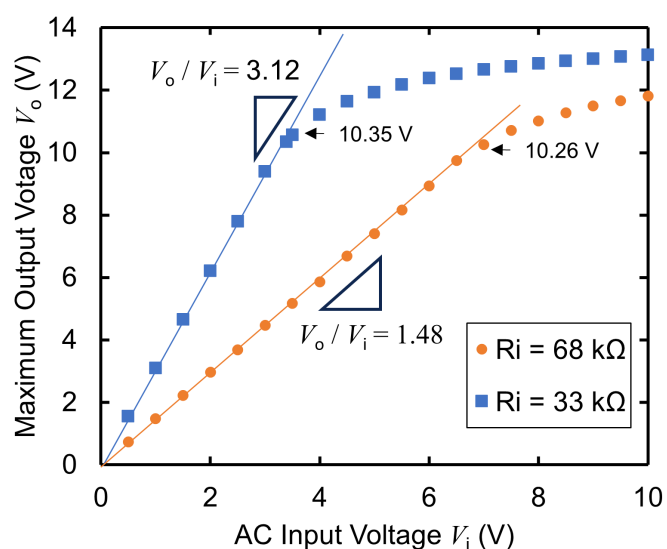
反転増幅回路の交流電圧特性の測定結果は図 5b のようになった。 R_i が 33 k Ω の回路、 R_i が 16 k Ω の回路ともに出力の実効値が 10.3 V より小さいときには回路の解析通りに振舞うことがわかる。実行値を実際の振幅に直すと $\pm 14.6 V$ となる。これもやはり、解析通りに作動しないのは飽和出力状態になっているのが原因だとわかる。また入力周波数を十分上げると出力は三角波のようになった。(図 5d)

4.1.3 交流周波数特性

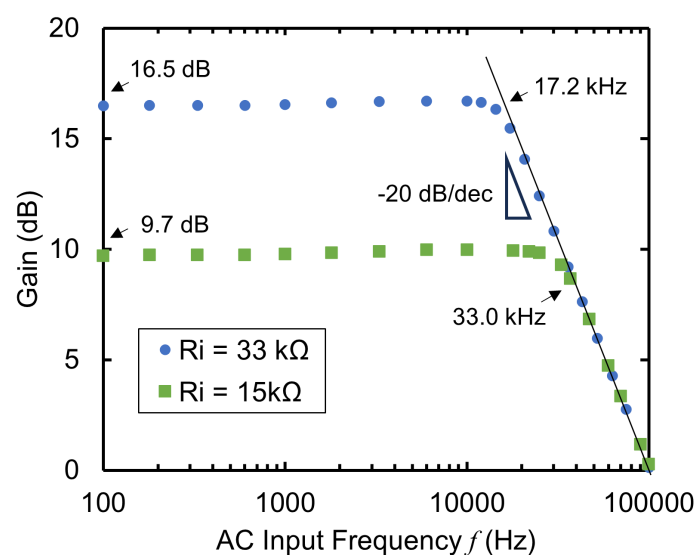
反転増幅回路の直流特性の測定結果は図 5c のようになった。これを見ると両方の回路において 10 kHz より低い周波数においては、解析通りのゲインとなっているのがわかる。一方周波数が 10 kHz より大きいときにおいては 20 dB/dec でゲインが減少していることがわかる。このゲインの減少の傾きから反転増幅回路は 1 次のローパス・フィルタ回路のような振る舞いをしていることがわかる。



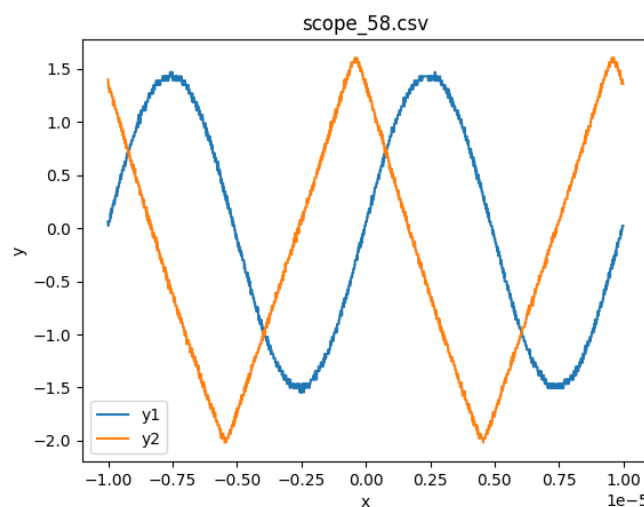
(a) 直流特性



(b) 交流電圧特性



(c) 交流周波数特性

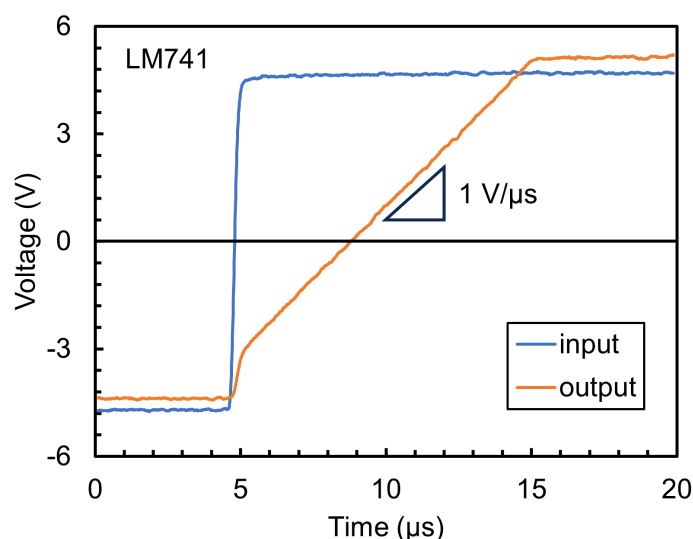


(d) 入力周波数が 10 kHz における入出力波形。横軸が時間 (s) で縦軸が電圧 (V), 入力が青色で出力が赤色。

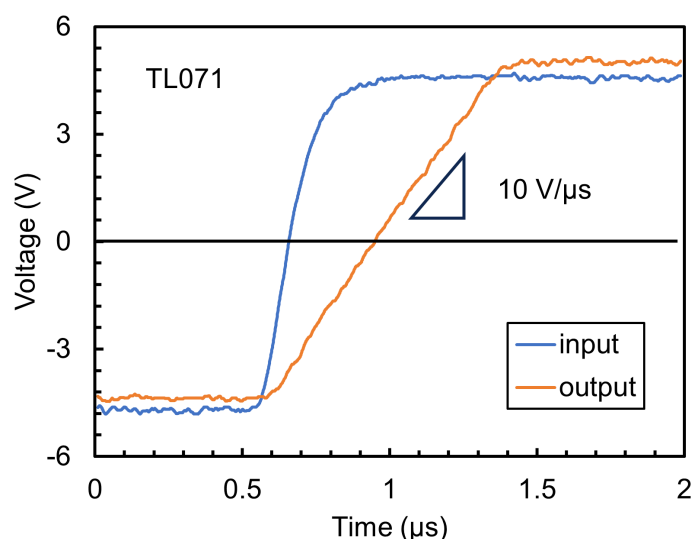
図 5: LM741 を使用した反転増幅回路の特性の測定結果。このときの R_f は 100 k Ω である。

4.2 ボルテージ・フォロワ回路

ボルテージ・フォロワ回路の矩形波に対する応答はオペアンプに LM741 を使ったものは図 6a, オペアンプに TL071 を使ったものは図 6b のようになった。このグラフよりスルーレートを求めると LM741 では 1 V/ μ s, TL071 では 10 V/ μ s となった。



(a) LM741



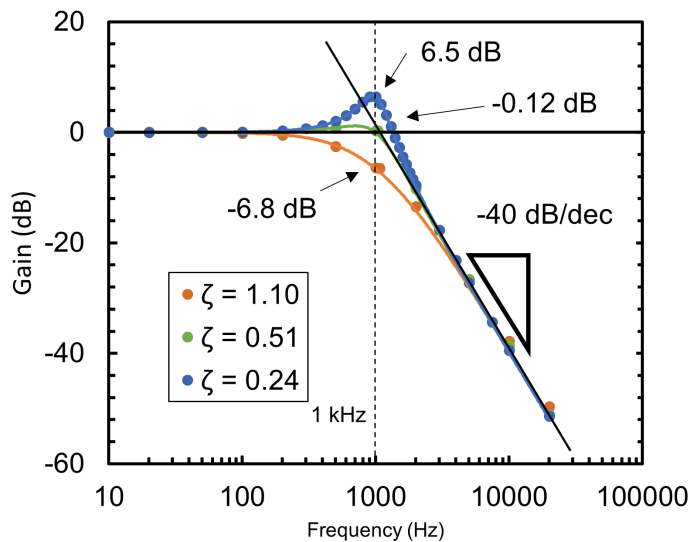
(b) TL071

図 6: ボルテージフォロワ回路に peak to peak : 10 V, 周波数 10 kHz の矩形波を入力したときの出力の様子。測定した電圧は移動平均線をとってノイズを減らしてある。

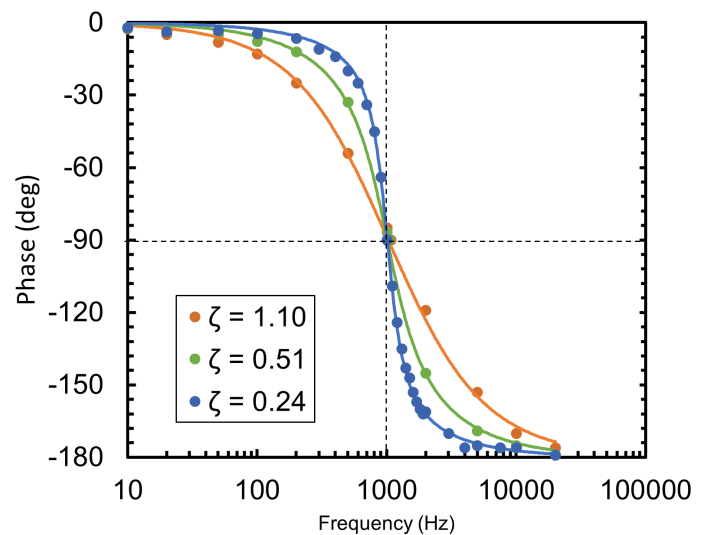
4.3 2 次のローパス・フィルタ回路

2 次のローパス・フィルタ回路のゲインの周波数特性は図 7a, 入力と出力の位相差の周波数特性は図 7b のようになった。 $\zeta = 1.10$ のように制動係数が大きいときには共振周波数 ω_c より低い周波数の時点で減衰が始まっていて、 $\zeta = 0.24$ のように制動係数が小さいときには共振周波数 ω_c 付近で増幅を起こす振る舞いが確認できる。これは共振周波数以下の周波数成分は残し、それ以上の周波数成分を取り除くというローパス・フィルタとしては不適切なゲイン特性になっている。また (11) 式とのずれがゲイン・位相ともに見られないことから、測定した 10 Hz から 10 kHz の間で見える回路の寄生成分がないものとわかる。これは R, L, C の素子から作るローパス・フィルタ回路との違いにもなっている。また、2 次のローパス・フィルタであるため、1 次のローパス・フィルタ (図 5c) よりも減衰する速さが速いことからローパス・フィルタとしての性能こちらの方がよいのがわかる。

矩形波を 2 次のローパス・フィルタ回路に通したときの出力は図 8 のようになった。矩形波は正弦波の重ね合わせで書くことができ、高周波成分が除去されたときの波形になっている。制動係数 ζ が効きすぎると立ち上がりが遅く、出力信号がなめってしまっているのがわかる。一方制動係数 ζ が小さすぎると共振現象を引き起こし、入力信号以上の振幅をもった信号になっているのがわかる。



(a) ゲイン。実線は伝達関数の式から出した計算値 (課題 3)。



(b) 位相

図 7: LM741 を使った 2 次のローパス・フィルタ回路周波数特性の測定結果。実線は (11) 式に共振周波数 ω_c と 制動係数 ζ の値を入れて得られたもの。

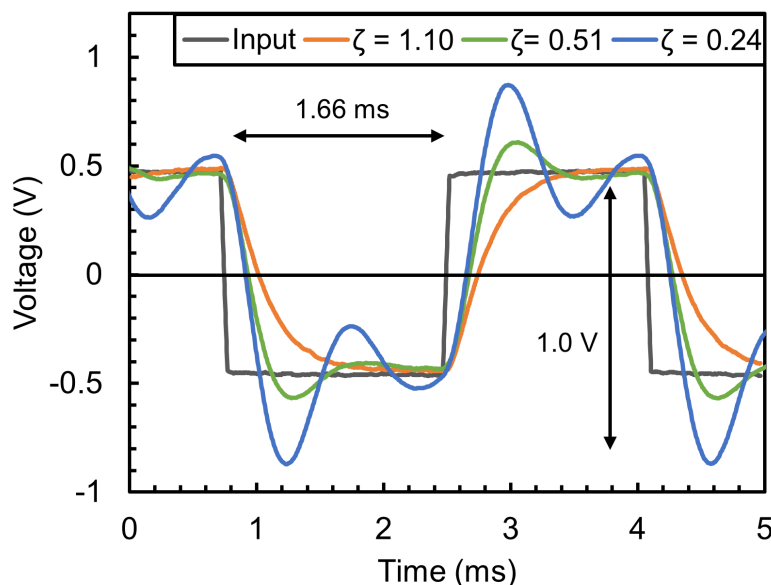


図 8: peak-to-peak が 1V, 周波数が 300 Hz の矩形波を入力したときの出力の様子。移動平均でノイズを除去してある。

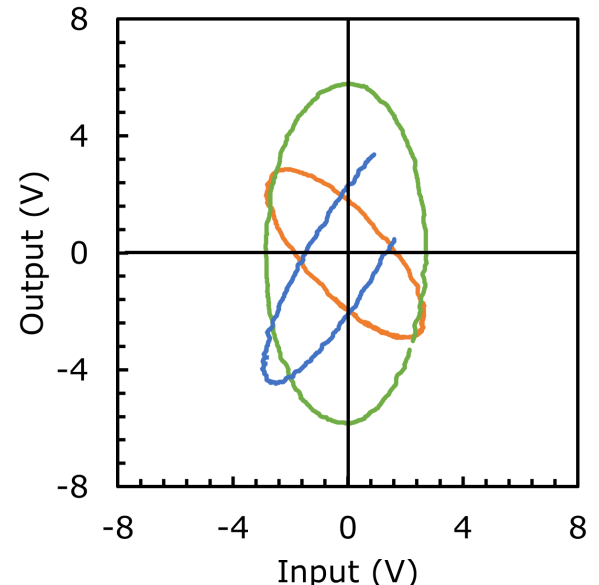


図 9: 2 次のローパス・フィルタ回路の入力と出力をオシロスコープの X-Y モードで出力した様子。

5 考察

5.1 2 次のローパス・フィルタの入力と出力差の周波依存性の測定法について

2 次のローパス・フィルタの位相を測定するにあたって、この実験ではオシロスコープに付属している機能を用いて位相差を測定した。これには問題が多くある。一つは低周波において周波数が低いため、サンプリングがオシロスコープにとって難しく低周波でみたい位相の変化以上にオシロスコープの表示が揺らいでしまう。二つ目に共振周波数付近では位相が大きく変化するため、入力周波数を少し変化させただけで応答が大きく変わってしまう。これより測定データ数を稼ぐのが難しくなる。三つ目に周波数が十分大きいときには位相差がほとんど π になり変化も少なく、オシロスコープの機能による表示だと $\pm\pi$ の表示を行き来するため読み取りにくくなっている。

これをまとめて解決する測定法や解析法があるのが望ましい。この位相差の測定法の案を上げていく。もし有用であれば今後の学生実験に採用していただけるとありがたい。

ひとつはオシロスコープの XY モードを用いた解析である。(図 5d) これはオシロスコープに入力電圧を横軸、出力電圧を縦軸、時間をパラメータ変数としてプロットしていくモードになっていて、入出力がともに正弦波であればリサージュ図形が見れるモードになっている。今回の場合入出力周波数が同じであるため、一つの輪っかが見れる。式にすると

$$X = V_i \cos(\omega t), \quad Y = V_o \cos(\omega t + \phi) \quad (14)$$

である。これを整理すると軸が $\pi/2 + \phi$ ずれた楕円だとわかる。実際のデータは $(X, Y) = (V_i, V_o \cos \phi)$ から始まっているわけではないのでその分の位相 ϕ_0 も考慮しないといけない。オシロスコープから読み取ったデータの一番上のデータを (x_0, y_0) とすると

$$\tan \phi_0 = \frac{y_0}{x_0} \quad (15)$$

これを考慮すると

$$X = V_i \cos(\omega t + \phi_0), \quad Y = V_o \cos(\omega t + \phi + \phi_0) \quad (16)$$

ω と t はオシロスコープの測定データから正確にわかる。なので残るパラメータは V_i, V_o, ϕ の三つになる。残った三つのパラメータをフィッティングすることで位相差が求まる。この手法の良い点は、ローパス・フィルタによる位相変化がまた別の形で確認できる点、1 年生の学生実験でやった機能をもう一度使用できる点にあると思われる。この方法の注意点としてはオシロスコープが出力するデータが足りないことがある。(図 5d) そのようなデータプロットすると欠けた楕円が得られるが、これも同様な解析で位相は出るため大きな問題点ではないと見られる。もう一つの問題点は多くのデータをとる際オシロスコープから出力されるファイル名からの見分けがつきにくく、また解析が煩雑になる点である。これは csv ファイルでの出力と png ファイルでの出力を同時に行う、回路ごとに USB を抜き取ってその都度ファイル名を書き換える・解析をするという方法が解決策として考えられる。

また別の方法として入力と出力の値を掛け合わせたものと入力の位相を $\pi/2$ ずらした値と出力をかけたものこの値を使う方法がある [1]。入力電圧を $v_i(t) = V_i \cos(\omega t)$, 出力電圧を $v_o(t) = V_o \cos(\omega t + \phi)$ とする。このとき次の量を考える

$$v_1 = v_i(t) \times v_o(t) = \frac{1}{2} V_i V_o \{ \cos \phi + \cos(2\omega t + \phi) \} \quad (17)$$

$$v_2 = v_i\left(t - \frac{\pi}{2}\right) \times v_o(t) = \frac{1}{2} V_i V_o \{ \sin \phi + \sin(2\omega t + \phi) \} \quad (18)$$

この量は ω の周波数をカットするようなハイパス・フィルタを通すと

$$v'_1 = \frac{1}{2} V_i V_o \cos \phi \quad (19)$$

$$v'_2 = \frac{1}{2} V_i V_o \sin \phi \quad (20)$$

というようになる。これより

$$\tan \phi = \frac{v'_2}{v'_1} \quad (21)$$

$$v'^2_1 + v'^2_2 = \frac{1}{4} V_i^2 V_o^2, \quad (22)$$

つまり

$$\phi = \tan^{-1} \frac{v'_2}{v'_1} = \cot^{-1} \frac{v'_1}{v'_2} \quad (23)$$

$$V_o = \frac{2}{V_i} \sqrt{v'^2_1 + v'^2_2} \quad (24)$$

というようになる。このようにして位相差 ϕ を求められる。この方法の利点はフィッティングに頼らずすべて計算だけで位相差を求めることができる点である。これにより python 等のプログラムを組めば大量の csv ファイルから位相差をすぐに求めることができる。また、一般に複素数の値をもとめるときの手法になっていると [1] に言及されている。そのため、二次のローパス・フィルタ回路に限らず使える手法になっているので応用先が広い。

5.2 反転増幅回路における高周波での出力波形が三角波になる要因

図 5d のグラフを見ると三角波になっているのがわかる。ただ周波数特性のグラフ (図 5c) をみると周波数がカットされるような振動数ではない。つまり 1 次のローパス・フィルタとして反転増幅回路が働いたのが原因ではない。これはオペアンプの応答速度が足りていないのが原因である。図 6a より、LM741 の応答のスルーレートは $1 \text{ V}/\mu\text{s}$ になっているがわかる。そして問題の波形 (図 5d) の周期は 10 micro s オーダーである。そのため正弦波が直線状に立ち上がる部分は同じように遅れていき、曲っていくところではより応答が遅れるため下降していく直線に取り込まれてしまうため三角波になる。

6 結論

オペアンプを使用した様々な回路構成、具体的には反転増幅回路、ボルテージ・フォロワ回路、および 2 次のローパス・フィルタ回路の実験結果を示した。実験の結果、反転増幅回路は電源電圧以上の出力を出さない範囲では回路の解析通りに振舞った。またローパス・フィルタのような挙動をすることも測定できた。

ボルテージ・フォロワ回路では、異なるオペアンプ (LM741 および TL071) のスルーレートが異なり、TL071 の方が高いことが確認された。応答速度が大事な回路では TL071 の方が望ましいことがわかった。

2 次のローパス・フィルタ回路では、周波数依存のゲインを測定し解析通りになっていることが確認できた。このことからオペアンプを用いた 2 次のローパス・フィルタ回路には測定した周波数領域では規制成分のないよい回路になっていると言える。また事前に示された実験の手順にはない位相測定を行った。こちらの測定結果も回路の解析通りの挙動をした。このときに行った位相の測定法は単純なものでよりよい測定手順・解析方法があると考えられ、2 種類の解析方法の提案・紹介を行った。この実験は 120 分も経たずに終わり時間が余り気味であるため、そういった解析を取り入れるのも将来の学生実験の向上に役立つと考えられる。

参考文献

[1] 越地耕二. 計測の原理と基礎. エレクトロニクス実装学会誌, Vol. 10, No. 3, pp. 176–179, 2007.