

7. ファラデー効果

[目的]

本実験では、光の**偏光**の数学的記述と、偏光を変える光学素子や光学現象について学ぶ。まず、**偏光板**や **$\lambda/4$ 板**の特性を学び、その特性を実験結果として示す。次に、磁場を印加した物質が示す光学現象である**ファラデー (Faraday) 効果**に関する実験を行い、試料の**ベルデ定数**を求める。また、実験技術として、デジタルストレージオシロスコープ(digital storage oscilloscope)の取り扱いについて学ぶ。

[原理]

(1) 電磁波の記述

光は電磁波の一種であり、その挙動はマクスウェルの方程式(Maxwell's Equations)により記述される。実電流や真電荷の存在しない空間や物質中では、マクスウェルの方程式より次の波動方程式が導かれる。

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad -(1)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad -(2)$$

ここで、 \mathbf{r} , t は位置ベクトルと時間、 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ はそれぞれ電場と磁束密度を表すベクトル、 ε , μ は光が伝搬する領域の誘電率と透磁率である。電磁波は横波であり、 z 軸方向に進む平面波を考えた場合、電場と磁束密度の向きは z 軸と直交し、また互いに直交する。よって、この波動方程式の解の1つは、光の波数を k 、角振動数を ω として、次のように表される。

$$\mathbf{E}(z, t) = (E_0 \cos(kz - \omega t), \quad 0, \quad 0) \quad -(3)$$

$$\mathbf{B}(z, t) = (0, \quad B_0 \cos(kz - \omega t), \quad 0) \quad -(4)$$

ここでは、電場は x 方向のみ、磁束密度は y 方向のみに成分を持つとしており、図1に示したように伝搬する。電場成分が現れる面を**振動面**、磁束密度成分の面を**偏光面**と呼ぶ。

また光の強度 I は、単位時間当たり単位面積を貫く電磁場のエネルギー量であり、電場の振幅 E_0 、屈折率 n 、真空中での光の速さ c を用いて

$$I = \frac{cn\varepsilon_0}{2} E_0^2 \quad -(5)$$

と表される。

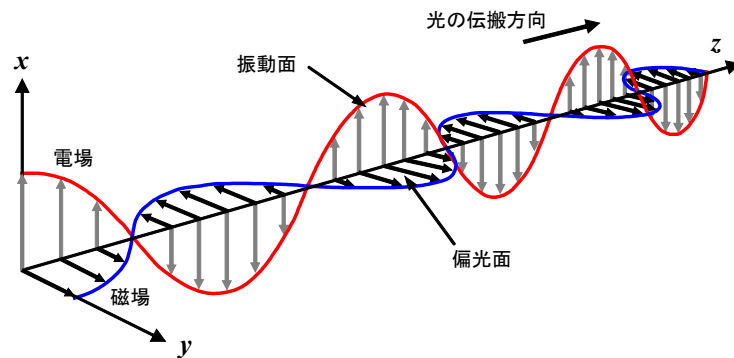


図1 電磁波の伝搬

(2) 光の偏光

偏光 (Polarization) とは、光の振動面が空間的に偏った状態を表す。振動面が常に同じ向きを持つ場合を直線偏光と呼ぶ。例えば、図1の例は、 x 方向に電場成分を持つ直線偏光である。偏光の種類には、直線偏光の他、伝搬に伴い振動面が回転する円偏光や楕円偏光がある。一方、振動面・偏光面の空間的偏りがない偏光は、無偏光または非偏光と呼ぶ。

任意の偏光は、直交する2つの直線偏光のベクトル和で表すことができる。例えば x 方向、 y 方向にのみ電場成分を持つ2つの直線偏光を考え、それらの電場成分を

$$E_x(z, t) = (E_x \cos(kz - \omega t + \varphi_x), 0, 0) \quad (6)$$

$$E_y(z, t) = (0, E_y \cos(kz - \omega t + \varphi_y), 0) \quad (7)$$

とする。ここで位相差 $\varphi_y - \varphi_x = \Delta\varphi$ が 0 もしくは π ならば、その合成波は直線偏光となる。また、 $E_x = E_y$ かつ $\Delta\varphi = \pm\pi/2$ ならば円偏光となる。それ以外の条件では楕円偏光となる。図2に、 xy 平面内における合成波の電場の時間変化を示す。

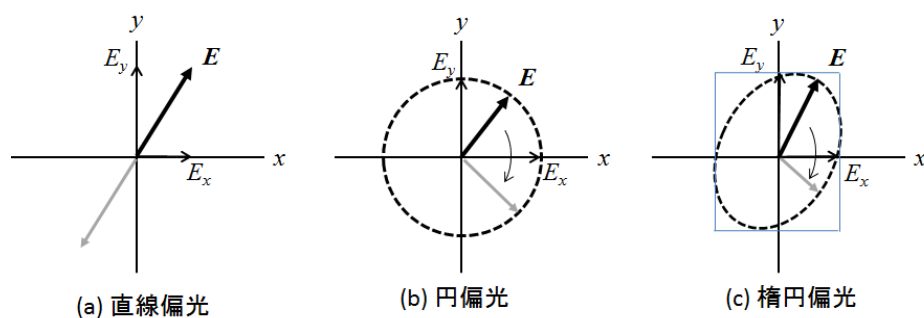


図2 偏光の種類 (光の進行方向から原点に向かって見た時)。

(3) 偏光板と波長板

偏光板は、特定方向 (偏光板の透過軸) の電場成分の直線偏光を透過させる光学素

子である。どんな偏光の光でも、偏光板を透過した後は直線偏光となる。また、光の偏光を直線偏光にする用途の偏光板は偏光子、光が偏光されているかどうかを調べる用途の偏光板は検光子と呼ばれる。

波長板は、偏光を変える時に使用される光学素子である。物質が光電場の向きに対して異なる屈折率を持つ性質を複屈折性と呼ぶ。一軸性結晶の場合、その軸（光学軸と呼ばれる）に対して垂直な電場に対する屈折率と平行な電場に対する屈折率が異なる。光学軸に垂直な電場成分の光を常光線（ordinary ray）、光学軸に平行な電場成分の光を異常光線（extraordinary ray）と呼ぶ。常光線と異常光線では物質中を伝搬する際の屈折率が異なるため、2つの電場成分間の位相差が入射光と透過光で変化する。その位相差が π となるように設定している素子を1/2波長板（ $\lambda/2$ 板）、 $\pi/2$ に設定している素子を1/4波長板（ $\lambda/4$ 板）と呼ぶ。

(4)ファラデー効果

図3に示すように、磁場中に置かれた透明物質を直線偏光が透過するとき、振動面（ならびに偏光面）が回転する現象をファラデー効果という。このとき回転角 θ は、磁場の強さを H 、光が透過する透明物質の長さを L 、光の伝搬方向と磁場のなす角度を φ とすると、次のように表される。

$$\theta = VHL \cos \varphi \quad -(8)$$

ここで V はベルデ(Verdet)定数と呼ばれる物質固有の量である。ベルデ定数には、一般に波長依存性がある。長さ L の試料を十分に長いソレノイドコイル（単位長さ当たりの巻数 n ）の中に入れ、電流 I を流すとき、もし光が磁場の方向に沿って通過するならば、回転角 θ は

$$\theta = VnIL \quad -(9)$$

と書き換えられる。ここでベルデ定数は、光の出射面から見た時、振動面が磁場を作るコイルに流れる電流と同方向に回転する方向を正と定める。光の伝搬方向を反転させても、振動面は同じ方向に回転する。これを、「光の非相反伝搬」と呼ぶ。

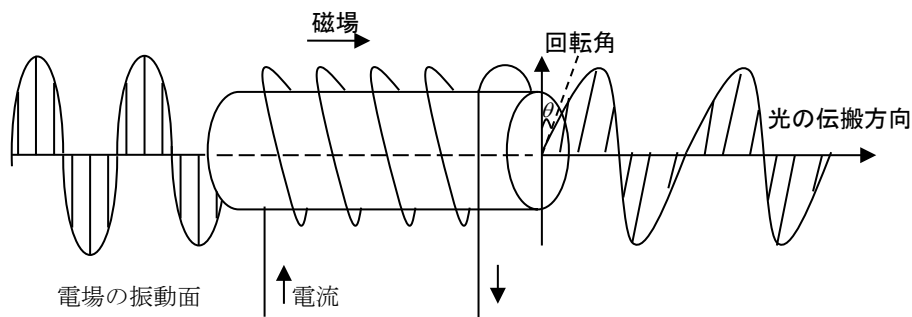


図3 ファラデー効果

[装置／器具]

He-Ne ガスレーザー($\lambda=632.8\text{ nm}$)、偏光板(2 枚)、 $\lambda/4$ 板、光学レール、
光レシーバ、BNC-BNC シールドケーブル、
デジタルストレージオシロスコープ (DSO)、プローブ、
タイマー、ノギス、偏光視認器、
パルス電流発生装置(スライダック、昇圧トランス、コンデンサ、電流検出用抵抗含)、
磁場発生用コイル(50 回巻、75 回巻、100 回巻、150 回巻それぞれ 1 個)、
試料(酸化テルビウム含有ガラス、長さは 5.00 cm)

実験上の注意(必ず読むこと)

- ◆ 本実験ではレーザーを利用する。出力は小さいが、直接目に入ると障害を引き起こす可能性があるので、実験中は、目の位置が光軸の高さと同じにならないように注意すること。また、光軸に偏光板等を挿入する時、フレーム等で反射されて思わぬ方向にレーザー光が向くことがあるので、十分注意すること。腕時計や指輪などの光を反射しやすいアクセサリーを付けると、レーザー光が不注意で他の人の目に反射される可能性が高いため、それらも外すこと。
- ◆ また、本実験では、瞬間的には 1000 A を超える電流を流すパルス電流発生装置を使用する。その源となるコンデンサへの充電電圧も最大 600 V となり、感電すると非常に危険である。回路の接続を変更する時は、コンデンサの電荷を完全に放電したことを確認してから行うなど、十分に注意すること。
- ◆ パルス電流発生装置においてパルス電流を流す際には、自分達で回路が正しく接続されているか十分確認した上で、実験指導者にも確認してもらうこと。また、「トリガー」スイッチを押して通電する時は、必ず「通電します」と周囲に声を掛け、お互いに安全を確認すること。

[実験方法]

1. 偏光・旋光の実験 (※必ず測定と同時にグラフを描くこと)
 - 1) 準備として、**図 4** を参考に実験器具を配置し、レーザー光が光レシーバの受光面に直接入射するよう光レシーバの高さを調整する。後の実験で光軸上に 2 枚の偏光板や $\lambda/4$ 板、ファラデー素子を挿入するので、レーザーと光レシーバの間隔はなるべく広く取る。
 - 2) レーザー光の安定性を確認する。光軸上に何も挿入しない状態で、レーザーの電源を投入してから 10 分間の光レシーバの出力電圧を 1 分毎に記録する。その出力電圧はデジタルストレージオシロスコープ (DSO) で測定せよ。
 - 3) レーザー光の偏光を知らべる。まず、光軸上の **B** の位置に偏光板を 1 枚挿入し、その回転角を 0 度から 360 度まで 10 度刻みで変化させた時の光レシーバの出力を記録せよ。続いて **C** の位置に $\lambda/4$ 板を設置し、**B** の位置の偏光板を回転させながら光レシーバの出力を記録せよ。
 - 4) 直線偏光の特性について調べる。**C** の位置には何も設置せず、**A** と **B** の位置に偏光板を設置する。まず **A** の位置の偏光板の回転角を 0 度として、**B** の位置の偏光板の回転角を 0 度から 360 度と変化させた時の光レシーバの出力を記録せよ。次に **A** の位置の偏光板の回転角を 45 度として、同様の実験を行う。
 - 5) $\lambda/4$ 板の特性について調べる。まず **A** の位置に偏光板、**C** の位置に $\lambda/4$ 板を挿入する。そして、偏光状態を目視できる偏光視認器を光レシーバの代わりに設置する。偏光板と $\lambda/4$ 板の回転角を変えながら $\lambda/4$ 板後の偏光の変化を観察し、 $\lambda/4$ 板がどのような特性を持っているかを推察する。その推察をもとに、 $\lambda/4$ 板の特性を解明するために必要と思われる実験(光レシーバの出力をデータとする)を自分達で計画して実施せよ。

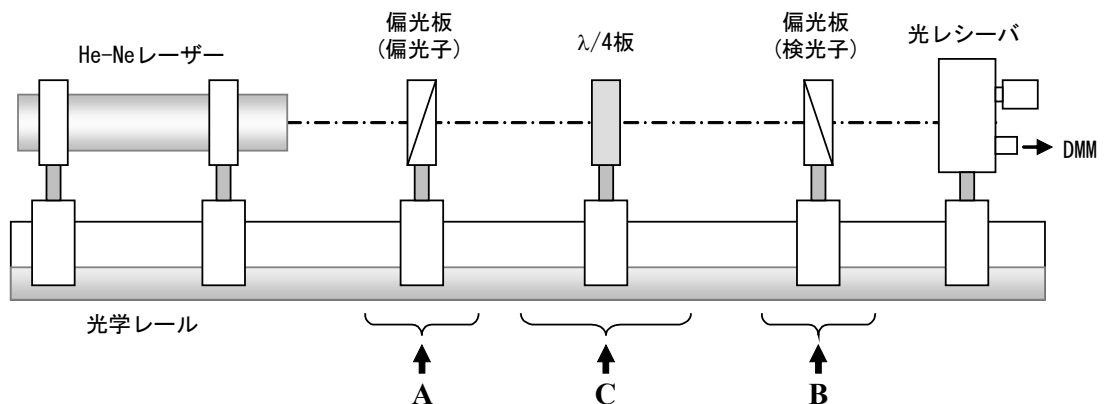


図 4 偏光・旋光の実験のセットアップ図

2. ベルデ定数の測定 (※レーザーの出力が安定してから行うことが望ましい)

- 1) 図5に従い、光学レール上に、レーザー、偏光板(偏光子)、磁場発生用ソレノイドコイルにセットされたファラデー素子、偏光板(検光子)、光レシーバの順にセットし、適切に実験が行えるよう各部の高さを調整する。また、パルス電流発生装置と磁場発生用コイルとを適切に結線する。
- 2) 実験に用いるソレノイドコイルのコイル長を計測する。
- 3) 偏光子の回転角を、それを単独で用いたときに最大出力が得られる角度とし、検光子の回転角を0度から360度まで5度刻みで変化させた時の光レシーバの出力を測定せよ。この測定には、デジタルストレージスコープを用い、測定と同時にグラフを描け。
- 4) 検光子の回転角を、図6に示すように透過光強度が最大出力となる角度で固定する。そして、パルス電流発生装置を用い、ソレノイドコイルに電流を流した時の光レシーバ出力の変化と電流波形をデジタルストレージオシロスコープにより同時に記録せよ。パルス電流発生装置の充電電圧を100, 200, 300, 400 V、磁場発生用ソレノイドコイルの巻数を50、75、100、150回とした16通りの組み合わせについて測定を行い、結果を保存せよ。
- 5) ファラデー効果における光の振動面が回転する向きは、光の進行方向と外部磁場の向きの関係で決まる。このことを示す実験手法を考えて実行せよ。具体的には、偏光子や検光子の透過軸をどのようにセットすればよいか考えること。実験は、150回巻きのコイルを用いて、4種類のパルス電流値で行うこと。

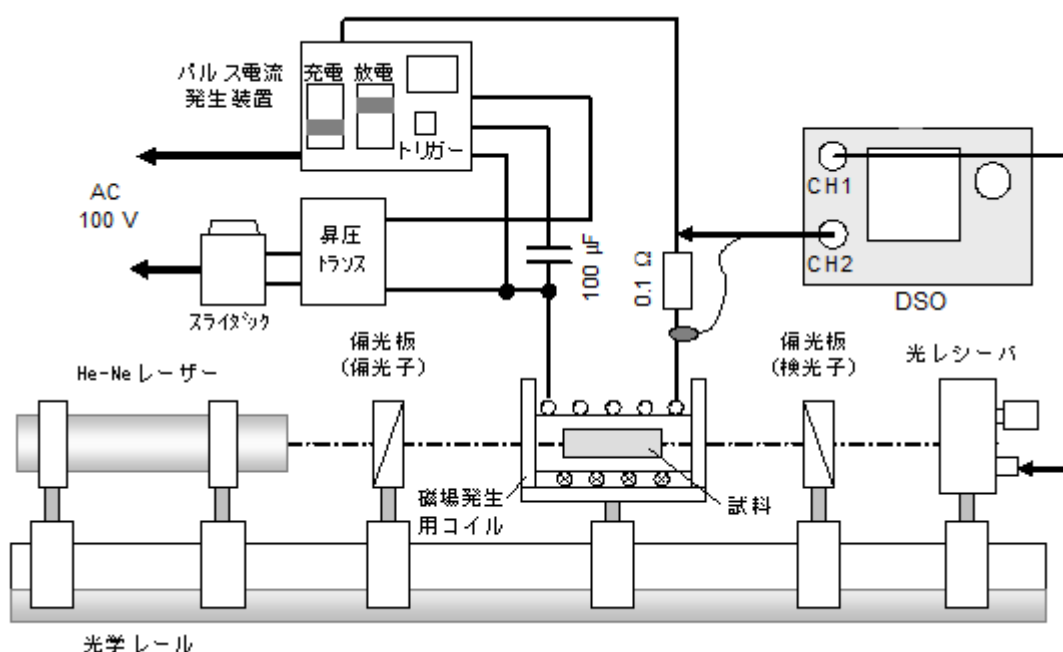


図5 ファラデー効果の実験のセットアップ図

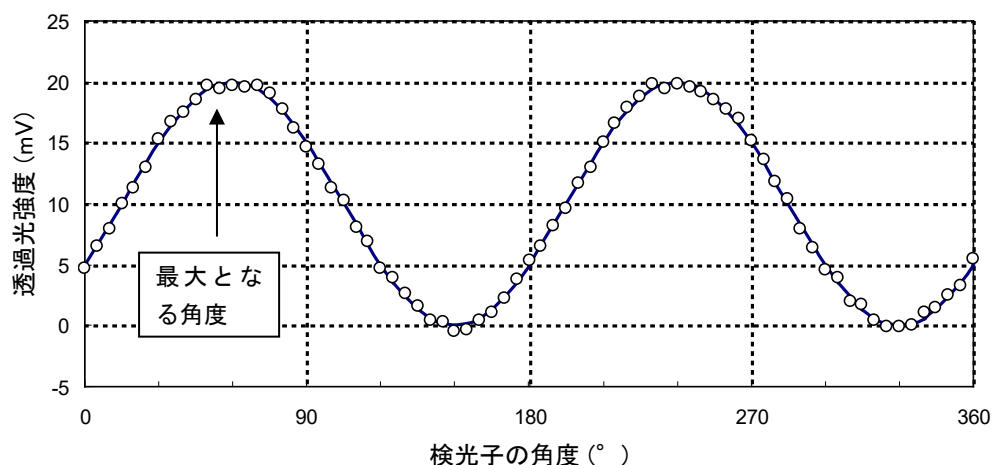


図6 検光子の回転にともなう透過光強度の変化

[結果のまとめ方]

1. 偏光・旋光の実験

- 1) レーザー光の安定性について、グラフから導き出されることを文章にまとめよ。
- 2) レーザー光の偏光について、グラフから導き出されることを文章にまとめよ。
- 3) 直線偏光の特性について、グラフから導き出されることを文章にまとめよ。
- 4) $\lambda/4$ 板の特性を明らかにするために、どのような実験を行い、どのような結果を得て、それからどのような結論を下したのかを、グラフと文章にまとめよ。

2. ベルデ定数の測定

- 1) 検光子の回転角と光レシーバの出力の関係をグラフとして示し、その結果から検光子の角度を何度に決定したかを記せ。
- 2) 測定波形の一例を図7に示す。それぞれの試料に対して実施した16種類の実験条件に対し、得られた測定波形をすべて示すとともに、そこから読み取った最大電流値と最大回転角の関係を表にまとめよ。また、どのようにして最大回転角を決定したかと、例を一つ上げて説明せよ。
- 3) その表をもとに、最大電流値と最大回転角の関係を示す1枚のグラフを描き、ベルデ定数の値を決定せよ。両者の関係は、(9)式の通りであるので、回帰直線は原点を通るように描くこと。ただし、原点を通すことが極めて不自然な場合は、その理由について考察せよ。また、本実験で用いた酸化テルビウム含有ガラスのベルデ定数は 1.04×10^{-2} 度/A である。測定値が大きく異なる場合は、その差の原因について考察せよ。
- 4) 光の振動面が回転する向きが光の進行方向と外部磁場の向きの関係で決まることを明らかにするために、どのような実験を行い、どのような結果を得て、それからどのような結論を下したのかを、グラフと文章にまとめよ。

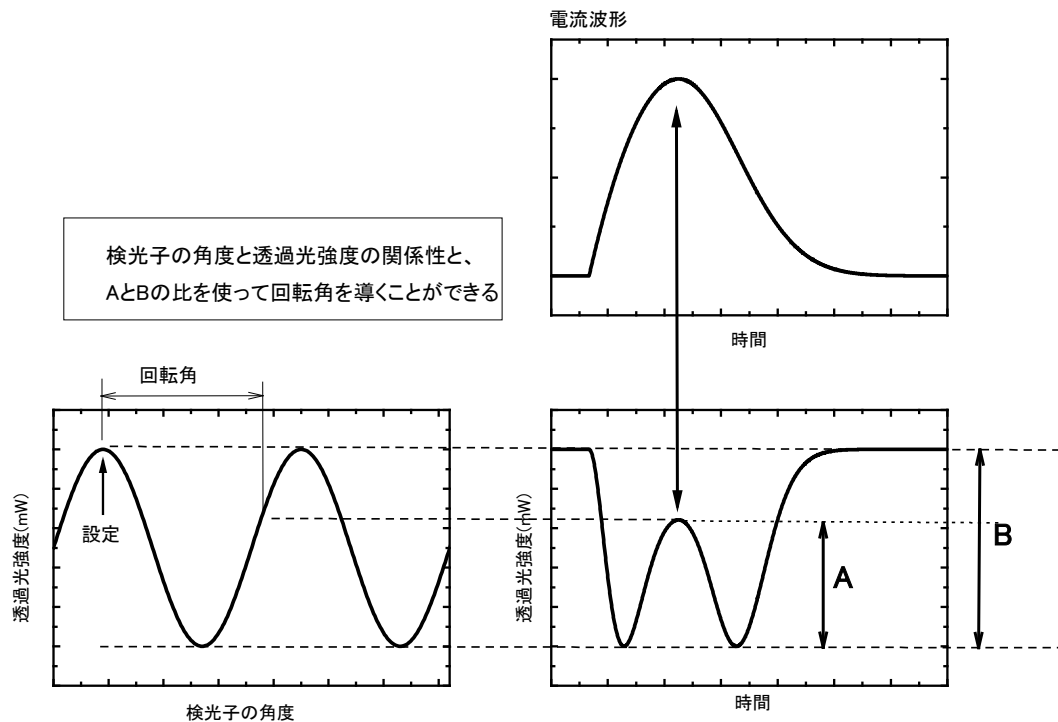


図 7 回転角の算出方法

[課題]

- 1) 直線偏光の光が偏光板を透過した時、その透過光強度 I は

$$I(\theta) = I_0 \cos^2 \theta \quad \text{-(10)}$$

となることを説明せよ。ここで、 I_0 は偏光板への入射光強度、 θ は電場方向と偏光板の透過軸の成す角であり、偏光板による吸収や反射は無視する。

- 2) 光の偏光状態を表す手法として極座標表示がある。 $\lambda/4$ 板の特性を調べたときに得た偏光の実験結果を極座標表示で表しなさい。
- 3) ファラデー効果の応用について調査せよ。また、その原理について説明せよ。
- 4) 直線偏光は、互いに反対に回転する円偏光の組み合わせと考えると、ファラデー効果は、透明物質に入射した右回りと左回りの円偏光に対する屈折率が異なるために生ずると考えられる。いま、磁場発生用コイルに流れる電流と同じ方向に回転する円偏光の電場ベクトルを $E^+(z, t)$ 、反対方向に回転する円偏光の電場ベクトルを $E^-(z, t)$ とすると、両者は次のように表される。

$$E^+(z, t) = (E_0 \cos(kz - \omega t), E_0 \sin(kz - \omega t), 0) \quad \text{-(11)}$$

$$E^-(z, t) = (E_0 \cos(kz - \omega t), -E_0 \sin(kz - \omega t), 0) \quad \text{-(12)}$$

同方向に回転する円偏光、反対方向に回転する円偏光に対する屈折率を、それぞれ

n^+ 、 n^- とすると、長さ L の透明物質を透過した後の直線偏光の回転角が次式で表されることを示せ。

$$\theta = \frac{\pi L}{\lambda}(n^+ - n^-) \quad \text{-(13)}$$

なお、物質中の屈折率を n とすると、波数は $2\pi n/\lambda$ と表される。

[参考文献]

櫛田孝司著、共立物理学講座 11 「光物理学」 (共立出版)

佐藤勝昭著、現代人の物理 1 「光と磁気 [改訂版]」 (朝倉書店)

<<付録>>

■ パルス電流発生装置の使い方（附図 1 及び附図 2 参照）

[準備]

- (1) まず、本文図 5 を参考に、全体の回路が正しく接続されているかを確認する。
- (2) 次に、スライダックの電圧調整ツマミが零に位置になっていること、またパルス電流発生装置の「充電」、「放電」のスイッチがともに **OFF** になっていることを確認する。
- (3) 以上の確認が終わったら、スライダックとパルス電流発生装置の電源コードをコンセントに差し込む。

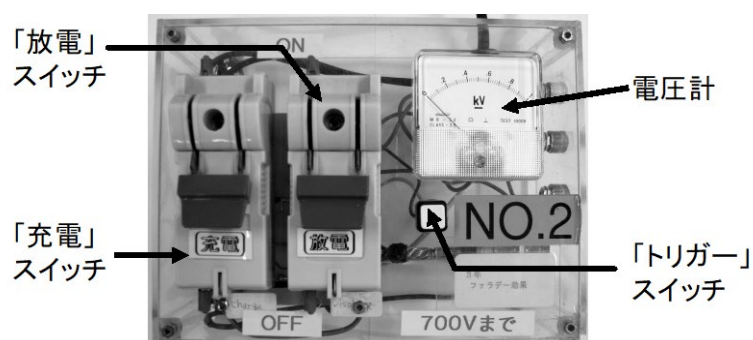
[充電および通電]

- (4) パルス電流発生装置の「充電」スイッチを **ON** とし、スライダックの電圧調整ツマミを徐々に上げ、パルス電流発生装置の電圧計が所定の電圧値(最大でも 700 V 以下)になったら、スライダックの電圧調整ツマミを零に戻し、その後にパルス電流発生装置の「充電」スイッチを **OFF** にする。
- (5) 安全を確認した上で、周囲に「通電します」と声を掛けてから、「トリガー」スイッチを押す。

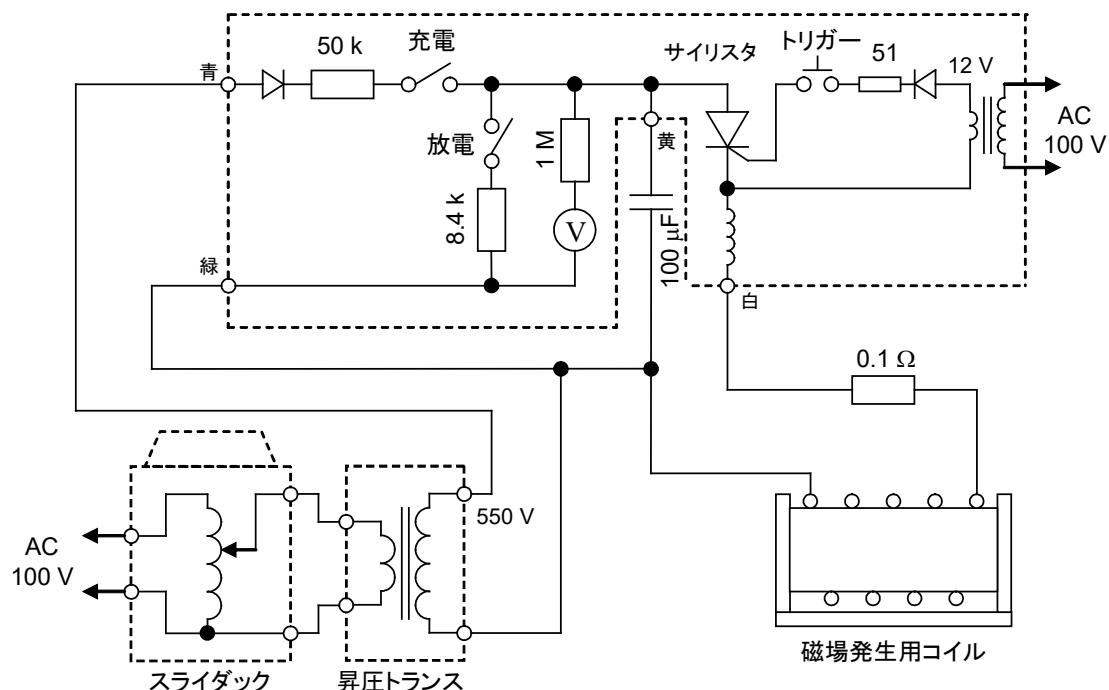
※ 充電電圧が目標値より高くなった場合は、スライダックの電圧調整ツマミを零に戻し、パルス電流発生装置の「充電」スイッチを **OFF** にしてから、充電電圧が所望の値まで低下するのを待つ。

[終了時]

- (6) スライダックの電圧調整ツマミが零の位置に、パルス電流発生装置の「充電」スイッチが **OFF** になっていることを確認した後、「放電」スイッチを **ON** とし、放電が完了した後にスライダックならびにパルス電流発生装置の電源コードをコンセントから抜く。パルス電流発生装置の「放電」スイッチは **ON** としたままにする。



附図 1 パルス電流発生装置概観



附図2 パルス電流発生回路全体図

■ デジタルストレージオシロスコープ(DSO)の使い方 (附図3 参照)

通常のアナログオシロスコープは、周期的に入力される信号波形のある一定のレベル(トリガレベル)の位置から毎回輝点の掃引を行い、ブラウン管面に静止した波形を表示させるため、基本的に繰り返し現象しか観測できない。これに対し、入力された信号を A/D 変換した後、デジタルメモリーに記憶させ、それを繰り返し掃引して管面表示を行うのがデジタルストレージオシロスコープ(DSO)である。情報をメモリーに記憶させるので、単発現象の観測も可能である。本実験では、パルス電流発生装置により瞬間的に電流を流し磁場を発生させ、それによる旋光現象を捉えるために DSO を使用する。基本的な使用方法は、通常のアナログオシロスコープと同じであるが、本実験を行う上でのポイントを以下に記す。

[準備]

- 1) オシロスコープの電源を入れる。
- 2) 入力信号に対して以下のように設定する。(1 週目は CH1 のみで可)

```

【CH1(CH2)MENU】 >> 【入力結合】 >> DC
                  >> 【帯域】 >> Full 40 MHz
                  >> 【Volts/Div】 >> ステップ
                  >> 【プローブ】 >> X1 Voltage (X10 Voltage)
                  >> 【反転】 >> オフ
  
```

- 3) トリガーを以下のように設定する。(1 週目は省略可)

```
【TRIG MENU】 >> 【項目】 >> エッジ
                >> 【ソース】 >> CH2
                >> 【スロープ】 >> 立ち上がり
                >> 【モード】 >> オート
                >> 【結合】 >> DC
```

- 4) 各チャンネルのスケールを以下のように設定する。

(実験により異なる。また、一連の測定の途中で変更しないこと。)

【垂直軸】 VOLTS/DIV >> CH1: 100 mV ~ 2 V、CH2: 5~50 V

【水平軸】 SEC/DIV >> M: 25 or 50 μ s

- 5) 各チャンネルの基準位置を以下のように設定する。

【垂直軸】 CH1: -3 divs、CH2: -3 divs

【水平軸】 MPos: +4 divs (100 or 200 μ s)

【トリガレベル】 CH2: 500 mV 前後

〔実験 1~2-(3)〕

- 6) 【波形測定】 >> 【CH1 平均値】 の値を読む。

〔実験 2-(4)〕

- 6) 設置・配線準備が整ったら、空にした USB メモリをオシロスコープ前面の USB ポートに挿す。

- 7) 以下のように保存設定をする。

```
【保存/呼出】 >> 【アクション】 >> 全保存
                >> 【PRINT Button】 >> 全保存
```

- 8) 【単発波形】 ボタンを押し、パルス発生装置から通電する。

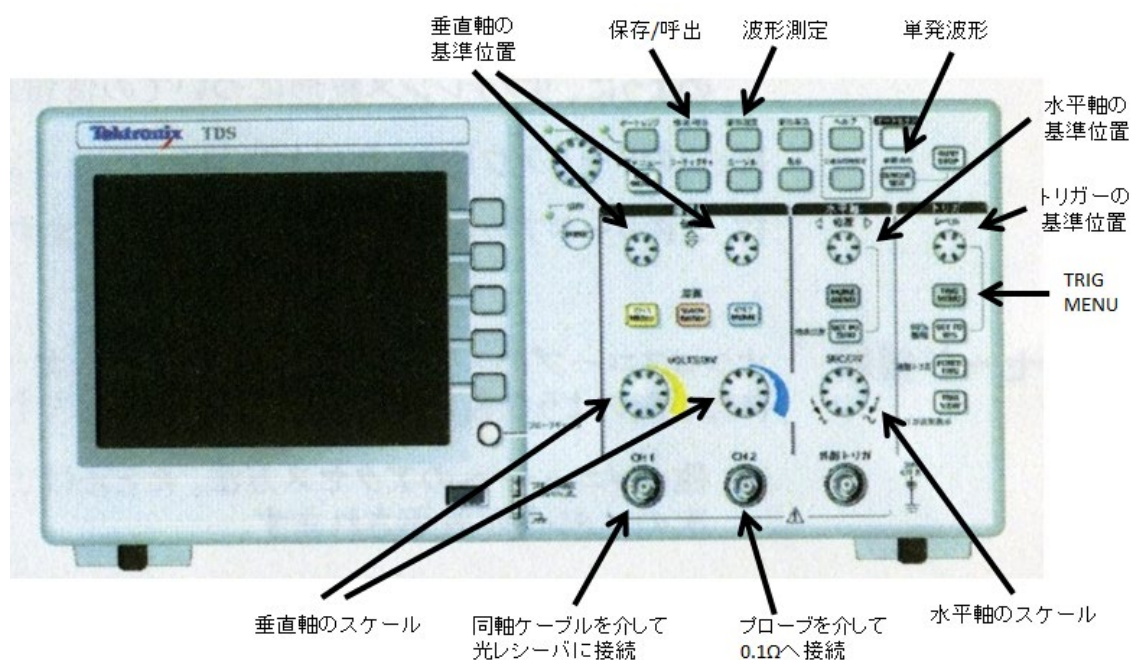
- 9) 【PRINT】 ボタンを押すと、USB メモリに画面上の波形と CSV 形式のデータと DSO に表示されている画面のスクリーンショットが保存される。

(この際、ファイル名に対する試料名、コイルの巻数、放出電圧を必ずメモすること。)

- 10) またスクリーンショットを印刷したい場合は、プリンタの電源を入れた後、

```
【保存/呼出】 >> 【アクション】 >> 全保存
                >> 【PRINT Button】 >> 印刷
```

に設定した後、【PRINT】 ボタンを押すと、プリンタから画面上の波形が印刷される。

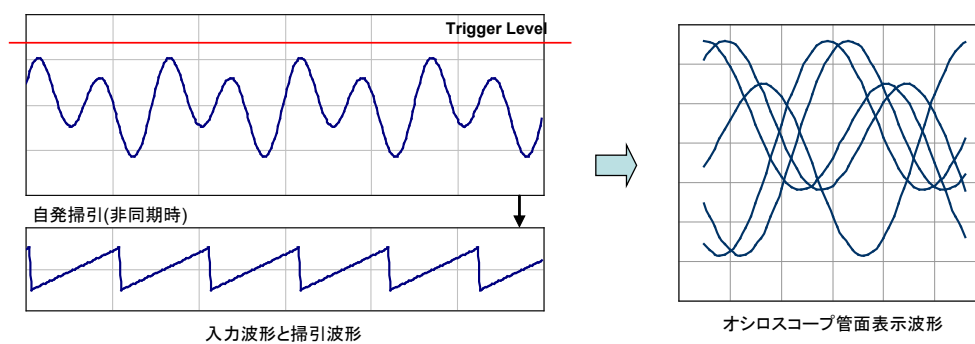
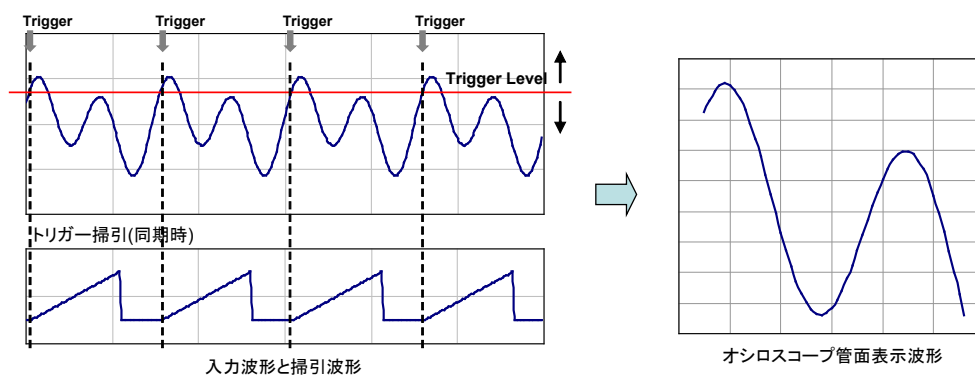


附図 3 デジタルオシロスコープ

[TRIGGER LEVEL の調整]

一般的なオシロスコープでは、**附図 4** に示すように、入力波形と基準レベル(トリガーレベル)を比較し、両者が一致するところから繰り返し横軸の掃引を行うことで、管面に静止した波形を表示することを可能としている。このトリガーレベルの高低を決定するのが、**TRIGGER LEVEL** のつまみである。トリガーレベルの設定が不適切な場合、掃引はオシロスコープが独自に決めるタイミングで行われるので(自発掃引)、波形を描くスタート点が毎回異なり、管面ではあたかも波形が流れているように見える。この状態を「同期が取れていない」状態と呼ぶ。一般的なオシロスコープで波形を静止させて観測するには、トリガーレベルを適切に調整する必要がある。

デジタルオシロスコープでは、入力波形とトリガーレベルを比較し、両者が一致した時点からデータを取り込み始め、設定した一定時間後に取り込みを終了する。よって、デジタルオシロスコープにおいても、思い通りに波形を取り込むためには、トリガーレベルを適切に設定する必要がある。本実験においては、**TRIG-SOURCE** で **CH2**、すなわち $0.1\ \Omega$ での電圧降下波形を選択しているので、電流波形がトリガーレベルに達した(“トリガーが掛かった”)時点からデータ取り込みを開始することになる。よって、トリガーレベルは、雑音等によっても取り込みが始まらない範囲で出来るだけ小さくすることが望ましい。なお、そのままでは、トリガーが掛かる前の波形が取り込めないことになる。そこで、プレトリガー機能を活用し、実際にはトリガーが掛かる少し前からデータを取り込む。



附図 4 トリガーレベルの説明