

第1問 光学：複屈折・マリュス則

[1]

結晶板を通った後の偏光の z 成分の位相変化は $\Delta\phi_z = n_e d/\lambda$, 結晶板を通った後の偏光の x 成分の位相変化は $\Delta\phi_x = n_o d/\lambda$ である。はじめは偏光面が z 軸から 45° であるので、偏光の z 成分と x 成分は同じ位相である。よって偏光板を通ったあとの z 成分の偏光の位相 x 成分のを規準として

$$\Delta\phi(d) = \Delta\phi_z - \Delta\phi_x = \frac{(n_e - n_o)d}{\lambda} < 0 \quad (1.1)$$

となる。これが求める位相差で、この結晶板を通ると c 軸方向の偏光の位相が遅れるとわかる。

[2]

偏光面が 90° 回転するのは、 n を整数として $\Delta\phi(d) = -(2n+1)\pi$ となるときである。なので

$$\begin{aligned} \frac{(n_e - n_o)d}{\lambda} &= (2n+1)\pi \\ d &= \frac{(2n+1)\pi\lambda}{n_o - n_e} \end{aligned} \quad (2.1)$$

[3]

入射光 \vec{E}_i はジョーンズベクトルを用いて

$$\vec{E}_i = \frac{\vec{e}_x + \vec{e}_z}{\sqrt{2}} \quad (3.1)$$

と表せる。結晶版を通ると z 成分の位相が $\Delta\phi(d)$ だけ変わるので、その光 $\vec{E}_o(d)$ は

$$\vec{E}_o(d) = \frac{\vec{e}_x + e^{i\Delta\phi(d)}\vec{e}_z}{\sqrt{2}} \quad (3.2)$$

となる。偏光子を通ると $\vec{E}_o(d)$ は $(\vec{e}_x + \vec{e}_z)/\sqrt{2}$ 方向に射影されるので、偏光子を通った後の光 $\vec{E}(d)$ は

$$\vec{E}(d) = \frac{\vec{e}_x + \vec{e}_z}{\sqrt{2}} \frac{1 + e^{i\Delta\phi(d)}}{2} \quad (3.3)$$

よって測定される強度は

$$I(d) = \vec{E}(d) \cdot \vec{E}^*(d) = \frac{1 + \cos \Delta\phi(d)}{2} = \cos^2 \frac{\Delta\phi(d)}{2} = \cos^2 \frac{(n_e - n_o)d}{2\lambda} \quad (3.4)$$

[4]

楔型素子を通ると c 軸方向である x 方向の位相が $\Delta\phi(d_2)$ だけ遅くなる。なので偏光子に入る直前の光 $\vec{E}_o(d_2)$ は

$$\vec{E}_o(d) = \frac{e^{i\Delta\phi(d_2)}\vec{e}_x + e^{i\Delta\phi(d_1)}\vec{e}_z}{\sqrt{2}} \quad (4.1)$$

と表せる。同様に偏光子を通した後の光 $\vec{E}(d_2)$ は

$$\vec{E}(d_2) = \frac{\vec{e}_x + \vec{e}_z}{\sqrt{2}} \frac{e^{i\Delta\phi(d_2)} + e^{i\Delta\phi(d_1)}}{2} \quad (4.2)$$

となって強度は

$$I(d_2) = \frac{1 + \cos(\Delta\phi(d_2) - \Delta\phi(d_1))}{2} = \cos^2 \frac{(n_e - n_o)}{2\lambda}(d_2 - d_1) \quad (4.3)$$

となる。これより d_2 を変化させていくと、強度は周期 $2\pi\lambda/(n_o - n_d)$ の三角関数になっていることがわかる。つまりこの周期を求めれば屈折率の差を求めることができる。その周期を測定した強度のデータから精度よく求めるには、 $I(d_2)$ がピークとなる 2 つの d_2 の幅を選ぶのではなく $I(d_2) = 0$ となる d_2 を 2 つ選ぶとよりよくなる。なぜなら、ピークの値は様々な要因による光の減衰によって $I(d_2) = 1$ にならず様々な値となるため、ピークとなる d_2 は求めることができないのに対し、 $I(d_2 = 0)$ となる d_2 は明確にわかるためである。

感想

実験やったことあったり、波動光学をやったことあるならめっちゃ簡単。最後の設問は生データを解析したことないと、どうやったら精密に測定できるかわからないと思う。ジョーンズベクトルは知ってたら記述が楽になる程度のもので、別に使わず電場の振動成分を書いてもいいと思う。