2017年度東大理物答案

しゃんごん (@CEY3944)

2025年6月14日

物理学

問題 1　量子力学: 摂動論・断熱近似

1-1

$$
\begin{aligned}
(H-E_2I)\ket{2} &= V\ket{1} + E_2\ket{2} - E_2\ket{2} \\
\bra{2}(H-E_2I)\ket{2} &= V\braket{2|1} = 0 \\
(H-E_2I)^2\ket{2} &= V^2\ket{2} + E_2\ket{2} - E_2\ket{2} \\
\bra{2}(H-E_2I)^2\ket{2} &= V^2\braket{2|2} = V^2
\end{aligned}
\tag{1-1.1}
$$

1-2

固有値方程式より

$$
\begin{aligned}
0 &= |H-EI| = (E_1-E)(E_2-E) - V^2 = E^2 - (E_1+E_2)E + E_1E_2 - V^2 \\
E &= \frac{E_1+E_2}{2} \pm \sqrt{\frac{(E_1-E_2)^2}{4} + V^2}
\end{aligned}
\tag{1-2.1}
$$

また、固有ベクトルは

$$
\begin{pmatrix} E_1-E_\pm & V \\ V & E_2-E_\pm \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \braket{1|\psi_\pm} \\ \braket{2|\psi_\pm} \end{pmatrix} = 0 \tag{1-2.2}
$$

より、

$$
\begin{aligned}
0 &= (E_1-E_\pm)\braket{1|\psi_\pm} + V\braket{2|\psi_\pm} \\
\frac{\braket{2|\psi_\pm}}{\braket{1|\psi_\pm}} &= \frac{E_\pm - E_1}{V} \\
\frac{\braket{2|\psi_+}}{\braket{1|\psi_+}} &= \frac{E_2-E_1}{2V} + \sqrt{\frac{(E_2-E_1)^2}{4V^2} + 1} \\
\frac{\braket{2|\psi_-}}{\braket{1|\psi_-}} &= \frac{E_2-E_1}{2V} - \sqrt{\frac{(E_2-E_1)^2}{4V^2} + 1}
\end{aligned}
\tag{1-2.3}
$$

1-3

$$
\begin{aligned}
\bra{\psi_+}H\ket{\psi_-} = E_+\braket{\psi_+|\psi_-} &= E_-\braket{\psi_+|\psi_-} \\
0 &= (E_+ - E_-)\braket{\psi_+|\psi_-}
\end{aligned}
\tag{1-3.1}
$$

いま、固有値は異なるので $\braket{\psi_+|\psi_-} = 0$ がいえ、固有状態が直交しているのがわかる。

1-4

設問 2 で得られた結果に $E_1 = E_2 - \mathcal{E}\lambda$ を入れると

$$
E_\pm(\lambda) = E_2 - \frac{\mathcal{E}\lambda}{2} \pm \sqrt{\frac{\mathcal{E}^2\lambda^2}{4} + V^2} \tag{1-4.1}
$$

これより

$$
E_+(\lambda) - E_-(\lambda) = 2\sqrt{\frac{\mathcal{E}^2\lambda^2}{4} + V^2} \geq 2\sqrt{V^2} = 2V \tag{1-4.2}
$$

1-5

(i)

シュレディンガー方程式に $|\psi_\pm^{(t/T)}\rangle$ の完全系をいれて整理していく。

$$
\begin{aligned}
i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle &= H|\psi(t)\rangle \\
i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Big(|\psi_+^{(t/T)}\rangle\langle\psi_+^{(t/T)}|\psi(t)\rangle + |\psi_-^{(t/T)}\rangle\langle\psi_-^{(t/T)}|\psi(t)\rangle\Big) &= |\psi_+^{(t/T)}\rangle\langle\psi_+^{(t/T)}|H|\psi_+^{(t/T)}\rangle\langle\psi_+^{(t/T)}|\psi(t)\rangle \\
&\quad + |\psi_+^{(t/T)}\rangle\langle\psi_+^{(t/T)}|H|\psi_-^{(t/T)}\rangle\langle\psi_-^{(t/T)}|\psi(t)\rangle \\
&\quad + |\psi_+^{(t/T)}\rangle\langle\psi_+^{(t/T)}|H|\psi_+^{(t/T)}\rangle\langle\psi_+^{(t/T)}|\psi(t)\rangle \\
&\quad + |\psi_-^{(t/T)}\rangle\langle\psi_-^{(t/T)}|H|\psi_-^{(t/T)}\rangle\langle\psi_-^{(t/T)}|\psi(t)\rangle \\
i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Big(c_+(t)|\psi_+^{(t/T)}\rangle + c_-(t)|\psi_-^{(t/T)}\rangle\Big) &= E_+(t/T)c_+(t)|\psi_+^{(t/T)}\rangle + E_-(t/T)c_-(t)|\psi_-^{(t/T)}\rangle
\end{aligned} \tag{1-5.1}
$$

また、$|\psi_+^{(\lambda)}\rangle$ と $|\psi_-^{(\lambda)}\rangle$ が直交していることから

$$
|\psi_-^{(t/T)}\rangle = -\sin(\theta(\lambda))|1\rangle + \cos(\theta(\lambda))|2\rangle \tag{1-5.2}
$$

のように書ける。$|\psi_\pm^{(t/T)}\rangle$ の基底で書いた時間発展の式を $|1\rangle, |2\rangle$ の基底で書き直すと

$$
\begin{aligned}
&i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Big[\Big\{c_+(t)\cos(\theta(t/T)) - c_-(t)\sin(\theta(t/T))\Big\}|1\rangle + \Big\{c_+(t)\sin(\theta(t/T)) + c_-(t)\cos(\theta(t/T))\Big\}|2\rangle\Big] \\
&\quad = \Big\{E_+(t/T)c_+(t)\cos(\theta(t/T)) - E_-(t/T)c_-(t)\sin(\theta(t/T))\Big\}|1\rangle \\
&\qquad + \Big\{E_+(t/T)c_+(t)\sin(\theta(t/T)) + E_-(t/T)c_-(t)\cos(\theta(t/T))\Big\}|2\rangle
\end{aligned} \tag{1-5.3}
$$

これより各基底の成分を見ると

$$
\begin{aligned}
\Big(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - E_+(t/T)\Big)c_+(t)\cos(\theta(t/T)) - \Big(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - E_-(t/T)\Big)c_-(t)\sin(\theta(t/T)) &= 0 \\
\Big(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - E_+(t/T)\Big)c_+(t)\sin(\theta(t/T)) + \Big(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - E_-(t/T)\Big)c_-(t)\cos(\theta(t/T)) &= 0
\end{aligned} \tag{1-5.4}
$$

(ii)

一般の関数 $f(t)$ に対し、

$$
i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Big[f(t)e^{-\frac{i}{\hbar}\int_{-T}^{t}dt'E_\pm(t'/T)}\Big] = e^{-\frac{i}{\hbar}\int_{-T}^{t}dt'E_\pm(t'/T)}\Big[-i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + E_\pm(t/T)\Big]f(t) \tag{1-5.5}
$$

となるので、$f(t) = \tilde{c}_\pm(t)\cos(\theta(t/T)), \tilde{c}_\pm(t)\sin(\theta(t/T))$ として前問で得られた時間発展の式に入れると、

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t}\Big[\tilde{c}_+(t)\cos(\theta(t/T)) - \tilde{c}_-(t)\sin(\theta(t/T))\Big] &= 0 \\
\frac{\partial}{\partial t}\Big[\tilde{c}_+(t)\sin(\theta(t/T)) + \tilde{c}_-(t)\cos(\theta(t/T))\Big] &= 0
\end{aligned} \tag{1-5.6}
$$

1-6

外部パラメータ λ は磁場で、ゼーマン分裂によるエネルギー準位のシフトを表していると見える。ホッピング V によって二準位は結合性軌道と反結合性軌道になり、磁場を加えてもと 2 準位の上下を入れ替えたとしても、結合性軌道と反結合性軌道は設問 4 により交わることはなく、反結合性軌道はいつまでたっても反結合性軌道の対称性をもつといった感じか。

感想

その場で notation を把握しないといけないのが面倒な問題。

設問 6 でいろいろ与えられたものを使った説明は全く思いつかなかった。ナイーブに設問 5 の結果を使うとうまくいかない。設問 5 で得られた時間発展の式と与えられた初期条件より

$$\tilde{c}_+(t)\cos(\theta(t/T)) - \tilde{c}_-(t)\sin(\theta(t/T)) = \tilde{c}_+(-T)\cos(\theta(-1)) - \tilde{c}_-(-T)\sin(\theta(-1)) = 1$$
$$\tilde{c}_+(t)\sin(\theta(t/T)) + \tilde{c}_-(t)\cos(\theta(t/T)) = \tilde{c}_+(-T)\sin(\theta(-1)) + \tilde{c}_-(-T)\cos(\theta(-1)) = 0$$

これより

$$\tilde{c}_+(t) = \cos(\theta(t/T)), \quad \tilde{c}_-(t) = -\sin(\theta(t/T))$$

なので、$t = T$ では

$$\tilde{c}_+(T) = 0, \quad \tilde{c}_-(T) = 1$$

となって意図しない解が出てしまっている。

問題 2　統計力学: 理想気体

2-1

(i)

$$Z = \frac{1}{N!}\left[\frac{1}{(2\pi\hbar)^3}\int_V d^3r \int d^3p \, \exp\left(-\frac{\beta p^2}{2m}\right)\right]^N$$
$$= \frac{1}{N!}\left[V\left(\frac{mk_BT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}\right] \tag{2-1.1}$$

これより内部エネルギーは

$$V = -\frac{\partial}{\partial\beta}\ln Z = -\frac{\partial}{\partial\beta}\left[N\ln\frac{V}{N}\left(\frac{m}{2\pi\hbar^2\beta}\right)^{3/2} 2\right]$$
$$= \frac{3N}{2\beta} = \frac{3}{2}Nk_BT \tag{2-1.2}$$

(ii)

$$F = -k_BT\ln Z = -Nk_BT\ln\left[\frac{V}{N}\left(\frac{m}{2\pi\hbar^2\beta}\right)^{3/2} e\right]$$
$$p = -\frac{\partial F}{\partial V} = \frac{Nk_BT}{V} \tag{2-1.3}$$

(iii)

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T} = Nk_B\ln\left[\frac{V}{N}\left(\frac{mk_BT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e\right] + \frac{3}{2}Nk_B \tag{2-1.4}$$

なので

$$\Delta S(T_0, T_0/2) = S(T_0) - S(T_0/2) = Nk_B\ln 2 \tag{2-1.5}$$

2-2

(i)

大分配関数は

$$\Xi = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}\left[V\left(\frac{mk_BT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}\right]^n e^{\beta\mu n} = \exp\left[V\left(\frac{mk_BT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e^{\beta\mu}\right] \tag{2-2.1}$$

より、グランドポテンシャルは

$$J = -k_BT\ln\Xi = -Vk_BT\left[\left(\frac{mk_BT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e^{\beta\mu}\right] \tag{2-2.2}$$

となる。なので粒子数は

$$\langle N(T)\rangle = -\frac{\partial J}{\partial\mu} = V\left(\frac{mk_BT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e^{\beta\mu}$$
$$\frac{\langle N(T_1)\rangle}{\langle N(T_2)\rangle} = \frac{T_1^{3/2} e^{\mu/k_BT_1}}{T_2^{3/2} e^{\mu/k_BT_2}} \tag{2-2.3}$$

(ii)

圧力は

$$p = -\frac{\partial J}{\partial V} = -kB_T \left(\frac{mk_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e^{\beta\mu} \tag{2-2.4}$$

より、

$$\frac{\langle N(T)\rangle}{V} = \left(\frac{mk_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} e^{\beta\mu} = \frac{p}{k_B T} \tag{2-2.5}$$

2-3

(i)

$(n_x, n_y, n_z) = (1,1,1)$ の状態が基底状態なので、これのエネルギー E_0 は

$$E_0 = \frac{\pi^2}{2m}\frac{\hbar^2(1+1+1/4)}{L^2} = \frac{9\pi^2\hbar^2}{8mL^2} \tag{2-3.1}$$

である。第 1 励起状態は $(n_x, n_y, n_z) = (1,1,2)$ であるので、これのエネルギー E_1 は

$$E_1 = \frac{\pi^2}{2m}\frac{\hbar^2(1+1+1)}{L^2} = \frac{3\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \tag{2-3.2}$$

である。

(ii)

系が十分低温であるので分配関数を考えるときの状態は基底状態と第 1 励起状態だけを考えればよい。なので分配関数は

$$Z = \sum_{k=0}^{N} {}_N C_k e^{-(N-k)\beta E_0} e^{-k\beta E_1} = \left(e^{-\beta E_0} + e^{-\beta E_1}\right)^N \tag{2-3.3}$$

これより、内部エネルギーは

$$Z = -\frac{\partial}{\partial\beta}\ln Z = N\frac{E_0 e^{-\beta E_0} + E_1 e^{-\beta}}{e^{-\beta E_0} + e^{-\beta E_1}} = NE_0 + N\frac{E_1 - E_0}{1 + e^{\beta(E_1 - E_0)}} \tag{2-3.4}$$

となる。古典系とは違い、内部エネルギーは温度に比例せず基底状態のエネルギーに漸近していく。

(iii)

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = -k_B\beta^2\frac{\partial U}{\partial\beta} = Nk_B\left(\frac{(E_1 - E_0)/2k_B T}{\cosh(E_1 - E_0)/2k_B T}\right)^2 \tag{2-3.5}$$

2-4　(iv)

$$\delta S(T_0, T_0/2) = \int_{T_0/2}^{T_0}\frac{C_V(T)}{T}dT \simeq \frac{C_V(T_0/2)}{T_0/2}\left(T_0 - \frac{T_0}{2}\right) = C_V(T_0/2) \to 0 \qquad (T_0 \to 0) \tag{2-4.1}$$

古典的には $3N$ 次元位相空間の半径 $\sqrt{2mE}$ の球の表面積に比例する。これの対数をとったのがボルツマンエントロピーなので、ΔS は状態数の比の対数となる。実際状態を求めると

$$W(E)dE = \frac{a_d}{N!}\left[V\left(\frac{mE}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}\right]^N \frac{dE}{E} \tag{2-4.2}$$

となる。$E \propto T$ になることを使うと

$$\frac{W(T_0)}{W(T_0/2)} = 2^N$$
$$\Delta S(T_0, T_0/2) = Nk_B \ln 2 \tag{2-4.3}$$

同じ結果が得られる。

量子的に扱ったときの振る舞いは $T_0 \to 0$ とすると、ボース粒子がとれる状態は基底状態の 1 通りのみになる。なのでボルツマンエントロピーは

$$S = k_B \ln 1 = 0 \tag{2-4.4}$$

となる。このことから $T_0 \to 0$ の振る舞いがわかる。

感想

理想気体を古典・量子ともに、ミクロカノニカル分布・カノニカル分布・グランドカノニカル分布にして調べていく問題。よく短くまとめたなぁという感じた。最後の古典系でのボルツマンエントロピーが $\Delta S \propto Nk_B$ になるのは、これで十分な感じもするが、量子系みたいにもっと直感的で完結に説明できないものだろうかと思ってしまった。

問題 3　電磁気学: 電磁波の放射

3-1

スカラーポテンシャルは

$$\begin{aligned}\phi_0(\boldsymbol{r}) &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2 - rd\cos\theta + d^2/4}} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2 + rd\cos\theta + d^2/4}} \\ &\simeq \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(1 + \frac{d}{2r}\cos\theta\right) - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(1 - \frac{d}{2r}\cos\theta\right) \\ &= \frac{qd\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{p\cdot r}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \end{aligned} \tag{3-1.1}$$

これより静電場は

$$\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla}\phi_0(\boldsymbol{r}) = \frac{qd}{4\pi\varepsilon_0 r^3}(2\cos\theta\boldsymbol{e}_r + \sin\theta\boldsymbol{e}_r) \tag{3-1.2}$$

3-2

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = -\boldsymbol{\nabla}\phi(\boldsymbol{r},t) - \frac{\partial\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t}, \quad \boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) \tag{3-2.1}$$

3-3

まず、スカラーポテンシャルについて

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \boldsymbol{\nabla}\cdot\left(\boldsymbol{\nabla}\phi + \frac{\partial A}{\partial t}\right) &= -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \nabla^2\phi + \frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{A} &= -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \nabla^2\phi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} &= -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \end{aligned} \tag{3-3.1}$$

次に、ベクトルポテンシャルについて

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t} &= \mu_0\boldsymbol{j} \\ \boldsymbol{\nabla}\times(\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A}) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(-\boldsymbol{\nabla}\phi - \frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial t}\right) &= \mu_0\boldsymbol{j} \\ \boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{A}) - \nabla^2\boldsymbol{A} + \boldsymbol{\nabla}\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t}\right) + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{A}}{\partial t^2} &= \mu_0\boldsymbol{j} \\ \nabla^2\boldsymbol{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} &= -\mu_0\boldsymbol{j} \end{aligned} \tag{3-3.2}$$

3-4

電荷保存則より

$$\rho = \int j_z(\boldsymbol{r},t)dt = \frac{I_0}{i\omega}e^{i\omega t}\delta(x)\delta(y) \tag{3-4.1}$$

3-5

電磁波の放射で最も低次の放射は双極子放射で、これは設問 1 で見たように $1/r^2$ の依存性になるので、これより高次の $1/r^3$ といった項は適宜落としていきながら変形して行く。よってベクトルポテンシャルは

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) &= \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3\boldsymbol{r}'\,\frac{\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r}',t-\frac{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}{c})}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\\
A_z(\boldsymbol{r},t) &= \frac{\mu_0 I_0}{4\pi}e^{i\omega t}\int d^3\boldsymbol{r}'\,\frac{e^{-ik|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\\
&\simeq \frac{\mu_0 I_0}{4\pi}e^{i\omega t}\int d^3\boldsymbol{r}'\,\frac{e^{-ik\left(r-r'\cos\theta'\right)}}{r}\left(1+\frac{r'\cos\theta'}{r}\right)\delta(x)\delta(y)\\
&\simeq \frac{\mu_0 I_0}{4\pi}\frac{e^{i(\omega t-kr)}}{r}\int_{-d/2}^{d/2}dz'\,e^{ikz'} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\frac{e^{i(\omega t-kr)}}{kr}\sin\frac{kd}{2}\\
&\simeq \frac{\mu_0 I_0 d}{4\pi}\frac{e^{i(\omega t-kr)}}{r}\\
\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t) &= \frac{\mu_0 I_0 d}{4\pi}\frac{e^{i(\omega t-kr)}}{r}(\cos\theta\boldsymbol{e}_r-\sin\theta\boldsymbol{e}_\theta) \qquad (3\text{-}5.1)
\end{aligned}
$$

そして、r の次数を増やさないように磁場を求める。微分演算子をみると $\nabla = \boldsymbol{e}_r\partial_r + \boldsymbol{e}_\theta\frac{1}{r}\partial_\theta + \boldsymbol{e}_\varphi\frac{1}{r\sin\theta}\partial_\varphi$ となっていて、r 方向以外の微分は r の次数を増やすことがわかる。なので r 方向の微分だけに注目するの十分である。

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) &= \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r},t)\\
&\simeq \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{\mu_0 I_0 d}{4\pi}\frac{e^{i(\omega t-kr)}}{r}\right]\boldsymbol{e}_r\times(\cos\theta\boldsymbol{e}_r-\sin\theta\boldsymbol{e}_\theta)\\
&\simeq -i\frac{\mu_0 I_0 kd}{4\pi}\frac{e^{i(\omega t-kr)}}{r}\sin\theta\boldsymbol{e}_\varphi = -i\frac{\mu_0 I_0 d\omega}{4\pi c}\frac{e^{i(\omega t-kr)}}{r}\sin\theta\boldsymbol{e}_\varphi \qquad (3\text{-}5.2)
\end{aligned}
$$

となる。2 つ目の近似は考えているスケールでは分母の r はほぼ一定とみなして振動成分の微分だけ見るというものに対応する。次に電場は、r 付近に電流源はないので

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{c^2}\frac{\partial\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)}{\partial t} &= \boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t)\\
i\omega\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) &\simeq \boldsymbol{e}_r\times\boldsymbol{e}_\varphi\frac{\partial}{\partial r}\left[-i\frac{\mu_0 I_0 d\omega}{4\pi c}\frac{e^{i(\omega t-kr)}}{r}\sin\theta\right]\\
\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) &\simeq -i\frac{\mu_0 I_0 d\omega}{4\pi}\frac{e^{i(\omega t-kr)}}{r}\sin\theta\boldsymbol{e}_\theta \qquad (3\text{-}5.3)
\end{aligned}
$$

3-6

問題の指示に従わず、複素表示でポインティングベクトルを計算する。そのままだと実表示した電磁場の時間平均と同じ値にならず、同じ値にするには少し定義が変わって以下のように計算する。

$$
\boldsymbol{S} = \frac{1}{2\mu_0}\boldsymbol{E}^*\times\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{2c}\left(\frac{I_0 d\omega}{4\pi}\right)^2\frac{\sin^2\theta}{r^2}\boldsymbol{e}_r \qquad (3\text{-}6.1)
$$

3-7

感想

砂川理論電磁気とかジャクソン電磁気を読んだことあるかを聞かれてるのかと思った。この本だと計算がただただ面倒という印象しかなかったが、試験問題に収まるように設定を見直すと思ったより単純な計算で双極子放射を求められたので、勉強になった。

設問 5 以降の近似は、双極子放射なので影響は何もかも $1/r$ に依存して、$1/r^2$ より高次の項は 4 極子以上の放射であるので無視するというのが肝。