

問題 1 物性実験: X 線・前期量子論

1-1

知らないです……

1-2

エネルギーについて

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (1-2.1)$$

より、 K_α 線の持つエネルギーは

$$E = \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ Js} \times 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{0.72 \text{ \AA} \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 17.2 \text{ keV}. \quad (1-2.2)$$

周波数について、

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad (1-2.3)$$

より、 K_α 線の振動数は

$$\nu = \frac{3.0 \times 10^8 \text{ m/s}}{0.72 \text{ \AA}} = 6.25 \times 10^{18} \text{ Hz} \quad (1-2.4)$$

1-3

運動エネルギーとクーロンポテンシャルをあわせた電子のエネルギーは

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (1-3.1)$$

円運動していることから向心力は

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (1-3.2)$$

と表せるのでこれを使い、電子の全エネルギーの速度を半径で書き直すと

$$E = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r} \quad (1-3.3)$$

となる。

1-4

ボーアゾンマーフェルトの量子化条件により円運動の角運動量 $L = mvr$ は

$$nh = \oint d\theta L = 2\pi mvr \quad (1-4.1)$$

この式から r と v を消去するように整理すると

$$E_n = -\frac{e^4 m}{(4\pi\epsilon_0)^2 (\hbar/2\pi)^2} \frac{Z^2}{2n^2} = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{Z^2}{n^2} \quad (1-4.2)$$

となる。(大問 1 でやったのを流用できるし、何なら設問 6 に書いてある)

1-5

$\Delta E = h\nu$ より遷移した準位を $n_1 > n_2$ とすると

$$\begin{aligned}\nu &= \frac{me^4 Z^2}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \\ \sqrt{\nu} &= Z \sqrt{\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)}\end{aligned}\tag{1-5.1}$$

つまり $\sqrt{\nu}$ と Z は比例する。

1-6

設問 5 より、主量子数が 1 と 2 のエネルギー準位間の遷移の時の $\sqrt{\nu}$ と Z の比例定数は $1 \text{ Ry}^{1/2}$ の $\sqrt{3/4h}$ 倍になる。
いま、その傾きをグラフから求めると

$$\begin{aligned}1 \text{ Ry}^{1/2} \times \sqrt{\frac{3}{4h}} &= \frac{23-6}{47-13} \times 10^8 \text{ Hz}^{1/2} \\ 1 \text{ Ry} &= 2.2 \times 10^{-18} \text{ J} = 13.75 \text{ eV}\end{aligned}\tag{1-6.1}$$

1-7

感想

設問 1 で知らね～ってなるけど、それ以降はすごい簡単。