AK

直接输出即可

排序

sort即可，用冒泡等 $O(n^2)$ 的排序都放过了。

交替二进制串

最后的串只有 $"0101...", "1010...."$ 只有两种情况，枚举一下。

"47"数

尽量用 7 去构成的位数是最少的，显然是最小的。枚举下最多允许多少数量的 7 即可。

修剪树的叶子

dfs 跑一下

数组三分

从前往后枚举第一段的断点， 然后第二段的可行区域是单调右移的， 双指针维护这个可行区域即可。时间复杂度 $O(n)$

线段长度和

考虑相邻 $i,\ i+1$ 两点构成的线段的贡献为 $2*i*(n-i)$。 排个序扫一遍求和即可。 时间复杂度 $O(nlogn)$

最短子串

从前往后枚举子串的初始位置， 然后合法的末尾位置是单调往右移动的，所以时间复杂度 $O(n)$

赌徒输光问题

假设 f_i 为甲从 i 元之后输光的概率；那么有 $f_0 = 1$，$f_{a+b} = 0$。
转移的式子是:

$$f_i = p * f_{i+1} + (1-p) * f_{i-1}$$

答案是 f_a 。
如何求 f_a，对式子转化成差分的式子有 $f_{i+1} - f_i = \frac{1-p}{p}(f_i - f_{i-1})$；
令 $q = \frac{1-p}{p}$ ，有：
$f_2 - f_1 = q(f_1 - f_0)$
$f_3 - f_2 = q(f_2 - f_1)$
...
$f_n - f_{n-1} = q(f_{n-1} - f_{n-2})$
左右两边相乘有：$f_n - f_{n-1} = q^{n-1}(f_1 - f_0)$；
所以$(f_n - f_{n-1}) + (f_{n-1} - f_{n-2}) ... + (f_1 - f_0) = f_n - f_0 = \frac{(1-q^n)}{1-q}(f_1 - f_0)$，令$n = a + b$，即可求出 f_1，然后就可以去求f_a了。
注意要特判 $q = 1$ 的结果。

K-XOR

任意长度为 k 的段亦或和为 0。那么必满足 $a_x = a_{x+i*k}(1 \le x \le k;\ x + i * k \le n)$。
那么对前 k 个数的亦或结果进行 dp ，$dp[i][j]$ 表示前 i 个数亦或和为 j 最少改变的数字个数，答案是 $dp[k][0]$。
时间复杂度是 $O(k * 2^{11})$

城市游走

显然任意时刻 x 所在的城市连通块是一棵树。 那么假设 x 是树的根，也就是从树根出发进行随机游走回到树根本身的期望步数。
假设 f_u 是从 u 出发回到 u 父亲的期望步数，假设 u 的度为 d_u, 那么答案就是 $1 + \sum \frac{f_{son[x]}}{d_x}$ 。 ,转移方程为:

$$f_u = 1 + \sum \frac{f_{son[u]+f_u}}{d_u}$$

转化下即可得:

$$f_u = d_u + \sum f_{son[u]}$$

所以分析到 f_u 是 u 子树所有节点的度数之和 $\cancel{*2} + 1$。
所以答案是$1 + \frac{2(n-1)-dx}{d_x}$，即$\frac{2(n-1)}{d_x}$。
所以只要维护每个点的度和连通块大小即可。 并查集搞搞就行。

连接字符串的出现次数

后缀自动机，后缀数组，AC自动机都可以，不了解的可以去学习一下。