

《算法设计与分析》第3次作业

姓名: XXX

学号: XXXXXXXXX

题目1: 某公司生产长钢管, 然后将钢条切割成不同的长度拿去售卖。不同长度的钢管售价不一样。钢管的长度售价表如下:

长度 i (米)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
售价 P_i	1	5	8	9	10	17	17	20	24	30

Table 1: 钢管售价表

有一根长度为 n 的钢管, 请设计一个动态规划算法进行切割, 让公司的收益达到最大。注: 若长度为 n 英寸的钢条的价格 P_n 足够大, 最优解可能就是完全不需要切割。

注意: 请给出算法思路、递推方程及其解释, 并且分别运用自顶向下方法和自底向上的方法给出伪代码。

答:

题目2: 买卖股票的最佳时机简单版: 给定一个数组, 它的第 i 个元素是一支给定股票第 i 天的价格。如果你最多只允许完成一笔交易 (即买入和卖出一支股票一次), 设计一个算法来计算你所能获取的最大利润。注意: 你不能在买入股票前卖出股票。示例如下:

输入: [7,1,5,3,6,4]

输出: 5

解释: 在第 2 天 (股票价格 = 1) 的时候买入, 在第 5 天 (股票价格 = 6) 的时候卖出, 最大利润 = $6 - 1 = 5$ 。注意利润不能是 $7 - 1 = 6$, 因为卖出价格需要大于买入价格。请设计一个时间复杂度为 $O(n)$ 的算法。

注意: 若使用动态规划, 请给出算法思路、递推方程及其解释, 并用伪代码描述算法; 若不是使用动态规划, 请给出算法思路、并用伪代码描述算法。

答:

题目3: n 个作业 $1, 2, \dots, n$ 要在又 2 台机器 M_1 和 M_2 组成的流水线上完成加工。每个作业加工的顺序都是先在 M_1 上加工, 然后在 M_2 上加工。 M_1 和 M_2 加工作业 i 所需的时间分别为 a_i 和 b_i , $1 \leq i \leq n$ 。流水作业调度问题要求确定这 n 个作业的最优加工顺序, 使得从第一个作业在机器 M_1 上开始加工, 到最后一个作业在机器 M_2 上加工完成所需的时间最少。

直观上, 一个最优调度应使机器 M_1 没有空闲时间, 且机器 M_2 的空闲时间最少。在一般情况下, 机器 M_2 上会有机器空闲和作业积压两种情况。

设全部作业的集合 $N = 1, 2, \dots, n, S \subseteq N$ 是 N 的作业子集。在一般情况下，机器 M_1 开始加工 S 中作业时，机器 M_2 还在加工其他作业，要等时间 t 后才可利用。将这种情况下完成 S 中作业所需的最短时间记为 $T(S, t)$ 。流水作业调度问题的最优值为 $T(N, 0)$ 。

注意： 请认真阅读自学课本3.9节流水作业调度，完成以下任务：

- (1)给出课本中两种不同动态规划算法思路（递归式+基于Johnson原则）的伪代码（注意是伪代码，不是课本上的实现代码）
- (2)复现这两种思路，给出程序运行截图（要有输入，输出以及运行时间）
- (3)枚举 n ，记录运行时间并画出 n 与运行时间的关系图

答：

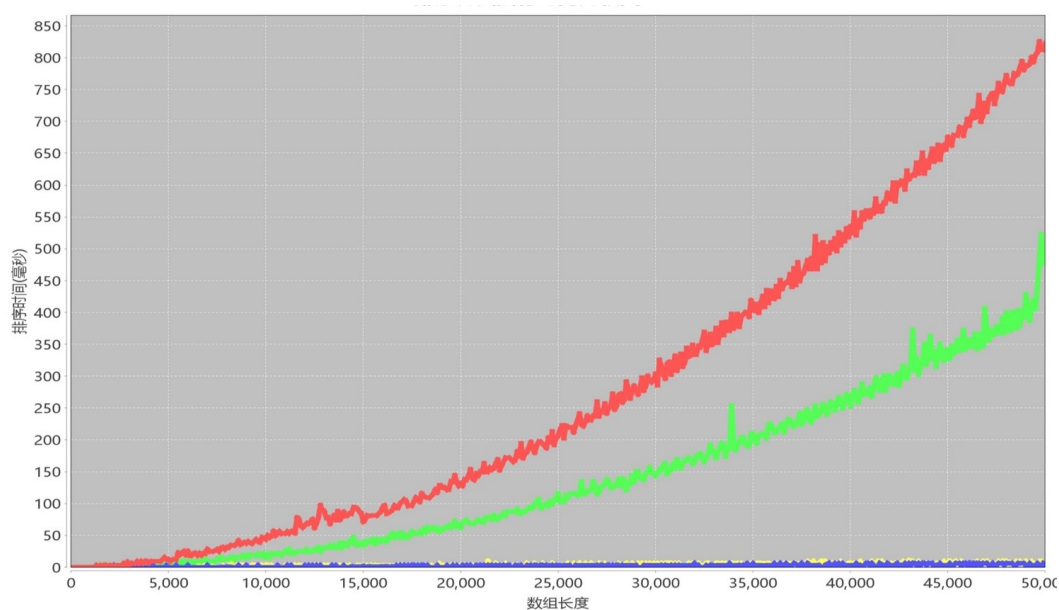


Figure 1: 画出 n 与运行时间的关系图(示例)