武汉大学教学实验报告

电子信息学院 通信工程 专业 2021 年 10 月 5 日

实验名称 周期信号的合成与分解 指导教师 卜方玲

姓名 周轩洋 年级 2019 学号 2019302120083 成绩

一、 预习部分 1. 实验目的 2. 实验基本原理 3. 主要仪器设备（含必要的元器件、工具）

1.实验验目的

1)在理论学习的基础上，通过本实验熟悉信号的合成、分解原理，了解信号频谱的含义，加深对傅里叶变换性质和作用的理解。

2)理解实际应用中通常采用有限项级数来逼近无限项级数，此时方均误差随项数的增加而减小。

3)观察并初步了解 Gibbs 现象。

4)深入理解周期信号的频谱特点，比较不同周期信号频谱的差异。

2．实验原理

根据傅里叶分析的原理，任何周期信号都可以用一组三角函数{sin(nwt);cos(nwt)}的组合表示，即:

$$f(t) = a_0 + a_1\cos(\omega_1 t) + b_1\sin(\omega_1 t) + \cdots + a_n\cos(n\omega_1 t) + b_n\sin(n\omega_1 t) + \cdots$$

$$= a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n\cos(n\omega_1 t) + b_n\sin(n\omega_1 t)]$$

即可以用一组正弦波和余弦波来合成任意形状的周期信号。

式中 n 为正整数；角频率 ω_1 由周期 T_1 决定：$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$。该式表明任何满足 Dirichlet 条件的周期信号都可以分解成直流分量及许多正弦、余弦分量。这些正弦、余弦分量的频率必定是基频 $f_1 = \frac{1}{T_1}$ 的整数倍。通常把频率为 f_1 的分量称为

基波，频率为nf_1的分量成为n次谐波。周期信号的频谱只会出现在0，ω_1，2ω_1，…，nω_1，…等离散的频率点上，这种频谱称为离散谱，是周期信号频谱的主要特点。f(t)波形变化越剧烈，所包含的高频分量的比重就越大；变化越平缓，所包含的低频分量的比重就越大。

一般来说，将周期信号分解得到的三角函数形式的傅里叶级数的项数是无限的。也就是说，通常只有无穷项的傅里叶级数才能与原函数精确相等。但在实际应用中，显然无法取至无穷多项，而只能采用有限项级数来逼近无穷项级数。而且，所取项数越多，有限项级数就越逼近原函数，原函数与有限项级数间的方均误差就越小，而且低次谐波分量的系数不会因为所取项数的增加而变化。当选取的傅里叶有限级数的项数越多，所合成的波形的峰起就越靠近 $f(t)$ 的不连续点。当所取得项数 N 很大时，该峰起值趋于一个常数，约等于总跳变值的 9%，这种现象称为 Gibbs 现象。

二、 实验操作部分

1. 实验数据、表格及数据处理

2. 实验操作过程（可用图表示）

3. 实验结论

1.方波的合成

方波信号可以分解为:

$$x(t)=\frac{2A}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\sin(2\pi nf_0t)\cdot\frac{1}{n},n=1,3,5,7,9,\cdots$$

此处令:A=3，f0=50Hz

则方波信号为:

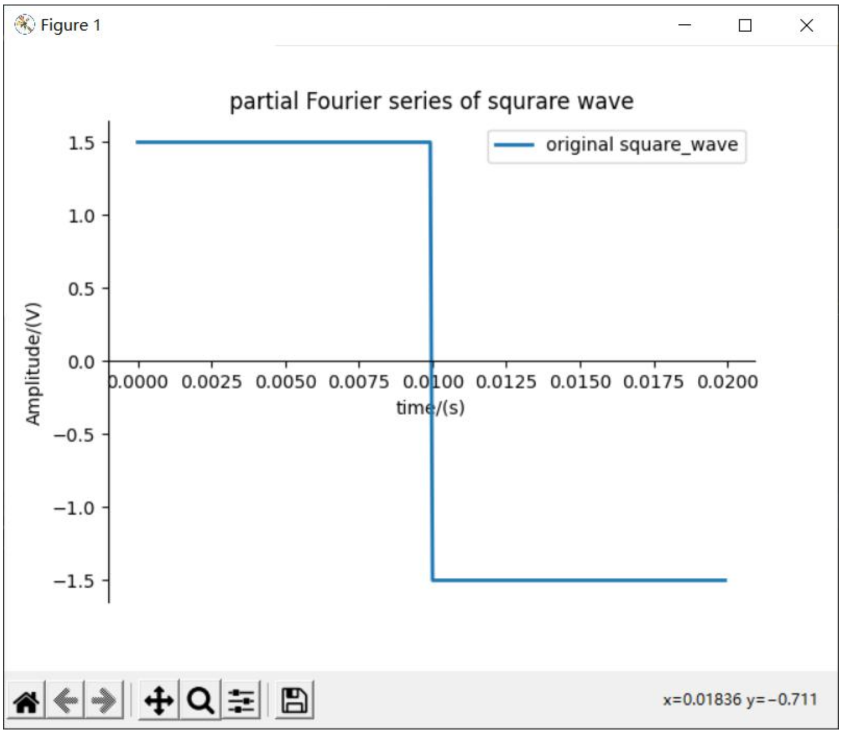

图 1. 1

（1） 画出基波分量 $y(t)=\frac{2A}{\pi}\sin(2\pi f_0 t)$。

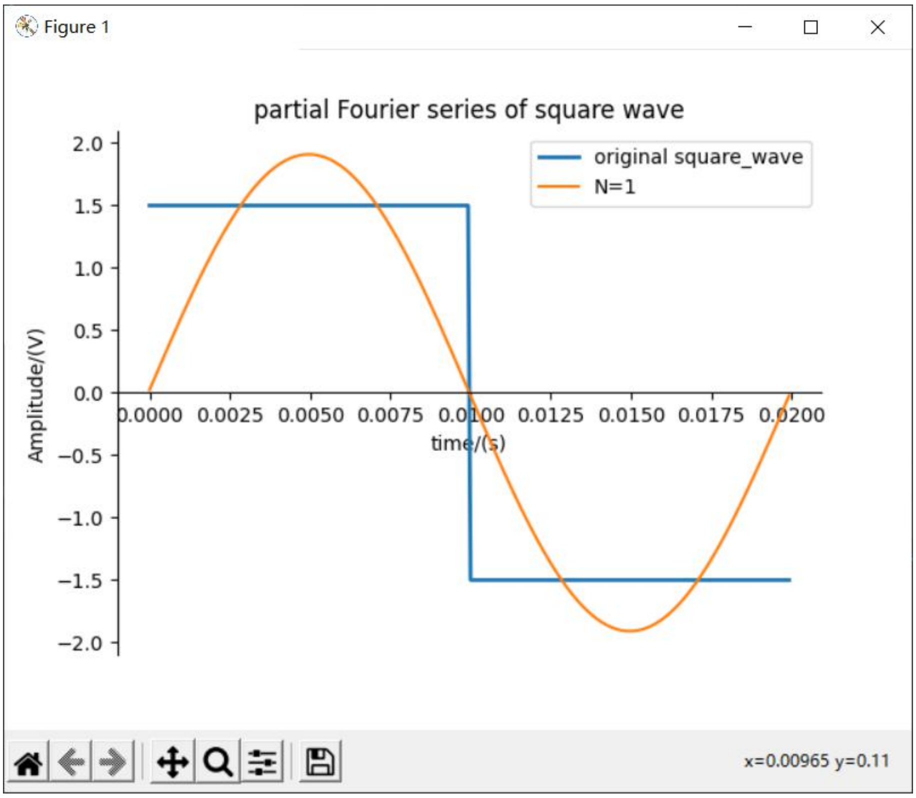

图 1.2

（2）将三次谐波加在基波上

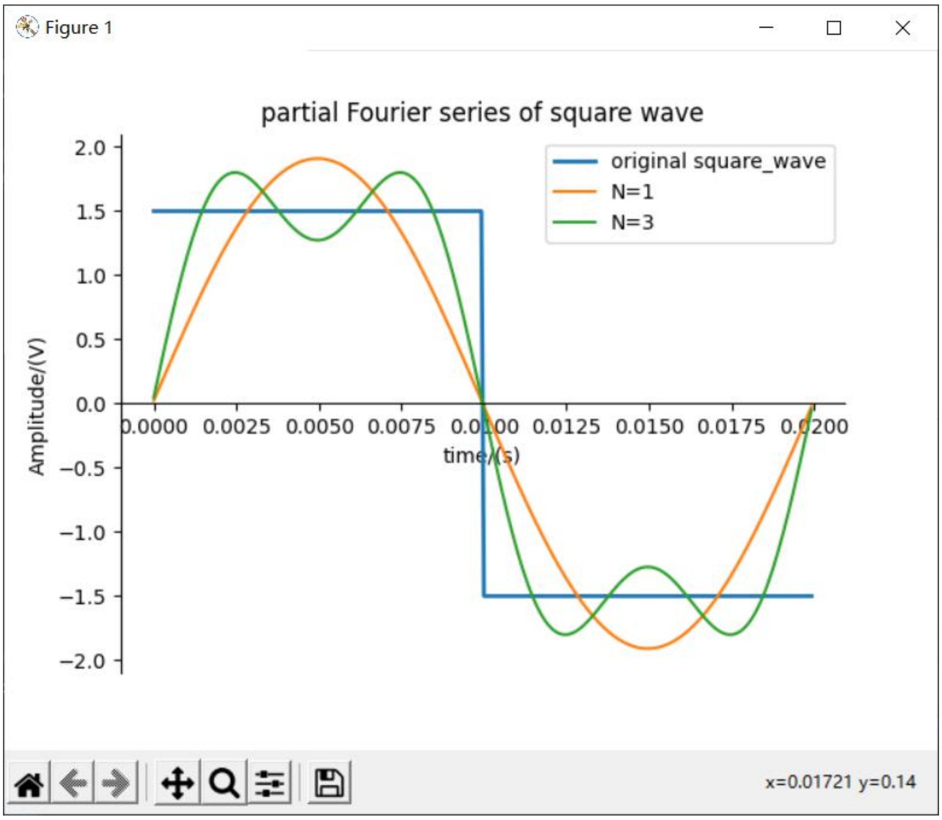

图 1.3

（3）依次将五次、七次、九次谐波画出

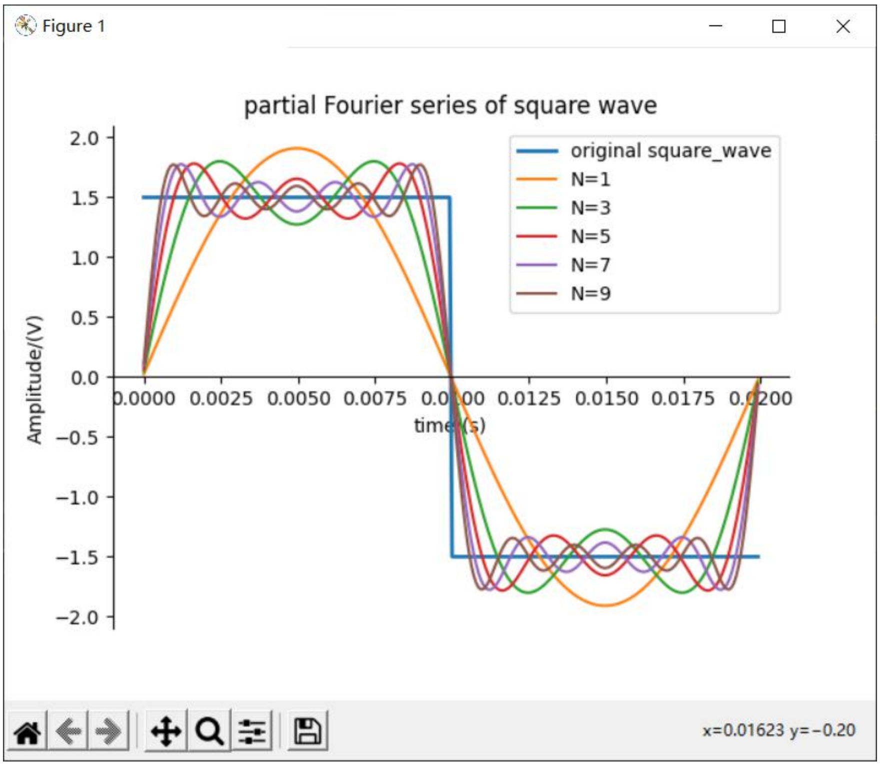

图 1.4

2. 三角波合成

三角波信号可分解为：

$$y(t)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4A}{(n\pi)^2}\sin(\frac{n\pi}{2})\sin(2\pi nf_0t)$$

此处令:A=3，f0=50Hz

则三角波信号为：

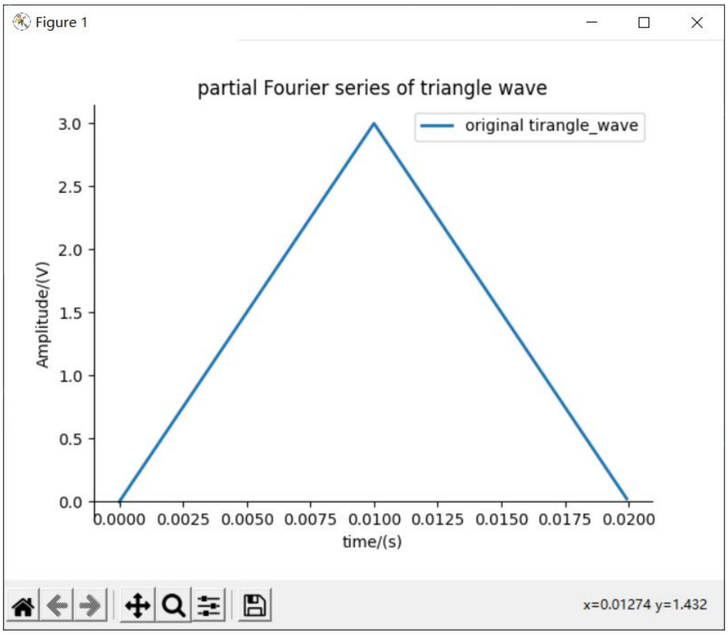

图 2.1

（1）画出基波

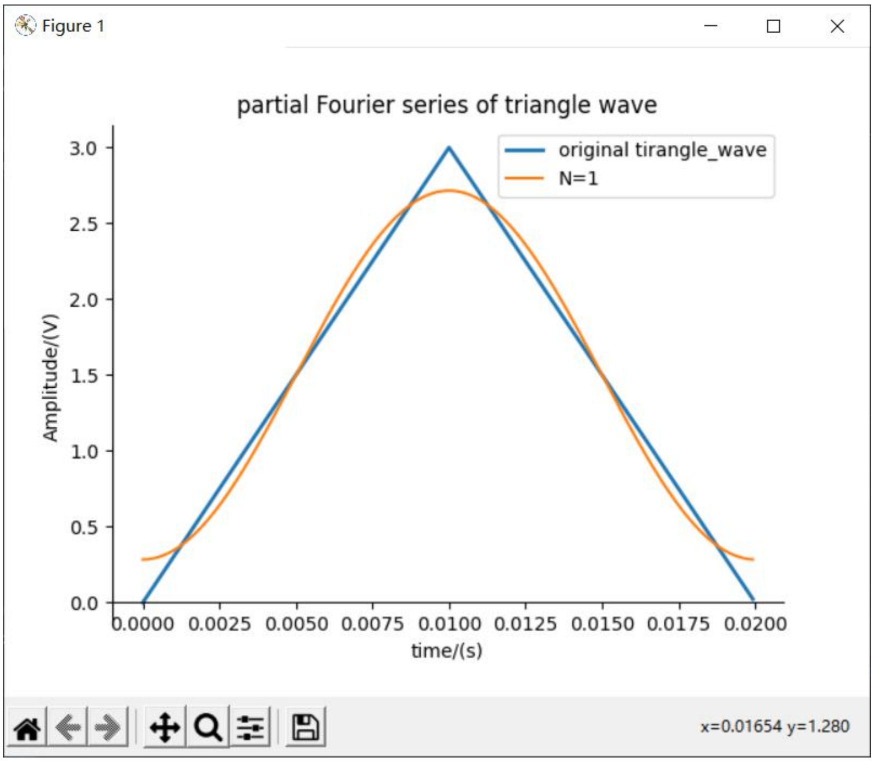

图 2.2

（2）将三次谐波加在基波上

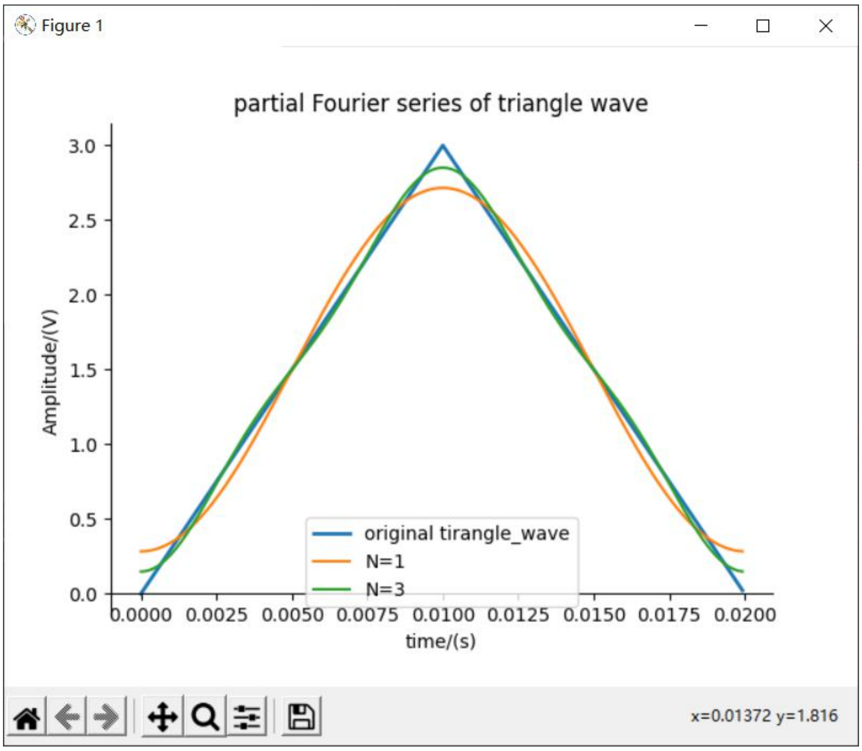

图 2.3

（3）依次将五次、七次、九次谐波画出

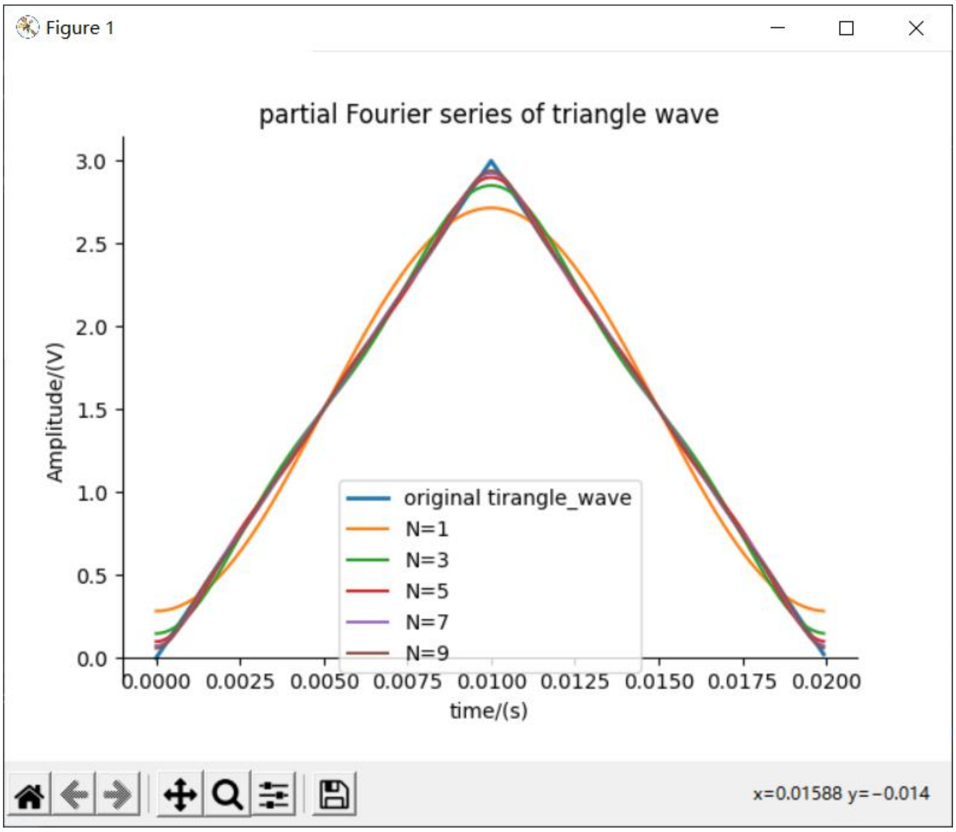

图 2.4

3.主要结论

1)任意周期信号都用一组三角函数信号无限逼近表示

2)用三角函数信号表示方波时有明显的吉布斯现象

3)谐波越多逼近程度越高

三、 实验效果分析（包括仪器设备等使用效果）

成功实现了对正弦信号、方波、三角波的合成，通过增加高次谐波，可以使逼近程度逐渐加高。实验过程中能较好得逼近正弦信号和三角波，但是逼近方波的过程中会有明显的吉布斯现象。

1、 Gibbs 现象是指：对于具有不连续点的波形，所取级数项数越多，近似波形的均方误差可以减小，但在不连续点处的峰起值不能减小，且峰起值趋近于跳变值的 9%。然而由于周期三角波信号没有不连续点，所以三角波不存在 Gibbs 现象。

2、 周期信号频谱的特点

图 1.1-图 1.4 反映了周期矩形信号 f(t)频谱的一些性质:

(1)离散性。频谱由频率离散而不连续的谱线组成，这种频谱称为离散频谱或线谱。周期信号的频谱只会出现在 0，ω_1，2ω_1，…，nω_1，…等离散的频率点上，这种频谱称为离散谱，是周期信号频谱的主要特点。f(t)波形变化越剧烈，所包含的高频分量的比重就越大；变化越平缓，所包含的低频分量的比重就越大。方波和三角波的频谱均只含奇谐分量，频谱只出现在ω_1，3ω_1，…，(2n-1)ω_1，…等离散的频率点上。

(2)谐波性。各次谐波分量的频率都是基波频率的整数倍，而且相邻谐波的频率间隔是均匀的，即谱线在频率轴上的位置是Ω的整数倍。

(3)对称性。偶函数的傅里叶级数中不会含有正弦项，只可能含有直流项和余弦项，因此相频图中各频率对应的相位均为零。奇函数的傅里叶级数中不会含有余弦项，只可能包含正弦项。

通过本实验加深了对傅里叶变换的理解，学会了用编程的方法实现对波形的合成与分解。

四、　教师评语
   指导教师　　　　　　　　　　年　　月　　日