

## 《概率与统计》内容总结与习题：数理统计的基本知识

课本例题、习题分类：

1. 统计量的计算：§5.2例1

2. 正态总体统计量的分布：§5.4例1-3；习题五5.7-5.9, 5.10-5.15, 5.17, 5.18

补充习题（本部分习题未涵盖本章的全部主要内容，仅为课本例题、习题的补充）：

1. 判断以下论述正确与否：

(1) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 都服从标准正态分布，则 $\sum_{i=1}^n X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ 服从 $n$ 个自由度的 $\chi^2$ 分布。

(2) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 相互独立，都服从标准正态分布，则 $\sum_{i=1}^n X_i^2 = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ 服从 $n$ 个自由度的 $\chi^2$ 分布。

(3) 设两个随机变量 $\xi \sim N(0, 1)$ ,  $\eta \sim \chi^2(n)$ ，则 $\frac{\xi}{\sqrt{\eta/n}}$ 服从具有 $n$ 个自由度的 $t$ 分布。

(4) 设两个随机变量 $\xi, \eta$ 相互独立，并且 $\xi \sim N(0, 1)$ ,  $\eta \sim \chi^2(n)$ ，则 $\frac{\xi}{\sqrt{\eta/n}}$ 服从具有 $n$ 个自由度的 $t$ 分布。

(5) 设随机变量 $\xi_i \sim \chi^2(n_i)$  ( $i = 1, 2$ )，则 $\frac{\xi_1/n_1}{\xi_2/n_2} \sim F(n_1, n_2)$ 。

(6) 设两个随机变量 $\xi_1, \xi_2$ 相互独立，并且 $\xi_i \sim \chi^2(n_i)$  ( $i = 1, 2$ )，则 $\frac{\xi_1/n_1}{\xi_2/n_2} \sim F(n_1, n_2)$ 。

2. 选择题

(1) 假设由来自总体 $X$ 的容量为10的简单随机样本，得样本均值 $\bar{X}$ 。已知 $EX = a$ ,  $DX = b$ ，则

(A)  $E\bar{X} = a$ ;      (B)  $E\bar{X} = 0.1a$ ;      (C)  $D\bar{X} = b$ ;      (D)  $D\bar{X} = 0.01b$ .

- (2) 设总体  $X \sim B(1, p)$ , 其中参数  $p \in (0, 1)$  未知.  $X_1, X_2, X_3$  是来自总体  $X$  的简单随机样本,  $\bar{X}$  为样本均值, 则下列选项中 不是 统计量的为

- (A)  $\min\{X_1, X_2, X_3\}$ ; (B)  $X_1 - (1 - p)\bar{X}$ ;  
(C)  $\max\{X_1, X_2, X_3\}$ ; (D)  $X_3 - 3\bar{X}$ .

- (3) 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  (期望  $EX$  未知) 的简单随机样本,  $\bar{X}$  为样本均值, 则下列选项中 不是 统计量的为

- (A)  $\min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ ; (B)  $\max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ ;  
(C)  $X_1 - EX_1$ ; (D)  $X_n - \bar{X}$ .

- (4) 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的简单随机样本,  $\bar{X}$  为样本均值,  $C$  为任意常数, 则

- (A)  $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - C)^2$ ; (B)  $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 > \sum_{i=1}^n (X_i - C)^2$ ;  
(C)  $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \leq \sum_{i=1}^n (X_i - C)^2$ ; (D)  $\sum_{i=1}^n (X_i - C)^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 - C^2$ .

- (5) 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自标准正态总体的简单随机样本,  $\bar{X}$  和  $S^2$  分别为样本均值和样本方差, 则

- (A)  $\bar{X}$  服从标准正态分布;  
(B)  $\sum_{i=1}^n X_i^2$  服从自由度为  $n - 1$  的  $\chi^2$  分布;  
(C)  $n\bar{X}$  服从标准正态分布;  
(D)  $(n - 1)S^2$  服从自由度为  $n - 1$  的  $\chi^2$  分布.

- (6) 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的简单随机样本,  $\bar{X}$  为样本均值, 记

$$\begin{aligned} S_1^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2; & S_2^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2; \\ S_3^2 &= \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2; & S_4^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2. \end{aligned}$$

则服从自由度为  $n-1$  的  $t$  分布的随机变量为

$$(A) T_1 = \frac{\bar{X} - \mu}{S_1/\sqrt{n-1}}; \quad (B) T_2 = \frac{\bar{X} - \mu}{S_2/\sqrt{n-1}};$$

$$(C) T_3 = \frac{\bar{X} - \mu}{S_3/\sqrt{n}}; \quad (D) T_4 = \frac{\bar{X} - \mu}{S_4/\sqrt{n}}.$$

(7) 设随机变量  $X \sim N(0, 1)$ ,  $Y \sim N(0, 1)$ , 则

$$(A) X + Y \text{ 服从正态分布}; \quad (B) X^2 + Y^2 \text{ 服从 } \chi^2 \text{ 分布};$$

$$(C) X^2/Y^2 \text{ 服从 } F \text{ 分布}; \quad (D) X^2 \text{ 与 } Y^2 \text{ 均服从 } \chi^2 \text{ 分布}.$$

(8) 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自标准正态总体的简单随机样本,  $\bar{X}$  和  $S^2$  分别为样本均值和样本方差, 则

$$(A) \bar{X} \sim N(0, 1); \quad (B) n\bar{X} \sim N(0, 1);$$

$$(C) \bar{X}/S \text{ 服从 } t \text{ 分布}; \quad (D) \sum_{i=1}^n X_i^2 \text{ 服从 } \chi^2 \text{ 分布}.$$

(9) 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自标准正态总体的简单随机样本,  $\bar{X}$  和  $S^2$  分别为样本均值和样本方差, 则

$$(A) \sum_{i=1}^n X_i^2 \text{ 服从自由度为 } n-1 \text{ 的 } \chi^2 \text{ 分布};$$

$$(B) nS^2 \text{ 服从自由度为 } n \text{ 的 } \chi^2 \text{ 分布};$$

$$(C) S^2 \text{ 服从自由度为 } n \text{ 的 } \chi^2 \text{ 分布};$$

$$(D) (n-1)S^2 \text{ 服从自由度为 } n-1 \text{ 的 } \chi^2 \text{ 分布}.$$

(10) 设随机变量  $X \sim N(0, 1)$ ,  $Y \sim N(0, 2)$ , 且相互独立, 则

$$(A) \frac{1}{3}X^2 + \frac{2}{3}Y^2 \text{ 服从 } \chi^2 \text{ 分布}; \quad (B) \frac{1}{2}X^2 + \frac{1}{2}Y^2 \text{ 服从 } \chi^2 \text{ 分布};$$

$$(C) \frac{1}{3}(X+Y)^2 \text{ 服从 } \chi^2 \text{ 分布}; \quad (D) \frac{1}{2}(X+Y)^2 \text{ 服从 } \chi^2 \text{ 分布}.$$

(11) 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自正态总体  $N(0, \sigma^2)$  的简单随机样本, 则服从  $F$  分布的统计量是

$$(A) \frac{X_1^2 + X_2^2 + X_3^2}{X_4^2 + X_5^2 + \dots + X_9^2}; \quad (B) \frac{X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2}{X_4^2 + X_5^2 + X_6^2 + X_7^2};$$

$$(C) \frac{X_1^2 + X_2^2 + X_3^2}{2(X_4^2 + X_5^2 + \dots + X_9^2)}; \quad (D) \frac{2(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2)}{X_4^2 + X_5^2 + \dots + X_9^2}.$$

## 3. 已知样本观测值为

8.1	8.2	8.0	7.9	7.8
-----	-----	-----	-----	-----

计算样本均值、样本方差与样本二阶中心矩的观测值。

## 4. 已知样本观测值为

46	60	40	39	50
----	----	----	----	----

计算样本均值、样本方差与样本二阶中心矩的观测值。

## 5. 已知样本观测值为

10.3	10.2	10.1	9.9	10.0	10.4	10.2	9.7
------	------	------	-----	------	------	------	-----

计算样本均值、样本方差与样本二阶中心矩的观测值。

## 6. 已知样本观测值为

15.8	24.2	14.5	17.4	13.2	20.8
17.9	19.1	21.0	18.5	16.4	22.6

计算样本均值、样本方差与样本二阶中心矩的观测值。