

# Chapter 2

## 随机变量及其分布

2.35 把三个球随机地投入三个盒子中去，每个球投入各个盒子的可能性是相同的。设随机变量 $X$ 及 $Y$ 分别表示投入第一个及第二个盒子中的球的个数，求二维随机变量 $(X, Y)$ 的随机变量联合概率分布及边缘概率分布。

2.36 10张卡片上分别写有数字 $0, 1, 2, \dots, 8, 9$ 。从这10张卡片中一次任取3张，设随机变量 $X$ 与 $Y$ 分别表示取出的3个数字中的最小值与最大值，求：

- (1) 二维随机变量 $(X, Y)$ 的联合概率分布；
- (2) 随机变量 $X$ 及 $Y$ 的边缘概率分布；
- (3) 随机变量 $X$ 在 $Y = 8$ 条件下的条件概率分布以及随机变量 $Y$ 在 $X = 2$ 条件下的条件概率分布。

2.37 设二维随机变量 $X, Y$ 在矩形域 $a \leq x \leq b, c \leq y \leq d$ 上服从均匀分布，求 $(X, Y)$ 的联合密度及边缘概率密度。随机变量 $X$ 与 $Y$ 是否独立？

2.38 设二维随机变量 $(X, Y)$ 的联合分布函数为

$$F(x, y) = A \left( B + \arctan \frac{x}{2} \right) \left( C + \arctan \frac{y}{3} \right).$$

求：

- (1) 系数 $A, B$ 及 $C$ ；

- (2)  $(X, Y)$  的联合概率密度;
- (3) 边缘分布函数及边缘概率密度, 随机变量  $X$  与  $Y$  是否独立?

2.39 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(2x+3y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

求:

- (1) 系数  $A$ ;
- (2)  $(X, Y)$  的联合分布函数;
- (3) 边缘概率密度;
- (4) 条件概率密度;
- (5)  $(X, Y)$  落在区域  $R: x > 0, y > 0, 2x + 3y < 6$  内的概率。

2.41 设随机变量  $X$  与  $Y$  独立,  $X$  在区间  $[0, 2]$  上服从均匀分布,  $Y$  服从指数分布  $e(2)$ , 求:

- (1) 二维随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度;
- (2) 概率  $P\{X \leq Y\}$ 。

2.43 设随机变量  $X$  与  $Y$  独立, 其概率密度分别为

$$f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0, \\ 0, & y \leq 0. \end{cases}$$

求随机变量  $Z = X + Y$  的概率密度。

2.47 设随机变量 $(X, Y)$ 的联合概率分布为

$X \backslash Y$	0	1	2	3	4	5
0	0	0.01	0.03	0.05	0.07	0.09
1	0.01	0.02	0.04	0.05	0.06	0.08
2	0.01	0.03	0.05	0.05	0.05	0.06
3	0.01	0.02	0.04	0.06	0.06	0.05

求：

(1)  $U = \max(X, Y)$ 的概率分布；

(2)  $V = \min(X, Y)$ 的概率分布；

(3)  $W = X + Y$ 的概率分布。

2.48 电子仪器由六个相互独立的部件 $L_{ij}$  ( $i = 1, 2; j = 1, 2, 3$ )组成，链接方式如图2.31所示。设各个部件的使用寿命 $X_{ij}$ 服从相同的指数分布 $e(\lambda)$ ，求仪器使用寿命的概率密度。