Chapter 6

参数估计

6.2 设总体X服从几何分布，概率函数为

$$p(x;p) = p(1-p)^{1-x}, \quad x = 1, 2, 3, \cdots..$$

如果取得样本观测值为$x_1, x_2, \cdots, x_n$，求参数p的矩估计值与最大似然估计值。

6.3 设总体X的概率密度为

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它}, \end{cases}$$

其中$\theta > 0$。如果取得样本观测值为$x_1, x_2, \cdots, x_n$，求参数θ的矩估计值与最大似然估计值。

6.5 设总体X服从Γ分布，概率密度为

$$f(x;\lambda) = \begin{cases} \dfrac{1}{\lambda^2} x e^{-x/\lambda}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$$

其中参数$\lambda > 0$。已知$X_1, X_2, \cdots, X_n$为取自总体X的一组样本，

(1) 求参数λ的最大似然估计值；

(2) 你得到的估计量是不是λ的无偏估计量？请说明理由。

6.9 设总体X服从指数分布$e(\frac{1}{\lambda})$，其中$\lambda > 0$，抽取样本$X_1, X_2, \cdots, X_n$，证明：

(1) 虽然样本均值$\overline{X}$是λ的无偏估计量，但$\overline{X}^2$却不是λ^2的无偏估计量；

(2) 统计量$\frac{n}{n+1}\overline{X}^2$是$\lambda^2$ 的无偏估计量。

6.11 从总体X中抽取样本$X_1, X_2, \cdots, X_n$，设$c_1, c_2, \cdots, c_n$为常数，且$\sum\limits_{i=1}^{n} c_i = 1$，证明：

(1) $\widehat{\mu} = \sum\limits_{i=1}^{n} c_i X_i$是总体均值$\mu$的无偏估计量；

(2) 在所有这些无偏估计量$\hat{\mu} = \sum\limits_{i=1}^{n} c_i X_i$ 中，样本均值$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} X_i$的方差最小。

6.13 某工厂生产滚珠，从某日生产的产品中随机抽取9个，测得直径（单位：mm）如下：

14.6	14.7	15.1	14.9	14.8	15.0	15.1	15.2	14.8

设滚珠直径服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$，求直径均值μ的置信水平为0.95的置信区间，如果

(1) 已知直径标准差$\sigma = 0.15$；

(2) 未知σ。

6.14 设总体X服从整天分布$N(\mu, \sigma_0^2)$，其中σ_0为已知数。需要抽取容量n为多大的样本，才能使总体均值μ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间的长度不大于l?

6.16 测得16个零件的长度（单位：mm）如下：

12.15	12.12	12.01	12.08	12.09	12.16	12.03	12.01
12.06	12.13	12.07	12.11	12.08	12.01	12.03	12.06

设零件长度服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$，求零件长度的标准差σ的置信水平为0.99的置信区间，如果

(1) 已知零件长度的均值$\mu = 12.08$；

(2) 未知μ。

6.17 进行30次独立测试，测得零件加工时间（单位：s）的样本均值$\bar{x} = 5.5$，样本标准差$s = 1.7$。设零件加工时间服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$，求零件加工时间的均值μ及标准差σ 的置信水平为0.95的置信区间。

6.18 两批导线，从第一批中抽取4根，从第二批中抽取5根，测得其电阻（单位：Ω）如下：

第一批导线：	0.143	0.142	0.143	0.137	
第二批导线：	0.140	0.142	0.136	0.138	0.140

设这两批导线的电阻分别服从正态分布$N(\mu_1, \sigma_1^2)$及$N(\mu_2, \sigma_2^2)$，其中μ_1, μ_2及σ_1, σ_2都是未知参数，求这两批导线电阻的均值差$\mu_1 - \mu_2$（假定$\sigma_1 = \sigma_2$）及方差比$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$的置信水平为0.95的置信区间。

6.23 从汽车轮胎厂生产的某种轮胎中抽取10个样品进行磨损试验，直至轮胎行驶到磨坏为止，测得它们的行驶路程（单位：km）如下：

41250	41010	42650	38970	40200
42550	43500	40400	41870	39800

设汽车轮胎行驶路程服从正态分布$N(\mu, \sigma^2)$，求：

(1) μ的置信水平为0.95的单侧置信下限；

(2) σ的置信水平为0.95的单侧置信上限。