综论

中国数学发展之我见

(美) 哈佛大学 丘成桐

我们要找到自己的发展方向,又要了解其他的发展方向。

我希望学工程的人花一点时间在纯数学上去,我想打破门户之见 是目前最重要的问题。

我们要谈中国数学的未来发展,就要先看一下我们的过去。我们中国人习惯于讲自己很了不起,事实上,中国古代数学主要贡献在计算及其实用化,我们算圆周率算得位数很高,但是对数学理论没有系统化的研究,基本上抗拒几何学的逻辑结构和发展抽象代数。在我看来,它们在中国从来没有生过根。我们对传统的科学有不合理的热爱,结果不能接受新的观念,也不能对应用数学做出贡献。虽然我们对应用数学有疯狂的热情,但由于我们不愿意学习基本的、系统化的数学理论,结果对应用数学也不能做出伟大的贡献。

中国近代数学能超越西方或与之并驾弃驱的主要原因有三个,当然我不是说其他工作不存在,主要是讲能够在数学历史上很出名的有三个:一个是陈省身教授在示性类方面的工作,一个是华罗庚在多复变函数方面的工作,一个是冯康在有限元计算方面的工作。我为什么单讲华先生在多复变函数方面的工作,这是我个人的偏见。华先生在数论方面的贡献是大的,可是华先生在数论方面的工作不能左右全世界在数论方面的发展,他在这方面的工作基本上是从外面引进来的观点和方法。可是他在多复变函数方面的贡献比西方至少早了10年,海外的数学家都很尊重华先生在这方面的成就。所以,我们一定要找自己的方向,我想这是一个很重要的看法。我们要从数学的根本上找研究方向,我们近20年来基本上跟随外国的潮流。我们没有把基本的想法搞清楚,所以始终达不到当年陈先生、华先生和冯先生他们的工作成就。我想我们一定要找自己的方向,可是我们在很多方面的知识还是很缺乏。我们一定要在了解了其他方面的发展后才能发展自己的方向。所以一方面要发展自己的方向,一方面要了解其他的发展方向。

分析方面我以为非线性微分方程是主要方向,可是为了研究非线性方程,对线性方程和 古典的调和分析基础一定要打好。当然特殊函数、傅里叶分析都是主要工具。可是非线性方 程不宜做太一般的研究,一定要与微分几何、物理学以及其他自然科学相结合,由大自然指 导我们研究。双曲型方程无论线性、非线性都值得发展,我们要发展自己的特色。中国这十 多年在守恒定律、空气动力学方面有一定的成就,可是在高维空间没有贡献。不仅中国没有 贡献,而且全世界也没有贡献。从数学分析上讲,高维空间的动力系统很明显与几何有密切 联系,因为维数大了的话,有几何的意义在里面,当然张量分析是研究高维空间的重要工具。 椭圆型方程的奇异点问题也值得深入研究。

离散化的动力系统和离散组合数学在应用科学方向起着很大的作用,它们的发展应该与上述的非线性方程理论平行。近代自动化系统的研究和金融数学都有很值得研究的随机性方程。

从基本粒子方程推导流体力学方程是很有意义的一门学问,流体力学中的奇异点问题和 湍流的研究将是未来一个很具挑战性的数学问题。

几何方面我们其实有很多方面可以做研究的,如:爱因斯坦方程的深入研究、极小化流形、规范场等。几何研究方面的重要突破需要深入的存在性定理。三维空间和四维空间的深入理论和方程的存在性理论有密切的关系。同时,古典中的刚性问题、嵌入问题、曲面的构造问题都与工程学息息相关,很值得研究。

代数方面以代数几何、数论为主。Hodge 猜测是主要的研究对象,其与矢量丛的关系也值得研究。另外,由弦理论引起的代数和数论问题也值得研究,统一场论将会做成数学的大一统,很值得注意。

数论方面以 Langlands 理论和算术几何为主要方向。

最后,我再讲几句话。我前面讲的主要与物理有关,其实,实际工作中很多问题跟我们纯数学有很大关系。举个例子讲,我最近遇见几个曾是清华大学的学生,他们现在在哈佛念工程专业。他们跑来和我谈计算几何方面的问题。如把图像运动表示出来等。我发现这些学生由于念工程的缘故,在微分几何方面没有得到完全培训,其实主要问题都是古典的几何问题。念工程的学生没有得到基本的训练,他们对很多问题没有办法了解,这是一个不幸的情景。在本科时应该让他们把一些基本课程练好,很明显这和以后有关。作一个图形表示问题是很明显和古典微分几何有关,可是没有学好。所以,我希望学工程的人花一点时间在纯数学上去,我想打破门户之见是目前最重要的问题。

(原载《中国科学报》, 1998.3.11"进展"专栏)

作者简介 丘成桐、美国哈佛大学教授。1949年4月4日出生于广东汕头、后随家庭移居香港、小学和中学教育都是那里完成的。在香港中文大学就读来毕业赴美深造、获加州大学柏克莱分校博士学位。论文题目是《关于非正曲率的紧致流形的基本群》(1971年6月),指导老师是陈省身教授。丘成桐曾先后在普林斯顿高等研究院、纽约州立大学及斯坦福大学执教。1982年获得著名的菲尔兹奖、这是在4年一度的国际教学家大会上颁发、被誉为"数学的诺贝尔奖"的国际大奖,他是第一位获此殊荣的中国人。此前,1981年他曾获美国数学会颁发的维布伦奖。70年代末期、他与舍恩应用微分几何方法、构造极小曲面、运用了非线性方程的技巧,成功地证明了爱因斯坦的正质量猜想、并因此获得1994年的克雷福德(Craford)奖。该奖是80年代初由瑞典银行家克雷福德捐资、对诺贝尔奖未曾涉及的数学、天文学等6个学科进行奖励、每年评选其中一个学科。由负责评定诺贝尔奖的瑞典皇家科学院组织评定、奖金数额与诺贝尔奖相同、因此被国际上视为数学等学科的诺贝尔奖。

丘成桐教授是美国国家科学院院士、中国科学院外籍院士。他对国内数学事业的发展与人才培养十分关心, 曾多次回国讲学, 并培养了大批中国留学生。1995年, 他在参加中国数学会 60 周年年会并接受外籍院士证书时, 曾说自己在美 20 年时间没有入籍,"到了 91 年因为发生了车祸的事情, 没办法入了美国籍。"又说:"无论在什么情况下, 我还是把自己看作是中国籍的人士; ……我们作数学是求真的一门学问, 所以我觉得我有资格提供国内数学发展的意见。"拳拳之心, 溢于言表。

(赵馳)