学生答案不要超过此线

一. 判断：1. √　2. ×　3. ×　4. √　5. √
6. ×　7. √　8. ×

二. 1. B　2. A　3. A　4. D　5. C.
6. A　7. D.

三. 1. $A\bar{B}\bar{C}+\bar{A}B\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C$.

2. $P(A)=0.6$. ~~$P(AB)=P(A)+P(B)$~~. A.B对立. $P(B)=0.4$.

3. $cov(X,Y)=E(X\cdot Y)-E(X)E(Y)=-0.08$.

4. ~~$p=\frac{3}{4}, n=$~~ $p=\frac{1}{5}, n=100$.

5. $P(2\leq X\leq 17)=0.6687$.

6. 近似服从正态分布.

7. $\alpha=$

8. $Z\sim(2,8)$. $f_Z(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{8}}\cdot e^{-\frac{(z-2)^2}{2\cdot 8}}=\frac{1}{4\sqrt{\pi}}e^{-\frac{(z-2)^2}{16}}$. $(-\infty<z<+\infty)$

四. 1. (1) 第一台出现合格品：0.98. 第二台合格品：0.96.
$P(\text{任意取出零件是合格品})=\frac{0.98\times 3+0.96}{4}=0.975$.

(2) 任意取出零件为废品记为A事件. 是第一台车床加工的为B事件.
要求 $p(B|A)$. 已知 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}$. 已知 $P(A)=1-0.975=0.025$.
而 $P(AB)=\frac{3}{4}\times 0.02$. 故 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=0.6$. 是第一台加工的概率为0.6.

学生答案不要超过此线

X、Y联合概率密度如下图：

2.(1)

X \ Y	0	1	2
0	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$
1	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{5}$	0

$P(X=0,Y=0)=\frac{C_2^2}{C_6^2}=\frac{1}{15}$

$P(X=0,Y=1)=\frac{C_3^1\cdot C_2^1}{15}=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$.

$P(X=0,Y=2)=\frac{C_3^2}{C_6^2}=\frac{1}{5}$.

$P(X=1,Y=0)=\frac{2}{15}$.

(2)

Y	0	1	2
P(Y)	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

Y的边缘分布如左图.

(3) 要求 $P(Y=y_i|X=1)$. $y_i=0,1$.

$P(Y=0|X=1)=\frac{P(X=1,Y=0)}{P(X=1)}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{1}{3}}=\frac{2}{5}$.

$P(Y=1|X=1)=\frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}}=\frac{3}{5}$.

Y的条件分布为：

Y	0	1
$P(Y=y_i\|X=1)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$

3. 已知 $\mu=15.02mm$, $\sigma^2=0.15^2$. 故 $\alpha=0.05$ 的置信区间为

$(\bar{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot u_{\frac{\alpha}{2}}, \bar{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot u_{\frac{\alpha}{2}})$. 其中 $u_{0.025}=1.96$.

故 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot u_{\frac{\alpha}{2}}=\frac{0.15}{3}\times 1.96=0.098$

所以 μ 置信水平为0.95置信区间为 $(14.92, 15.12)$ (mm).

4. 已知 $\mu=50.1kg$. $s=0.3$. 检验假设 $H_0:\mu=50 \longleftrightarrow H_1:\mu\neq 50$.

检验 $T=\frac{\mu-\mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$ 在原假设成立条件下服从 $t(n-1)$ 分布.

拒绝域 $|T|\geq t_8(\frac{\alpha}{2})=t_8(0.025)=2.31$.

又: $|T|=\left|\frac{50.1-50}{\frac{0.3}{\sqrt{9}}}\right|=\left|\frac{0.1}{0.1}\right|=1<2.31$ 故接受原假设、可以为平均质量50kg.

学生答案不要超过此线

5. (1) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \Rightarrow \int_0^1 cx\,dx = 1 \Rightarrow c=2.$

故 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x\in[0,1]. \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$

(2) $P(X\le 0.5) = F(\overset{0.5}{\cancel{x\le 0.5}}) - F(-\infty)$

由 $f(x)$ 得 $F(x) = \begin{cases} x^2, & x\in[0,1] \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$

$\therefore P(X\le 0.5) = \cancel{\int_{-\infty}^{0.5} x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{0.5}} = F(0.5) - 0 = 0.25.$

(3) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = F(x).$

故 $F(x) = \begin{cases} x^2, & x\in[0,1]. \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$

6. (1) $f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta^2} x e^{-\frac{x}{\theta}}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$. 故似然函数为 $L(\theta) = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\theta^2} x_i e^{\frac{x_i}{\theta}}\right)$

取对数：$\ln L(\theta) = \ln \frac{1}{\theta^{2n}}\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)\cdot e^{-\frac{n\bar{x}}{\theta}} = -2n\ln\theta - \frac{n\bar{x}}{\theta} + \sum_{i=1}^{n}\ln x_i.$

对 θ 求导且令导为 0，得 $\frac{d(\ln L(\theta))}{d\theta} = -\frac{2n}{\theta} + \frac{n\bar{x}}{\theta^2} = 0 \Rightarrow \theta^* = \frac{\bar{X}}{2}.$

故 θ 的最大似然估计值为 $\theta^* = \frac{\bar{X}}{2}.$

(2) $E(X) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{\theta^2} x^2 e^{-\frac{x}{\theta}} dx$，令 $\frac{x}{\theta} = t \Rightarrow \frac{dx}{\theta} = dt$ 得

$= \theta \int_0^{+\infty} t^2 e^{-t} dt = \theta\Gamma(3) = 2\theta.$

故 $E(\lambda^*) = \frac{1}{2}E(\bar{X}) = \theta$. 故 λ^* 是 λ 的无偏估计量.

学生答案不要超过此线

五. proof:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-x}, & x\geq 0.\\ \frac{1}{2}e^{x}, & x<0.\end{cases}$$