

# Chapter 2

## 随机变量及其分布

2.1 一盒中有6个编有号码的球，其中2号球两个，1,3,4,5号球各一个。现从盒中任取3个球，求所取3个球的最大号码的概率分布。

2.3 一批零件中有9个合格品与3个废品，安装机器时从这批零件中任取1个。如果每次取出的废品不再放回去，求在取得合格品以前已取出的废品数的概率分布。

2.5 已知一批产品共20个，其中有4个次品。

(1) 不放回抽样，抽取6个产品，求样品中次品数的概率分布；

(2) 放回抽样，抽取6个产品，求样品中次品数的概率分布。

2.7 进行8次独立射击，设每次射击击中目标的概率为0.3。

(1) 击中几次的可能性最大？并求相应的概率；

(2) 求至少击中2次的概率。

2.11 某保险公司的一个寿险项目的保险合同规定：投保人在投保时交保险费150元；如果投保人在投保之日起一年内死亡（不论原因），则其保险受益人可以从保险公司获得5万元保险赔偿。假设共有2000人投保了该项保险，且每个投保人在保险期内死亡的概率为0.001，求

(1) 保险公司在该保险项目中至少获利10万元的概率;

(2) 保险公司在该保险项目中亏损的概率。

2.12 (帕斯卡(Pascal)分布) 设事件 $A$ 在每次试验中发生的概率为 $p$ , 进行重复独立试验, 直到事件 $A$ 发生 $r$ 次时为止。求需要进行的试验总次数的概率分布。当 $r = 1$ 时, 是什么分布?

2.14 求习题2.3中取出的废品数的分布函数, 并作出分布函数的图形。

2.16 (柯西(Cauchy)分布) 设连续随机变量 $X$ 的分布函数为

$$F(x) = A + B \arctan x, \quad -\infty < x < +\infty.$$

求:

(1) 系数 $A$ 及 $B$ ;

(2) 随机变量 $X$ 落在区间 $(-1, 1)$ 内的概率;

(3) 随机变量 $X$ 的概率密度。

2.18 设随机变量 $X$ 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{A}{\sqrt{1-x^2}}, & |x| < 1, \\ 0, & |x| \geq 1. \end{cases}$$

求:

(1) 系数 $A$ ;

(2) 随机变量 $X$ 落在区间 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 内的概率;

(3) 随机变量 $X$ 的分布函数。

2.19 (拉普拉斯(Laplace)分布) 设随机变量 $X$ 的概率密度为

$$f(x) = Ae^{-|x|}, \quad -\infty < x < +\infty.$$

求:

- (1) 系数 $A$ ;
- (2) 随机变量 $X$ 落在区间 $(0, 1)$ 内的概率;
- (3) 随机变量 $X$ 的分布函数。

2.21 已知连续型随机变量 $X$ 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} c+x, & x \in [-1, 0), \\ c-x, & x \in [0, 1], \\ 0 & |x| > 1. \end{cases}$$

求(1) 常数 $c$ ; (2) 概率 $P\{|X| \leq 0.5\}$ ; (3)  $X$ 的分布函数 $F(x)$ 。

2.23 公共汽车站每隔5min有一辆汽车通过, 乘客到达汽车站的任一时刻是等可能的。

求乘客候车时间不超过3min的概率。

2.25 (2) 设某电子仪器的使用年数 $X$ 服从指数分布 $e(0.1)$ , 某人买了一台旧电子仪器,

求还能使用5年以上的概率。

2.26 设随机变量 $X$ 服从二项分布 $B(3, 0.4)$ , 求下列随机变量函数的概率分布:

- (1)  $Y_1 = X^2$ ;
- (3)  $Y_3 = \frac{X(3-X)}{2}$ 。

2.27 设随机变量 $X$ 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

求下列随机变量函数的概率密度:

$$(2) Y_2 = 1 - X.$$

2.28 设随机变量 $X$ 的概率密度为

$$f(y) = \begin{cases} \frac{2}{\pi(x^2 + 1)}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

求随机变量函数 $Y = \ln X$ 的概率密度。

2.32 点随机地落在中心在原点、半径为 $R$ 的圆周上，并且对弧长是均匀分布的，求这点的横坐标的概率密度。