

Chapter 5

数理统计的基本知识

5.9 设 X_1, X_2, \dots, X_5 是来自正态总体 $N(0, 2^2)$ 的简单随机样本, 求统计量

$$Y = \frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{10}^2}{2(X_{11}^2 + X_{12}^2 + \dots + X_{15}^2)}$$

所服从的概率分布。

5.10 设总体 $X \sim N(40, 5^2)$,

- (1) 抽取容量为36的样本, 求样本均值 \bar{X} 在38与43之间的概率;
- (2) 抽取容量为64的样本, 求 $|\bar{X} - 40| < 1$ 的概率;
- (3) 抽取样本容量 n 多大时, 才能使概率 $P\{|\bar{X} - 40| < 1\}$ 达到0.95?

5.12 设总体 $X \sim N(\mu, 2^2)$, 收取容量为20的样本 X_1, X_2, \dots, X_{20} ,

- (1) 已知 μ , 求概率 $P\left\{43.6 \leq \sum_{i=1}^{20} (X_i - \mu)^2 \leq 150.4\right\}$;
- (2) 未知 μ , 求概率 $P\left\{46.8 \leq \sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 \leq 154.4\right\}$ 。

5.14 设总体 $X \sim N(50, 6^2)$, 总体 $Y \sim N(46, 4^2)$, 从总体 X 中抽取容量为10的样本, 从总体 Y 中抽取容量为8的样本, 求下列概率:

- (1) $P(0 < \bar{X} - \bar{Y} < 8)$;

$$(2) P\left(\frac{S_1^2}{S_2^2} < 8.28\right).$$

5.15 设总体 $X \sim (\mu, \sigma^2)$, 抽取样本 X_1, X_2, \dots, X_n , 样本均值为 \bar{X} , 样本方差为 S^2 。如果再抽取一个样本 X_{n+1} , 证明: 统计量

$$\sqrt{\frac{n}{n+1}} \cdot \frac{X_{n+1} - \bar{X}}{S} \sim t(n-1).$$

5.18 设总体的分布函数为 $F(x)$, 概率密度为 $f(x)$, 抽取样本 X_1, X_2, \dots, X_n , 求:

- (1) 样本最大值 $\max(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 的概率密度;
- (2) 样本最小值 $\min(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 的概率密度。