暨 南 大 学 考 试 试 卷

<table>
<tr><td rowspan="4">教师填写</td><td>2019- 2020 学年度　第 二 学期</td><td>课程类别
必修[√] 选修[ ]</td></tr>
<tr><td>课程名称：抽象代数Ⅰ</td><td>考试方式
开卷[ ] 闭卷[√]</td></tr>
<tr><td>授课教师姓名：黄永东</td><td rowspan="2">试卷类别(A、B)
[A]　共 6 页</td></tr>
<tr><td>考试时间: 2020 年 7 月 14 日</td></tr>
<tr><td>考生填写</td><td colspan="2">______ 学院(校) ______ 专业______班(级)
姓名______学号 ______内招[ ] 外招[ ]</td></tr>
</table>

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总　分
得　分											

得分	评阅人

一、填空题(将正确的内容填在各题干预备的横线上，内容填错或未填者，该空无分。共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分)

1. $\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\1&3&6&5&2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\6&2&4&1&5&3\end{pmatrix}=$ ______________ (要求写成不相交轮换的乘积)。

2. U_4的自同构群$\mathrm{Aut}(U_4)$为______________（写出与之同构的群即可）。

3. 设$Z[i]$为高斯整环，$I=\langle 1+2i\rangle$，则商环$Z[i]/I$为______________。

4. 设环$R=Z_{24}$，$I=\langle \overline{12}\rangle$，则$\sqrt{I}$为______________。

5. A_4的换位子群是______________。

得分	评阅人

二、判断题（在题后的括号内正确的画“√”，错误的画“×”，填错或未填者，该小题无分。共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 实数域R上全体n阶正交矩阵的集合$O(n)$，关于矩阵的乘法构成一个交换群。（　　）

2. 任意二阶群与乘法群 $\{1,-1\}$ 同构。（　　）

3. 设$|G|=33$。则G中必有 3 阶元素。（　　）

4. 设ϕ是群G到G'的同态，则$G/\mathrm{Ker}\phi \cong \phi(G)$。（　　）

5. 交换群的任意子群都是正规子群。（　　）

6. 如果群G是正规子群H和K的内直积，则$H\times K\cong G$。（　　）

7. 一个有限整环必定是一个域。（　　）

8. 设ϕ是环R到R'的同态，e与e'分别是R与R'的单位元，则$\phi(e)=e'$。（　　）

9. $2Z_8\oplus 3Z_{15}$是环$R=Z_8\oplus Z_{15}$的极大理想。（　　）

10. 交换群的任意子群都是正规子群。（　　）

得分	评阅人

三、计算题（共 3 小题，每小题 10 分，共 30 分）

1. 求$U(16)$的所有子群。

2. 试求群Z_{15}到Z_{20}的所有同态。

3. 求环Z_{12}的所有幂零元、可逆元及零因子。

得分	评阅人

四、证明题（共 2 小题，每小题 10 分，共 20 分）

1. 设G是交换群，m是固定的整数。令

$$H=\{a\in G \mid a^m=e\}。$$

证明：H是G的子群。

2. 设R为交换环，I是R的非零理想，J是I的素理想。证明：J是R的理想。