Chapter 3

随机变量的数字特征

3.2 一批零件中有9个合格品与3个废品，安装机器时从这批零件中任取1个。如果取出的废品不再放回去，求在取得合格品以前已取出的废品数的数学期望、方差与标准差。（参看习题2.3）

3.5 设随机变量X的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} ax, & 0 \le x < 2; \\ bx + c, & 2 \le x \le 4; \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

已知X的数学期望$E(X) = 2$，方差$D(X) = \dfrac{2}{3}$，求常数a, b, c。

3.6 设随机变量X的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\pi\sqrt{1 - x^2}}, & |x| < 1, \\ 0, & |x| \ge 1. \end{cases}$$

求数学期望$E(X)$及方差$D(X)$。

3.7 （拉普拉斯分布）设随机变量X的概率密度为

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}, \quad -\infty < x < +\infty.$$

求数学期望$E(X)$及方差$D(X)$。

3.11 设随机变量X服从二项分布$B(3,0.4)$，求下列随机变量函数的数学期望及方差：（参看习题2.27）

(2) $Y_2=X(X-2)$。

3.12 设随机变量X服从指数分布$e\left(\dfrac{1}{\alpha}\right)$，求随机变量函数$Y=X^{\frac{1}{\beta}}$的数学期望及方差，其中$\alpha>0,\ \beta>0$都是常数。（参看习题2.30）

3.13 对球的直径作近似测量，设其值均匀分布在区间[a,b]内，求球体积的数学期望。

3.16 设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}2, & 0<x<1,0<y<1-x\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求随机变量$Z=X+Y$的数学期望$E(Z)$与方差$D(Z)$。

3.17 在长为l的线段上任意选取两点，求两点间距离的数学期望及标准差。

3.19 设随机变量$X_1,X_2,\cdots,X_n$独立，并且服从同一分布，数学期望为μ，方差为σ^2，求这些随机变量的算术平均值$\overline{X}_n=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$的数学期望及方差。

3.20 N个人同乘一辆长途汽车，沿途有n个车站，每到一个车站时，如果没有人下车，则不停车。设每个人在任一站下车是等可能的，求停车次数的数学期望。

3.23 计算均匀分布$U(a,b)$的k阶原点矩与k阶中心距。

3.24 求习题2.35中随机变量X与Y的数学期望、方差、协方差及相关系数。

3.25 设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}3x, & 0<y<x<1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

求(1) 数学期望$E(X)$及$E(Y)$；(2) 方差$D(X)$及$D(Y)$；(3) 协方差$\mathrm{cov}(X,Y)$及相关系数$R(X,Y)$。

3.26 设二维随机变量$(X.Y)$的联合概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{8}(x+y), & 0<x<2, 0<y<2,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

求(1) 数学期望$E(X)$及$E(Y)$；(2) 方差$D(X)$及$D(Y)$；(3) 协方差$cov(X,Y)$及相关系数$R(X,Y)$。

3.30 为了确定事件A的概率，进行10000次重复独立试验。利用切比雪夫不等式估计：用事件A在10000次试验中发生的概率$f_n(A)$作为事件A的概率的近似值时，误差小于0.01的概率。