

第二章 一般电阻电路分析方法

2.1 电路约束与方程

2.2 支路电流法

2.3 节点电压法

2.4 线性电路的性质

2.5 戴维南定理和诺顿定理

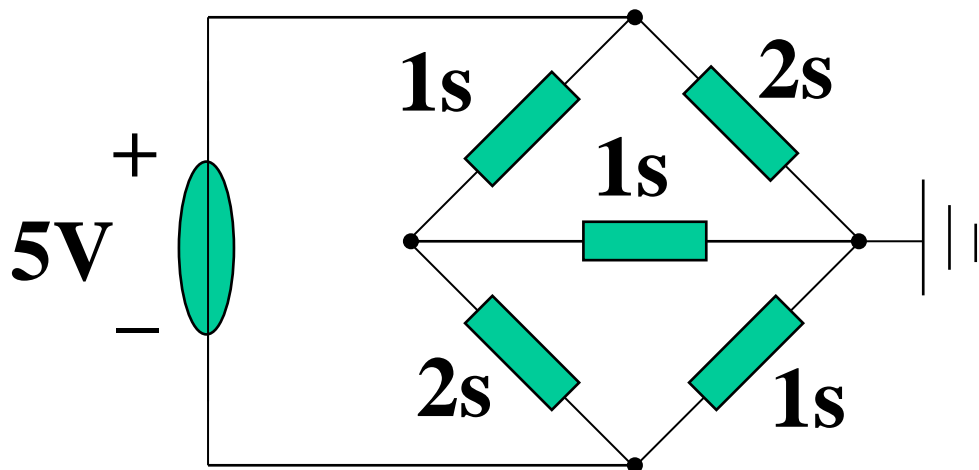
2.6 最大功率传输定理

本次课学习内容

线性电路的分析方法

- 线性电路的性质
- 戴维南定理和诺顿定理
- 最大功率传输定理

第二次仿真作业



- 1、列写节点电压方程，手动求解
- 2、在**Matlab**中通过求解矩阵方程的形式求解节点电压方程，与手动求解结果进行对比

提示：

Matlab中可以直接利用矩阵运算完成方程求解，即若 $\mathbf{Ax}=\mathbf{b}$ ，则 $\mathbf{x}=\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$

提交截止时间：下周五（4月9日）上课前

线性电路定理

线性电路性质

戴维南定理
和诺顿定理

最大功率传输

叠加定理 (Superposition Theorem)

叠加定理

在线性电路中，任一支路电流(或电压)都是电路中各个独立电源单独作用时，在该支路产生的电流(或电压)的代数和。

单独作用：一个电源作用，其余电源不作用

不作用的 

电压源 ($u_s=0$)	短路
电流源 ($i_s=0$)	开路

小结 : 1. 叠加定理只适用于线性电路的电流、电压计算。

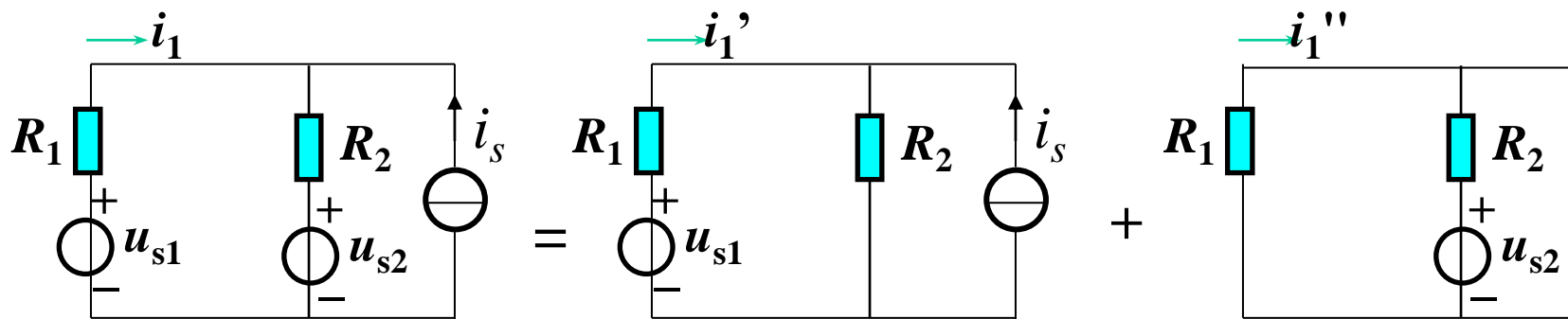
电压源为零—短路。 电流源为零—开路。

u , i 叠加时要注意各分量的方向。

2. 功率不能叠加(功率为电源的二次函数)。

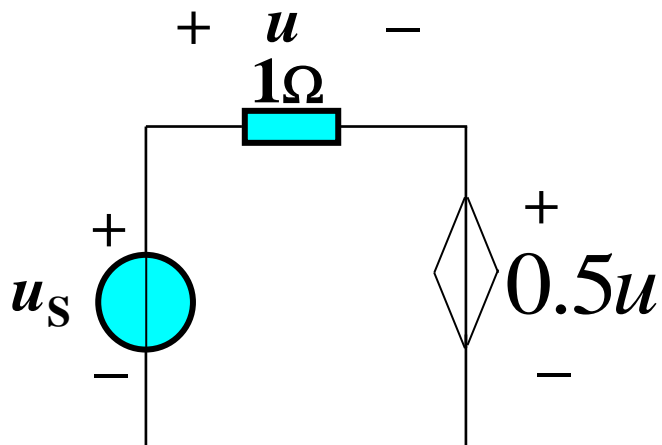
$$p = ui = (u' + u'')(i' + i'') \neq u'i' + u''i''$$

3. 也可以把电源分组叠加(每个电源只能作用一次)



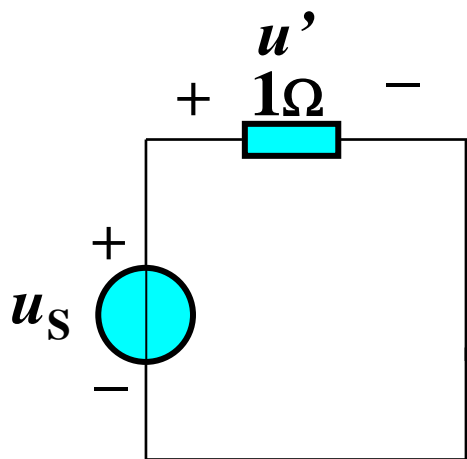
4. 含受控源电路亦可用叠加, 但受控源不是**独立源**, 应予以保留。

如果一意孤行用受控源叠加求： u

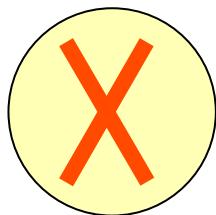


$$u + 0.5u = u_S \Rightarrow u = 0.667 u_S$$

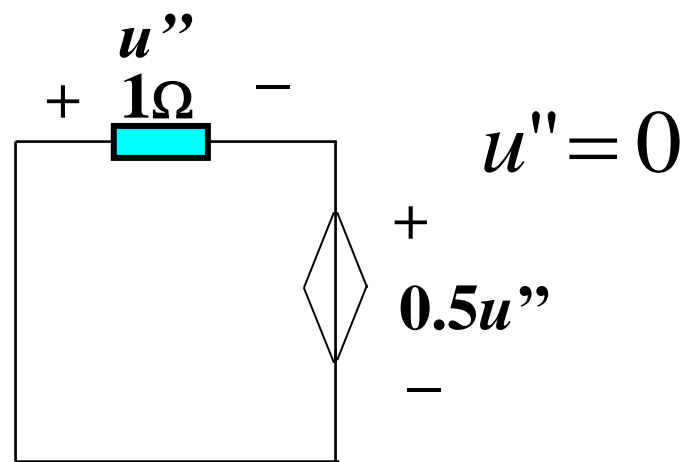
受控源不能参与叠加



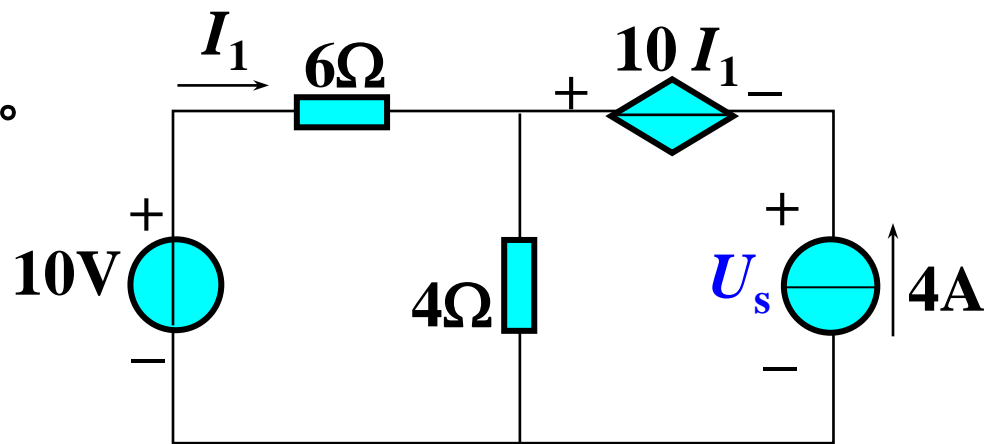
$$u' = u_S$$



$$u = u' + u'' = u_S$$

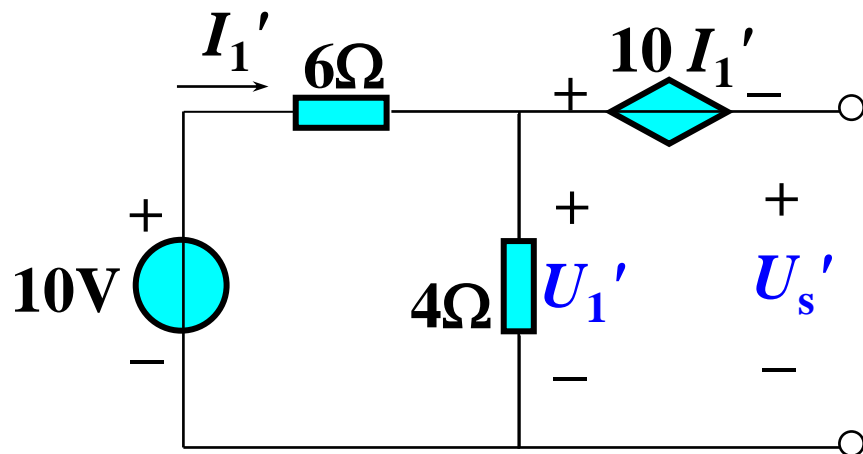


例2 求电压 U_s 。



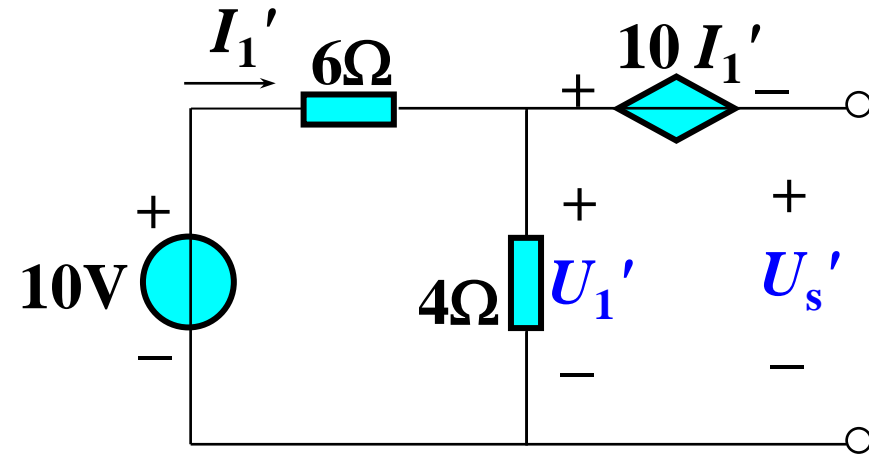
解:

(1) 10V电压源单独作用:

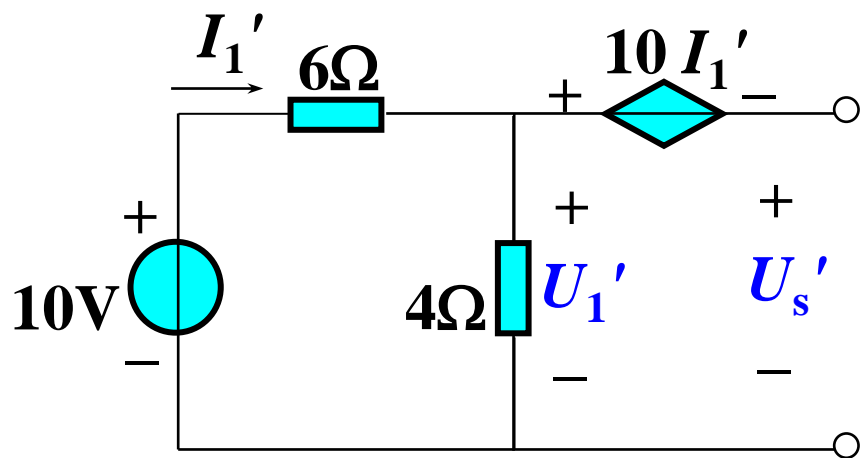


$U_s' = \underline{\hspace{2cm}} \text{ V}。$

- ☐ A 4
- ☐ B -4
- ☐ C 14
- ☒ D -6

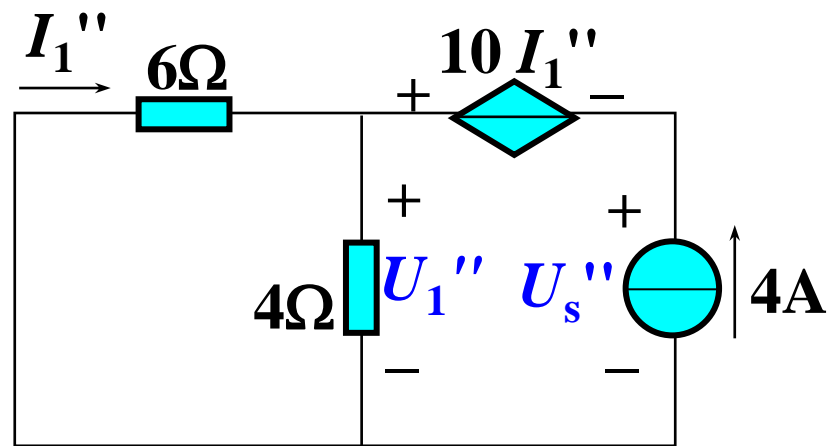


提交



$$I_1' = \frac{10}{6+4} = 1A$$

$$\begin{aligned} U_s' &= -10 I_1' + U_1' = -10 I_1' + 4I_1' \\ &= -10 \times 1 + 4 \times 1 = -6V \end{aligned}$$



$$U_s'' = -10 I_1'' + U_1''$$

$$I_1'' = -\frac{4}{4+6} \times 4 = -1.6A$$

$$U_1'' = \frac{4 \times 6}{4+6} \times 4 = 9.6V$$

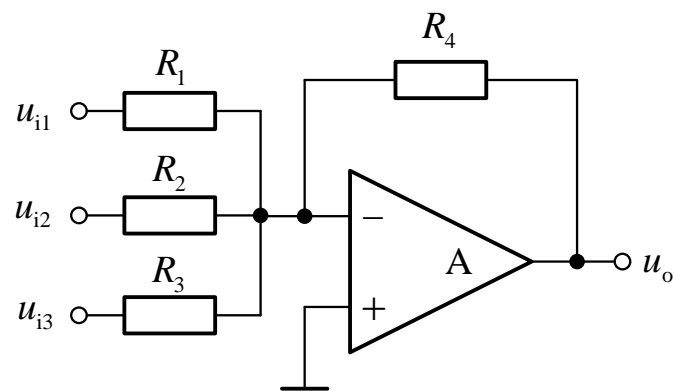
$$U_s'' = -10 I_1'' + U_1''$$

$$= -10 \times (-1.6) + 9.6 = 25.6V$$

共同作用: $U_s = U_s' + U_s'' = -6 + 25.6 = 19.6V$

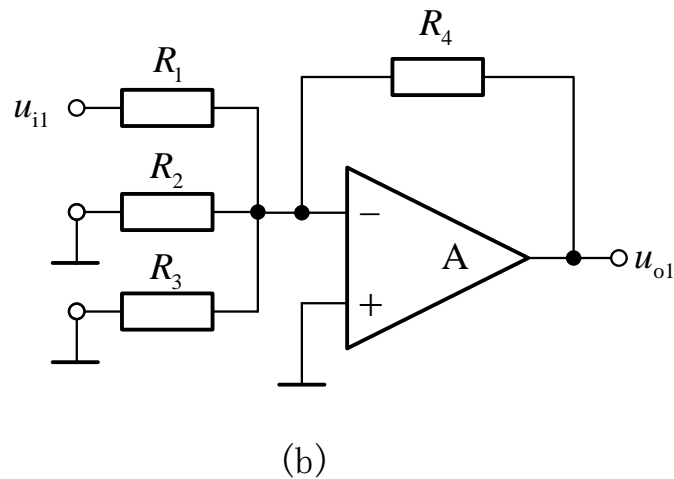
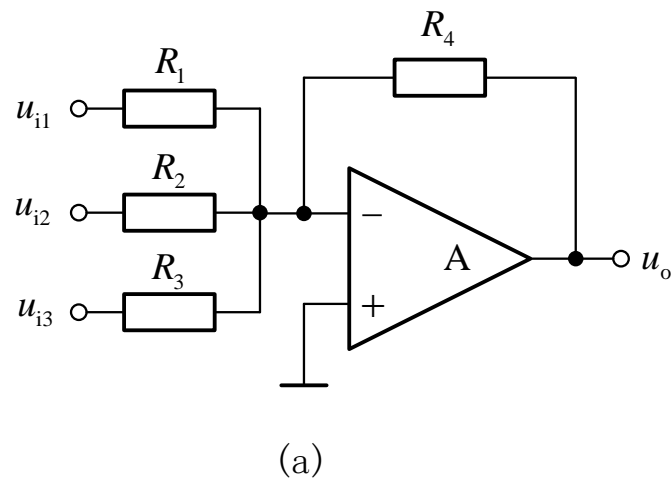


例3 反相求和电路如图 (a) 所示, 求其输入输出关系。



(a)

例3 反相求和电路如图 (a) 所示, 求其输入输出关系。



$$u_{o1} = -\frac{R_4}{R_1} u_{i1}$$

$$u_{o2} = -\frac{R_4}{R_2} u_{i2}$$

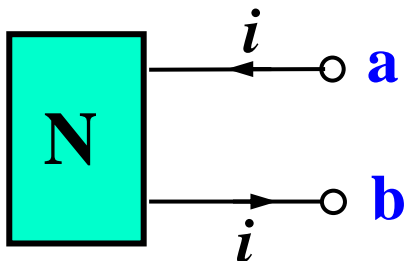
$$u_{o3} = -\frac{R_4}{R_3} u_{i3}$$

$$u_{o2} + u_{o3} = -\frac{R_4}{R_1} u_{i1} - \frac{R_4}{R_2} u_{i2} - \frac{R_4}{R_3} u_{i3}$$

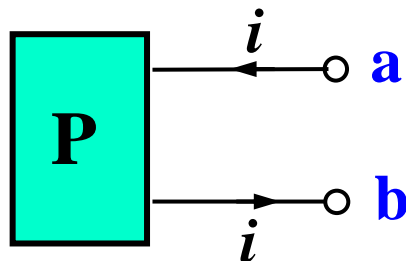
二、戴维南定理和诺顿定理(Thevenin-Norton theorem)

名词介绍

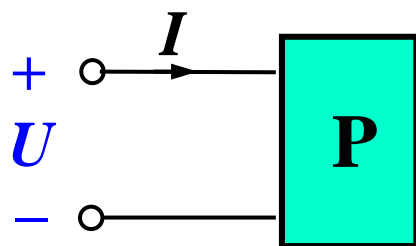
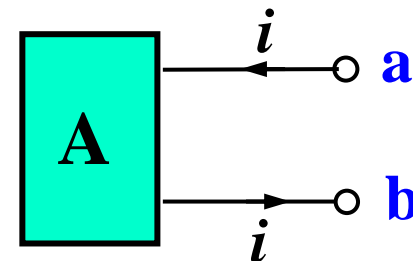
端口(port)



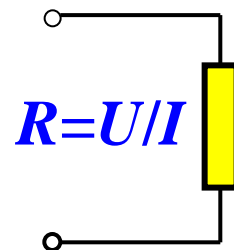
无源(passive)一端口



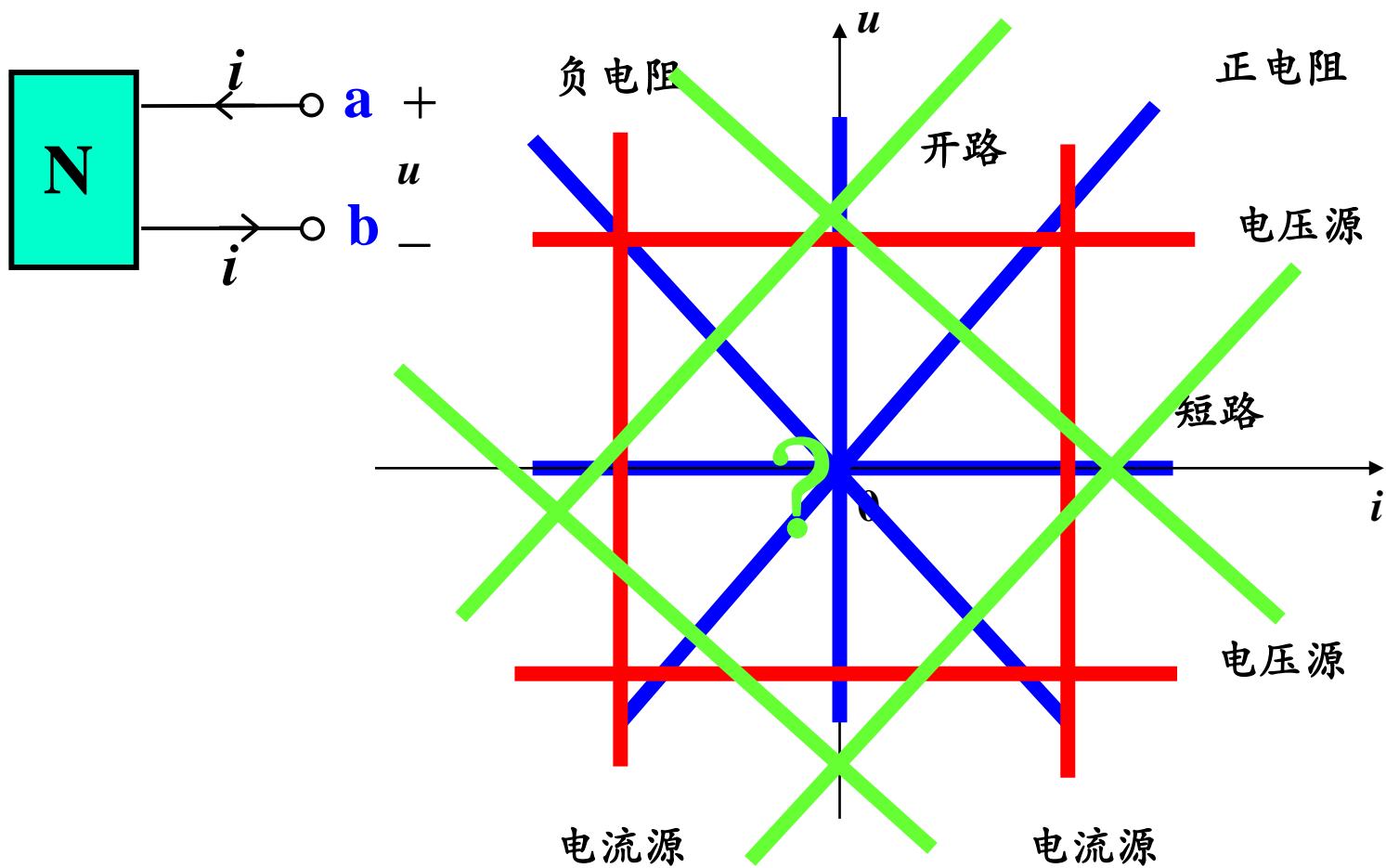
含源(active)一端口



等效



讨论



二、戴维南定理和诺顿定理 (Thevenin-Norton Theorem)

戴维南定理

赫姆霍茨(Helmholtz), 1853, 德国科学家
戴维南(Thevenin), 1883, 法国工程师



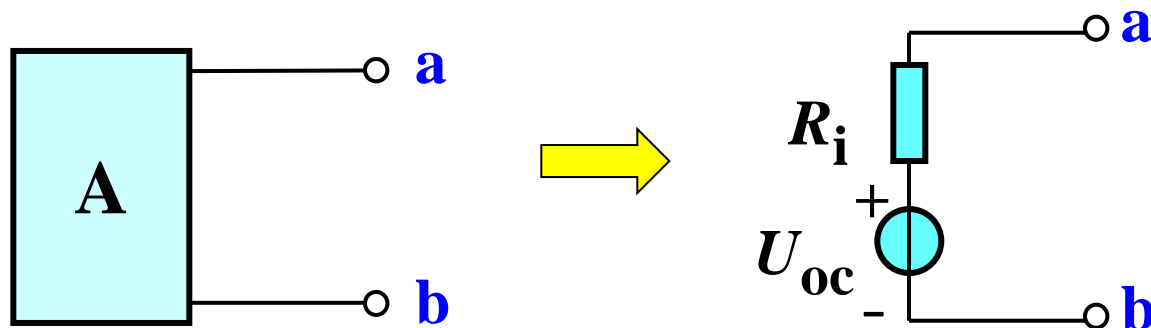
物理领域里的
希尔伯特

任何一个含有独立电源、线性电阻和线性受控源的一端口网络,

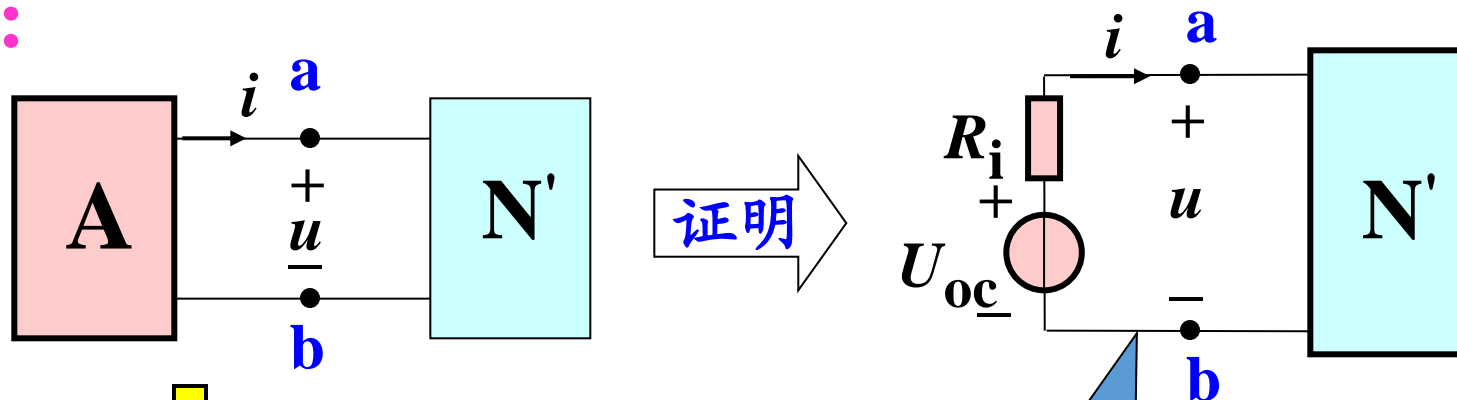
可以用一个**独立电压源 U_{oc}** 和**电阻 R_i** 的**串联**组合来等效替代,

其中电压 U_{oc} 等于端口**开路电压**,

电阻 R_i 等于端口中所有独立电源置零后端口的**入端等效电阻**。

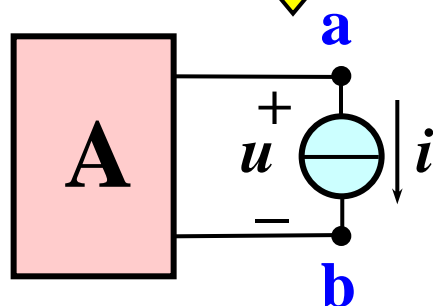


证明:

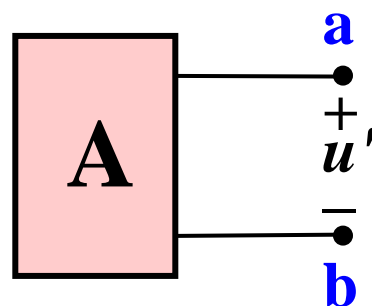


证明

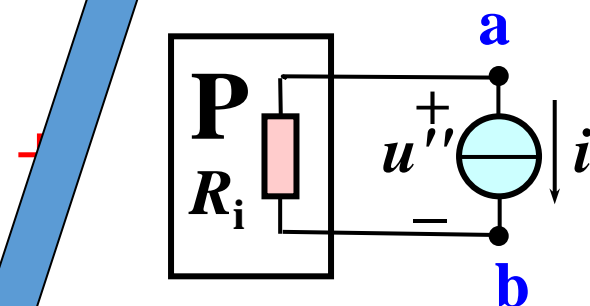
替代



叠加



电流源*i*为零

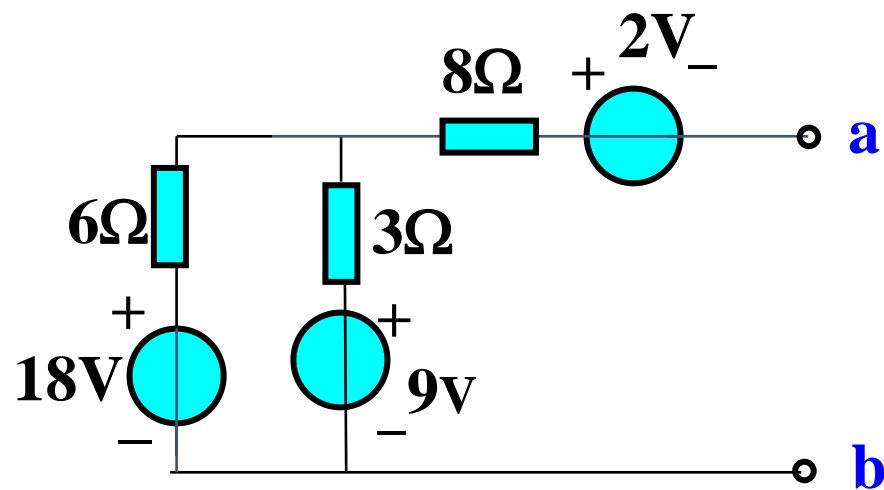


网络A中独立源全部置零

$$\begin{cases} u' = U_{oc} & (\text{外电路开路时} a, b \text{间开路电压}) \\ u'' = -R_i i \end{cases}$$

得 $u = u' + u'' = U_{oc} - R_i i$

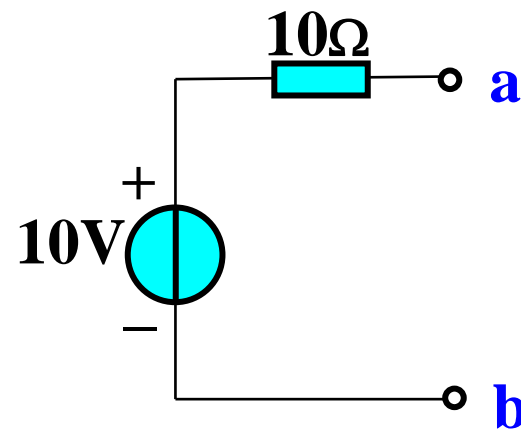
例 求ab两端的戴维南等效电路。



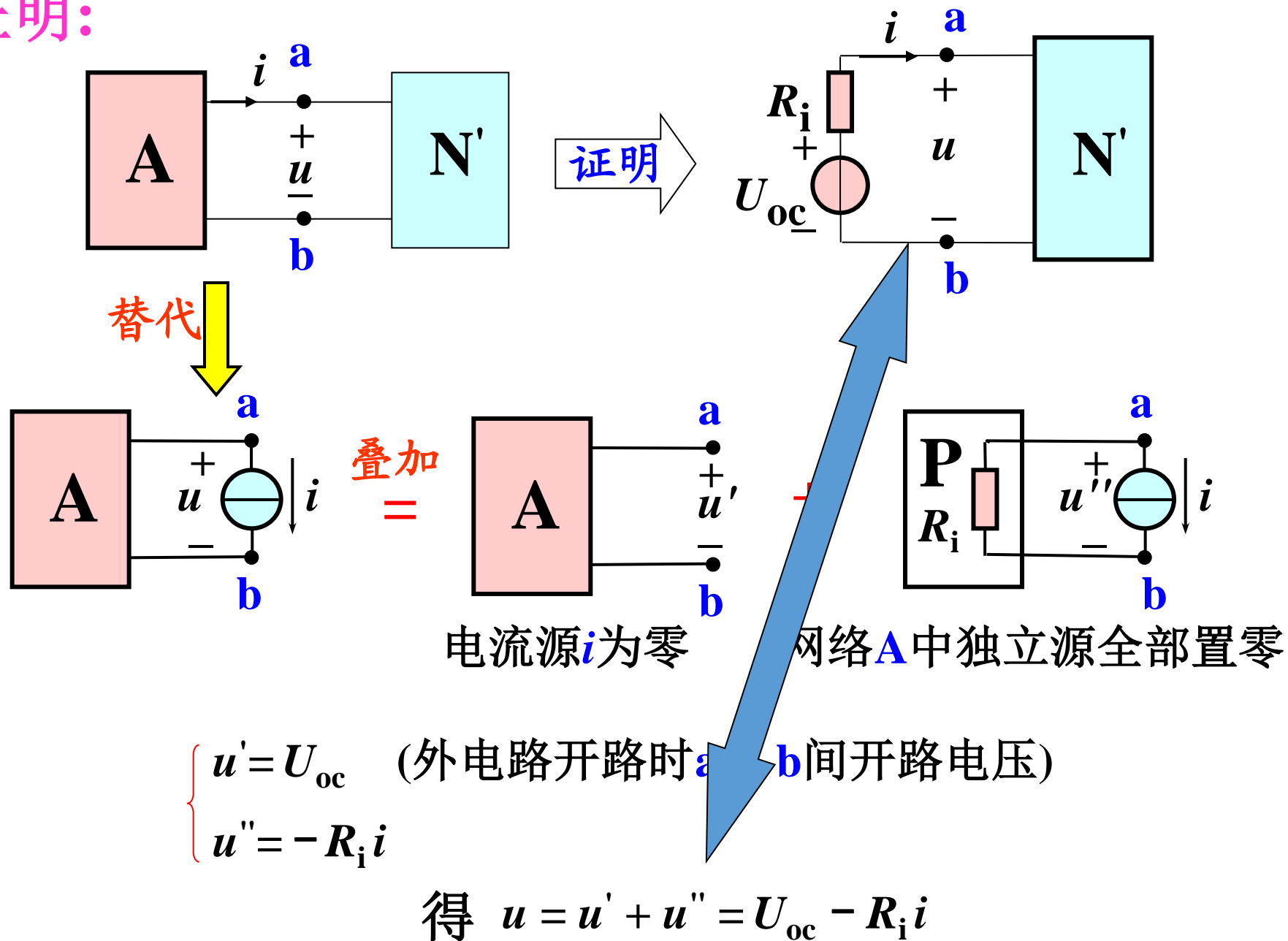
开路电压 $u_{ab} = -2 + \frac{18-9}{9} \times 3 + 9 = 10\text{V}$

内阻 $R = 8 + (3//6) = 10\ \Omega$

戴维南等效电路



证明:



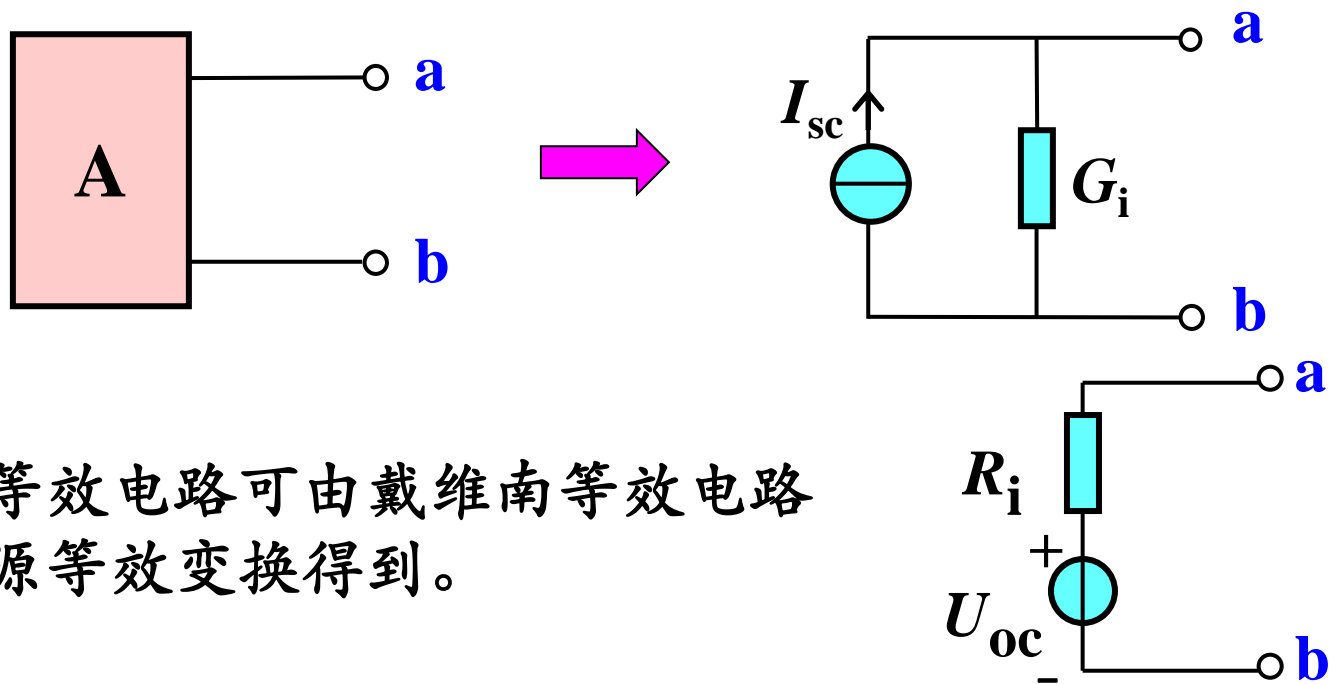
诺顿定理

戴维南(Thevenin), 1883, 法国工程师
诺顿(Norton), 1926, Bell实验室

任何一个含独立电源、线性电阻和线性受控源的一端口,

可以用一个**电流源和电导的并联**来等效替代,

其中电流源的电流等于该一端口的**短路电流** I_{sc} ,
电阻等于把该一端口的全部独立电源置零后的**输入电导** G_i 。



诺顿等效电路可由戴维南等效电路
经电源等效变换得到。

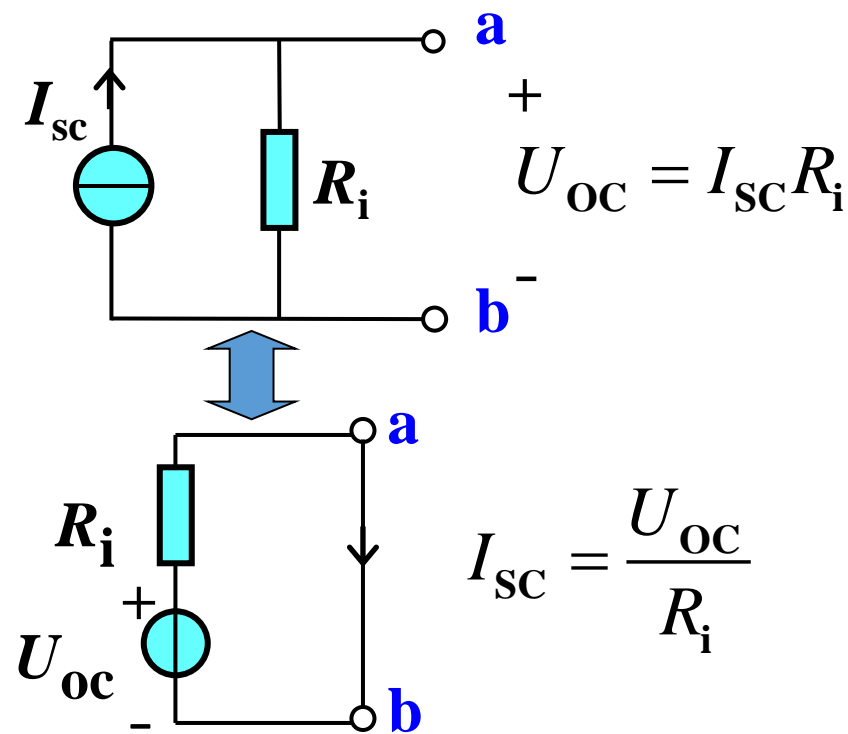
求入端等效电阻的方法:

① 无受控源时电阻等效变换(独立源置零)

② 加压求流或加流求压(独立源置零)

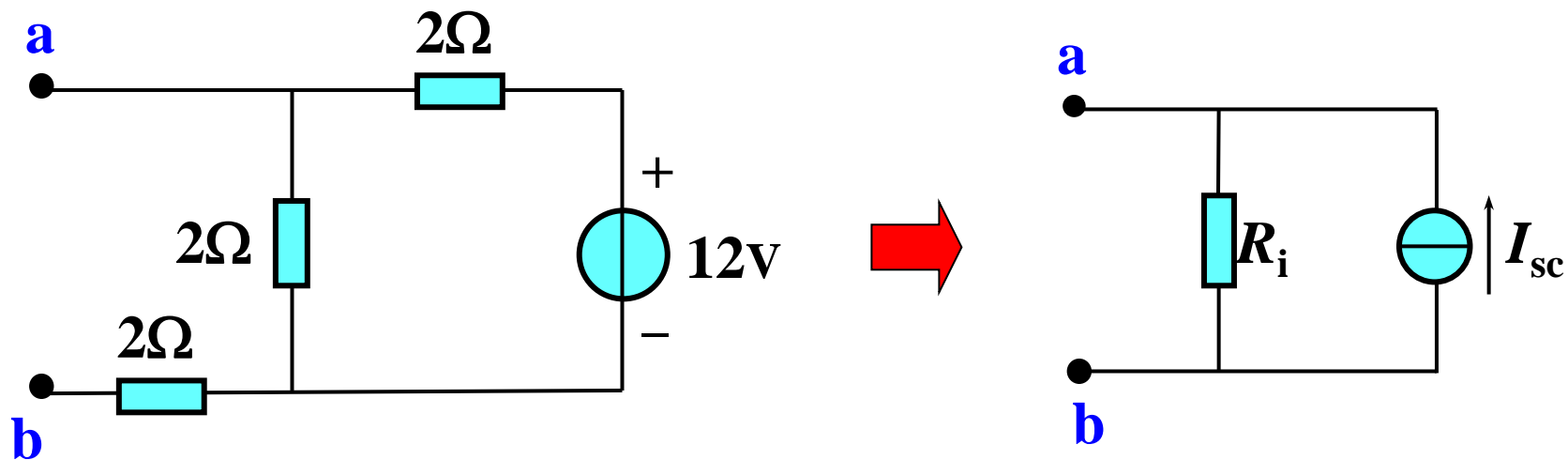
③ 开路电压/短路电流

$$R_i = \frac{U_{oc}}{I_{sc}}$$

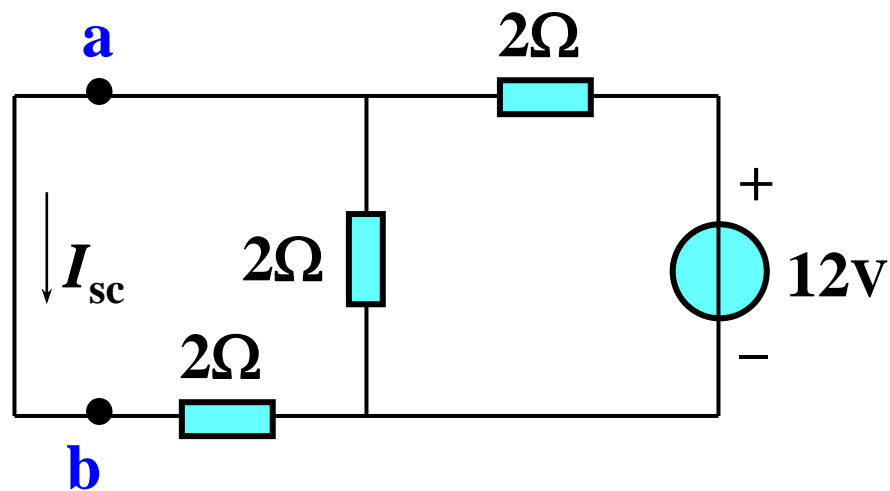


② ③ 可用于含受控源的线性电路.

例1 求图示电路的诺顿等效电路。

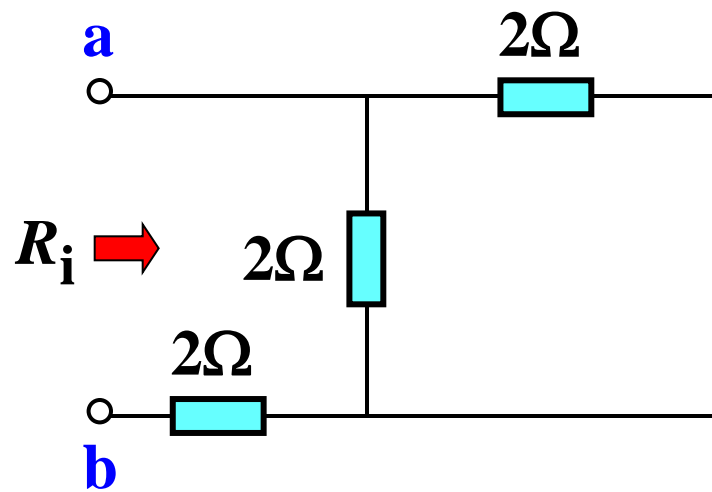


解: (1)求 I_{sc}



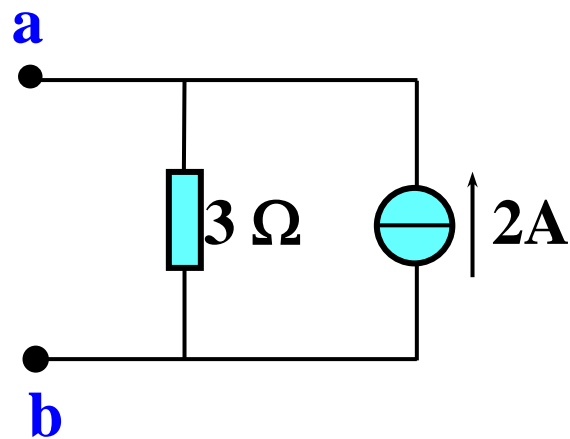
$$I_{sc} = (12 / (2 + 1)) / 2 = 2A$$

(2) 求 R_i : 串并联



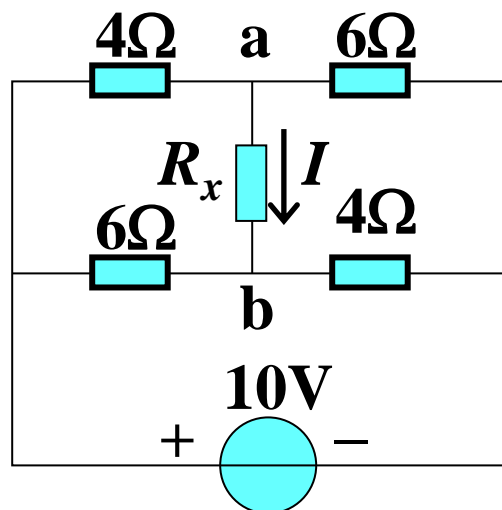
$$R_i = 2 + 2 // 2 = 3 \Omega$$

(3) 诺顿等效电路:





例2.

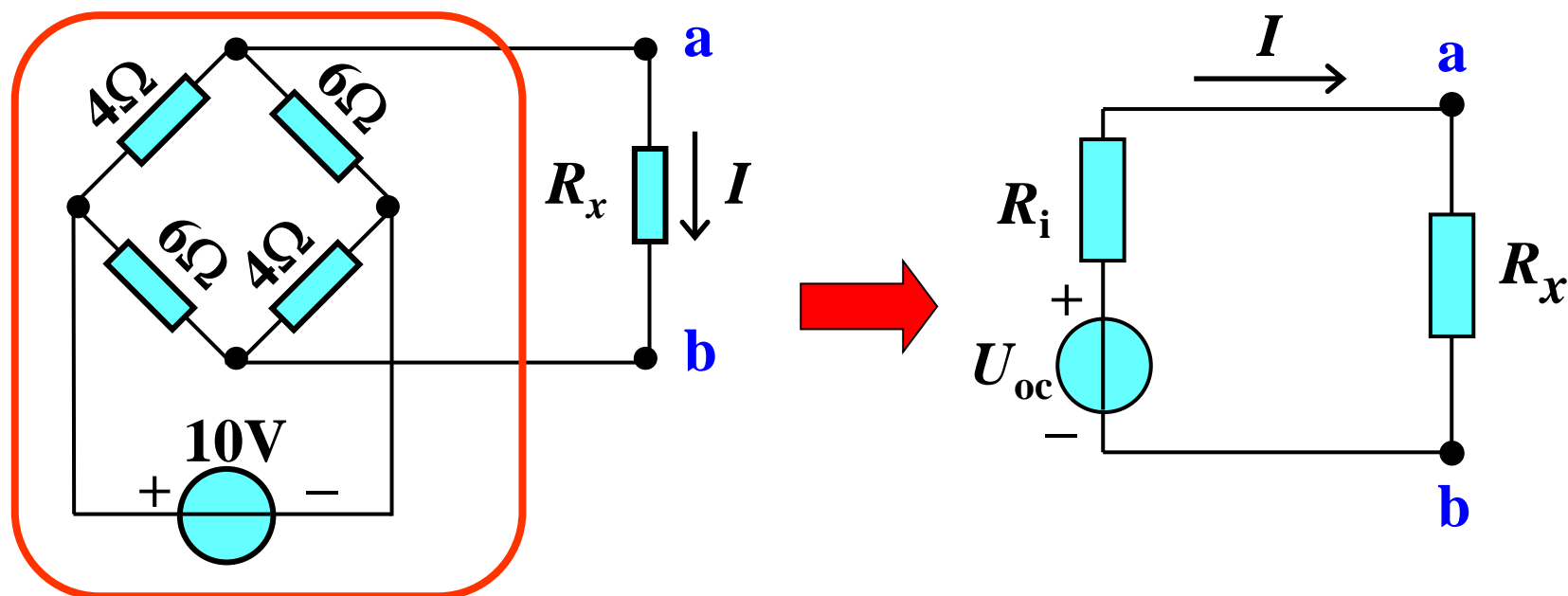


当 $R_x=1.2\Omega$ 或 5.2Ω 时计算 I ;

Y- Δ 变换/节点法/回路法?

解:

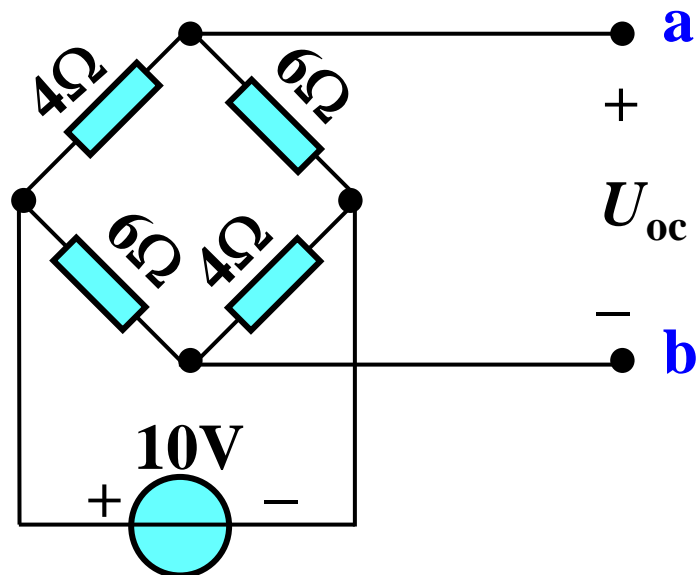
求从 R_x 看进去的戴维南等效电路:





$U_{oc} = \underline{\hspace{2cm}} V$

- ☐ A 10
- ☐ B -10
- ☐ C -2
- ☒ D 2



提交

$R_i = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$

A

4.8

B

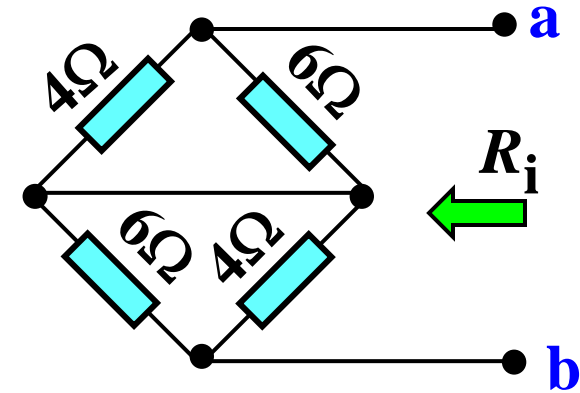
10

C

2.4

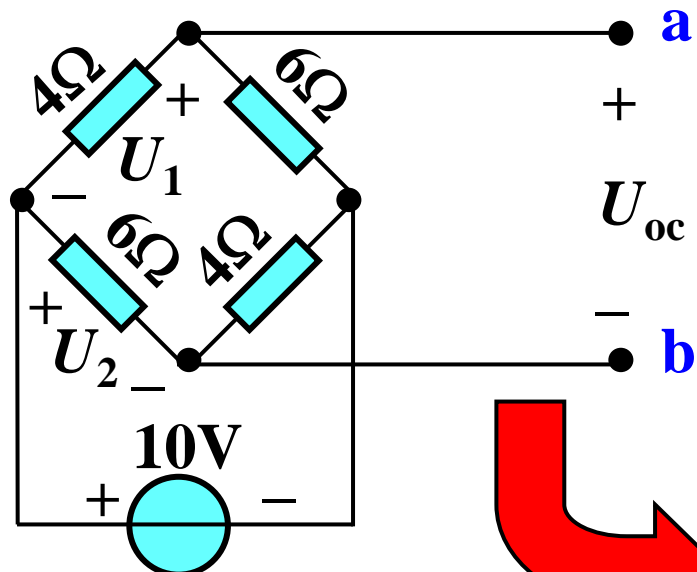
D

5



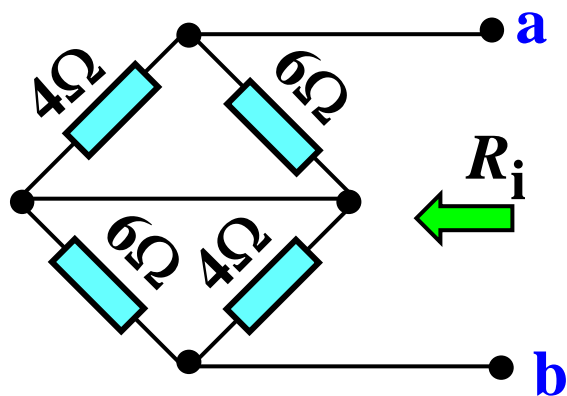
提交

(1) 开路电压

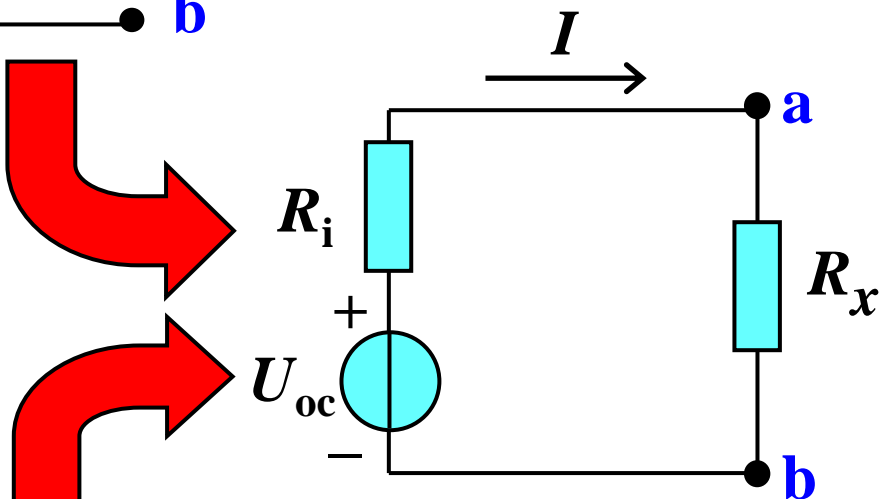


$$\begin{aligned}
 U_{oc} &= U_1 + U_2 \\
 &= -10 \times 4 / (4 + 6) + 10 \times 6 / (4 + 6) \\
 &= -4 + 6 = 2\text{V}
 \end{aligned}$$

(2) 等效电阻 R_i



$$R_i = 4 // 6 + 6 // 4 = 4.8\Omega$$

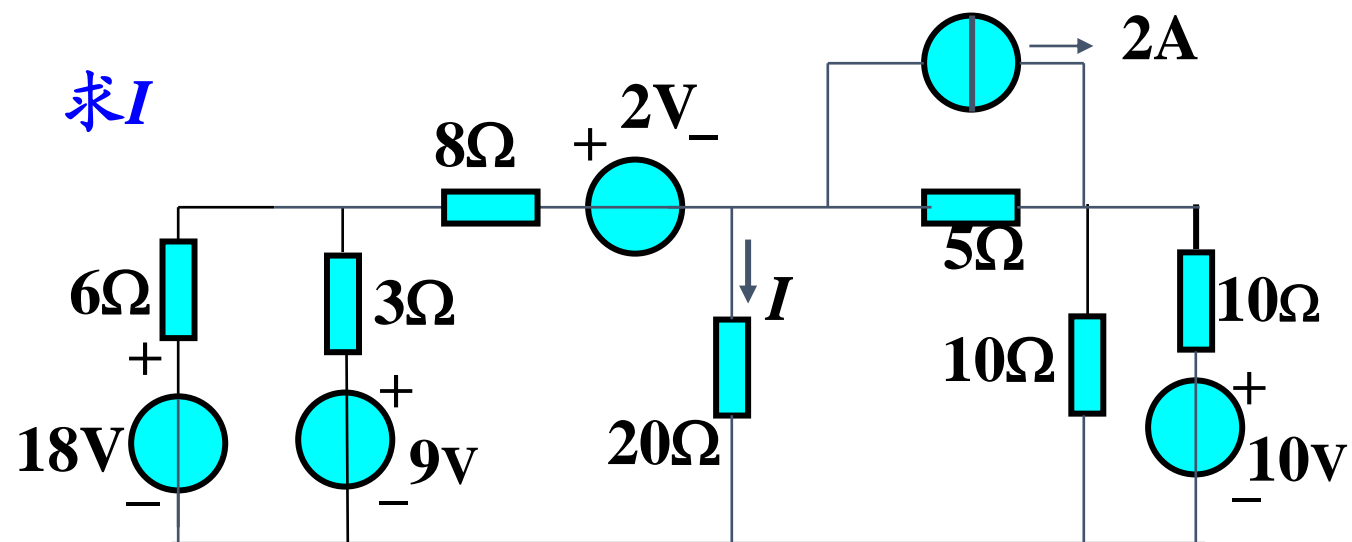
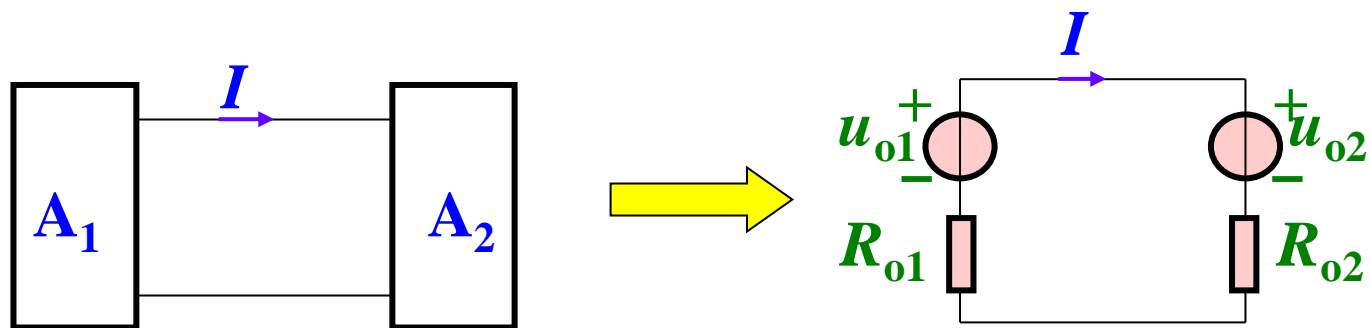


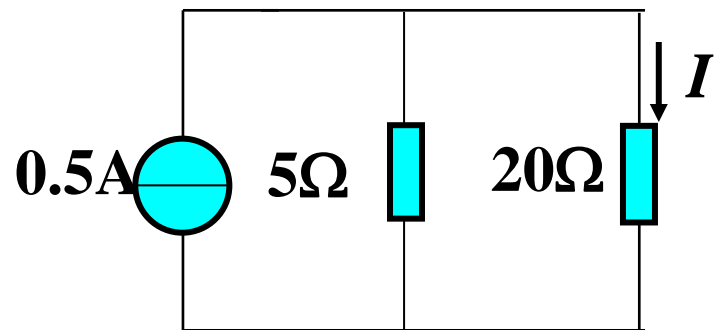
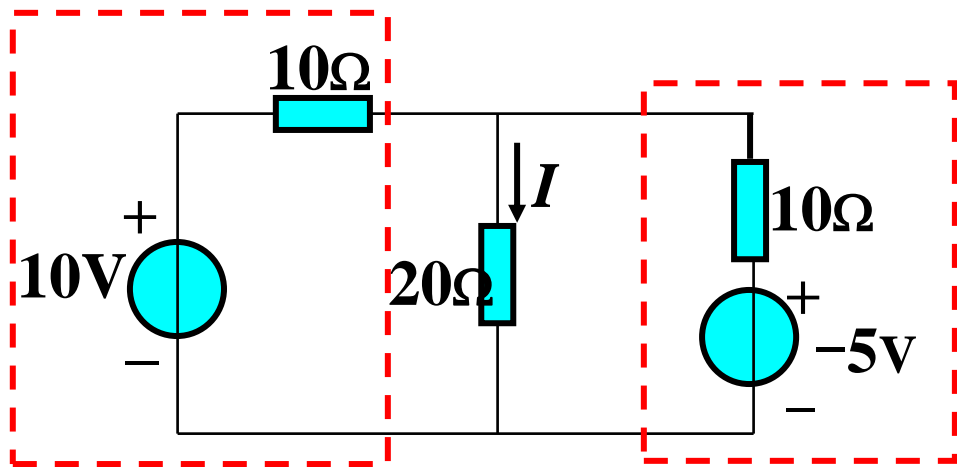
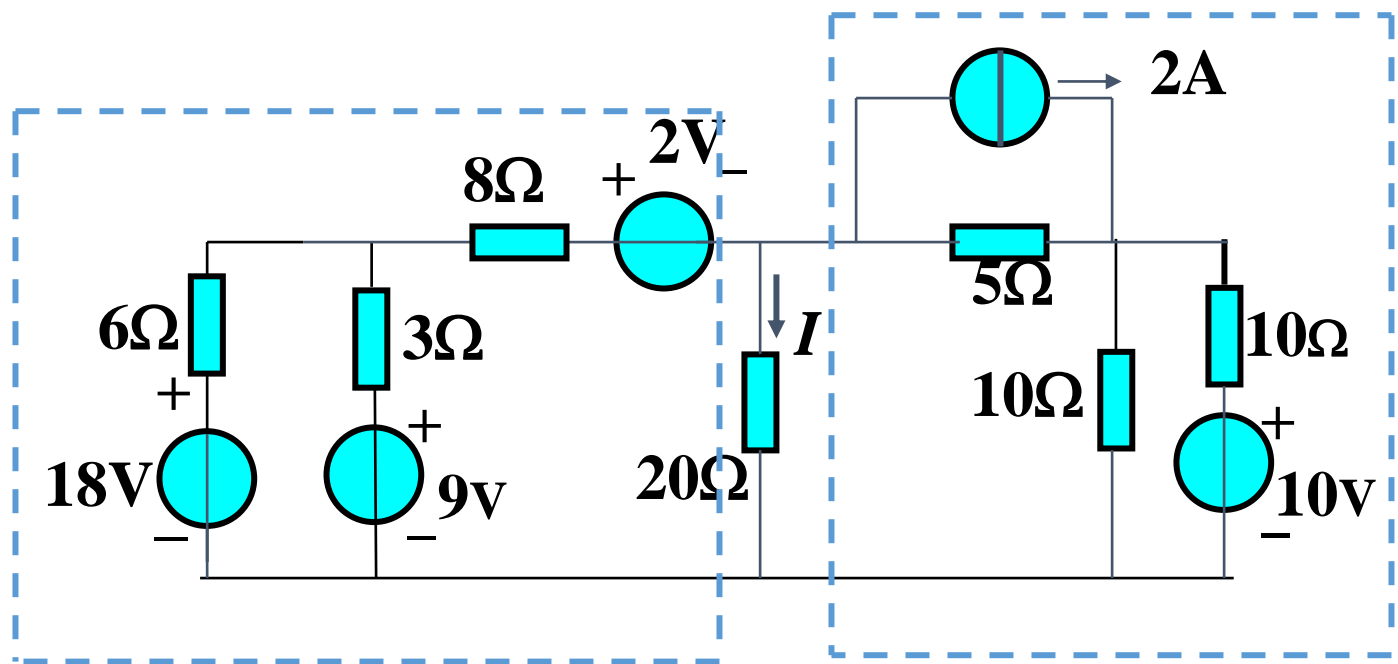
(3) $R_x = 1.2\Omega$ 时, $I = U_{oc} / (R_i + R_x) = 0.33\text{A}$

$R_x = 5.2\Omega$ 时, $I = U_{oc} / (R_i + R_x) = 0.2\text{A}$

总结戴维南定理适用的题型

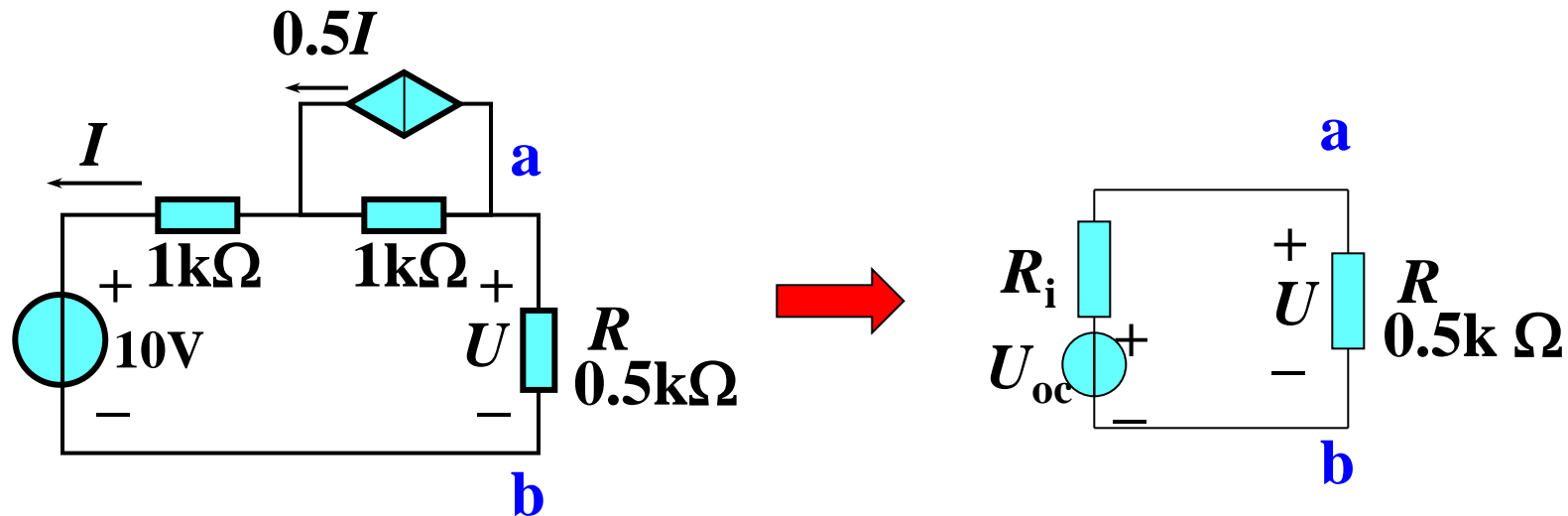
例3





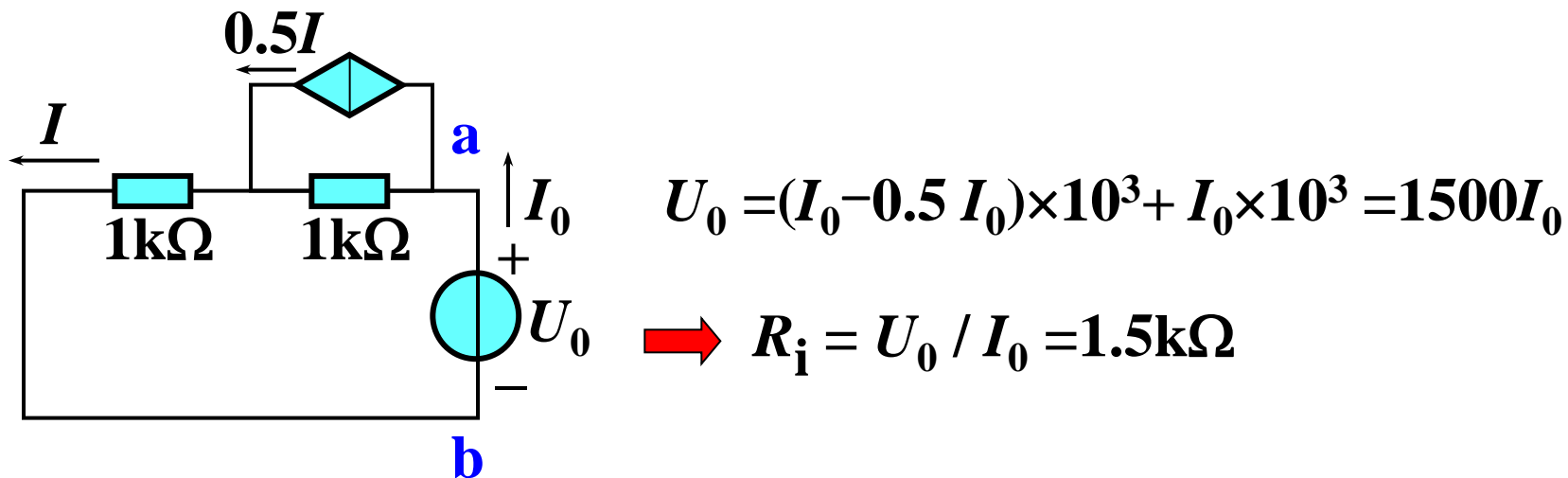
$$I = 0.5 \times 5 / 25 = 0.1 \text{ A}$$

例4 (含受控源电路)用戴维南定理求 U 。

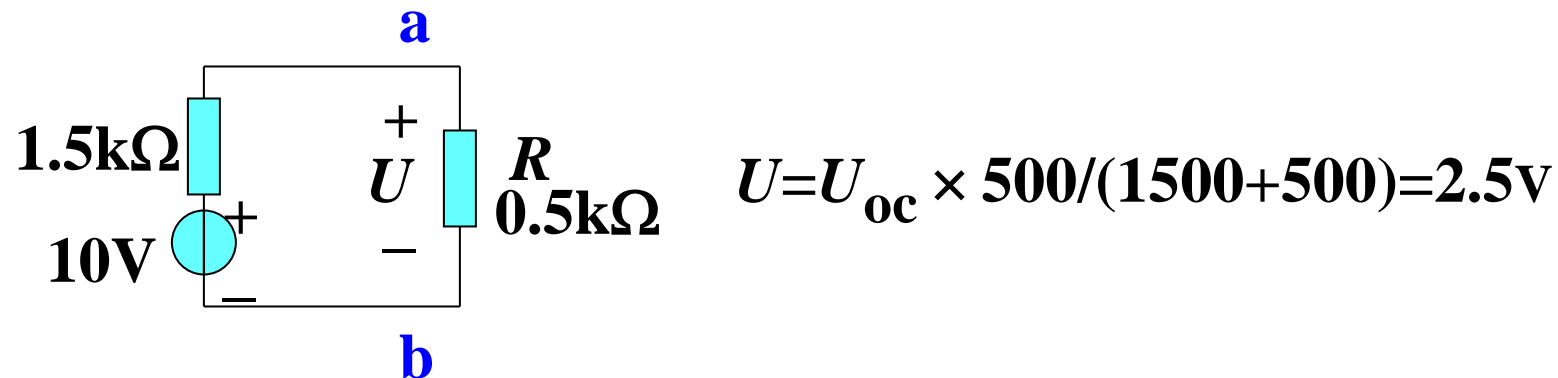


解: (1) a 、 b 开路, $I=0$, $U_{oc}=10\text{V}$

(2)求 R_i : 加压求流法



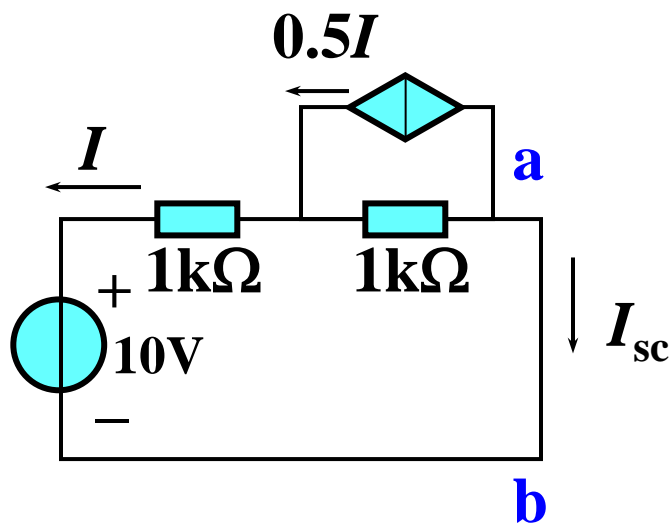
(3) 等效电路:



另: 用开路电压 U_{oc} 、短路电流 I_{sc} 法求 R_i : $R_i = U_{oc} / I_{sc}$

$U_{oc} = 10V$ (已求出)

求短路电流 I_{sc} (将a、b短路):



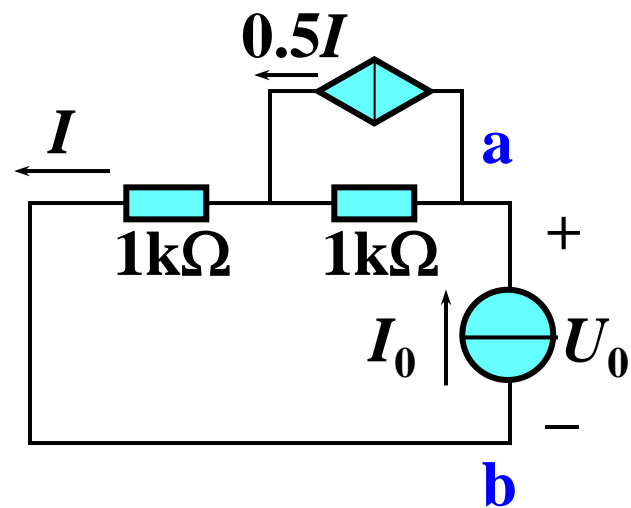
$$I_{sc} = -I, (I - 0.5I) \times 10^3 + I \times 10^3 + 10 = 0$$

$$1500I = -10 \rightarrow I = -1/150 \text{ A}$$

$$\text{即 } I_{sc} = 1/150 \text{ A}$$

$$\therefore R_i = U_{oc} / I_{sc} = 10 \times 150 = 1500 \Omega$$

加流求压法求 R_i



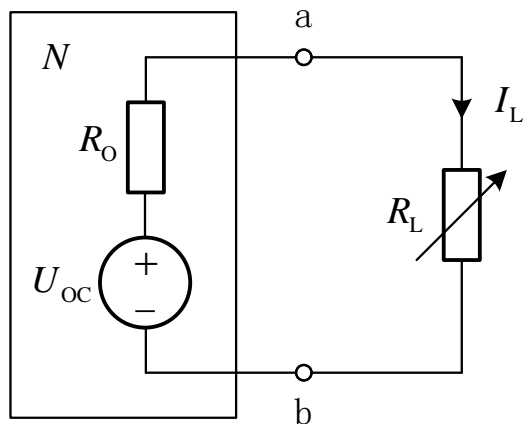
$$I = I_0$$

$$U_0 = 0.5I_0 \times 10^3 + I_0 \times 10^3 = 1500I_0$$

$$\therefore R_i = U_0 / I_0 = 1500 \Omega$$

最大功率传输

在电子电路及通信等系统中，给定含源单口网络的情况下，分析负载电阻为何值时可以得到最大的功率，这就是**最大功率传输问题**

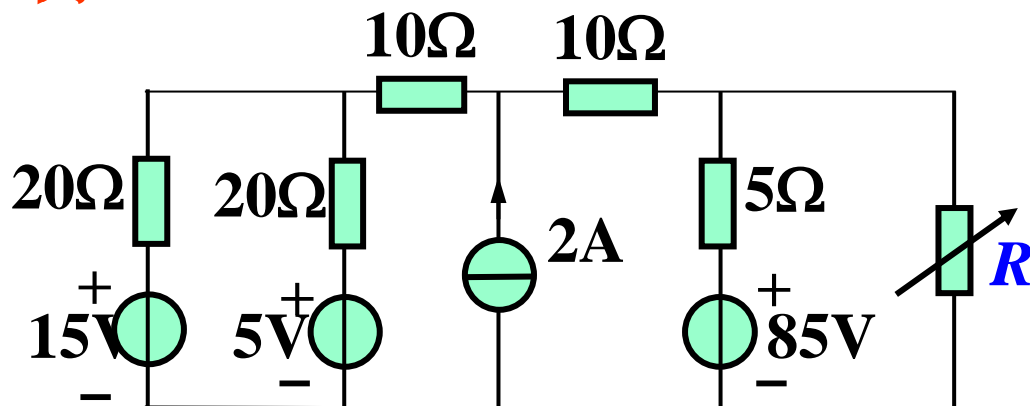


$$P_L = I_L^2 R_L = \left(\frac{U_{OC}}{R_O + R_L} \right)^2 R_L$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = U_{OC}^2 \frac{R_O - R_L}{(R_O + R_L)^3} = 0 \Rightarrow \text{当 } R_L = R_O \text{ 时, } R_L \text{ 上可以获得最大的功率。}$$

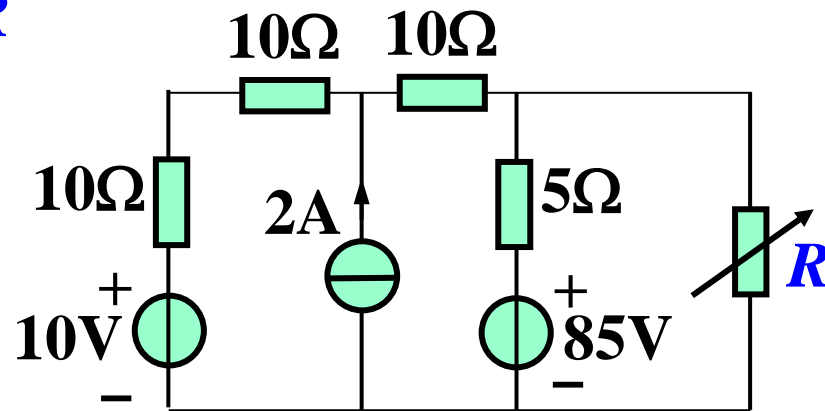
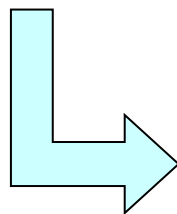
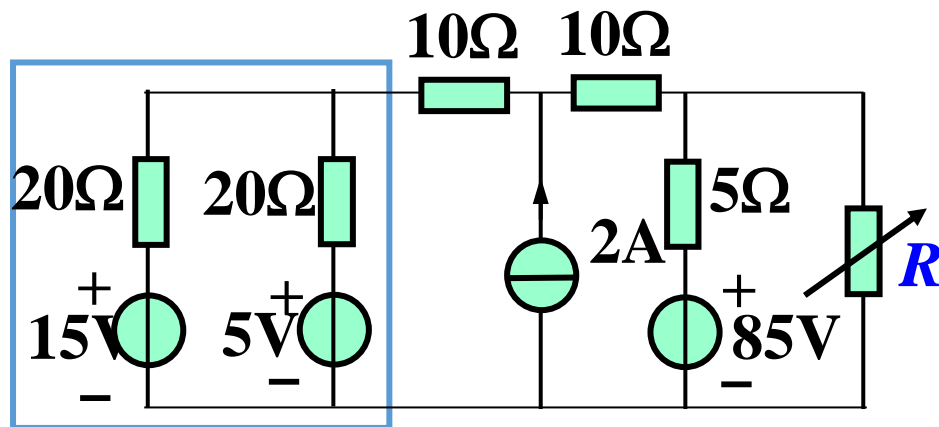
此时，负载可以获得的最大功率为 $P_{L\max} = \frac{U_{OC}^2}{4R_O}$

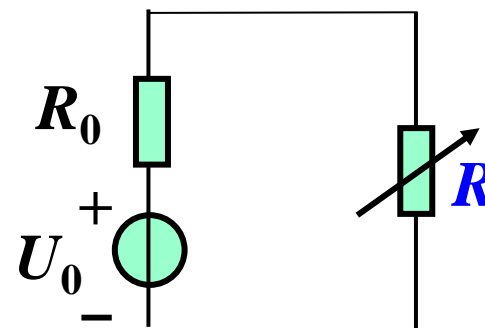
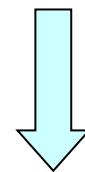
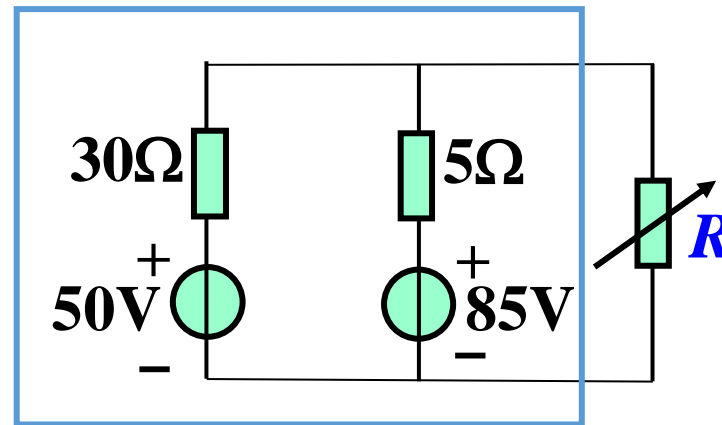
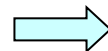
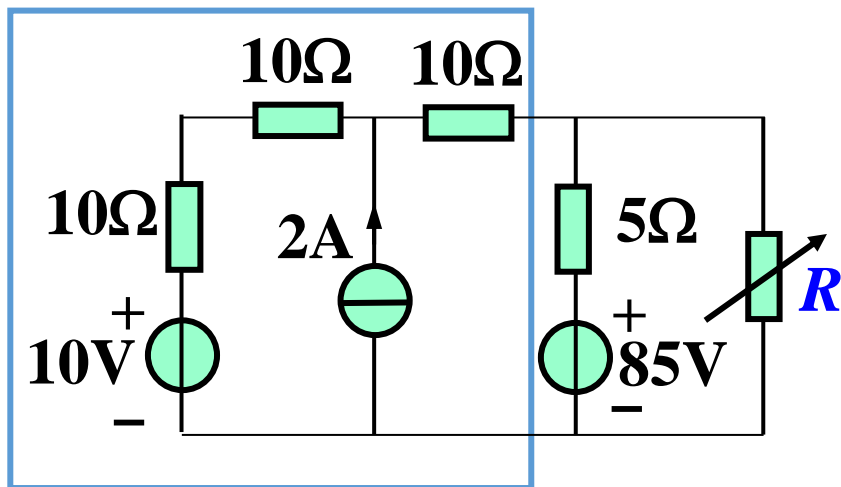
例



R 多大时能从电路中
获得最大功率，并求
此最大功率。

解：





$$U_0 = \frac{5}{35} \times 50 + \frac{30}{35} \times 85 = 80V$$

$$R_0 = \frac{30 \times 5}{35} = 4.29\Omega$$

$R = 4.29\Omega$ 获最大功率。

$$P_{\max} = \frac{80^2}{4 \times 4.29} = 373W$$

$$\begin{cases} U_{oc} = U_{s1} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + U_{s2} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ R_o = R_1 // R_2 \end{cases}$$

习题：2-7~2-15，提交截止时间：下周五4月9日早8：00前