第一章 电路系统元件、信号和定律

1.1电路及电路模型

1.2电学中的基本物理量

1.3电路系统中的信号

1.4电路系统中的元件

1.5基尔霍夫定律

1.6电路网络及其等效规律

回顾

- 基尔霍夫定律
  - KVL
- 电路网络等效
  - 电阻网络等效：电阻串并联等效、受控源等效、Y-△等效

本次课学习内容

- 电路网络等效
  - 电容和电感元件的电路等效
  - 电源等效与变换
- 电阻电路一般分析方法
  - 电路约束与电路方程

三、节点电压法（常用方法）

支路电流法列写方程的一般步骤：

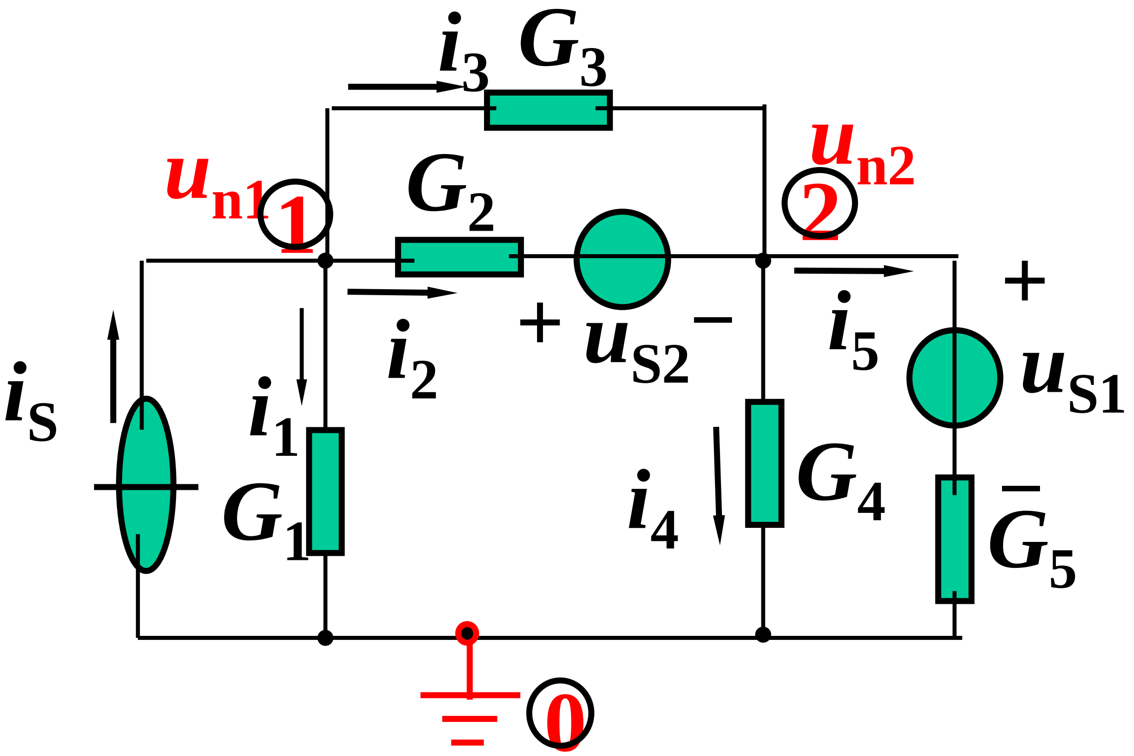
(1) 标定各支路电流参考方向；

(2) 选定$(n-1)$个节点，列写其KCL方程；

(3) 选定$b-(n-1)$个独立回路，列写其KVL方程；
(元件特性代入)

(4) 求解上述方程，得到b个支路电流。

节点电压法 (node voltage method)



一、思路

能否假定一组变量使之自动满足KVL，从而减少联立方程的个数？

任意选择一个节点设为参考节点
节点电压：独立节点到参考点的电压。

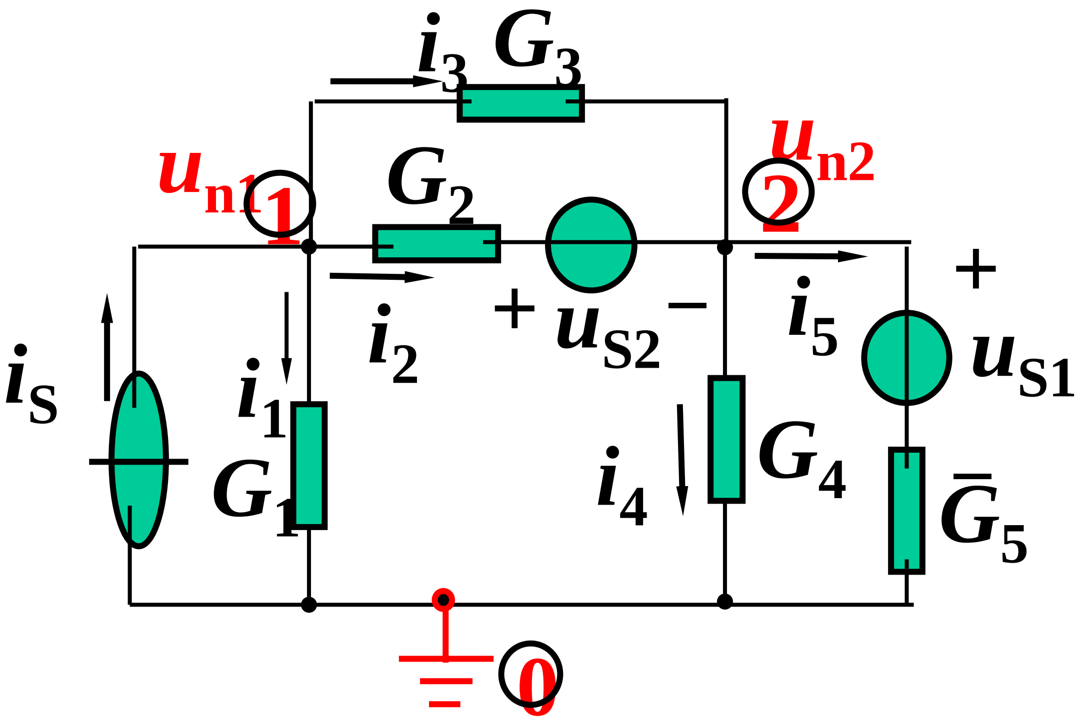
$$\Sigma u = u_{12} + u_{20} + u_{01} = u_{n1} - u_{n2} + u_{n2} - u_{n1} = 0$$

KVL自动满足

节点电压法：以节点电压为未知量列写电路方程分析电路的方法。

二、节点法推导

(1) 列出节点电压和支路电流的关系



$$i_1 = G_1 u_{n1}$$

$$i_2 = G_2(u_{n1} - u_{n2} - u_{S2})$$

$$i_3 = G_3(u_{n1} - u_{n2})$$

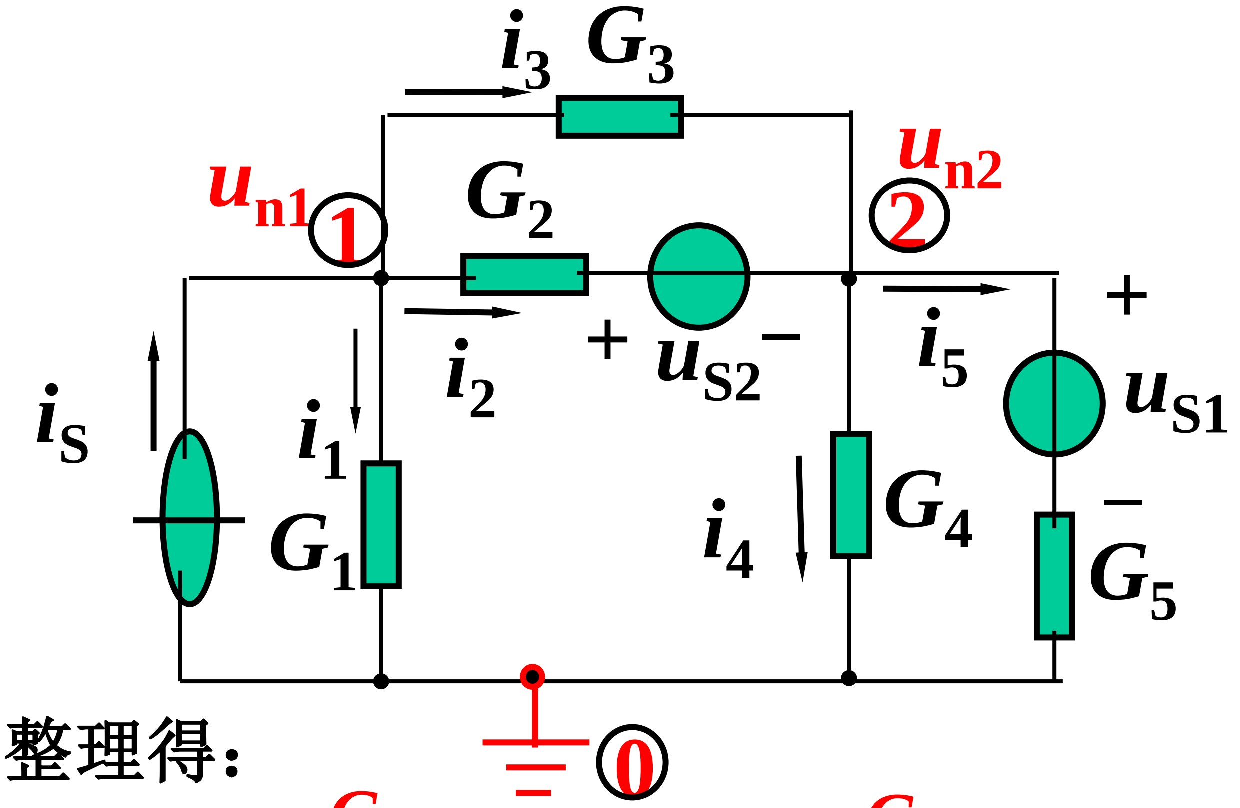
$$i_4 = G_4 u_{n2}$$

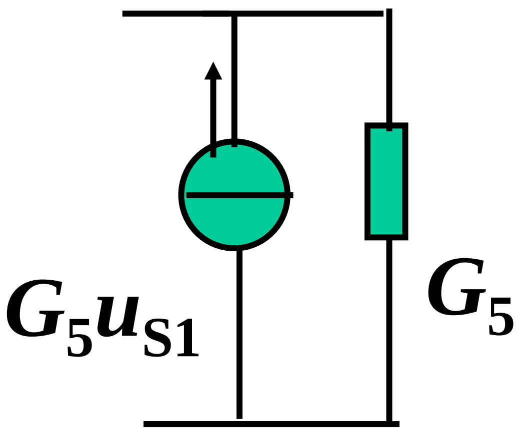
$$i_5 = G_5(u_{n2} - u_{S1})$$

(2) 列KCL方程

节点1：$i_{S1} = i_1 + i_2 + i_3$　　$(G_1 + G_2 + G_3)u_{n1} - (G_2 + G_3)u_{n2} = i_S + G_2 u_{S2}$

节点2：$i_2 + i_3 = i_4 + i_5$　　$-(G_2 + G_3)u_{n1} + (G_2 + G_3 + G_4 + G_5)u_{n2} = -G_2 u_{n2} + G_5 u_{S1}$





整理得：

等效电流源

$$\underbrace{(G_1+G_2+G_3)}_{G_{11}}u_{n1}-\underbrace{(G_2+G_3)}_{G_{12}}u_{n2}=\underbrace{i_s+G_2u_{S2}}_{i_{sn1}}$$

$$\underbrace{-(G_2+G_3)}_{G_{21}}u_{n1}+\underbrace{(G_2+G_3+G_4+G_5)}_{G_{22}}u_{n2}=\underbrace{-G_2u_{S2}+G_5u_{S1}}_{i_{sn2}}$$

G_{11}、G_{22} 自电导；G_{12} 、G_{21} 互电导，恒为负

$$\sum i_{R出}=\sum i_{S入}$$

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2} = i_{Sn1} \\ G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2} = i_{Sn1} \end{cases}$$

(3) 节点方程的一般形式

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & & G_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ G_{n1} & R_{n2} & \cdots & G_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{n1} \\ u_{n2} \\ \vdots \\ u_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sn1} \\ i_{sn2} \\ \vdots \\ i_{snn} \end{bmatrix}$$

G_{jj}: 自电导

G_{ij}: 互电导，恒为负

i_{sni}: 流入第i个节点电流源（包括等效电流源）电流的代数和。

* 当电路中无受控源时，系数矩阵对称。

三、节点法解题步骤

(1) 选定参考节点，标定n−1个独立节点；

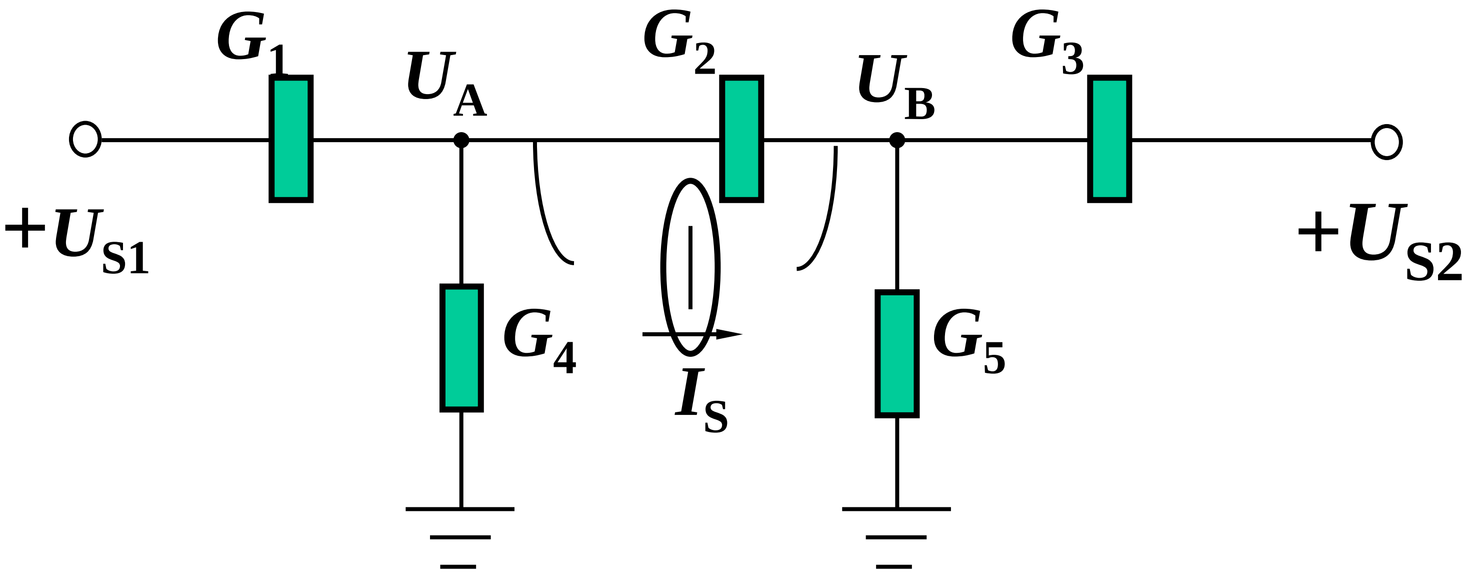
(2) 对n−1个独立节点，以节点电压为未知量，列写其KCL方程；

(3) 求解上述方程，得到n−1个节点电压；

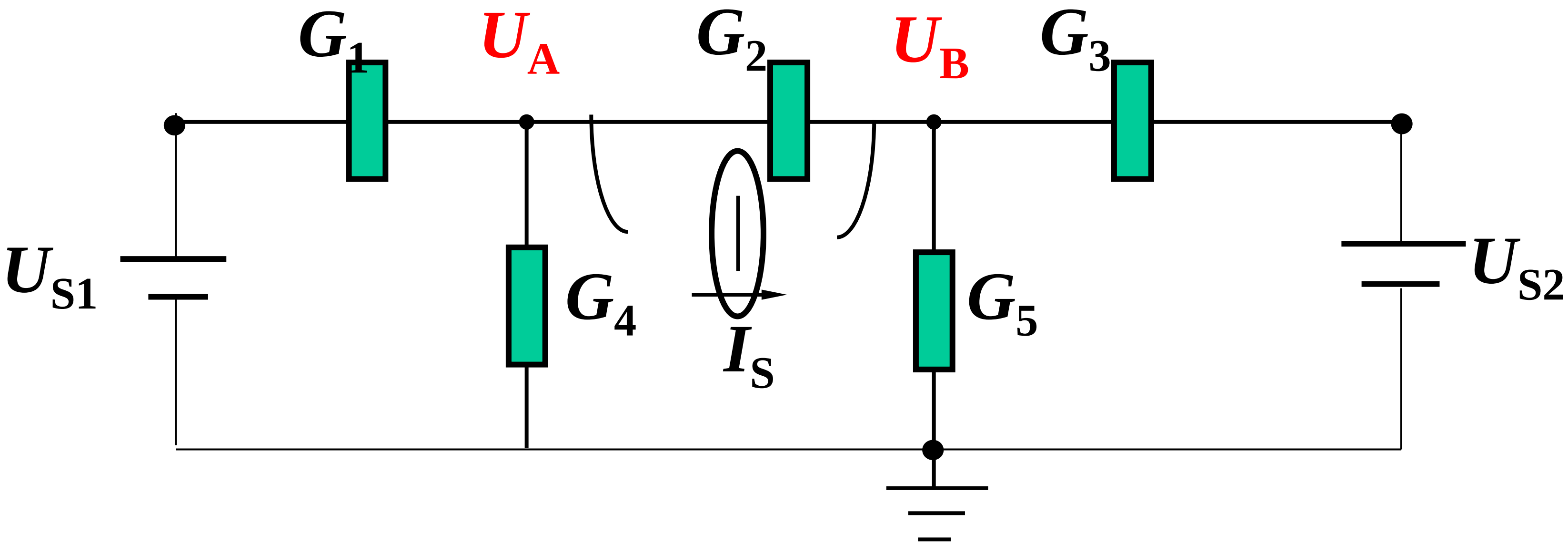
(4) 求各支路电流(用节点电压表示)；

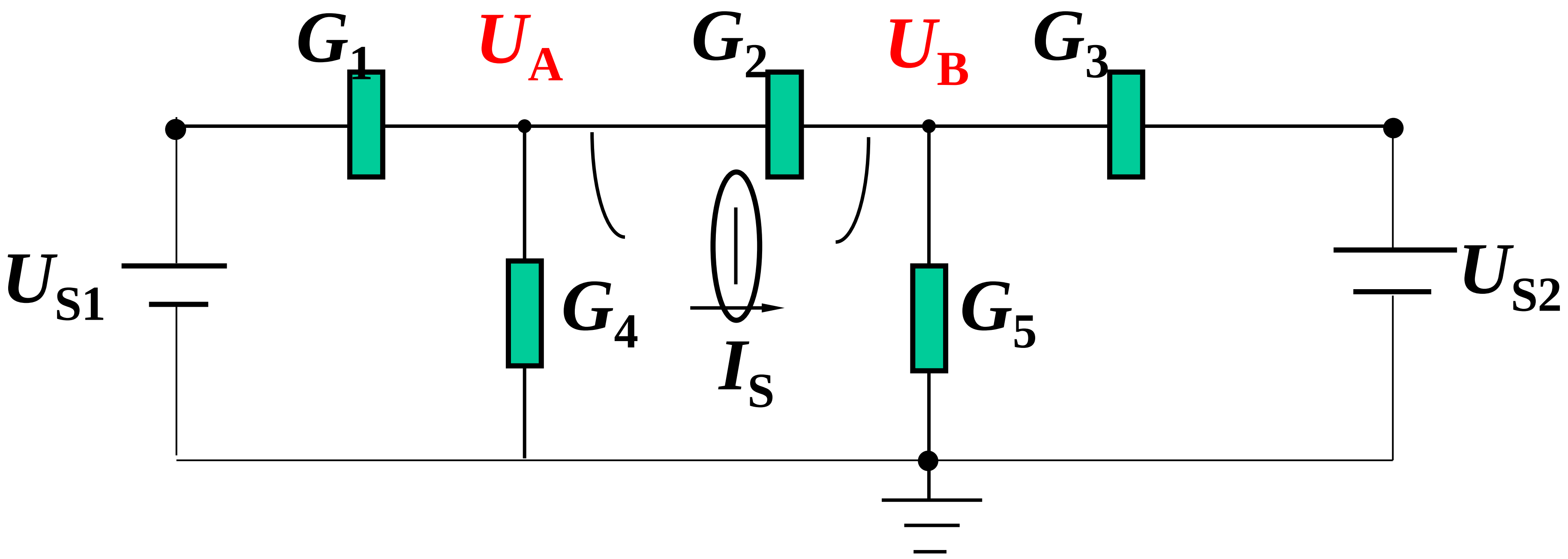
(5) 校验

例1 用节点法列写以U_A、U_B为节点电压的方程。



解： 电路可改画为



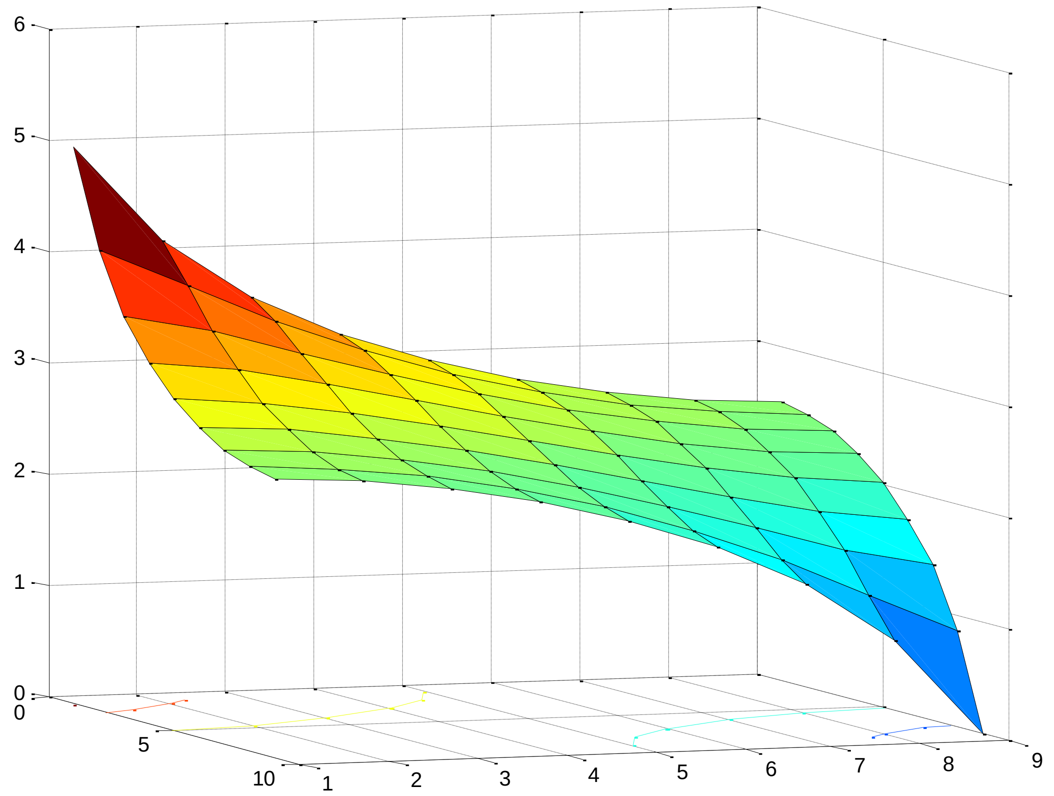


列节点电压方程：

$$\begin{cases} (G_1+G_4+G_2)U_A - G_2U_B = -I_S + G_1U_{S1} \\ -G_2U_A + (G_2+G_3+G_5)U_B = I_S + G_3U_{S2} \end{cases}$$

手写绘图板电压分布G矩阵

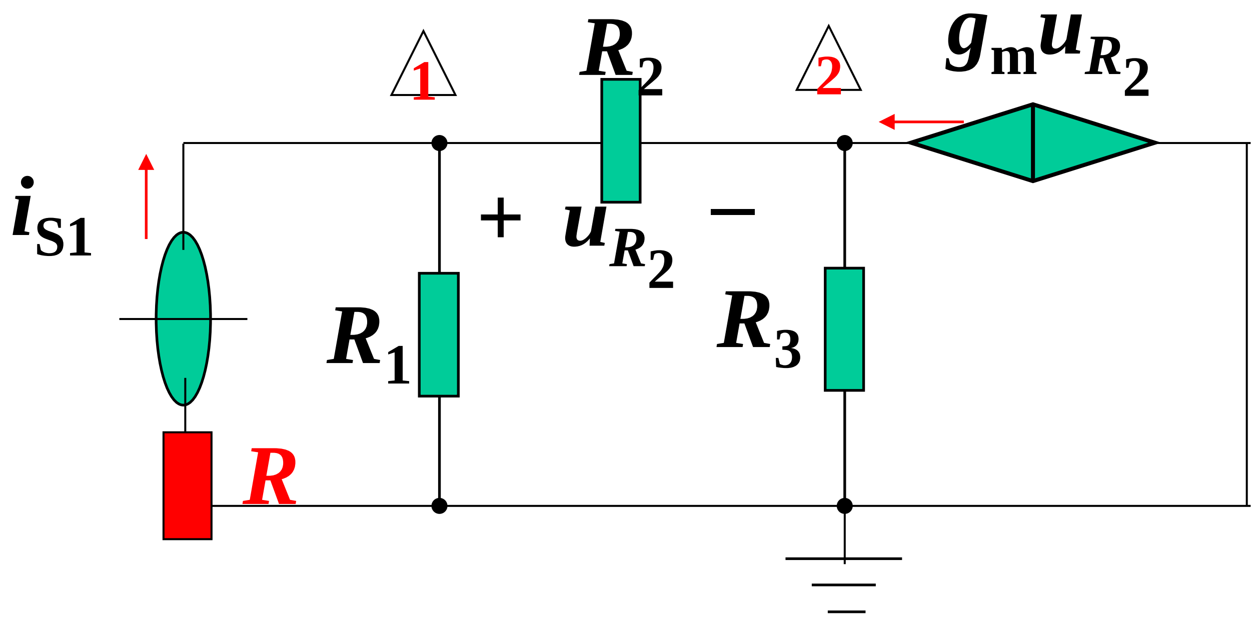
内部为4;
第1列、第N列、第1行、第N行除角点为3;
(N,1)点和 (1,N)点为2;
(1,1)点接正电压，(N,N)接地 为1。



例2 列写下图含VCCS电路的节点电压方程。

解： (1) 先把受控源当作独立源看

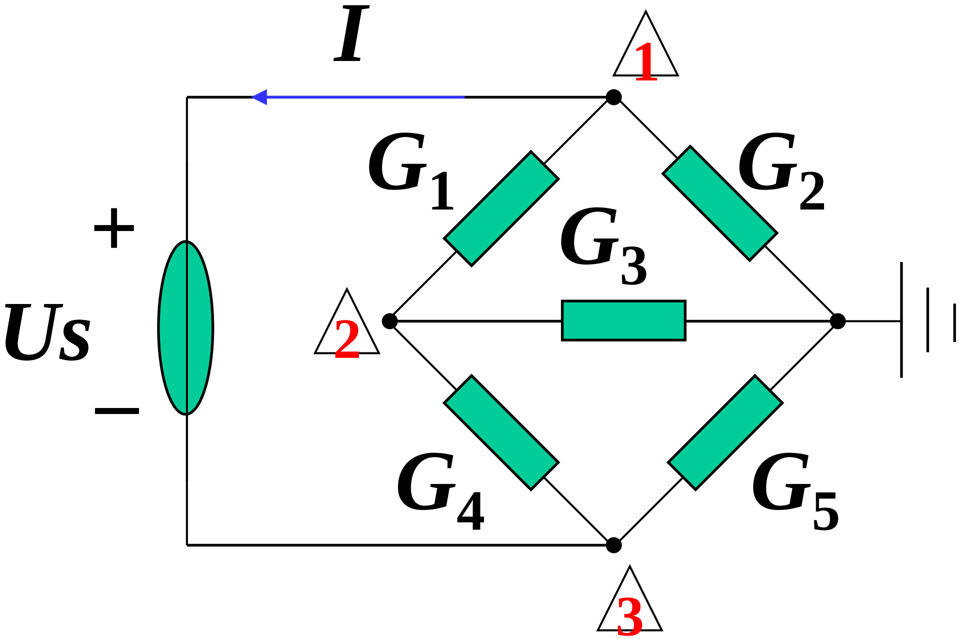
(2) 用节点电压表示控制量。



$$
\begin{cases}
\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)U_{n1}-\dfrac{1}{R_2}U_{n2}=i_{S1} \\
-\dfrac{1}{R_2}U_{n1}-\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_2}\right)U_{n2}=g_m u_{R2} \\
u_{R2}=U_{n1}-U_{n2}
\end{cases}
$$

$$G_{12} \neq G_{21}$$

例3 试列写下图含理想电压源电路的节点电压方程。



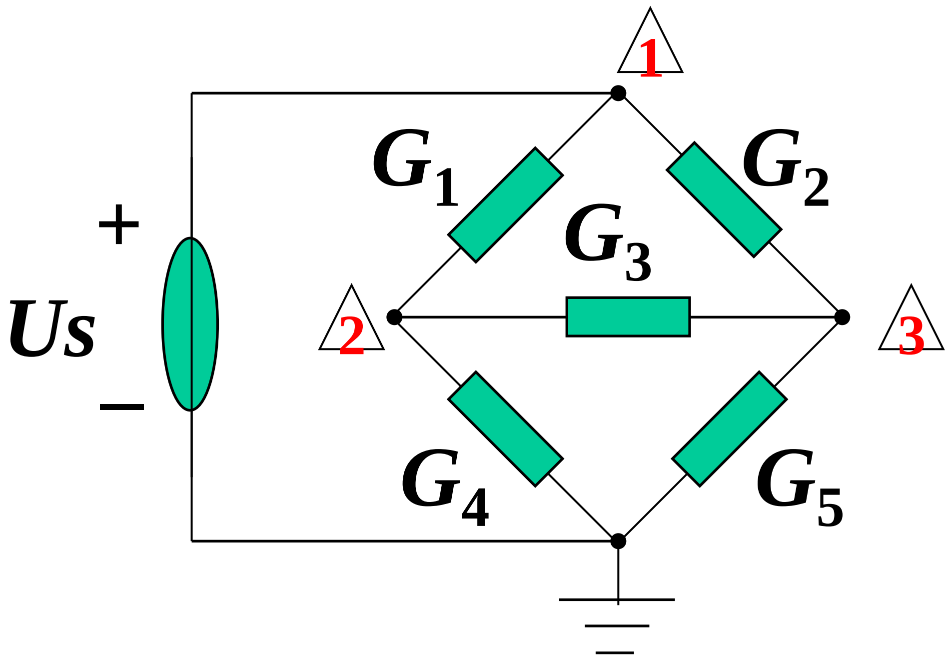
方法1：设电压源电流为I，

增加一个节点电压
与电压源间的关系

$$\begin{cases} (G_1+G_2)U_1-G_1U_2+I=0 \\ -G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_4U_3 \\ -G_4U_2+(G_4+G_5)U_3-I=0 \end{cases}$$

$$U_1-U_2=U_S$$

方法2：选择合适的参考点



$$\begin{cases} U_1 = U_S \\ -G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_3U_3=0 \\ -G_2U_1-G_3U_2+(G_2+G_3+G_5)U_3=0 \end{cases}$$

思考：含理想受控电压源时如何列方程？

支路法、回路法和节点法的比较:

(1) 方程数的比较

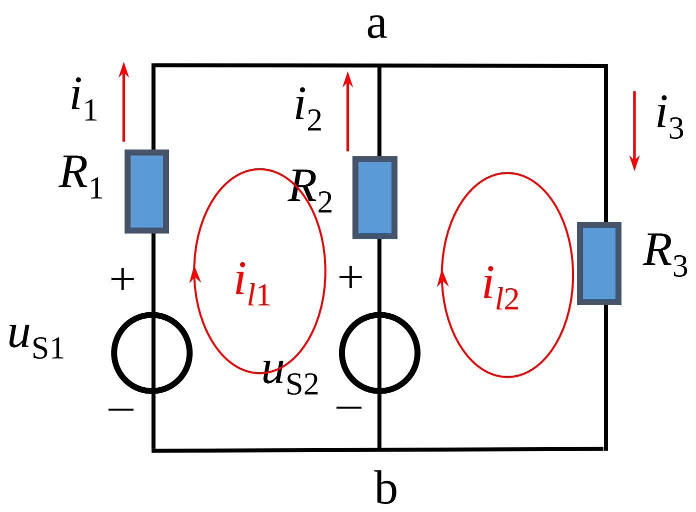
	KCL方程	KVL方程	方程总数
支路法	n-1	b-(n-1)	b
回路法	0	b-(n-1)	b-(n-1)
节点法	n-1	0	n-1

(2) 对于非平面电路，选独立回路不容易，而独立节点较容易。

(3) 回路法、节点法易于编程。

回路电流法 (loop current method)

思路:　为减少未知量(方程)的个数，假想每个回路中有一个回路电流。



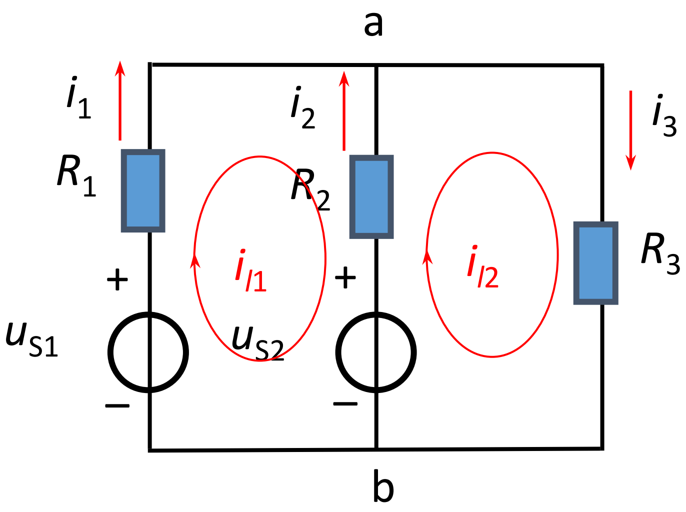
设回路电流为 i_{l1}、 i_{l2}。

回路电流自动满足KCL

支路电流是回路电流的组合

$i_1= i_{l1}$， $i_2= i_{l2}- i_{l1}$， $i_3= i_{l2}$。

回路电流法：以回路电流为未知量列写电路方程分析电路的方法。



列各回路的KVL方程

$$\begin{cases} \text{回路1：} R_1 i_{l1}+R_2(i_{l1}- i_{l2})-u_{S1}+u_{S2}=0 \\ \text{回路2：} R_2(i_{l2}- i_{l1})+ R_3 i_{l2} -u_{S2}=0 \end{cases}$$

电压与回路绕行方向一致时取“+”；否则取“–”。

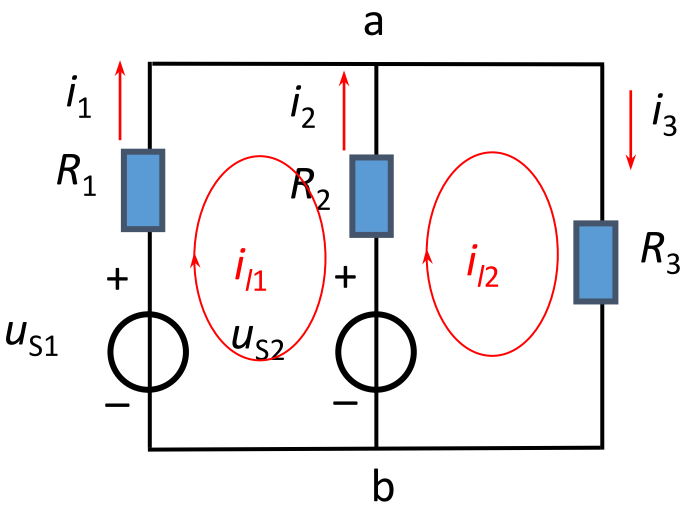
整理得

$$\begin{cases} \underbrace{(R_1+ R_2)}_{R_{11}} i_{l1} \underbrace{-R_2}_{R_{12}} i_{l2} = u_{S1}-u_{S2} \\ \underbrace{- R_2}_{R_{21}} i_{l1}+ \underbrace{(R_2 +R_3)}_{R_{22}} i_{l2} = u_{S2} \end{cases}$$

$$\sum U_{R\text{降}}=\sum U_{S\text{升}}$$

电阻两端电压的降低

电源两端电压的升高



自电阻　　互电阻

$$\left.\begin{aligned}\underline{R_{11}}i_{l1}+\underline{R_{12}}i_{l2}&=u_{Sl1}\\ R_{21}i_{l1}+R_{22}i_{l2}&=u_{Sl2}\end{aligned}\right\}$$

$R_{11}=R_1+R_2$　代表回路1的总电阻（自电阻）

$R_{22}=R_2+R_3$　代表回路2总电阻（自电阻）

$R_{12}=-R_2$, $R_{21}=-R_2$　代表回路1和回路2的公共电阻（互电阻）

$u_{Sl1}=u_{S1}-u_{S2}$　回路1中所有电压源电压升的代数和

$u_{Sl2}=u_{S2}$　回路2中所有电压源电压升的代数和

一般情况，对于具有 $l=b-(n-1)$ 个回路的电路，有

$$\begin{cases} R_{11}i_1+R_{12}i_2+\ldots+R_{1l}i_l=u_{Sl1} \\ R_{21}i_1+R_{22}i_2+\ldots+R_{2l}i_l=u_{Sl2} \\ \quad\ldots \\ R_{l1}i_1+R_{l2}i_2+\ldots+R_{ll}i_l=u_{Sll} \end{cases}$$

其中:

R_{jk}:互电阻 $\begin{cases} + \\ - \\ 0 \end{cases}$

R_{kk}:自电阻(为正)

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1l} \\ R_{21} & R_{22} & & R_{2l} \\ \vdots & & & \vdots \\ R_{l1} & R_{l2} & \cdots & R_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{sl1} \\ u_{sl2} \\ \vdots \\ u_{sll} \end{bmatrix}$$

特例：不含受控源的线性网络 $R_{jk}=R_{kj}$，系数矩阵为对称阵。

回路法列方程的一般步骤:

(1) 选定$l=b-(n-1)$个独立回路，并确定其绕行方向;

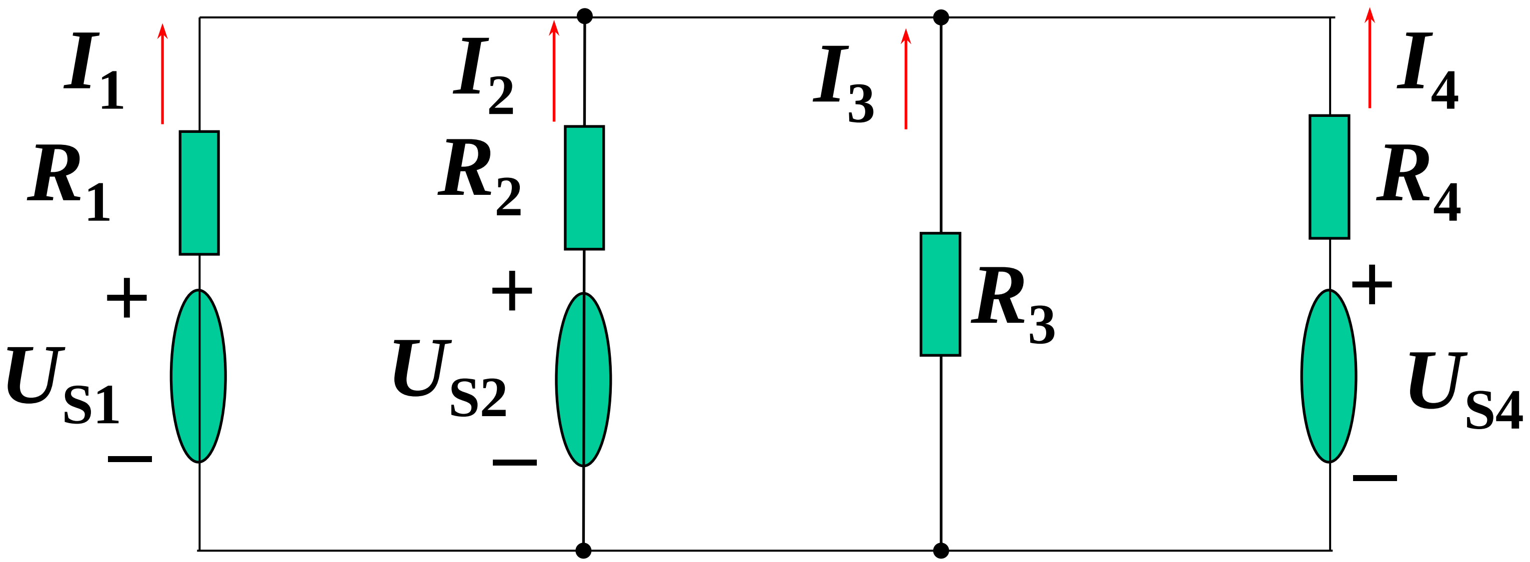
(2) 以回路电流为未知量，列写回路的KVL方程;

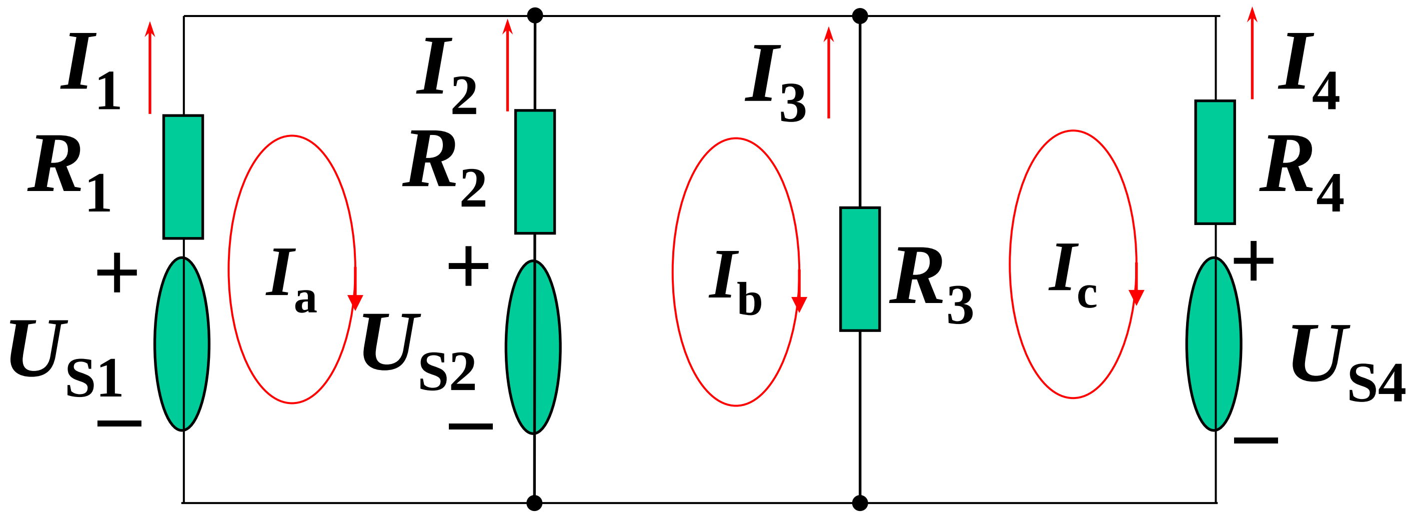
(3) 求解上述方程，得到l个回路电流;

(4) 求各支路电流(用回路电流表出支路电流);

(5) 校核

例1 用回路法求各支路电流。





解

(1) 设独立回路电流

(顺时针)

(2) 列 KVL 方程

$$
\left.\begin{aligned}
&(R_1+R_2)I_a - R_2 I_b = U_{S1} - U_{S2} \\
&-R_2 I_a + (R_2+R_3)I_b - R_3 I_c = U_{S2} \\
&-R_3 I_b + (R_3+R_4)I_c = -U_{S4}
\end{aligned}\right\}
$$

对称阵，且互电阻为负

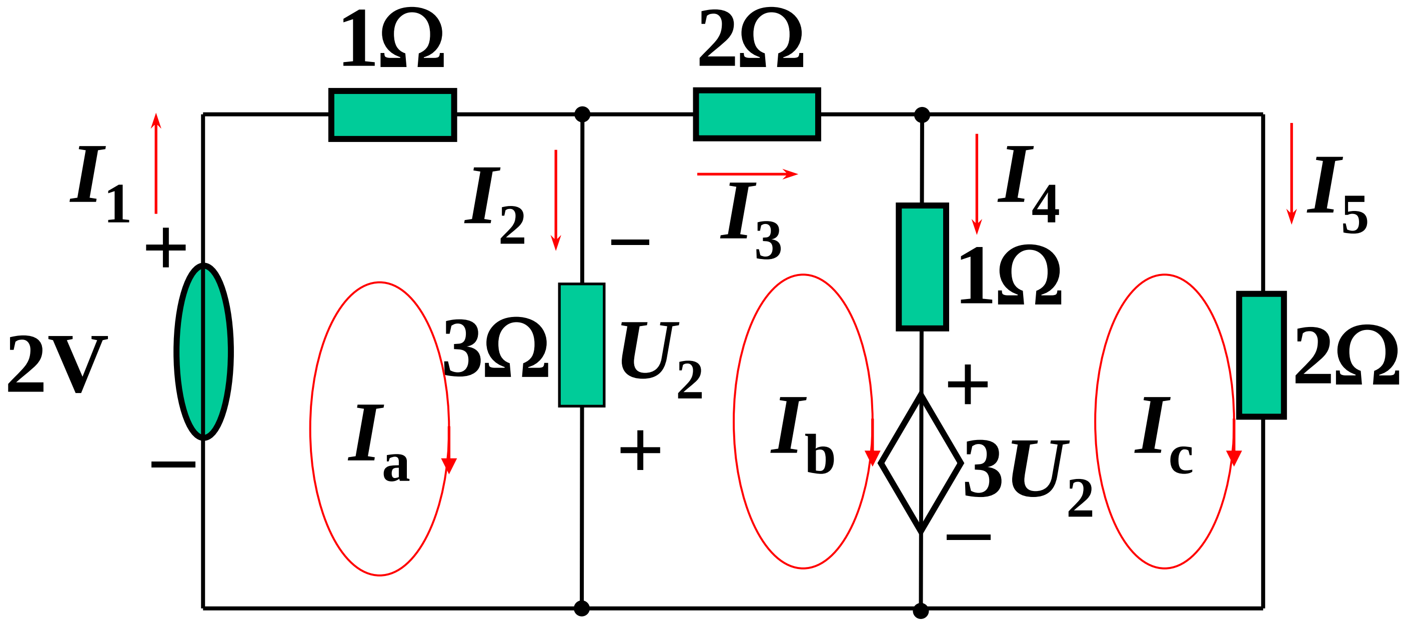
(3) 求解回路电流方程，得 I_a， I_b， I_c

(4) 求各支路电流： $I_1=I_a$ ， $I_2=I_b-I_a$ ， $I_3=I_c-I_b$ ， $I_4=-I_c$

(5) 校核： 选一新回路校核KVL方程是否满足。

例2 用回路法求含有受控电压源电路的各支路电流。

解:



先将VCVS看作独立源建立方程;

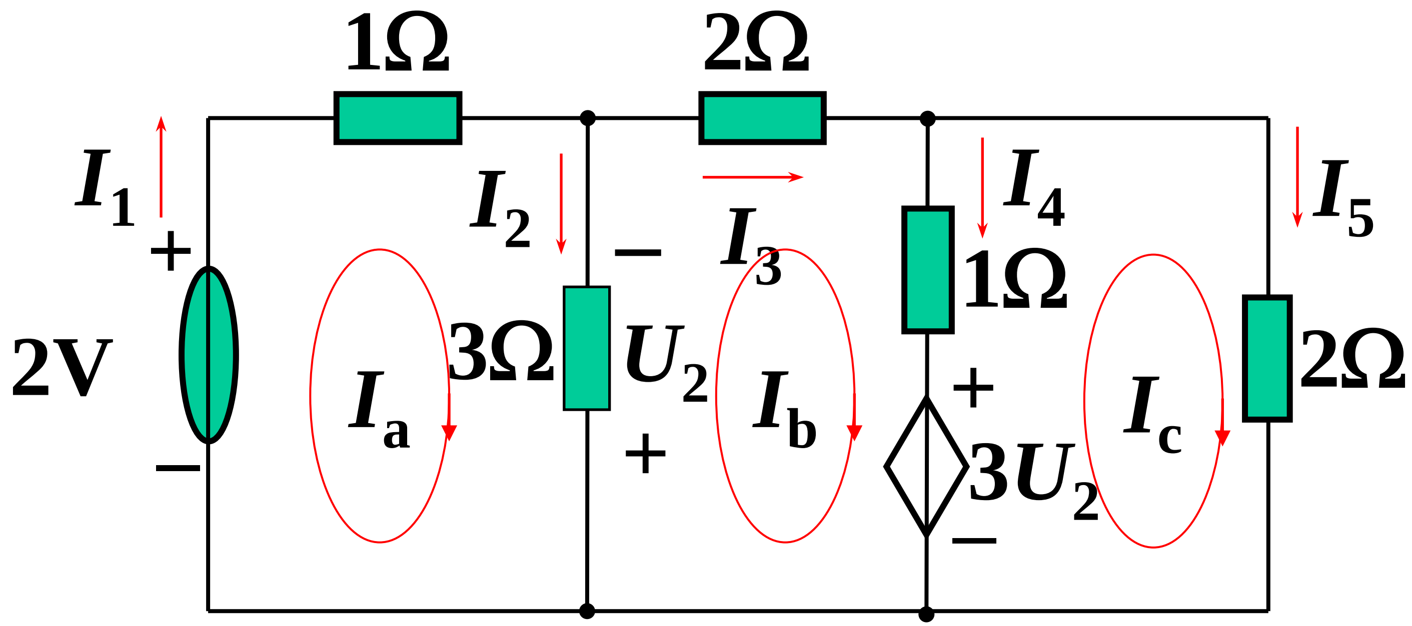
(1)设回路电流 I_a、I_b、I_c

(2)写回路方程

$$\begin{cases} (1+3)I_a - 3I_b = 2 \\ -3I_a + (3+2+1)I_b - I_c = -3U_2 \\ -I_b + (1+2)I_c = 3U_2 \end{cases}$$

(3)用回路电流表示控制量 $U_2 = 3(I_b - I_a)$

整理得:



$$\begin{cases} 4I_a - 3I_b = 2 \\ -12I_a + 15I_b - I_c = 0 \\ 9I_a - 10I_b + 3I_c = 0 \end{cases}$$

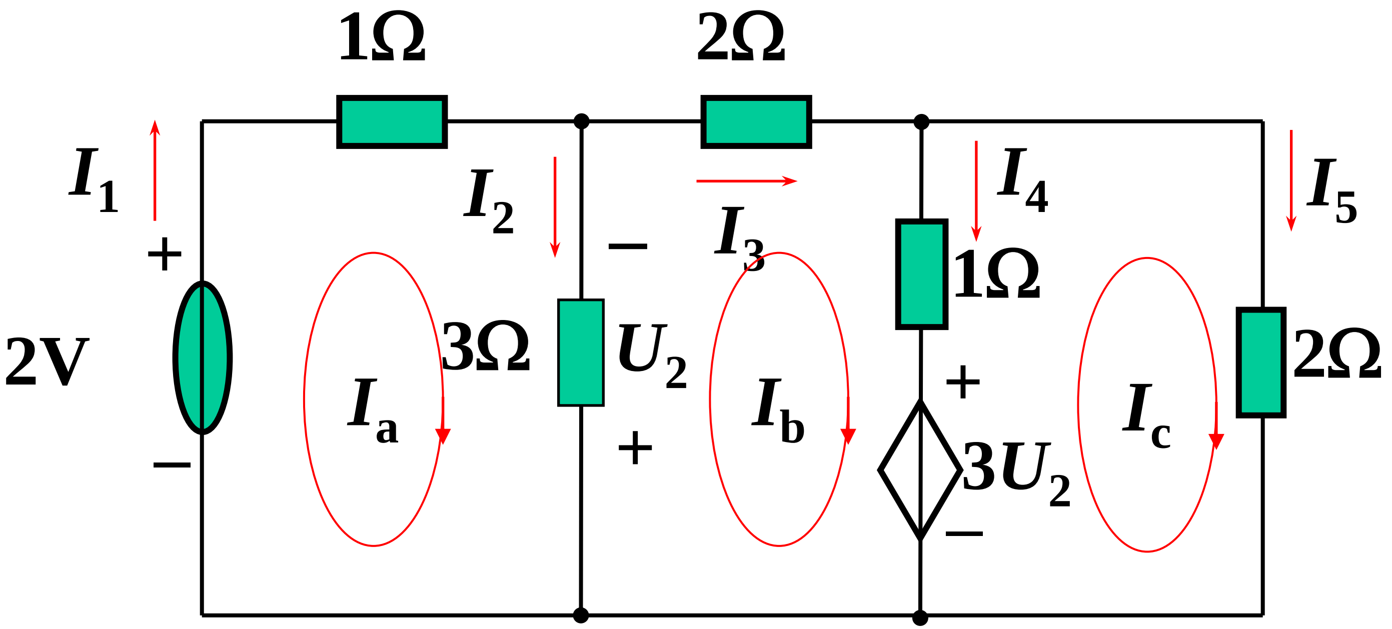
(3) 解方程得

$$\begin{cases} I_a = 1.19\text{A} \\ I_b = 0.92\text{A} \\ I_c = -0.51\text{A} \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 4 & -3 & 0 \\ -12 & 15 & -1 \\ 9 & -10 & 3 \end{vmatrix}$$

系数行列式不对称

* 由于含受控源,方程的系数矩阵一般不对称。



(4)求各支路电流

$I_1 = I_a = 1.19\text{A}$

$I_2 = I_a - I_b = 0.27\text{A}$

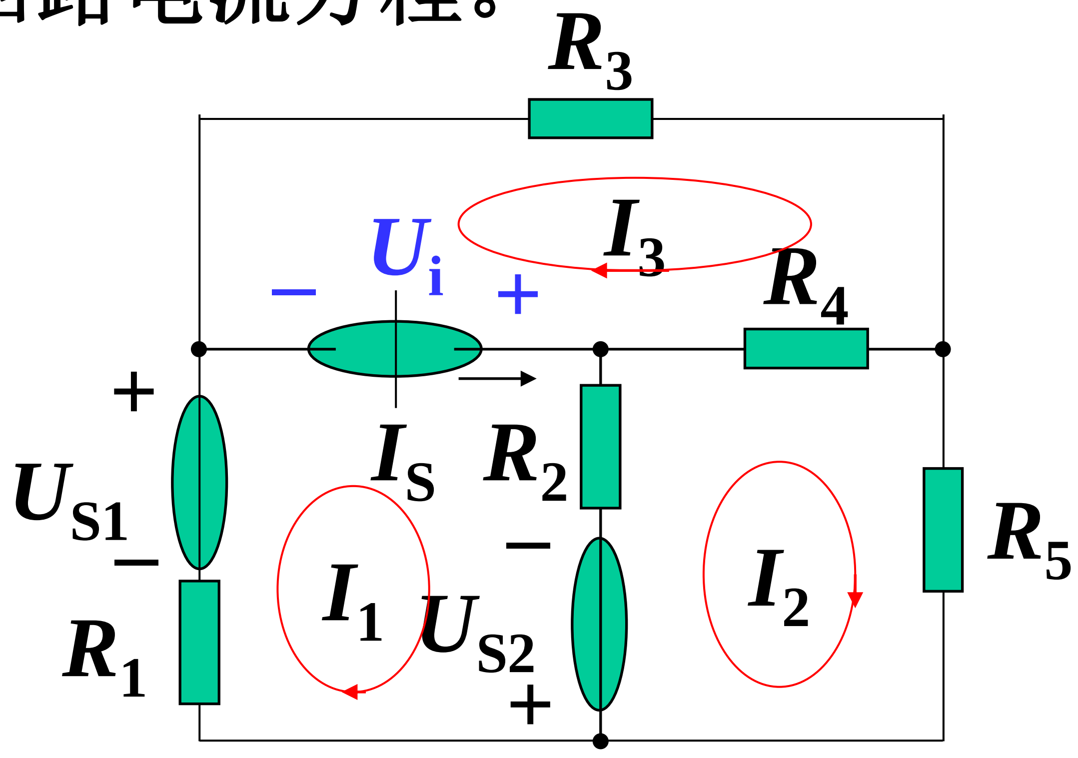
$I_3 = I_b = 0.92\text{A}$,

$I_4 = I_b - I_c = 1.43\text{A}$

$I_5 = I_c = -0.52\text{A}$

(5)校核　　$1 \times I_1 + 2I_3 + 2I_5 = 2$　　$(\sum U_{R\,降} = \sum E_{升})$

例3　列写含有理想电流源电路的回路电流方程。



方法1：

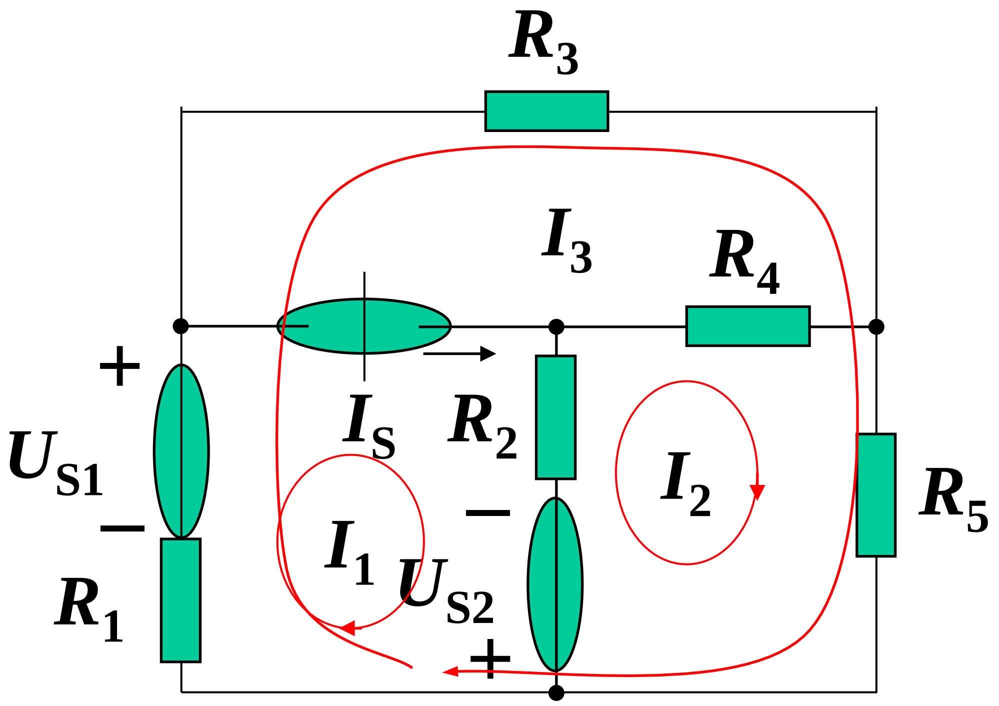
设电流源端电压为U_i

$$(R_1+R_2)I_1-R_2I_2=U_{S1}+U_{S2}+U_i$$

$$\begin{cases} -R_2I_1+(R_2+R_4+R_5)I_2-R_4I_3=-U_{S2} \\ -R_4I_2+(R_3+R_4)I_3=-U_i \\ I_S=I_1-I_3 \end{cases}$$

增加回路电流和电流源电流的关系方程。

方法2：选取独立回路时，使理想电流源支路仅仅属于一个回路, 该回路电流即 为I_S。



思考：
含理想受控电流源时
如何列方程？

$$\begin{cases} I_1 = I_S \\ -R_2I_1+(R_2+R_4+R_5)I_2+R_5I_3=-U_{S2} \\ R_1I_1+R_5I_2+(R_1+R_3+R_5)I_3=U_{S1} \end{cases}$$