



题号	一	二	三						四	五	六
			1	2	3	4	5	6			
得分											

注意：本卷总共 4 页，总分 100 分，时间 120 分钟

得分	
----	--

一、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. 若  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax + \sin x}{x} = 2$ ，则  $a =$  \_\_\_\_\_.
2. 设  $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ ，则  $dy =$  \_\_\_\_\_.
3.  $\int (e^{-2x} + 1) dx =$  \_\_\_\_\_.
4. 微分方程  $y'x = y$  满足  $y(1) = 3$  的特解为 \_\_\_\_\_.
5. 设函数  $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{2x}}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ ，且  $f(x)$  在  $x = 0$  处连续，则  $a =$  \_\_\_\_\_.
6.  $y = \ln(1-x)$  的带佩亚诺余项的  $n$  阶麦克劳林表达式为 \_\_\_\_\_.

得分	
----	--

二、选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. 当  $x \rightarrow 0$  时，下列函数中 ( ) 是  $f(x) = x^2$  的同阶但非等价无穷小.  
(A)  $\sin x$ ; (B)  $1 - \cos x$ ; (C)  $\arctan 2x$ ; (D)  $\tan x^2$ .
2. 下列结论不正确的是 ( ).  
(A) 若  $f(x)$  在区间  $I$  内连续，则  $f'(x)$  在区间  $I$  内连续；  
(B) 若  $f'(x)$  在区间  $I$  内连续，则  $f(x)$  在区间  $I$  内连续；  
(C) 若  $f(x)$  在区间  $I$  内等于常数，则  $f'(x)$  在区间  $I$  内等于零；  
(D) 若  $f'(x)$  在区间  $I$  内等于零，则  $f(x)$  在区间  $I$  内等于常数.
3.  $x = 0$  是函数  $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$  的 ( ).  
(A) 连续点; (B) 可去间断点; (C) 跳跃间断点; (D) 无穷间断点.
4. 定积分  $\int_0^{\pi} |\sin 2x| dx$  的值是 ( ).  
(A) 0; (B) 2; (C) -2; (D) 4.
5. 函数  $f(x) = x - \ln(1+x)$  在区间  $[0, 1]$  上满足拉格朗日定理的点  $\xi =$  ( ).  
(A)  $1 - \ln 2$ ; (B)  $\frac{1}{\ln 2} - 1$ ; (C)  $1 - \frac{1}{\ln 2}$ ; (D)  $\frac{1}{\ln 2}$ .
6.  $\int (\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}) dx =$  ( ).  
(A)  $-2 \cot x + C$ ; (B)  $2 \cot x + C$ ; (C)  $-\cot x + \tan x + C$ ; (D)  $\cot x - \tan x + C$ .
7.  $\frac{d}{dx} \int_a^x \arcsin t dt =$  ( ).  
(A)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ; (B) 0; (C)  $\arcsin x - \arcsin a$ ; (D)  $\arcsin x$ .
8. 曲线  $y = e^x$  与该曲线过原点的切线及  $y$  轴所围的平面图形面积为 ( ).  
(A)  $\int_0^1 (e^x - ex) dx$ ; (B)  $\int_1^e (e^x - xe^x) dx$ ;  
(C)  $\int_1^e (\ln y - y \ln y) dy$ ; (D)  $\int_0^1 (\ln y - y \ln y) dy$ .

三、简单计算题（共 6 小题，每题 6 分，共 36 分）

得分  1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$ .

得分  3. 求函数  $f(x) = x^2 + \frac{1}{4x}$  的极值.

得分  2. 设  $y = \ln \sqrt{4 - x^2}$ , 求  $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=1}$  的值.

得分  4. 已知  $\begin{cases} x = e^{-t} \cos t \\ y = e^{-t} \sin t \end{cases}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ .



得分

四、综合计算题 (共 10 分)

1. [4 分] 方程  $xy + e^{y^2} - x = 0$  确定隐函数  $y = y(x)$ , 求曲线  $y = y(x)$  在点  $(1, 0)$  处的切线方程.

2. [6 分] 求微分方程  $y'' + 5y' - 6y = xe^{-2x}$  的通解.

得分

5. 求  $\int \arcsin x dx$ .

得分

6. 计算  $I = \int_0^2 x^2 \sqrt{4-x^2} dx$ .



得分

## 五、应用题 (本题 7 分)

已知平面图形由直线  $y = x + 2$  和曲线  $y = x^2$  围成, 试求该平面图形的面积  
以及它绕  $x$  轴旋转一周生成的旋转体的体积.

得分

## 六、证明题 (本题 5 分)

设  $f(x)$  和  $g(x)$  在区间  $[a, b]$  上连续, 且满足:

(1) 当  $x \in [a, b]$  时,  $\int_a^x f(t) dt \geq \int_a^x g(t) dt$ ;

(2)  $\int_a^b f(t) dt = \int_a^b g(t) dt$ .

试证明:  $\int_a^b xf(x) dx \leq \int_a^b xg(x) dx$ .

