

| | | | | | | | |
|------|---------------|----------|------|--------------|--|----|--|
| 考试课程 | 高等数学甲 2(层次 A) | | 考试日期 | 2011 年 6 月 日 | | 成绩 | |
| 课程号 | A0702173 | 教师号 | | 任课教师姓名 | | | |
| 考生姓名 | | 学号 (8 位) | | 年级 | | 专业 | |

| | | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 |
| 得 分 | | | | | | | | | |

| | |
|----|--|
| 得分 | |
|----|--|

一、选择题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. [3 分] 曲线 $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 x 轴旋转一周所得曲面的方程为 ()

(A) $x^2 - 2y^2 + z^2 = 1$;

(B) $x^2 - 2y^2 - 2z^2 = 1$;

(C) $x^2 - 2y^2 - z^2 = 1$;

(D) $x^2 - 2y^2 + 2z^2 = 1$.

2. [3 分] 设 $u = 2xy - z^2$, 则 u 在 $(2, -1, 1)$ 处的方向导数的最大值为 ().

(A) 24;

(B) $2\sqrt{2}$;

(C) 4;

(D) $2\sqrt{6}$.

3. [3 分] 区域 D 为 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$, 则积分 $\iint_D e^x \cdot e^y dx dy$ 的值为 ().

(A) $(e-1)^2$;

(B) e ;

(C) $(e+1)^2$;

(D) e .

4. [3 分] 设 L 是圆域 $D: x^2 + y^2 \leq -2x$ 的正向周界, 则 $\oint_L x dy - y dx$ 等于 ()

(A) -2π ;

(B) 0;

(C) $\frac{3}{2}\pi$;

(D) 2π .

5. [3 分] 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ 收敛时参数 p 的范围 ()

(A) $p > 1$;

(B) $0 < p < 1$;

(C) $p \geq 1$;

(D) $-1 < p < 0$.

6. [3分] 设 Σ 为柱面 $x^2 + y^2 = 1$ 介于平面 $z = 0$ 与 $z = 1$ 之间部分的外侧, 则 $\iint_{\Sigma} y^2 dydz = (\quad)$

- (A) $\frac{2}{3}$; (B) $-\frac{2}{3}$; (C) 0; (D) $-\frac{4}{3}$.

7. [3分] 下列级数中发散的是 ()

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\ln(n+1)}$; (B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n-1}$;

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^n}$; (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin na}{n^2}$, 其中 $0 < a < 1$.

8. [3分] 曲面 $z = y + \ln x - \ln z$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的法线方程是 ()

(A) $x-1 = y-1 = \frac{z-1}{-1}$; (B) $x-1 = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-2}$;

(C) $x-1 = y-1 = \frac{z-1}{-2}$; (D) $x = y = \frac{z+3}{2}$.

得分

 二、填空题 (每小题 4 分, 本题共 16 分)

1. 过点 $(2, 0, -3)$ 且与直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ 垂直的平面方程是_____.

2. 设 L 是从 $A(1, 0)$ 到 $B(-1, 2)$ 的直线段, 则 $\int_L (x+y) ds =$ _____.

3. $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x \leq 0, \\ 1 + \frac{1}{4}x^2, & 0 < x \leq \pi, \end{cases}$ 则其以为 2π 周期的傅立叶级数在点 $x = \pi$ 收敛于_____.

4. 二次积分 $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y)$ 可交换次序为_____.

| | |
|----|--|
| 得分 | |
|----|--|

三、试解下列各题（本题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

1. [6 分] $z = \frac{y}{x} \sin(x^2 + y^2)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

2. [6 分] 求 $f(x, y, z) = (x + 2y + 3z)^2$ 在点 $(-1, 2, 0)$ 处的梯度.

| | |
|----|--|
| 得分 | |
|----|--|

四、[本题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分]

1. [6 分] $z = z(x, y)$ 由方程 $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y}$ 所确定，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

2. [6 分] 计算二重积分 $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ ，其中 D 由 $x^2 + y^2 = 1$ 和 $x^2 + y^2 = x$ 及 $x = 0$ 所围在第一象限的区域.

| | |
|----|--|
| 得分 | |
|----|--|

五、[本题 7 分] 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n$ 的收敛域及和函数.

| | |
|----|--|
| 得分 | |
|----|--|

六、[本题 7 分] 计算曲线积分 $\int_L (5xy - e^x \sin y) dy + e^x \cos y dx$, 其中 L 为曲线

$x = \sqrt{2y - y^2}$, 方向为沿 y 增大的方向.

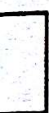
| | |
|----|--|
| 得分 | |
|----|--|

七、[本题 8 分] 计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} xyz dx dy$, 其中 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的外

侧在 $x \geq 0$, $y \geq 0$ 的部分.

八、[本题 9 分] 设曲面 $S: \frac{x^2}{2} + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$, 平面 $\pi: 2x + 2y + z + 5 = 0$,

- (1) 试在曲面 S 上求平行于平面 π 的切平面方程;
- (2) 试求曲面 S 与平面 π 之间的最短距离.



九、[本题 5 分] 设 $f(x)$ 为区间 $[a, b]$ 上的正值连续函数, 且 $\int_a^b f(x) dx = A$,

试证明:
$$\int_a^b f(x) e^{f(x)} dx \int_a^b \frac{1}{f(x)} dx \geq (b-a)(b-a+A)$$