

杭州电子科技大学学生考试（模拟）

一、填空题（每空格 2 分）

1. 设事件 A, B 相互独立, $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.6$, 则概率 $P(A \cup B) =$ _____。
2. 袋内装有 6 个白球, 4 个黑球。从中任取三个, 取出的三个球都是白球的概率=_____。
3. 设 $X \sim N(10, \sigma^2)$, $P\{10 < X < 20\} = 0.3$, 则 $P\{0 < X < 10\}$ 的值为_____。
4. 设随机变量 X 服从 $(0, 2)$ 上的均匀分布, 则随机变量 $Y = X^2$ 在 $(0, 4)$ 上概率密度 $f_Y(y) =$ _____。
5. 设随机变量 X 服从二项分布 $b(10, 0.3)$, 随机变量 Y 服从正态分布 $N(2, 4)$, 且 X, Y 相互独立, 则 $E(X - 2Y) =$ _____, $D(X - 2Y) =$ _____。

二、试解下列各题

1. (8%) 设随机变量 X 的分布律为:

X	-1	2	3
概率	0.3	0.5	0.2

求 (1) X 的分布函数 $F(x)$; (2) 概率 $P\{X \leq 0.25\}, P\{X > 2\}$; (3) $E(X), D(X)$

2. (16%) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & x^2 + y^2 < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

试问: (1) X, Y 是否相互独立? (2) X, Y 是否相关? (3) 求概率 $P\{Y > X\}$ 。

- 三、(10%) 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} (\theta + 1)x^\theta, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{else} \end{cases}$, 其中 $\theta > -1$ 是未知参数,

x_1, x_2, \dots, x_n 是 X 的一个样本 X_1, X_2, \dots, X_n 的观察值, 试求参数 θ 的矩估计量和最大似然估计值。

- 四、(8%) 有一大批糖果, 现从中随机地抽取 16 袋, 计算得平均重量 $\bar{x} = 502.5$ (以克计),

样本方差为 $S^2 = 4.2$, 求总体方差 σ^2 的置信水平为 0.95 的置信区间。(设袋装糖果的重量近似地服从正态分布)

- 五、(8%) 某种电子元件的寿命 X (以小时计) 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 均未知,

现测 16 只元件, 计算得平均寿命 $\bar{x} = 231.5$, 标准差为 $s = 92.6$, 问是否有理由认为元件的平均寿命是 225 (小时) (取 $\alpha = 0.05$)。

六、(6%) 设随机变量 X 的概率密度 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2+2x-1}, -\infty < x < +\infty$, 求: $E(X)$,

$D(X)$ 。

七、(8%) 设从均值为 μ , 方差为 σ^2 的总体中, 分别抽取容量为 n_1, n_2 的两独立样本。 \overline{X}_1 , \overline{X}_2 分别是两样本的均值。试证, 对于任意常数 $a, b(a+b=1), Y = a\overline{X}_1 + b\overline{X}_2$ 都是 μ 的无偏估计, 并确定常数 a, b 使 $D(Y)$ 达到最小。

八、(8%) 设产品为废品的概率为 0.2, 求 400 件产品中废品件数不大于 60 的概率的近似值。(结果可用标准正态分布函数 $\Phi(x)$ 表示)

九、(8%) 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, X_1, X_2, Λ, X_n 是 X 的一个样本, 试确定常数 C , 使

$C \sum_{i=1}^{n-1} (X_{i+1} - X_i)^2$ 为 σ^2 的无偏估计。

十、(8%) 设总体 $X \sim N(0,1)$, $X_1, X_2, \Lambda, X_{16}$ 是 X 的一个样本,

$Y = (\sum_{i=1}^4 X_i)^2 + (\sum_{i=5}^8 X_i)^2 + (\sum_{i=9}^{12} X_i)^2 + (\sum_{i=13}^{16} X_i)^2$, 试确定常数 C , 使 CY 服从 χ^2 分布。

十一、(8%) 设随机变量 (X, Y) 的概率分布律为:

X \ Y	-1	0	1
0	0.2	0.1	0.2
1	0.1	0.3	0.1

求: (1) 关于 X 的边缘分布律; (2) 关于 $Z = X^2$ 的分布律; (3) 数学期望 $E(X^2)$, $E(XY)$ 。

十二、(8%) 将两信息分别编码为 A 和 B 传递出去, 接收站收到时, A 被误收作 B 的概率为 0.02, 而 B 被误收作 A 的概率为 0.01, 信息 A 和信息 B 传送的频率程度为 1: 2, 问:

(1) 接收站收到信息 A 的概率是多少?

(2) 若接收站收到的信息是 A, 则原发信息是 A 的概率是多少?