

# 概率论与数理统计练习题

注：期中考试题型参考，不是题目参考。

## 一、单项选择题

1、已知 A、B、C 为三个随机事件，则 A、B、C 都发生的事件为（ ）。

- (A)  $\overline{ABC}$  (B)  $\overline{A\overline{B}C}$   
(C)  $A \cup B \cup C$  (D)  $ABC$

2、设 A、B 是两个随机事件，则不能用  $\overline{AB}$  表示的事件是（ ）

- (A) A、B 都不发生  
(B) A、B 不同时发生  
(C) A、B 中至多一个发生  
(D) A、B 中至少一个不发生

3、设  $\overline{A}$  与 B 为互相独立的两事件，且  $P(\overline{A}) = 0.7$ ， $P(B) = 0.4$ ，则  $P(\overline{A}B)$  的值为（ ）

- (A) 0.28 (B) 0.7  
(C) 0.12 (D) 0.4

4、设离散型随机变量 X 的分布律为：

X	0	2	4
P	a	0.3	b

其分布函数为  $F(x)$ ，且  $F(2.2) = 0.8$ ，则 a 的值为（ ）

- (A) 0.2 (B) 0.5  
(C) 0.8 (D) 0.4

5、设随机事件 A 表示“产品甲畅销，产品乙滞销”，则 A 的对立事件  $\overline{A}$  为（ ）

- (A) 产品甲滞销，产品乙畅销 (B) 产品甲、乙均畅销  
(C) 产品甲滞销或产品乙畅销 (D) 产品甲畅销或产品乙滞销

6、对于任意事件 A, B, 下列等式一定成立的是 ( )

(A)  $P(A | B) = P(A)$

(B)  $P(AB) = P(A)P(B)$

(C)  $P(A\bar{B}) = P(A) - P(AB)$

(D)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

7、设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且他们的分布函数分别为  $F_X(x)$  和  $F_Y(y)$ ,

则  $Z = \min\{X, Y\}$  的分布函数  $F_Z(z)$  是 ( )

(A)  $\min\{F_X(z), F_Y(z)\}$

(B)  $F_X(z)F_Y(z)$

(C)  $1 - F_X(z)F_Y(z)$

(D)  $1 - [1 - F_X(z)][1 - F_Y(z)]$

8、设函数  $f_X(x)$  为某一随机变量 X 的概率密度函数, 下列说法一定正确的是 ( )

(A)  $f_X(x)$  的定义域为  $[0, 1]$

(B)  $f_X(x)$  的值域为  $[0, 1]$

(C)  $f_X(x)$  不恒等于 0

(D)  $f_X(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续

## 二、填空题

1、设  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = 0.3$ ,  $P(A \cup B) = 0.5$ , 求  $P(AB) =$  \_\_\_\_\_

2、10 把钥匙中有 3 把能打开一个门锁, 现任取两把, 则能打开门锁的概率  
= \_\_\_\_\_

3、设随机变量  $X \sim U(-1, 7)$ , 则关于  $y$  的一元二次方程  $y^2 + Xy + 1 = 0$  有实根的概率 = \_\_\_\_\_

4、已知随机变量  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $P\{\mu < X < 5\} = P\{1 < X < \mu\}$ , 则  $\mu$   
= \_\_\_\_\_

5、设随机变量  $X \sim \pi(\lambda)$ , 且  $P\{X = 0\} = e^{-2}$ , 则  $\lambda =$  \_\_\_\_\_

6、设随机变量  $X \sim U(-4, 4)$ , 则关于  $y$  的一元二次方程  $4y^2 + 4Xy + X + 2 = 0$   
有实根的概率 = \_\_\_\_\_

7、设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且分布律如下:

X	0	1	2	3

Y	-1	0	1

P      1/2    1/4    1/8    1/8                      p      1/3      1/3      1/3

则概率  $P\{X + Y = 2\} = \underline{\hspace{2cm}}$

### 三、计算题

1、已知  $P(A) = 1/4$ ,  $P(B | A) = 1/3$ ,  $P(A | B) = 1/2$ , 求  $P(A \cup B)$ 。

2、设离散型随机变量  $X$  数的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2 \\ 0.2, & -2 \leq x < 0 \\ 0.6, & 0 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$ ,

求：(1)  $X$  的概率分布律；

(2)  $Y = (X - 1)^2$  的概率分布律。

3、设随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \begin{cases} ke^x, & x < 0 \\ \frac{1}{4}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

求：(1) 常数  $k$  的值；(2)  $X$  的分布函数  $F(x)$ ；(3)  $P\{1 < X < 2\}$ 。

4、设随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} k(1 - 1/x^2), & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 确定常数  $k$ ；(2) 求  $X$  的分布函数；(3) 求  $P\{1/2 < X < 3/2\}$

5、设随机变量  $(X, Y)$  的概率分布律为：

$\begin{array}{c} \diagdown \\ Y \quad X \end{array}$	-1	0	1	2
0	0.1	0.1	0.2	0.1
1	0.2	0.1	0.1	0.1

求：(1) 关于  $X$  的边缘分布律；

(2) 关于  $XY$  的分布律；

(3)  $P\{X \leq 1 | Y = 0\}$ ；

(4) 判断  $X$  和  $Y$  是否相互独立？并说明理由。

6、已知  $(X, Y)$  的密度函数为：

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 \leq x \leq 1, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

则：(1) 求关于  $X$  和  $Y$  的边缘概率密度  $f_X(x), f_Y(y)$ ；

(2) 判断  $X$  与  $Y$  相互独立，并说明理由；

(3) 求  $Z = Y / X$  的概率密度函数  $f_Z(z)$ 。

7、已知随机变量  $(X, Y)$  的概率密度函数为：

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

则：(1) 求关于  $X$  和  $Y$  的边缘密度函数  $f_X(x), f_Y(y)$ ；

(2) 问于  $X$  和  $Y$  是否相互独立？说明理由；

(3) 求  $Z = \frac{Y-X}{2}$  的概率密度函数  $f_Z(z)$ 。

8、已知 5% 的男性和 25% 的女性是色盲，假设男性女性各占一半。现随机地挑选一人，利用全概率公式求此人恰好是色盲者的概率。

9、市场上出售的某种商品由三个厂家同时供货，其供应量第一厂家为第二厂家的两倍，第二、第三厂家相等，且第一、第二、第三厂家的次品率依次为 2%，2%，4%。若在市场上随机购买一件商品为次品，问该件商品是第一厂家生产的概率为多少？

10、设连续型随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立，且具有概率密度分别为

$$f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \text{求 } P\{Y \leq 1 | X = 1\}。$$

四、证明题：

1、证明：事件 A，B 相互独立的充分必要条件是  $P(A | B) = P(A | \bar{B})$ 。

2、已知  $P(A) = 0.9, P(B) = 0.8$ ，试证：  $P(A | B) \geq 0.875$ 。