

## 概率论与数理统计期末练习题 2

### 一、单项选择题

1、对于样本空间中任意两个事件  $A$  与  $B$ ，下列事件关系中**不正确**的是（ ）.

(A)  $A - B = A\bar{B}$

(B)  $A \cup B = A \cup (B - AB)$

(C)  $A = AB \cup A\bar{B}$

(D)  $(A \cup B) - B = A$

2、设事件  $A$  与  $B$  是互不相容，且  $P(A) > 0$ ， $P(B) > 0$ ，则下列式子**正确**的是（ ）.

(A)  $P(B|A) > 0$

(B)  $P(A|B) = P(A)$

(C)  $P(A|B) = 0$

(D)  $P(AB) = P(A)P(B)$

3、若随机变量  $X$  的概率密度为： $f(x) = \begin{cases} a/(x^2+1), & -1 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ，则  $a$  的取值为：

（ ）.

(A)  $\frac{2}{\pi}$

(B)  $\frac{\pi}{2}$

(C) 0

(D) 无法

确定

4、设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  和  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  均来自正态总体  $N(0, \sigma^2)$  的两个独立样本，则统计

量  $U = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{\sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + \dots + Y_n^2}}$  的分布是（ ）.

(A)  $\chi^2(n)$

(B)  $t(n)$

(C)  $F(n, n)$

(D) 不能确定

5、设  $X_1, X_2, X_3, X_4$  是来自正态分布总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  的样本，其中  $\mu$  未知， $\sigma^2$  已知，下列估计量中，关于  $\mu$  的最有效的无偏估计量是( ).

(A)  $T_1 = \frac{1}{6}(X_1 + X_2) + \frac{1}{3}(X_3 + X_4)$

(B)  $T_2 = \frac{1}{5}(X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 4X_4)$

(C)  $T_3 = \frac{1}{4}(X_1 + X_2 + X_3 + X_4)$

(D)  $T_4 = \frac{1}{5}(X_1 + 2X_2 + X_3 + X_4)$

### 二、填空题

1、设事件  $A$  与  $B$  相互独立，且满足  $P(A \cup B) = 0.8$ ， $P(B) = 0.5$ ，则  $P(AB) =$

\_\_\_\_\_.

2、若一批产品中 90% 是合格品，检查时一个合格品被误认为是次品的概率为 0.05，一个次品被误认为是合格品的概率为 0.05，则一个经检查后被认为是合格品的产品确是合格品

的概率为\_\_\_\_\_.

3、设随机变量  $X$  的分布律为： $P\{X=k\}=\frac{k}{10}$ ， $k=1,2,3,4$ ，则  $P\{\frac{1}{2}<X\leq\frac{5}{2}\}=$ \_\_\_\_\_.

4、设随机变量  $X$  服从二项分布  $b(100,0.2)$ ，随机变量  $Y$  服从正态分布  $N(5,1)$ ，且  $X$  与  $Y$  的相关系数  $\rho_{XY}=0.25$ ，则  $E(X-2Y+1)=$ \_\_\_\_\_， $D(X-2Y+1)=$ \_\_\_\_\_.

5、设样本  $X_1, X_2, \dots, X_6$  来自总体  $N(0,1)$ ，且  $Y=(X_1+X_2)^2+(X_3+X_4)^2+(X_5+X_6)^2$ ，要使变量  $CY$  服从  $\chi^2$  分布，则常数  $C=$ \_\_\_\_\_.

三、一加法器同时收到 30 个噪声电压  $V_k$  ( $k=1,2,\dots,30$ )，设它们是相互独立的随机变量，且都在区间  $(0,10)$  上服从均匀分布，记  $V=\sum_{k=1}^{30} V_k$ ，求  $P\{V>130\}$  的近似值. (结果用标准正态分布函数  $\Phi(x)$  表示， $x>0$ )

四、设随机变量  $(X,Y)$  的概率分布律为：

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	0	1	2
-1	0.1	0.1	0.4
1	0.1	0.2	0.1

求 (1) 关于  $Z=X+Y$  的分布律； (2) 概率  $P\{X+Y\leq 1\}$ ； (3)  $E(Y)$  和  $D(Y)$ ； (4)  $Cov(X,Y)$ .

五、设二维随机变量  $(X,Y)$  的概率函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases} Cxy, & 0<x<1, 0<y<x^2; \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1)求常数  $C$ ； (2)求关于  $X$  和  $Y$  的边缘概率密度； (3) 问  $X$  和  $Y$  是否相互独立？需说明理由； (4)求  $E(XY)$ . (5) 求  $Z=X^2-Y$  的分布函数.

六、 设总体  $X$  具有指数分布，其概率密度为  $f(x;\theta)=\begin{cases} \frac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, & x>0 \\ 0, & x\leq 0 \end{cases}$ ，其中  $\theta$  是未知参数.

又  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自该总体的一个样本， $x_1, x_2, \dots, x_n$  为样本值. 试分别求未知参数  $\theta$  的

矩估计量和最大似然估计量  $\hat{\theta}$ .

七、设测量零件的长度产生的误差  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ，其中  $\mu$  和  $\sigma^2$  均未知，今随机地测量 25 个零件，得样本均值  $\bar{x} = 0.5$ ，样本均方差  $s = 1.52$ ，求  $\mu$  的置信水平为 0.95 的置信区间.

(已知：  $t_{0.025}(25) = 2.0595$ ，  $t_{0.05}(25) = 1.7081$ ，  $t_{0.025}(24) = 2.0639$ ，  $t_{0.05}(24) = 1.7109$ )

八、设两位化验员 A、B 独立地对某种聚合物含氯量用相同的方法各作 10 次测定，其测定值的样本方差依次为  $S_A^2 = 0.552$  和  $S_B^2 = 0.606$ . 设  $\sigma_A^2$  和  $\sigma_B^2$  分别为 A、B 所测定的测定值总体的方差，设两个总体均为正态的，且两样本独立，问根据这些数据能否推断这种聚合物含氯量的波动性有无显著的变化. 即检验假设：  $H_0: \sigma_A^2 = \sigma_B^2$ ，  $H_1: \sigma_A^2 \neq \sigma_B^2$ ，取显著性水平  $\alpha = 0.05$ . (已知：  $F_{0.025}(9, 9) = 4.03$ ，  $F_{0.05}(9, 9) = 3.18$ )

九、设随机变量  $X$  的密度函数为  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^n}{n!} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ ，用切比雪夫不等式证明：

$$P\{0 < X < 2(n+1)\} \geq \frac{n}{n+1}.$$