杭州电子科技大学学生考试卷（ A ）卷

考试课程	高等数学甲	考试日期	07 年 1 月 日	成 绩	
课程号		教师号		任课教师姓名	
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	

题号	一	二	三			四	五	六	七	八	九
			1	2	3						
得分											

得分	

一、 选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1.［3 分］函数 $f(x)=\arctan\frac{1}{1-x}$ 当 $x\to 1$ 时的极限是（ ）

（A） $\frac{\pi}{2}$；（B） $-\frac{\pi}{2}$；（C） 0；（D） 不存在.

2. ［3 分］对于任意的 x，都有 $f(-x)=-f(x)$, $f'(-x_0)=-k\neq 0$，则 $f'(x_0)=$（ ）

（A） k；（B） $-k$；（C） $\frac{1}{k}$；（D） $-\frac{1}{k}$.

3. ［3 分］使函数 $f(x)=\sqrt[3]{x^2(1-x^2)}$ 适合罗尔定理条件的区间是（ ）

（A） $[0,1]$；（B） $[-1,1]$；（C） $[-2,2]$；（D） $[-3/5,\ 4/5]$.

4. ［3 分］若 $\int f(x)dx=F(x)+c$，则 $\int f(ax^2+b)xdx=$（ ）

（A） $F(ax^2+b)+c$；（B） $\frac{1}{2a}F(ax^2+b)$；

（C） $\frac{1}{2a}F(ax^2+b)+c$；（D） $2aF(ax^2+b)+c$.

5. ［3 分］定积分 $\int_0^{3\pi/4}|\sin 2x|dx$ 的值是（ ）

（A） $1/2$；（B） $3/2$；（C） $-1/2$；（D） $-3/2$.

6. ［3 分］如果曲线弧 $\overset{\frown}{AB}$ 的方程可以表示为 $x=x(t), y=y(t)$，且 A 点对应参数 $t=\alpha$，B 点对应参数 $t=\beta$，在 (α,β) 内 $x(t), y(t)$ 具有连续导数，则曲线弧 $\overset{\frown}{AB}$ 的长 $s=$（ ）

（A） $\int_\alpha^\beta\sqrt{1+y'^2}dx$；（B） $\int_\alpha^\beta\sqrt{1+y'^2(t)}dt$；

（C） $\int_\alpha^\beta\sqrt{x'^2(t)+y'^2(t)}dt$；（D） $\int_\alpha^\beta\sqrt{1+x'^2(t)}dt$.

7. ［3 分］已知 $y=\sin x$，则 $y^{(10)}=$（ ）

（A） $\sin x$；（B） $\cos x$；（C） $-\sin x$；（D） $-\cos x$.

8. ［3 分］设 $f(x)=\int_0^{\sqrt{\ln x}}e^{t^2}dt$，则 $f'(x)=$（ ）

（A） $\frac{1}{2\sqrt{\ln x}}$；（B） $\frac{1}{\sqrt{\ln x}}$；（C） $\frac{e^{x^2}}{2\sqrt{\ln x}}$；（D） $\frac{e^{x^2}}{\sqrt{\ln x}}$.

二、 填空题 （每小题 4 分，共 16 分）

得分	

1.［4 分］若 $f(x)=\begin{cases}\frac{\ln(1+2x)}{x}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$_______；

2. ［4 分］设 $y=\arcsin\sqrt{1-x^2}$，则 $dy=$________________；

3. ［4 分］设 $f(x)=e^{2x}-2x$ 在区间__________________上单调增加；

4. ［4 分］已知 $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{j}+\vec{k}$，则 $\vec{a}, \vec{b}$ 夹角的正弦等于_____________.

三、试解下列各题（本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

得分	

1．［5 分］设 $y=\sin^2 x-\ln(x+\sqrt{a^2+x^2})$，求 y'.

得分	

2．［5 分］设 $\begin{cases} x=e^{-t}(1+\cos t) \\ y=e^{-t}(1+\sin t) \end{cases}$，求 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

得分	

3．［5 分］求极限：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{x^2} t^{3/2}dt}{\int_0^x t(t-\sin t)dt}$.

得分	

四、［本题 6 分］

设函数 $f(x)=3-(x-1)^{\frac{2}{3}}$，求 $f(x)$ 的单调区间与极值.

得分

五、[本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分]

求积分：1. $\int \frac{x^4-2}{x^2(1+x^2)}dx$；

2. $\int_0^{+\infty} \frac{xe^{-x}}{(1+e^{-x})^2}dx$

得分

六、[本题 8 分] 设 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x\in[0,1), \\ x, & x\in[1,2]. \end{cases}$ 求 $\Phi(x)=\int_0^x f(t)dt$ 在 $[0, 2]$ 上的表达式，并讨论 $\Phi(x)$ 在 $(0, 2)$ 内的连续性.

得分

七、[本题 7 分] 求 $y=\frac{1}{2}x^2$ 和 $y=\sqrt{8-x^2}$ 所围成的面积.

得分	

八、[本题 9 分] 设函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上二阶导数连续，且 $f(0)=0$，对于函数

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{f(x)}{x}, & x\neq 0\\ a, & x=0\end{cases}$$

(1) 确定 a 的值，使 $g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续；

(2) 证明对于所确定的 a 的值，$g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上的一阶导数是连续的.

得分	

九、[本题 5 分]

设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上具有一阶连续导数，且 $|f'(x)|\le M$，$x\in[0,1]$.

证明：$\left|\int_0^1 f(x)dx-\dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{n} f(\dfrac{k}{n})\right|\le \dfrac{M}{n}$.