第一章 电路系统元件、信号和定律

1.1电路及电路模型

1.2电学中的基本物理量

1.3电路系统中的信号

1.4电路系统中的元件

1.5基尔霍夫定律

1.6电路网络及其等效规律

回顾

- 电路系统中的元件
  - 受控源元件及其应用
  - 理想运放“虚断”和“虚短”在比例电路中的应用
- 基尔霍夫定律
  - KCL
- 重难点：
  - 熟悉受控源类型及电路等效模型；
  - KCL的基本表述和推广应用；

本次课学习内容

- 基尔霍夫定律
  - KVL
- 电路网络等效
  - 电阻网络等效
  - 电源等效与变换

基尔霍夫定律和电路等效变换

基尔霍夫定律

电阻电路等效变换

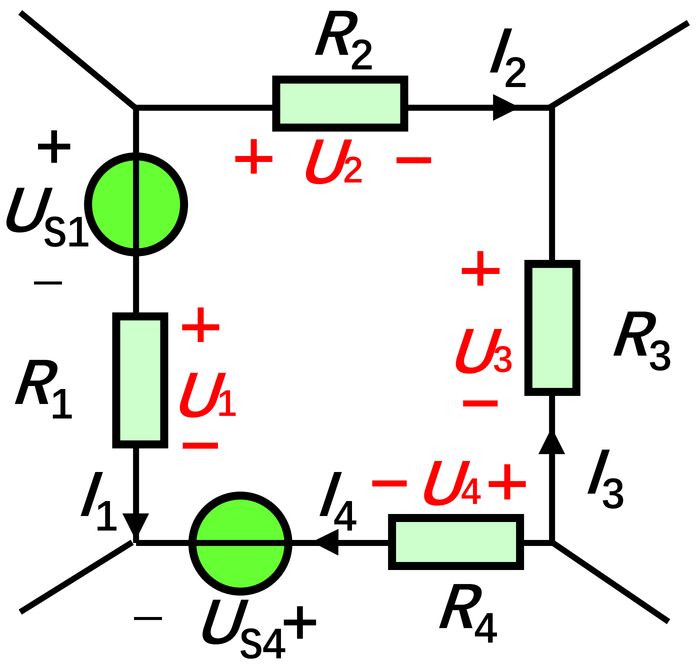
电源等效变换

三、基尔霍夫电压定律 (KVL)

集总参数电路中，任一时刻沿任一闭合路径(按固定绕向)，各支路电压代数和为零。 即

$$\sum u = 0$$

例



顺时针方向绕行: $\sum U = 0$

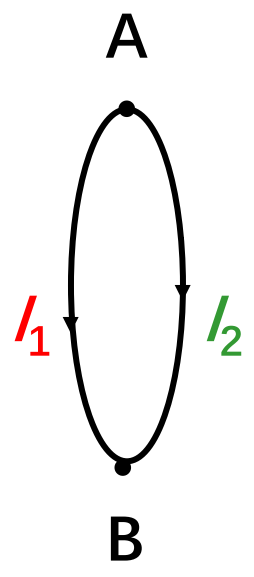
注意电压参考方向：如升压为负，降压为正

$$-U_1 - U_{S1} + U_2 + U_3 + U_4 + U_{S4} = 0$$

$$+U_2 + U_3 + U_4 + U_{S4} = U_1 + U_{S1}$$

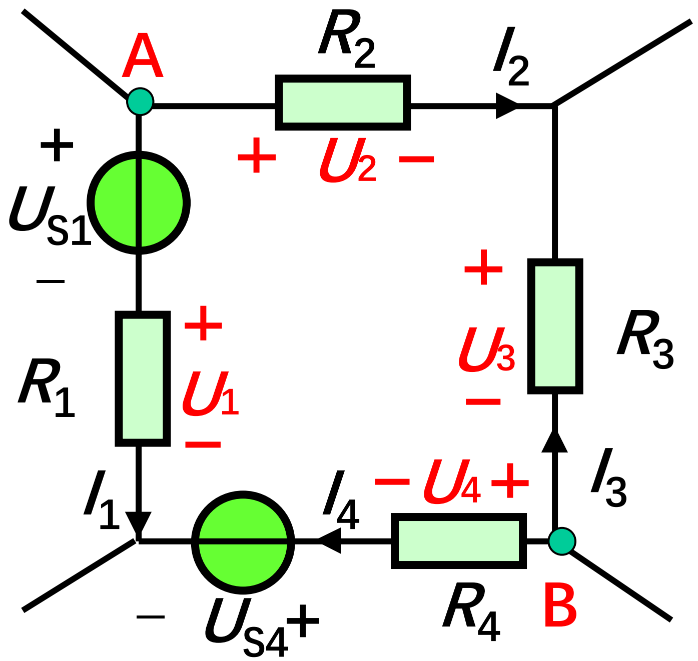
$$\sum u_{drop}(t) = \sum u_{rise}(t)$$

推论： 电路中任意两点间的电压等于两点间任一条路径经过的各元件电压的代数和。



U_{AB} (沿 I_1) $=U_{AB}$ (沿 I_2)

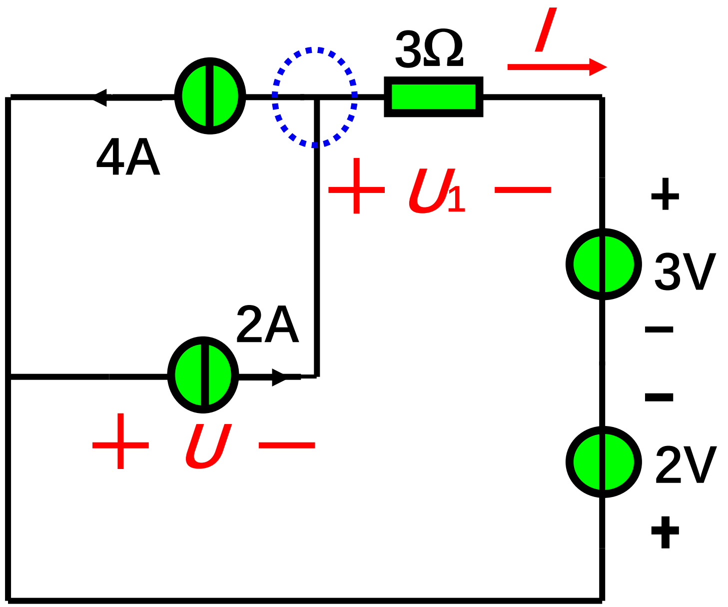
电位的单值性



$$U_{AB}=U_2+U_3$$

$$U_{AB}=U_{S1}+U_1-U_{S4}-U_4$$

例



图示电路：求U和I。

解： I=2−4= −2A

U_1 = 3I = −6V

U+U_1+3−2=0， U=5V

或

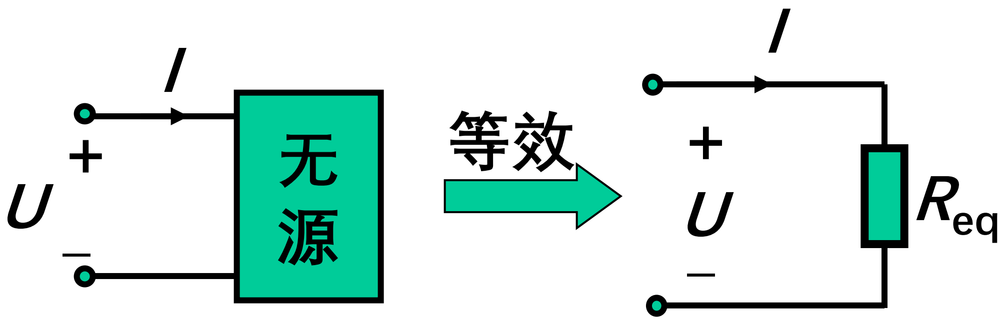
U= 2−3−U_1 = 5V

基尔霍夫定律适用于所有集总参数电路分析

二、电路等效

定义: 任何复杂的网络,引出两个端钮称为二端网络，内部没有独立源的二端网络，称为二端无源网络。

任何一个无源二端网络可以用一个电阻等效，称之为入端等效电阻，简写为R_{eq}。



$R_{eq}= U / I$

两个(子)电路等效：(从外边看进来)两个(子)电路*u*-*i*关系的形式和参数均一样

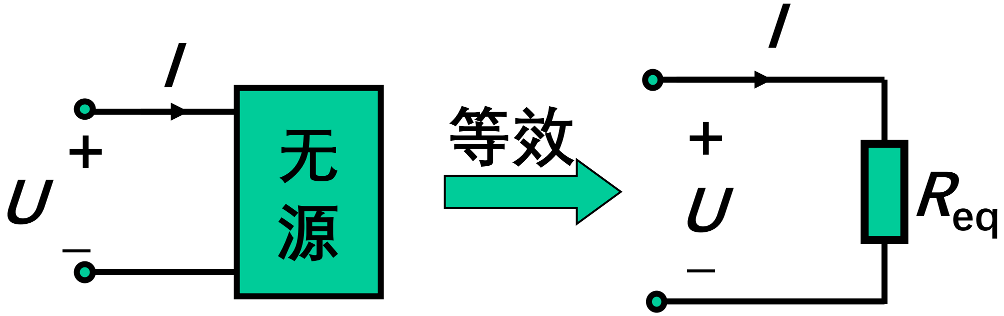
二端网络(单口网络)

- 当二端网络内部仅包含电阻时

——利用电阻的串并联/Y-△等效规律。

- 当二端网络的内部包含受控源时

——利用外加电源法。



$R_{eq} = U / I$

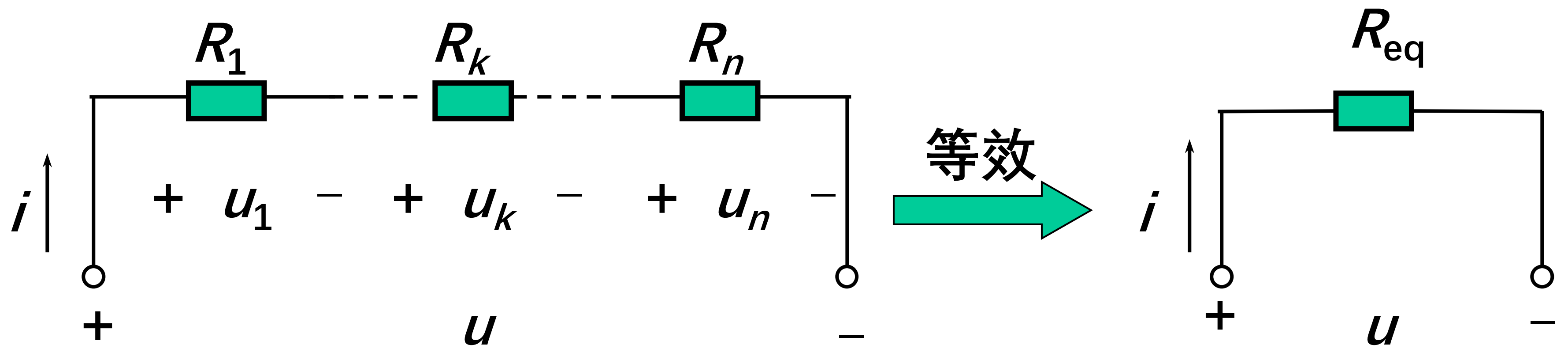
电阻的串联、并联和串并联

1、 电阻串联 (Series Connection of Resistors)

(1) 电路特点:

(a) 各电阻顺序连接，流过同一电流 (KCL)；

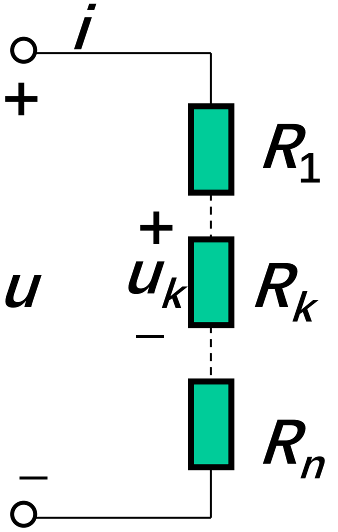
(b) 总电压等于各串联电阻的电压之和 (KVL)。



$$R_{eq} = \frac{u}{i} = \frac{\sum u_k}{i} = \sum R_k$$

串联电路的总电阻等于各分电阻之和。

(2) 电压的分配公式

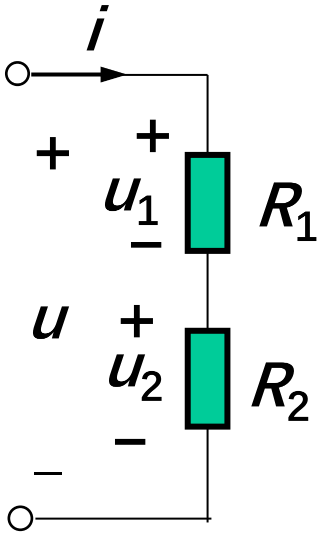


$$\frac{u_k}{u}=\frac{R_k i}{\sum R_k i}=\frac{R_k}{\sum R_k}$$

电压与电阻成正比

$$u_k=\frac{R_k}{\sum R_k}u=\frac{R_k}{R_{eq}}u$$

例 两个电阻分压

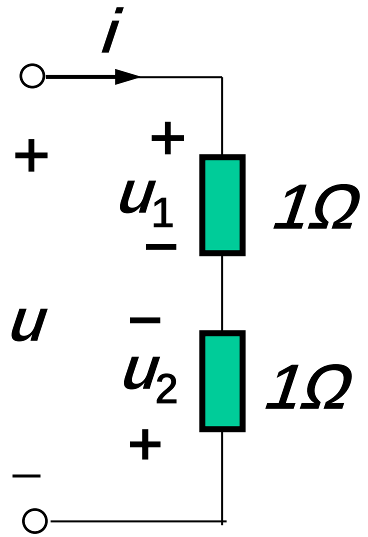


$$u_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}u$$

$$u_2=\frac{R_2}{R_1+R_2}u$$

单选题 1分

u_2=_____u。



A 1

B -1

C 0.5

D -0.5

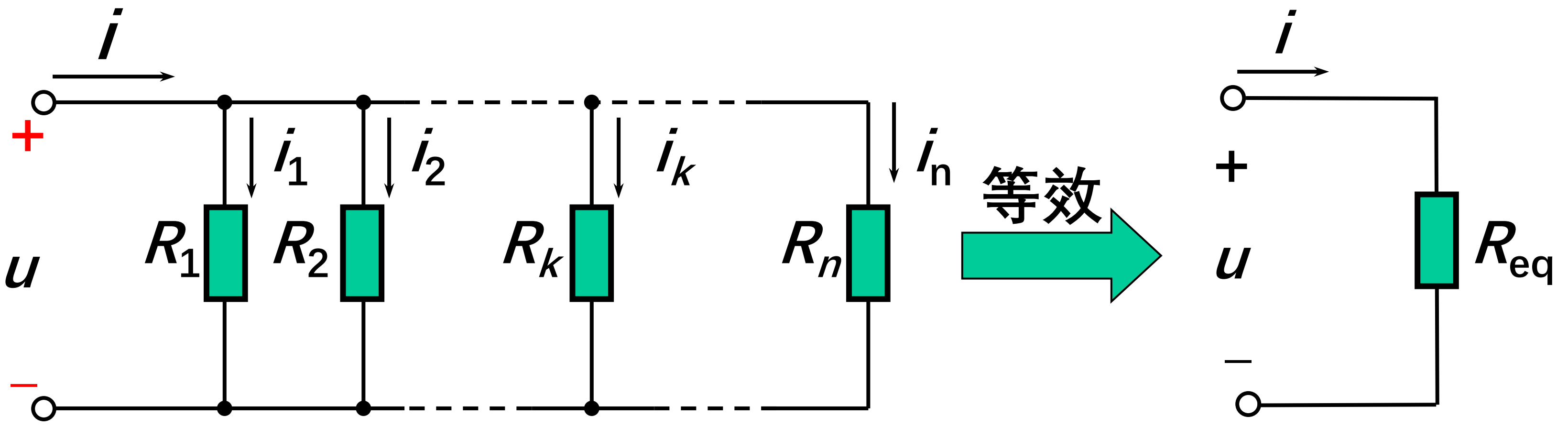
提交

2、电阻并联 (Parallel Connection)

(1) 电路特点:

(a) 各电阻两端分别接在一起，两端为同一电压 (KVL)；

(b) 总电流等于流过各并联电阻的电流之和 (KCL)。

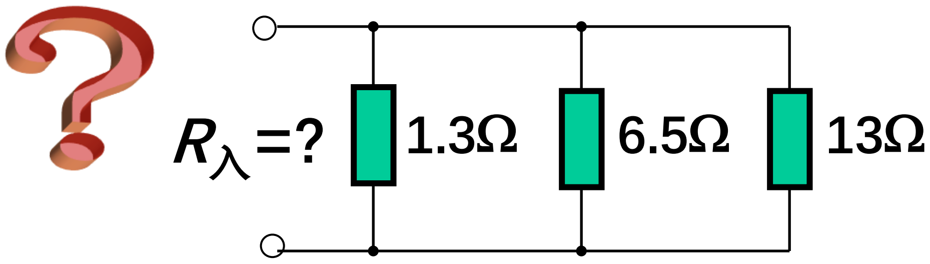


由KCL:

$$u/R_{eq} = i = u/R_1 + u/R_2 + \cdots + u/R_n = u(1/R_1 + 1/R_2 + \cdots + 1/R_n)$$

即 $1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2 + \cdots + 1/R_n$　　$G_{eq} = G_1 + G_2 + \cdots + G_k + \cdots + G_n = \sum G_k = \sum 1/R_k$

等效电导等于并联的各电导之和

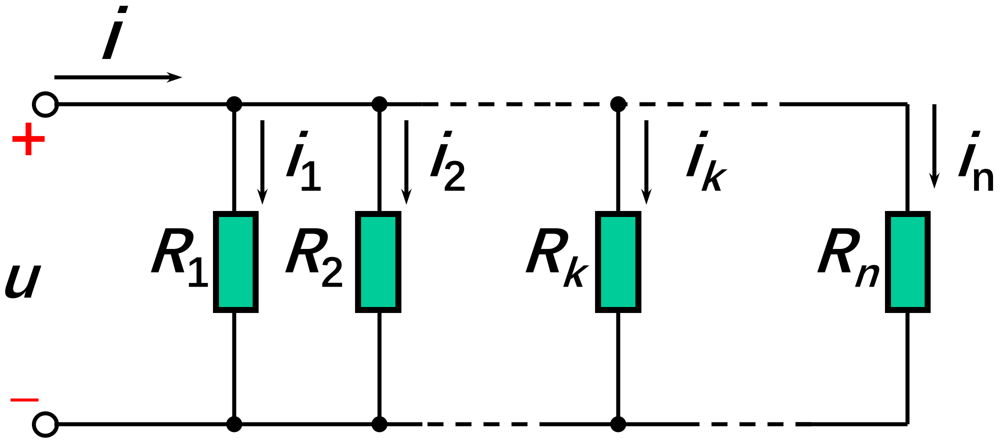


弹幕开启

$$R_{入}=1.3\,/\!/\,6.5\,/\!/\,13$$

由 $G=1/1.3+1/6.5+1/13=1\ \mathrm{S}$

故 $R=1/G=1\ \Omega$

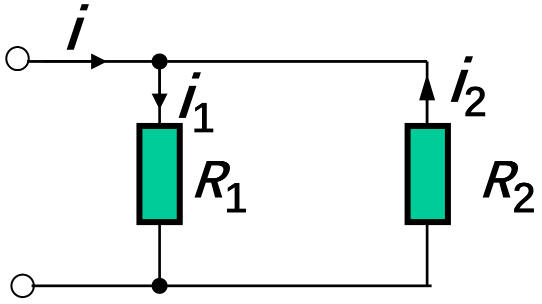


(2) 并联电阻的分流公式

$$\frac{i_k}{i}=\frac{u/R_k}{u/R_{eq}}=\frac{G_k}{G_{eq}} \qquad i_k=\frac{G_k}{\sum G_k}i$$

电流分配与电导成正比

对于两电阻并联



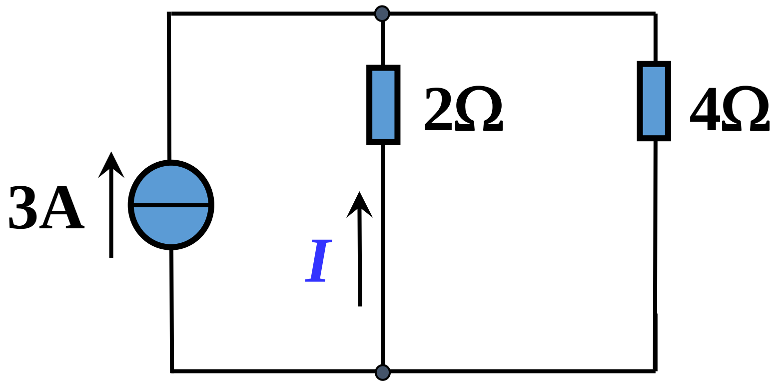
$$i_1=\frac{1/R_1}{1/R_1+1/R_2}i=\frac{R_2}{R_1+R_2}i$$

$$i_2=-\frac{1/R_2}{1/R_1+1/R_2}i=-\frac{R_1}{R_1+R_2}i$$

单选题 1分

设置

$I=$ ________ A



A -1

B 2

C -2

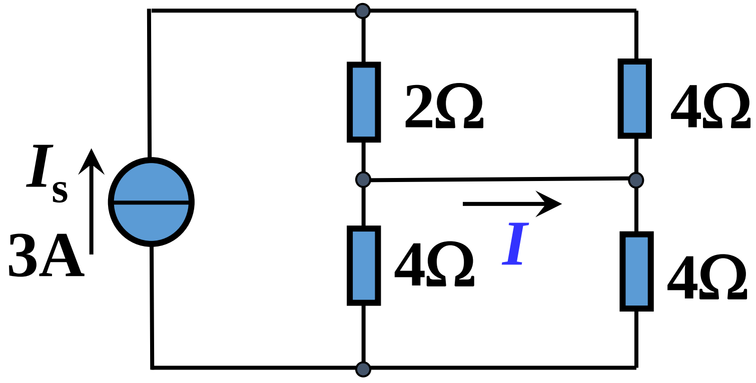
D 1

提交

单选题 1分

设置

$I=$ ________ A



A 0

B 0.5

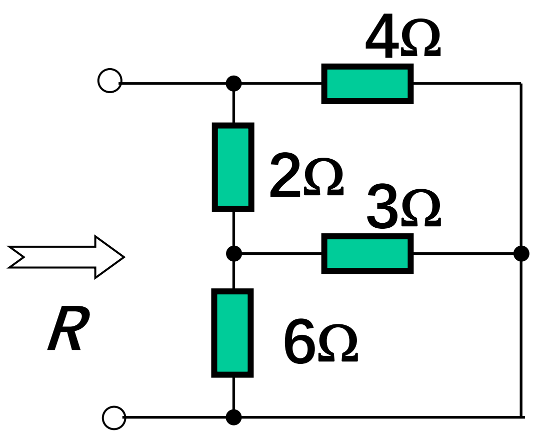
C −0.5

D 1

提交

3、电阻的串并联

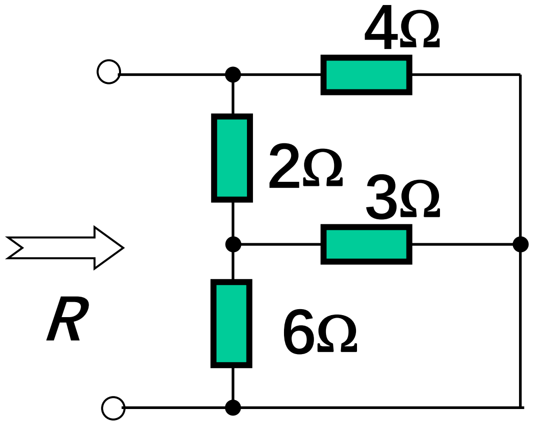
例1



请在草稿纸上完成后投稿

3、电阻的串并联

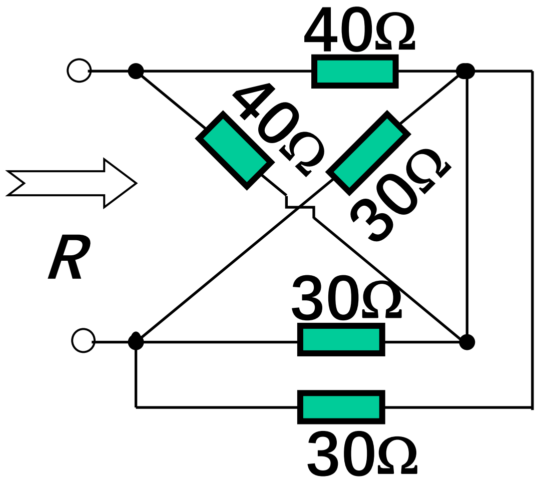
例1



$$R = 4 /\!/ (2+(3 /\!/ 6)) = 2\ \Omega$$

3、电阻的串并联

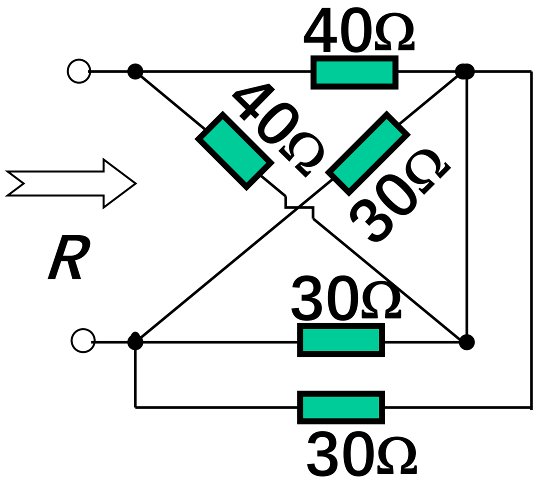
例2

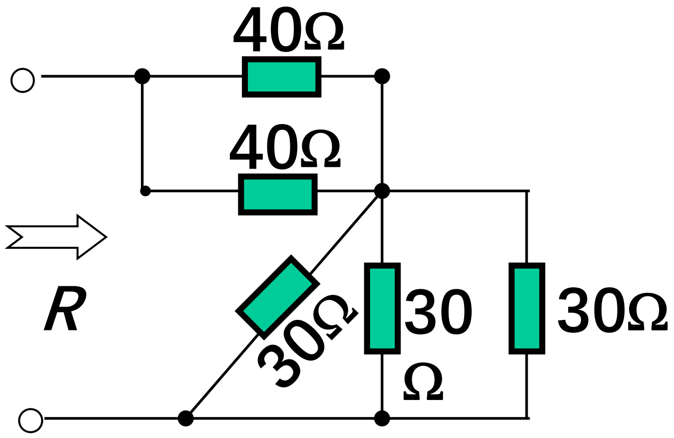


请在草稿纸上完成后投稿

3、电阻的串并联

例2

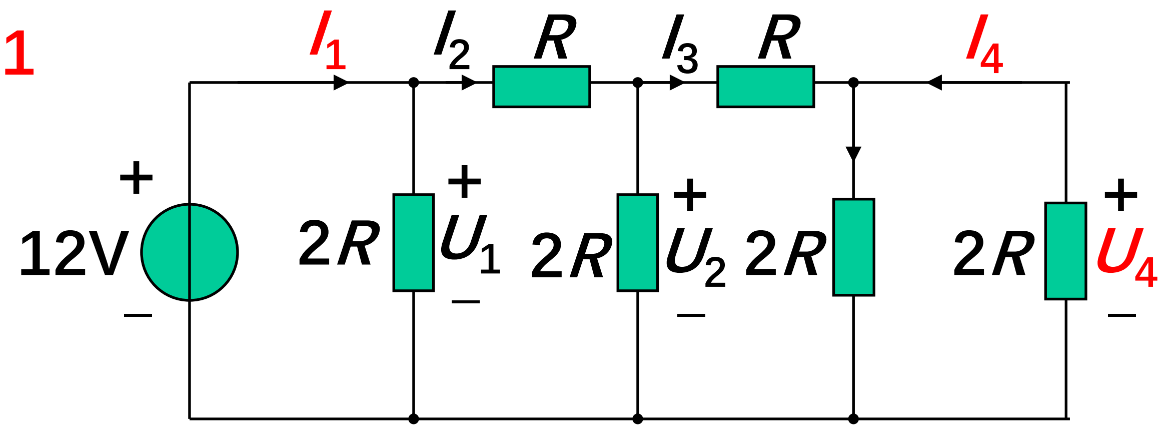




$$R = (40 /\!/ 40) + (30 /\!/ 30 /\!/ 30) = 30\Omega$$

4、计算举例

例1

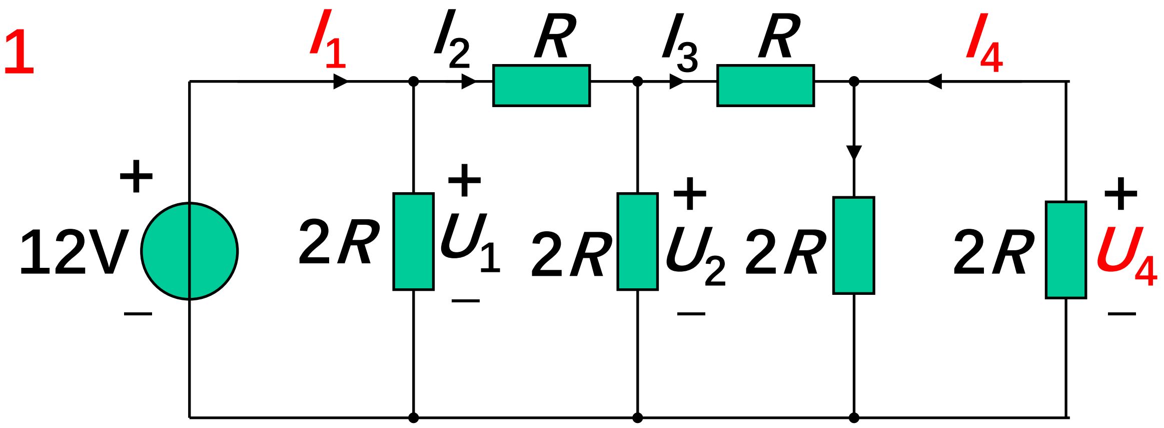


求：I_1，I_4，U_4

观察电路，电阻网络等效电阻为多少？

4、计算举例

例1



求：I_1 , I_4 , U_4

观察电路，电阻网络等效电阻为R

解：① 用分流方法做

$$I_1 = \frac{12}{R}$$

$$I_4 = -\frac{1}{2} I_3 = -\frac{1}{4} I_2 = -\frac{1}{8} I_1 = -\frac{1}{8}\frac{12}{R} = -\frac{3}{2R}$$

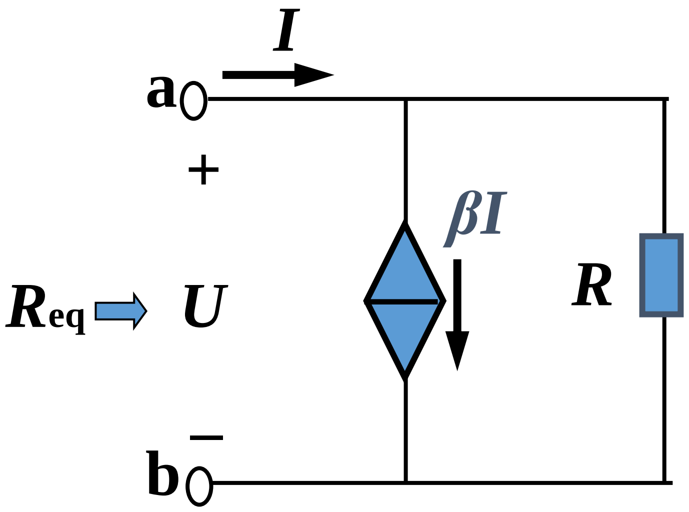
$$U_4 = -I_4 \times 2R = 3 \text{ V}$$

②用分压方法做

$$U_4 = \frac{U_2}{2} = \frac{1}{4} U_1 = 3 \text{ V} \qquad I_4 = -\frac{3}{2R} \qquad I_1 = \frac{12}{R}$$

含受控源二端网络的入端电阻

求入端等效电阻 ➡ 求端口上的电压电流关系 ➡ 加压求流或加流求压



$$I = \beta I + \frac{U}{R} \Rightarrow U = R(1-\beta)I$$

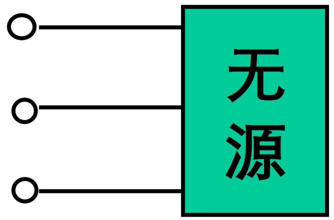
$$R_{eq} = U/I = (1-\beta)R$$

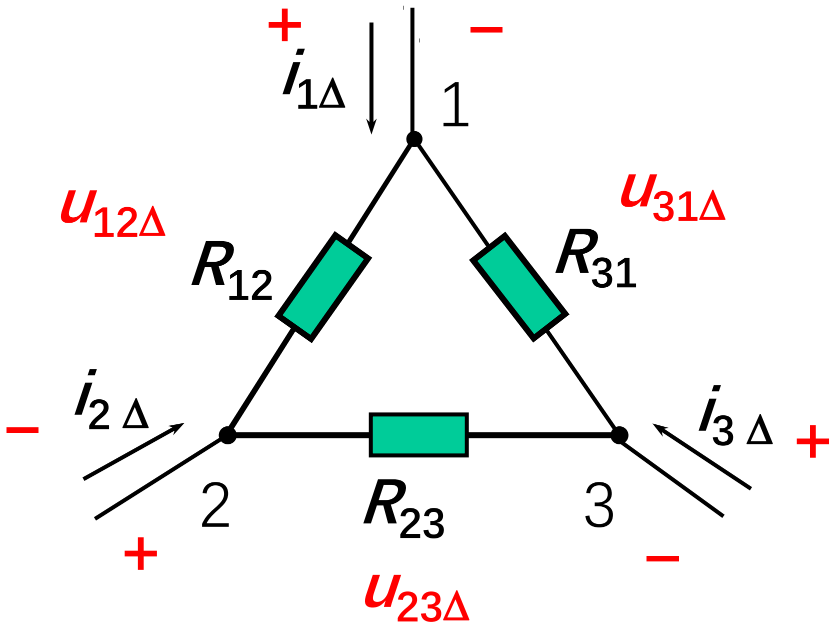
? 有没有含受控源二端网络加压求流无法求出Req的情况

星形联接与三角形联接的电阻的等效变换 (Y–Δ变换)

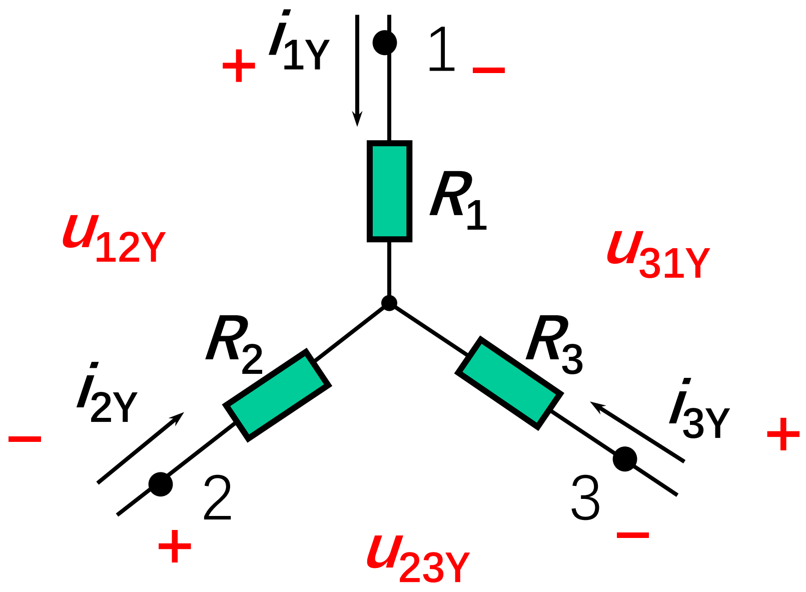
三端无源网络

向外引出三个端钮的网络，并且内部没有独立源。



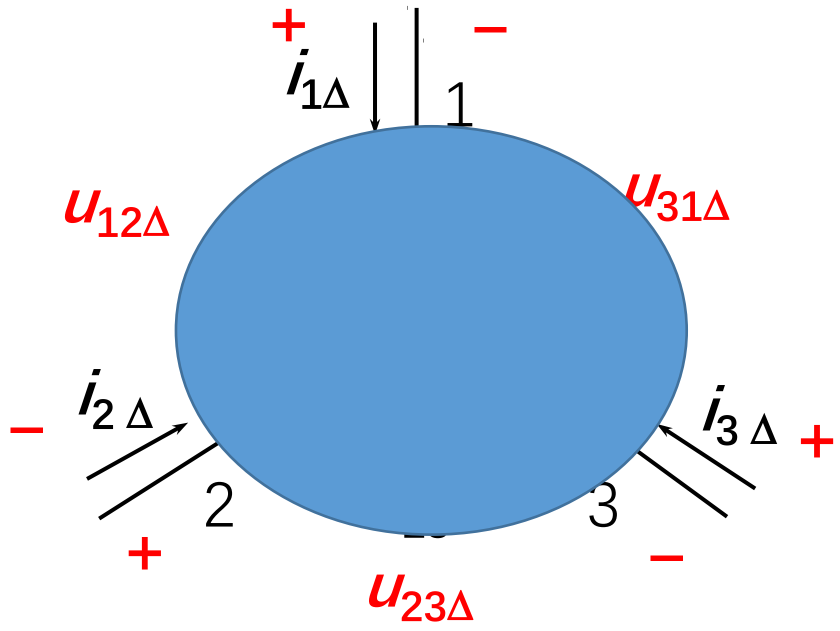


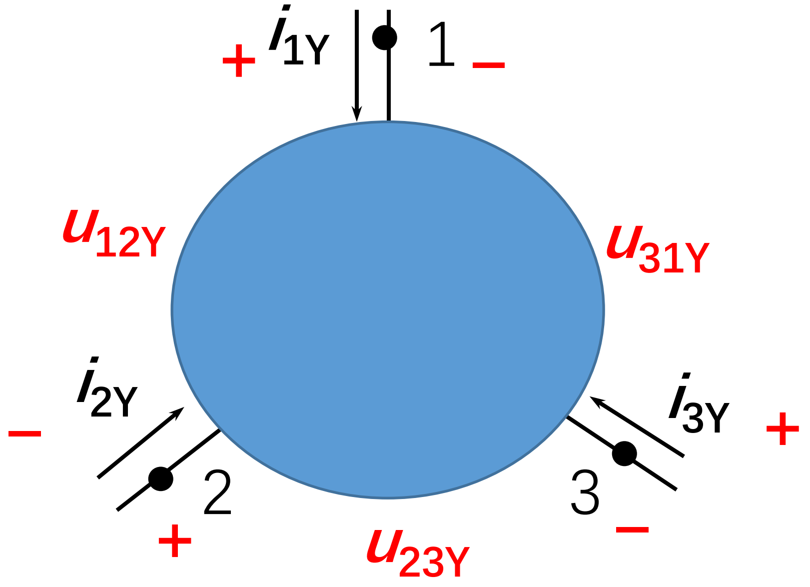
Δ 型网络



Y型网络

Y–Δ变换的等效条件



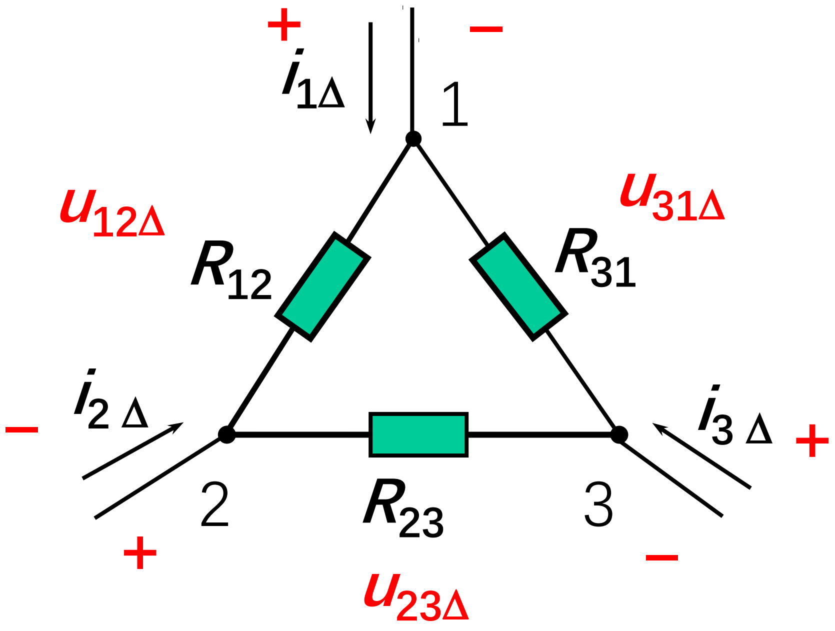


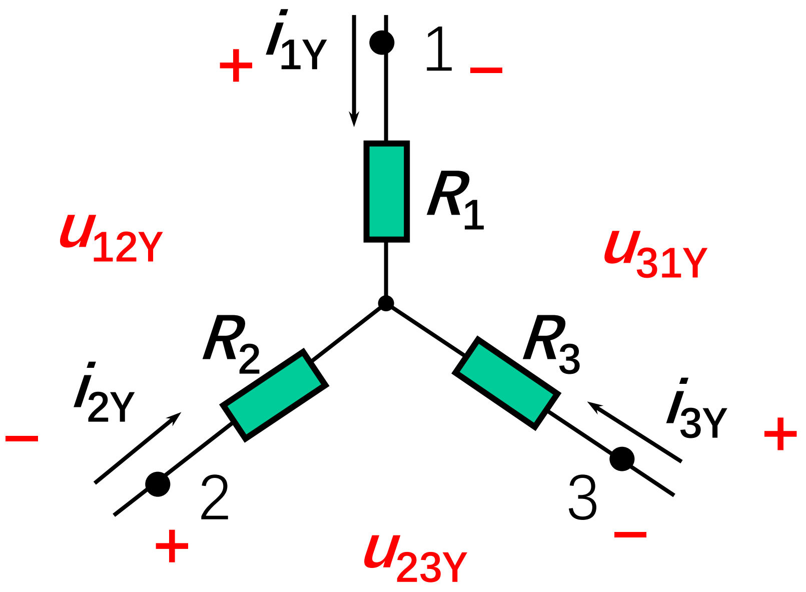
等效的条件：

$i_{1\Delta} = i_{1Y}$ $\qquad$ $u_{12\Delta} = u_{12Y}$

$i_{2\Delta} = i_{2Y}$ $\qquad$ $u_{23\Delta} = u_{23Y}$

$i_{3\Delta} = i_{3Y}$ $\qquad$ $u_{31\Delta} = u_{31Y}$





Δ接: 用电压表示电流

$$\left.\begin{aligned}
i_{1\Delta} &= u_{12\Delta}/R_{12} - u_{31\Delta}/R_{31} \\
i_{2\Delta} &= u_{23\Delta}/R_{23} - u_{12\Delta}/R_{12} \\
i_{3\Delta} &= u_{31\Delta}/R_{31} - u_{23\Delta}/R_{23} \\
i_{1\Delta} &+ i_{2\Delta} + i_{3\Delta} = 0
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$u_{12\Delta} + u_{23\Delta} + u_{31\Delta} = 0$$

Y接: 用电流表示电压

$$\left.\begin{aligned}
u_{12Y} &= R_1 i_{1Y} - R_2 i_{2Y} \\
u_{23Y} &= R_2 i_{2Y} - R_3 i_{3Y} \\
u_{31Y} &= R_3 i_{3Y} - R_1 i_{1Y} \\
i_{1Y} &+ i_{2Y} + i_{3Y} = 0 \\
u_{12Y} &+ u_{23Y} + u_{31Y} = 0
\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

由式(2)解得

$$
\left.\begin{aligned}
i_{1Y} &= \frac{u_{12Y}R_3 - u_{31Y}R_2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} \\
i_{2Y} &= \frac{u_{23Y}R_1 - u_{12Y}R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} \\
i_{3Y} &= \frac{u_{31Y}R_2 - u_{23Y}R_1}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}
\end{aligned}\right\} (3)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
i_{1\Delta} &= u_{12\Delta}/R_{12} - u_{31\Delta}/R_{31} \\
i_{2\Delta} &= u_{23\Delta}/R_{23} - u_{12\Delta}/R_{12} \\
i_{3\Delta} &= u_{31\Delta}/R_{31} - u_{23\Delta}/R_{23}
\end{aligned}\right\} (1)
$$

根据等效条件，比较式(3)与式(1)中对应项的系数

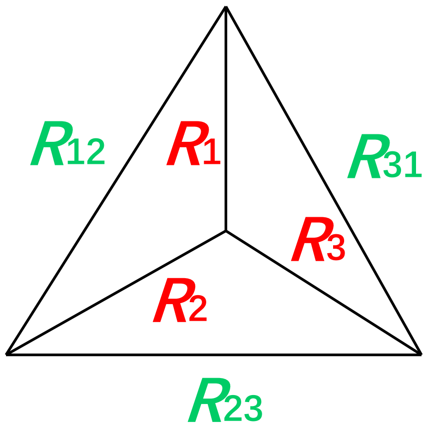
得Y→Δ电阻关系

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1R_2}{R_3}$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1}$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3R_1}{R_2}$$

$$
\begin{cases}
R_{12} = R_1 + R_2 + \dfrac{R_1 R_2}{R_3} \\[2ex]
R_{23} = R_2 + R_3 + \dfrac{R_2 R_3}{R_1} \\[2ex]
R_{31} = R_3 + R_1 + \dfrac{R_3 R_1}{R_2}
\end{cases}
$$

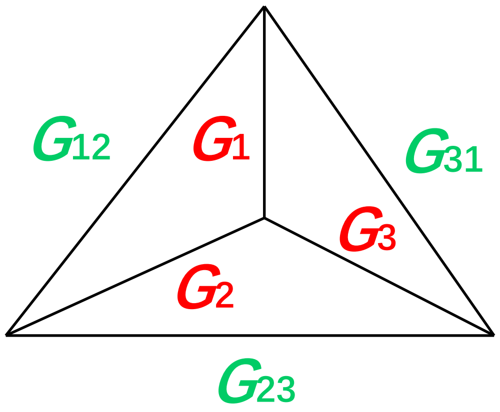


用电导表示

$$G_1 = \frac{G_{12}G_{31}}{G_{12}+G_{23}+G_{31}}$$

$$G_2 = \frac{G_{23}G_{12}}{G_{12}+G_{23}+G_{31}}$$

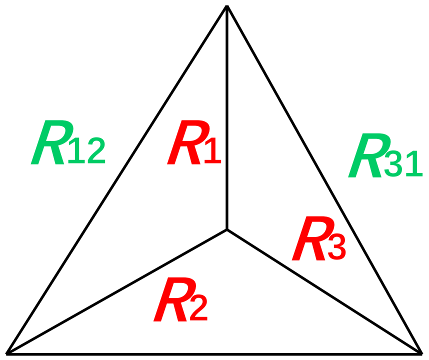
$$G_3 = \frac{G_{31}G_{23}}{G_{12}+G_{23}+G_{31}}$$



$$G_{\Delta} = \frac{\text{Y相邻电导乘积}}{\sum G_{Y}}$$

同理可得由Δ →Y 电阻关系:

$$\begin{cases} R_1 = \dfrac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_2 = \dfrac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \\ R_3 = \dfrac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}} \end{cases}$$

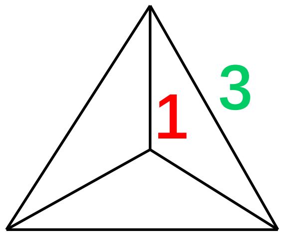


$$R_Y = \frac{\Delta\text{相邻电阻乘积}}{\sum R_\Delta}$$

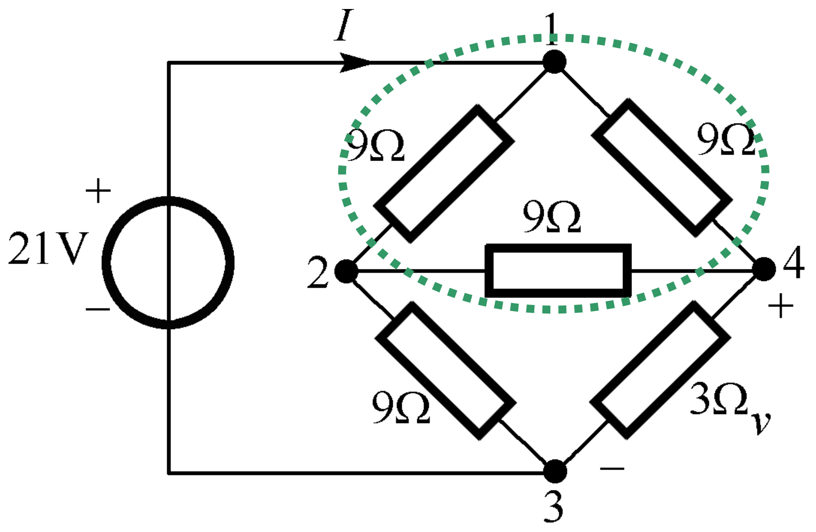
特例:

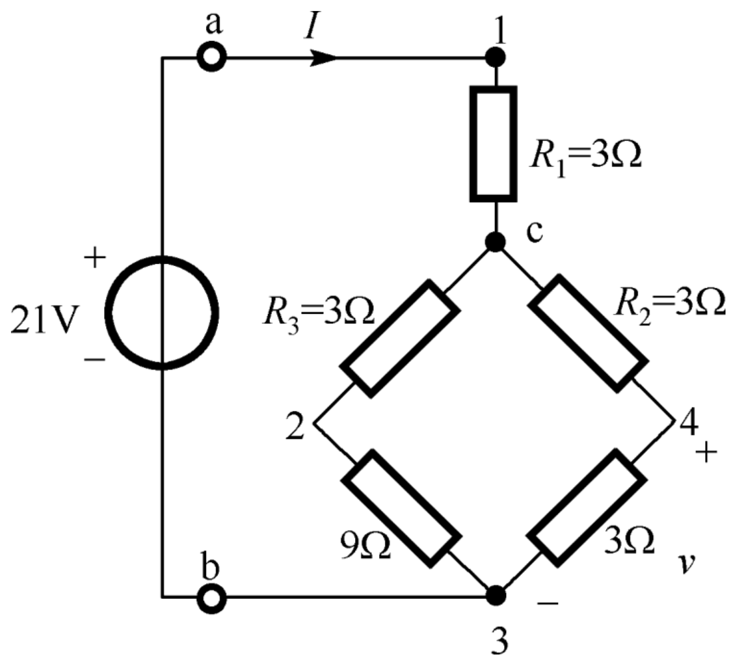
若三个电阻相等(对称)，则有

$$R_\Delta = 3R_Y$$



例：电路如图所示，利用Y-Δ的等效变换规律化简电路，并确定电压v。





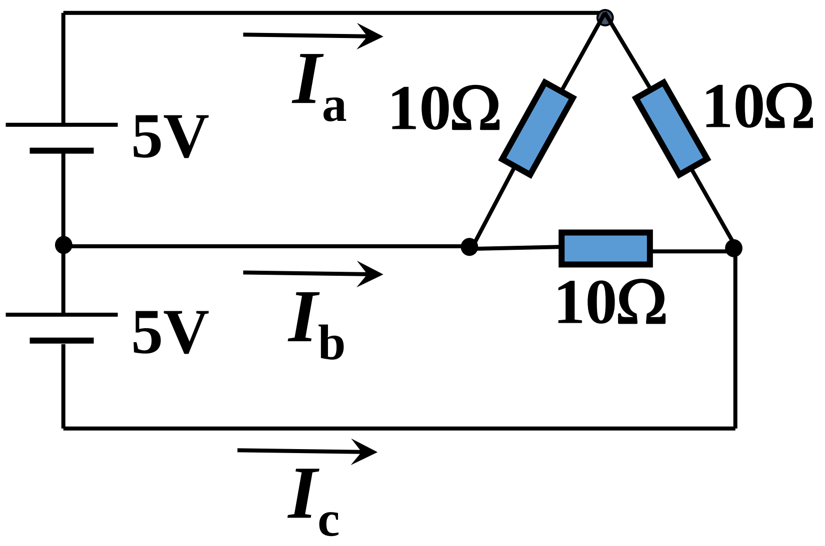
解: $R_1 = R_2 = R_3 = \dfrac{9\times 9}{9+9+9} = 3\Omega$ $\quad R_{ab} = 3 + \dfrac{(3+9)(3+3)}{3+9+3+3} = 7\Omega$

$I = \dfrac{21}{R_{ab}} = 3\text{A}$ $\quad v = 3\times\dfrac{3+9}{3+9+3+3}\times 3 = 6\text{V}$

单选题 1分

设置

I_a= ______A



A 0

B 0.5

C −0.5

D 1.5

不是所有Y都需要转成△，反之亦然

提交

总结：如何求二端网络的入端电阻

串并联

电阻二端网络求解顺序

Δ—Y变换

加压求流/

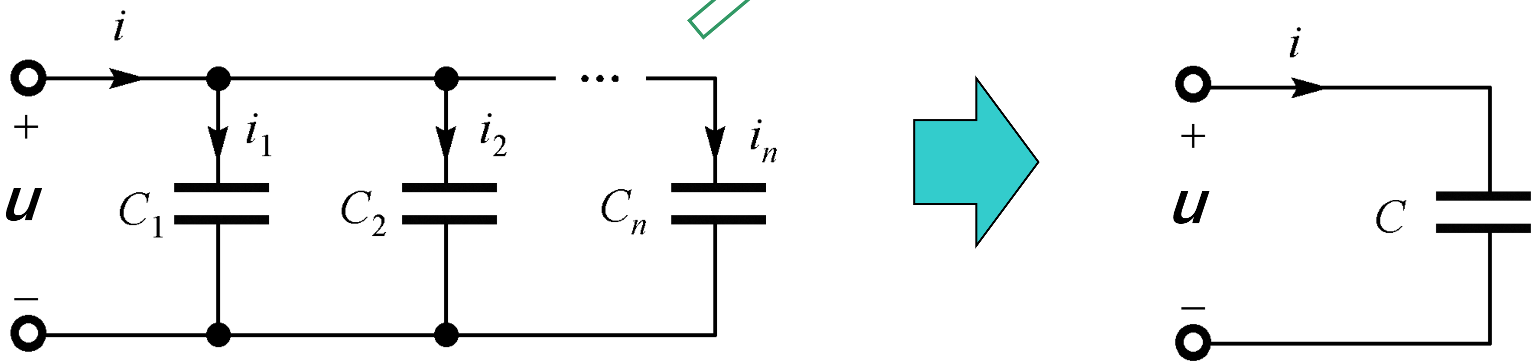
含受控源二端网络入端电阻

加流求压

一、电容的串并联及等效

电容的并联及其等效

$$i_{\mathrm{j}}=C_{\mathrm{j}}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=C_{\mathrm{j}}\times\frac{i}{C}=\frac{C_{\mathrm{j}}}{C}i$$ **分流公式**



(a) n个电容并联　　(b) 并联后等效电容

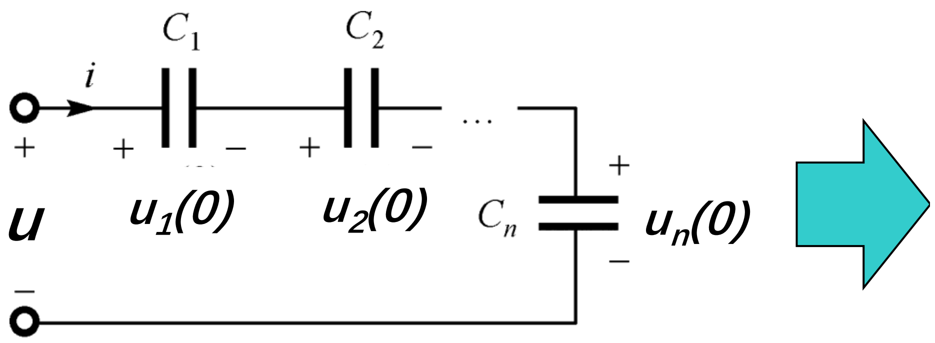
由KCL，有 $i=i_1+i_2+\cdots+i_j+\cdots+i_n$

又因 $i_j=C_j\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ 因此有 $i=\sum\limits_{j=1}^{n}C_j\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ 式中 $j=1,2,\cdots,n$

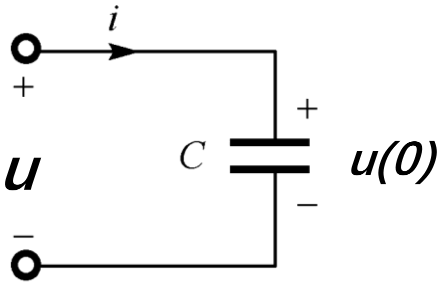
并联电容的等效电容为 $\boxed{C=\sum\limits_{j=1}^{n}C_j=C_1+C_2+\cdots+C_n}$

一、电容的串并联及等效

□电容的串联及其等效



(a) n个电容串联



(b) 串联后的等效电容

由KVL可知：$u = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

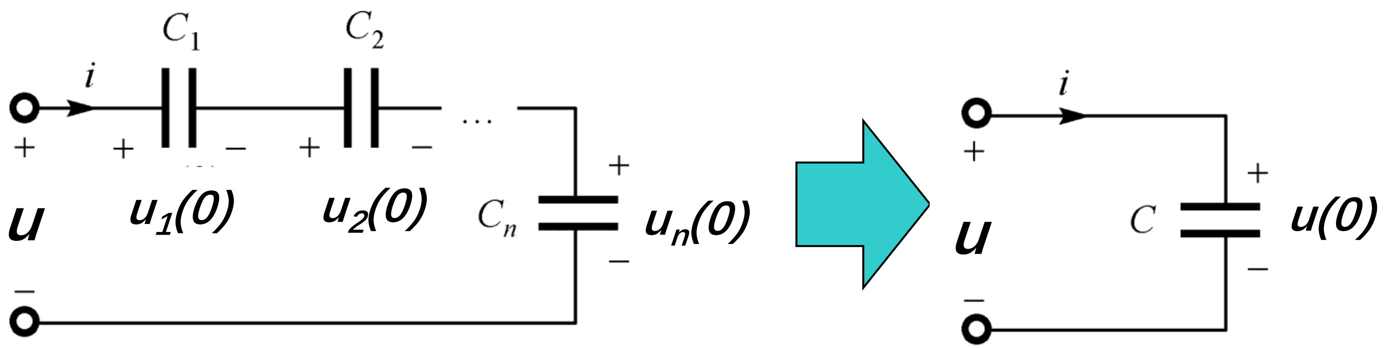
$$= u_1(0) + \frac{1}{C_1}\int_0^t i(\lambda)\mathrm{d}\lambda + u_2(0) + \frac{1}{C_2}\int_0^t i(\lambda)\mathrm{d}\lambda + \cdots + u_n(0) + \frac{1}{C_n}\int_0^t i(\lambda)\mathrm{d}\lambda$$

$$= u_1(0) + u_2(0) + \cdots + u_n(0) + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}\right)\int_0^t i(\lambda)\mathrm{d}\lambda$$

$$= u(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\lambda)\mathrm{d}\lambda$$

一、电容的串并联及等效

电容的串联及其等效



(a) n个电容串联　　　　(b) 串联后的等效电容

对照两式可得：

$$\boxed{\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}}$$

初始条件为：$u(0)=u_1(0)+u_2(0)+\cdots+u_{\mathrm{n}}(0)$

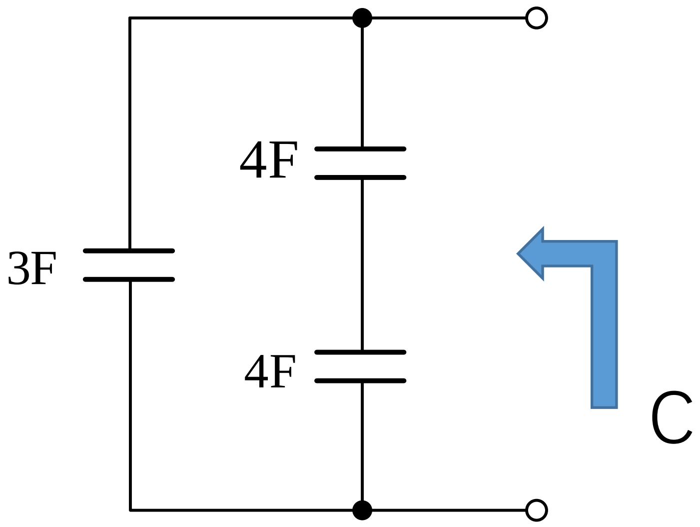
$$u_{\mathrm{j}}=\frac{1}{C_{\mathrm{j}}}\int_{-\infty}^{t}\mathrm{i}\,\mathrm{d}\lambda=\frac{C}{C_{\mathrm{j}}}\int_{-\infty}^{t}\frac{\mathrm{du}}{\mathrm{d}\lambda}\mathrm{d}\lambda=\frac{1/C_{\mathrm{j}}}{1/C}u$$

分压公式

单选题 1分

设置

图中总等效电容为（ ）F。



A 3

B 4

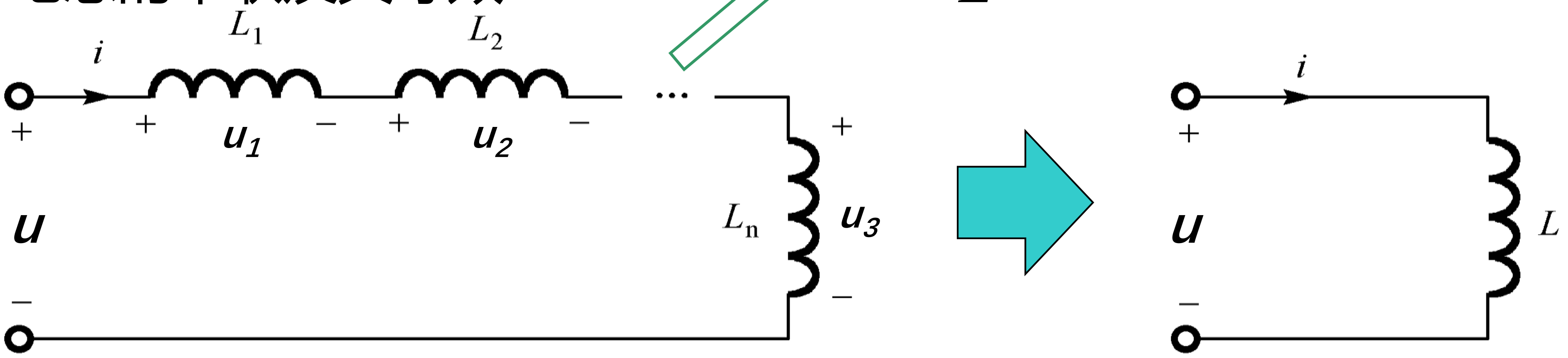
C 5

D 6

提交

二、电感的串并联及等效

电感的串联及其等效



(a) 电感的串联　　(b) 串联电感的等效电感

$$u_j = \frac{L_j}{L} u$$ **分压公式**

由KVL，有 $u = u_1 + u_2 + \cdots + u_n = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + \cdots + L_n \frac{di}{dt}$

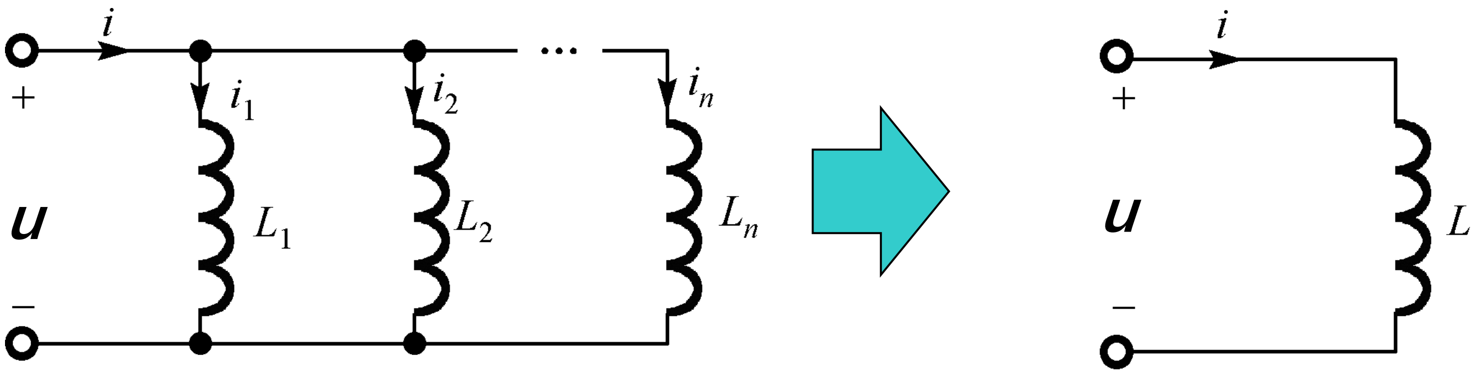
$$= (L_1 + L_2 + \cdots + L_n) \frac{di}{dt}$$

由（b）图端口的伏安关系可得 $u = L \frac{di}{dt}$

串联电感的等效电感为 $$\boxed{L = \sum_{j=1}^{n} L_j = L_1 + L_2 + \cdots + L_n}$$

二、电感的串并联及等效

■电感的并联及其等效



(a) n个电感的并联　　　　(b) 等效电感

根据电感VAR和元件的对偶性，得其等效电感与并联电感的关系式为：

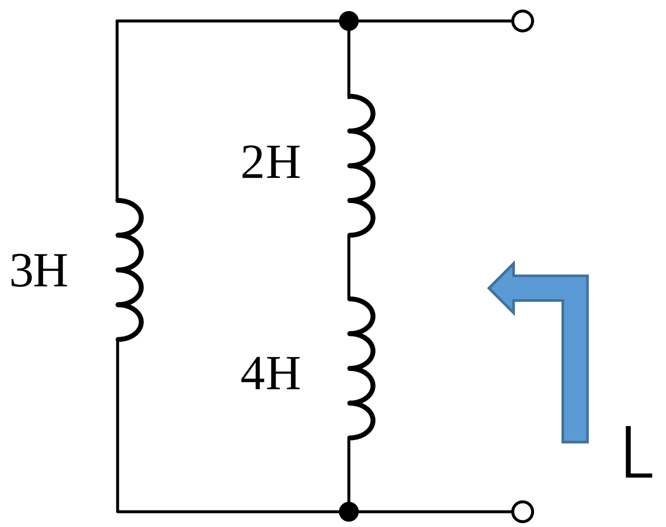
$$\boxed{\frac{1}{L}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}+\cdots+\frac{1}{L_n}}$$

$$i_{\mathrm{j}}=\frac{1/L_{\mathrm{j}}}{1/L}i$$　　**分流公式**

单选题 1分

设置

图中总等效电感为（ ）H。



A 1

B 2

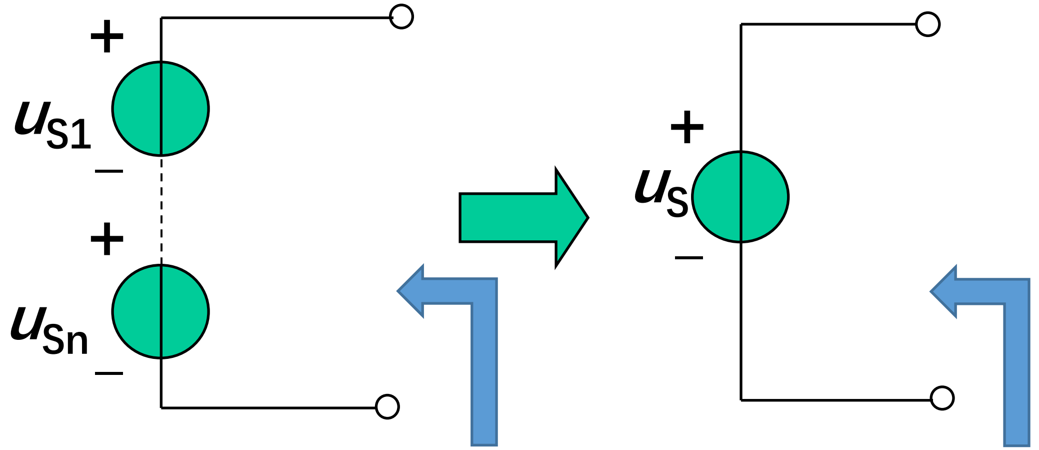
C 3

D 4

提交

理想电压源和理想电流源的串并联

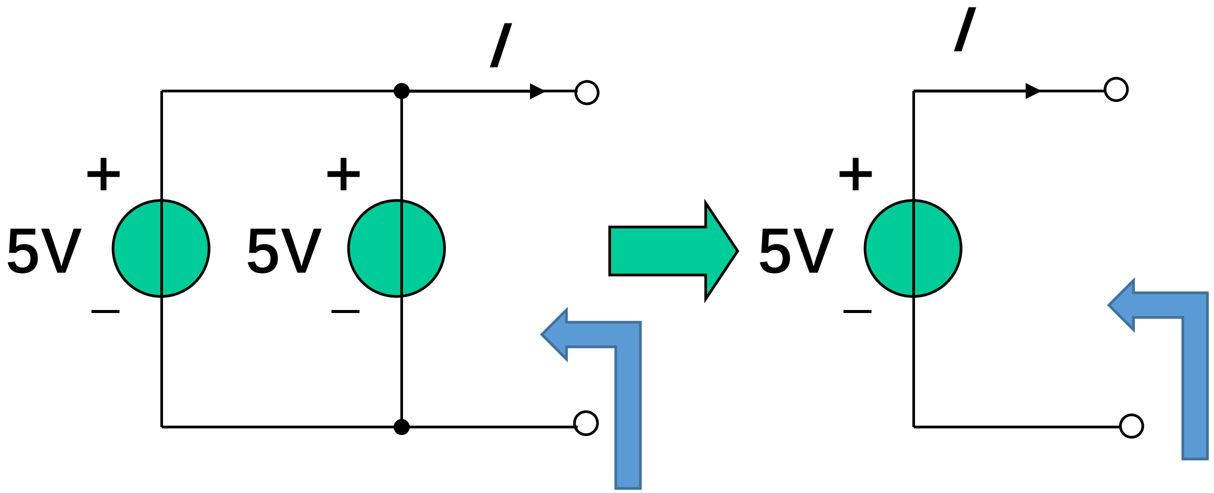
1、理想电压源的串、并联



串联

$u_S = \sum u_{Sk}$

（注意参考方向）

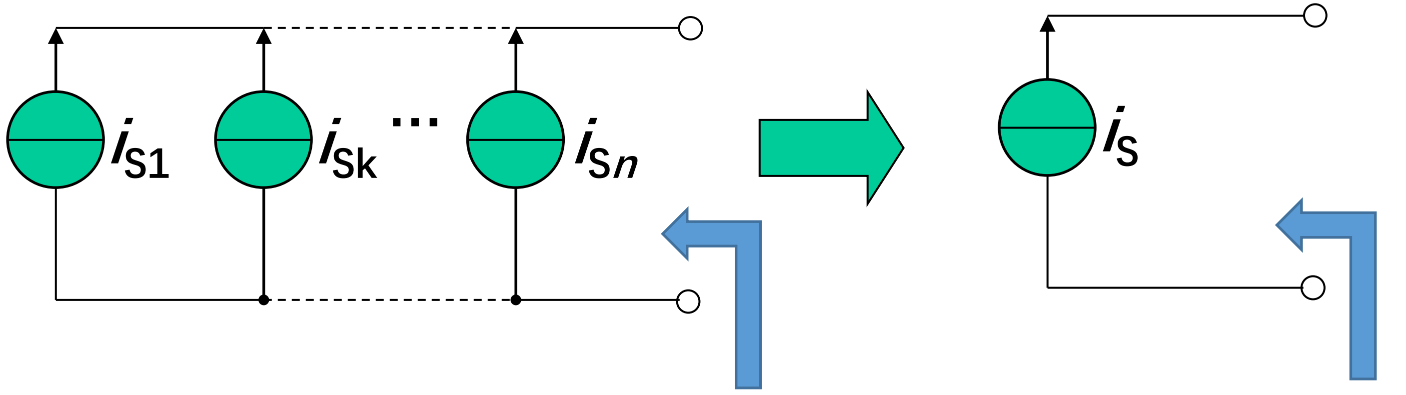


并联

电压相同的电压源才能并联，且每个电源中流过的电流不确定。

二、理想电流源的串、并联

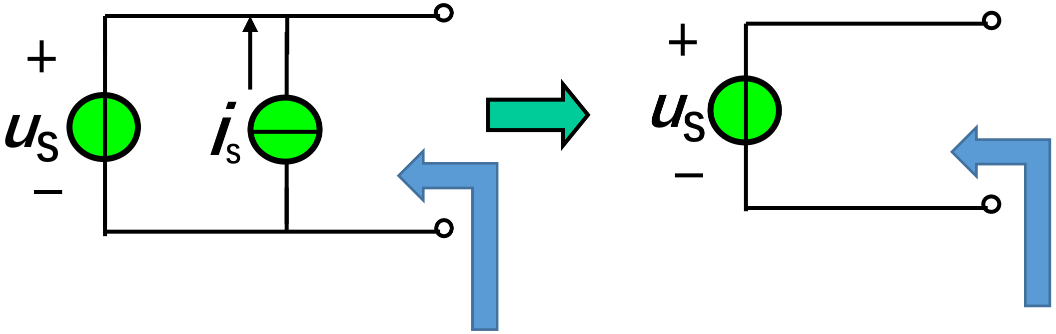
并联： 可等效成一个理想电流源 i_S（注意参考方向）.



$$i_S = \sum_{1}^{n} i_{Sk}$$

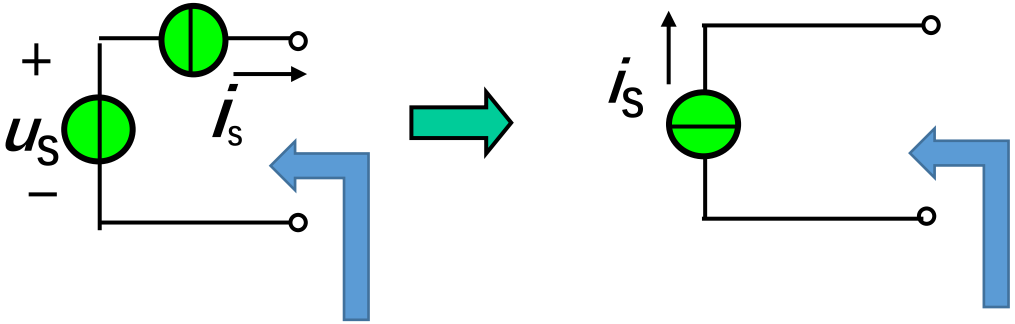
串联: 电流相同的理想电流源才能串联，并且每个电流源的端电压不能确定。

例1



和电压源并联的电流源（或其他元件）有什么用?

例2

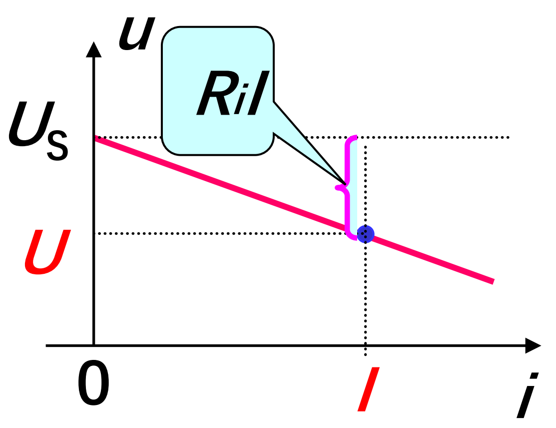


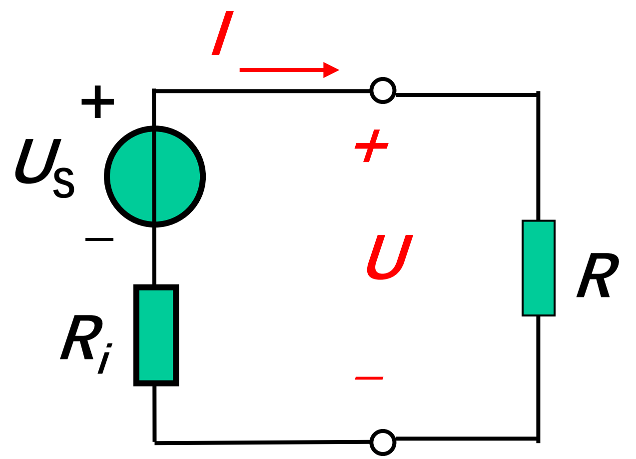
和电流源串联的电压源（或其他元件）有什么用?

电压源和电流源的等效变换

1、实际电压源

实际电压源，当它向外电路提供电流时，它的端电压总是小于其电动势，电流越大端电压越小。





$U=U_S - R_i I$

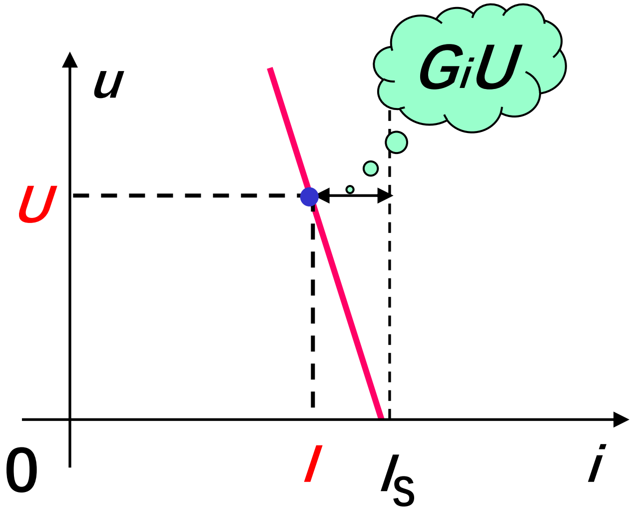
R_i: 电源内阻，

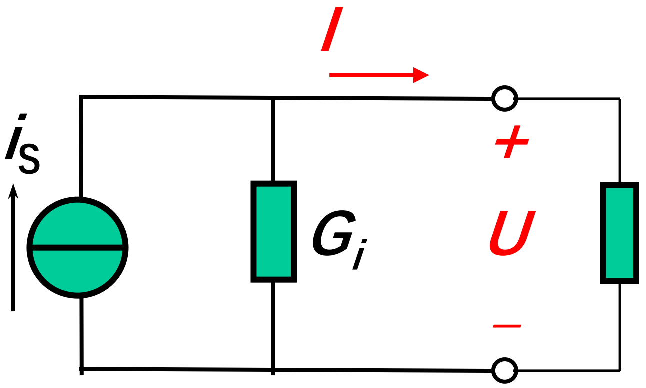
一般很小。

一个实际电压源，可用一个理想电压源u_S与一个电阻R_i 串联的支路模型来表征其特性。

2、实际电流源

实际电流源，当它向外电路供给电流时，并不是全部流出，其中一部分将在内部流动，随着端电压的增加，输出电流减小。





$$I = i_S - G_i U$$

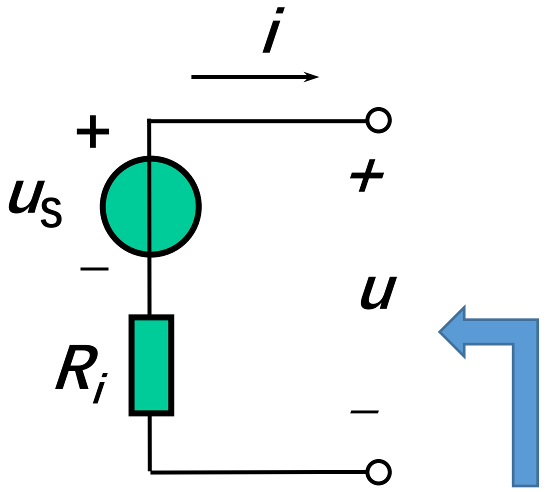
G_i: 电源内电导，一般很小。

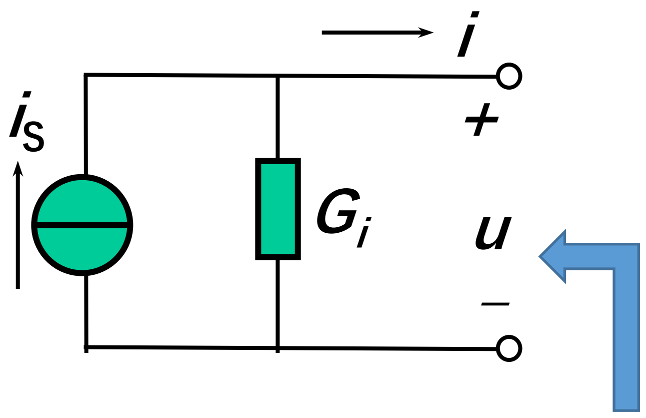
一个实际电流源，可用一个电流为 i_S 的理想电流源和一个内电导 G_i 并联的模型来表征其特性。

3、电源的等效变换

讨论实际电压源与实际电流源两种模型之间的等效变换。

所谓的等效是指端口的电压、电流在转换过程中不能改变。





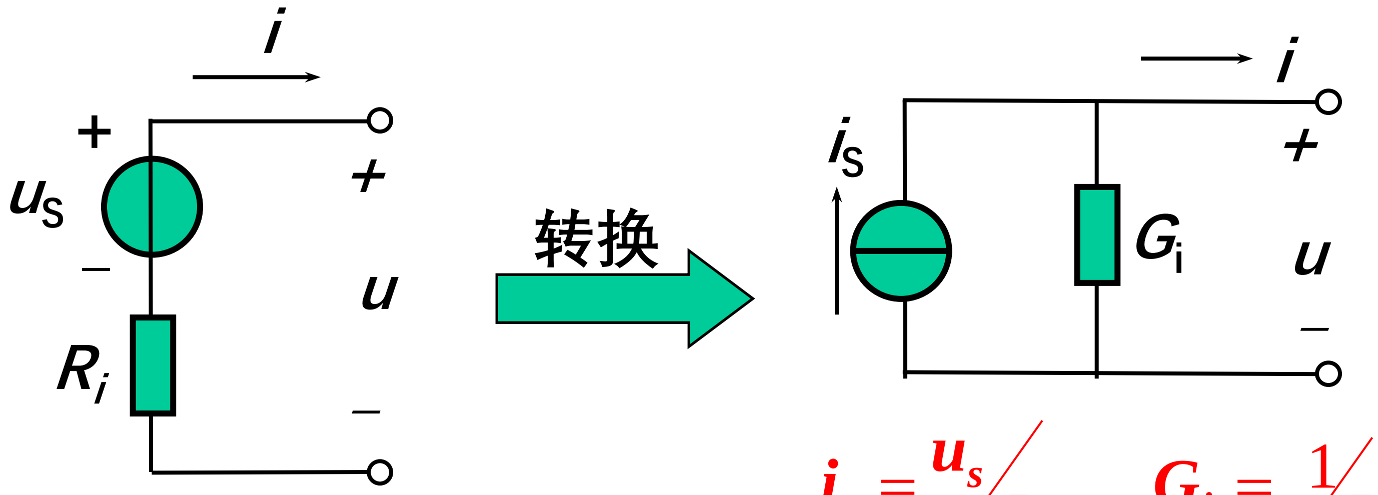
$$u = u_S - R_i\, i$$

$$i = u_S/R_i - u/R_i$$

$$i = i_S - G_i u$$

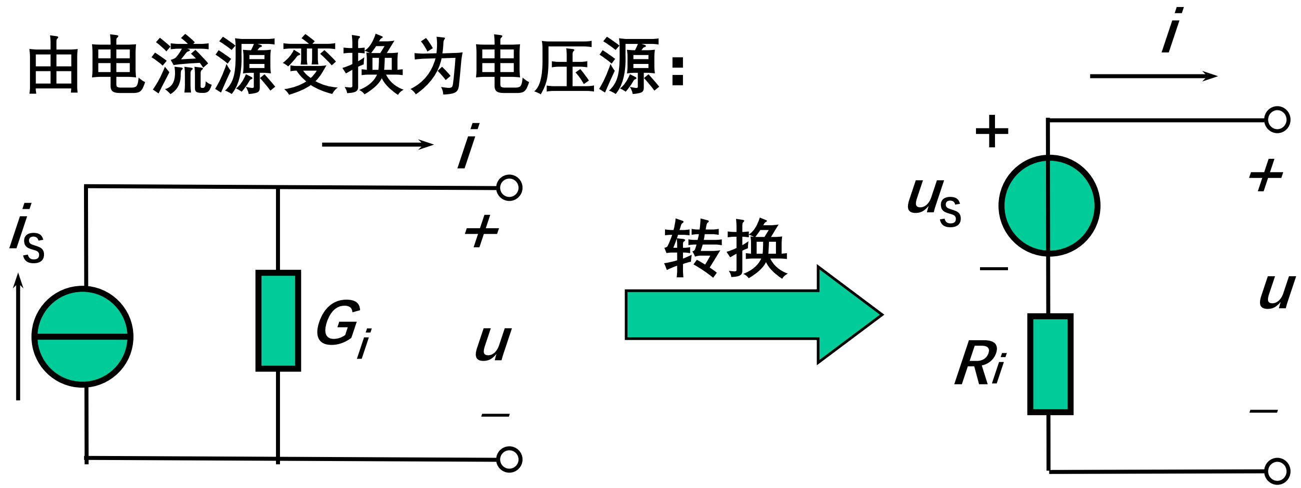
等效的条件 $i_S = u_S/R_i$ ， $G_i = 1/R_i$

由电压源变换为电流源：

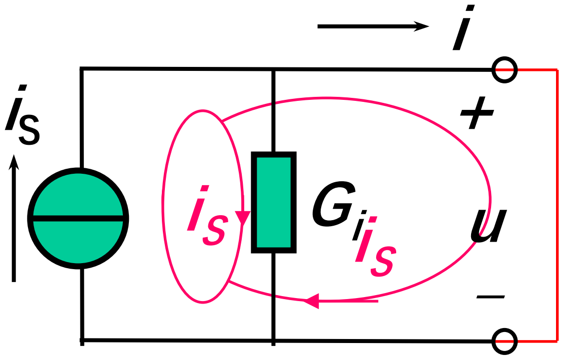


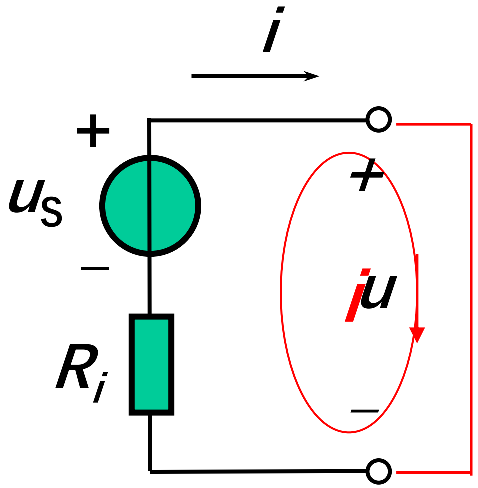
$$i_s = u_s / R_i \,, \quad G_i = 1 / R_i$$

由电流源变换为电压源：



$$u_s = i_s / G_i \,, \quad R_i = 1 / G_i$$





注意

(1) 变换关系 { 数值关系;
方向：电流源电流方向与电压源压升方向相同。

(2) 所谓的等效是对外部电路等效，对内部电路是不等效的。

- 开路的电压源中无电流流过 R_i;

  开路的电流源可以有电流流过并联电导G_i 。

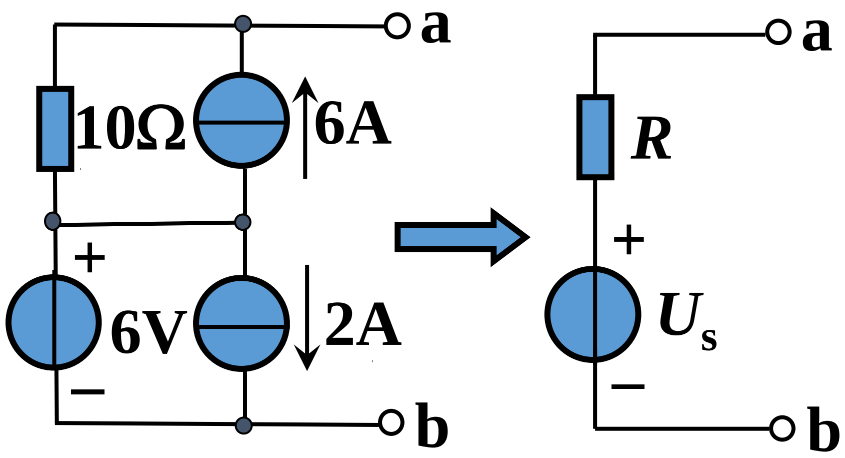
- 电压源短路时，电阻R_i中有电流；

  电流源短路时，并联电导G_i中无电流。

(3) 理想电压源与理想电流源不能相互转换。

单选题 1分

U_s= ________V



A 6

B 60

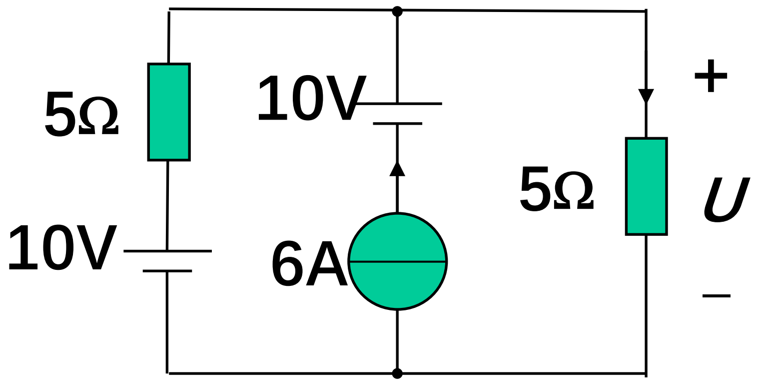
C −60

D 66

提交

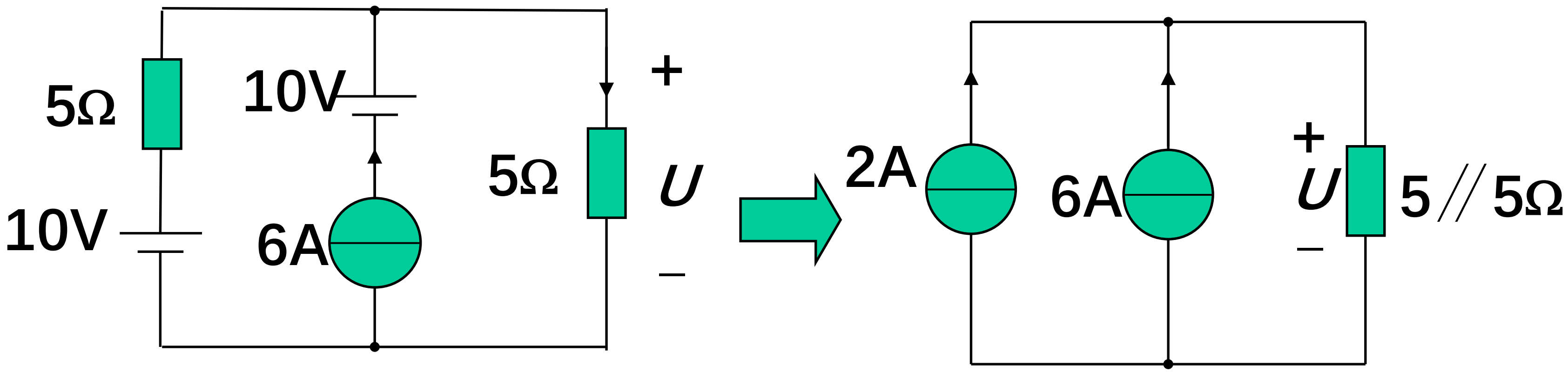
应用：利用电源转换可以简化电路计算。

例1　求图示电路中电压*U*。



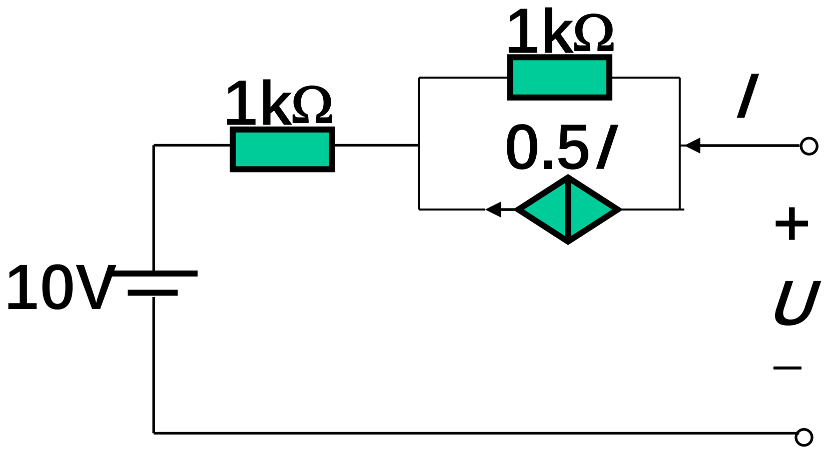
应用：利用电源转换可以简化电路计算。

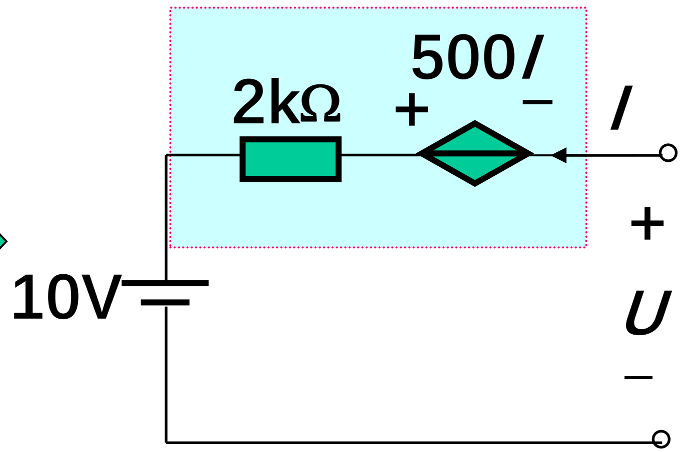
例1　求图示电路中电压U。



U=20V

例2 简化电路：

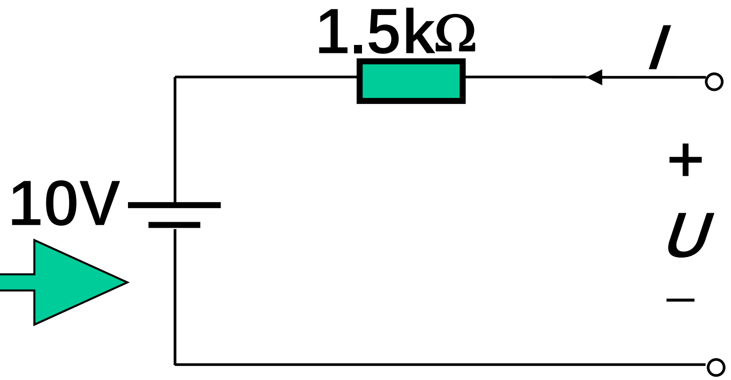




$$U = 1000\,(I - 0.5I) + 1000I + 10$$

$$U = 2000I - 500I + 10$$

$$U = 1500I + 10$$



受控源和独立源一样可以进行电源转换。

作业：1-9，1-10，1-11，1-12，1-13，1-14，1-15。截止时间本周五早上8点