19 年杭电高数下 A 期中考试题及答案（19 年 5 月）

一、选择题

1. 过y轴与点$(1,-2,3)$ 的平面方程是（　　）.

(A) $x-y-z=0$　　(B) $3x-z=0$　　(C) $2x+y=0$　　(D) $3x+2y=0$

2. 函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处连续是函数在该点具有偏导数的（　　）.

(A) 必要但非充分条件　　(B) 充分但非必要条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既非充分又非必要条件

3. 设 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\}$，$I_1=\iint_D\sqrt{\cos(x^2+y^2)}\,d\sigma$，$I_2=\iint_D\cos(x^2+y^2)\,d\sigma$，

$I_3=\iint_0\cos\sqrt{x^2+y^2}\,d\sigma$， 则下列关系成立的是（　　）.

(A) $I_1>I_2>I_3$　　(B) $I_3>I_2>I_1$

(C) $I_2>I_1>I_3$　　(D) $I_2>I_3>I_1$

4. 设函数 $z=f(x,y)$ 由方程 $yz=\sin(x+y+z)$ 所确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$（　　）.

(A) $\dfrac{\cos(x+y+z)}{y+\cos(x+y+z)}$　　(B) $\dfrac{\cos(x+y+z)}{y-\cos(x+y+z)}$

(C) $\dfrac{y+\cos(x+y+z)}{\cos(x+y+z)}$　　(D) $\dfrac{y-\cos(x+y+z)}{\cos(x+y+z)}$

5. 设$z=x^2+y^2$，则z在点$(1,1)$处的方向导数最大值是（　　）.

(A) $2\sqrt{6}$　　(B) $\sqrt{2}$

(C)$2\sqrt{2}$　　(D) 2

6. 二次积分 $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_{1-x}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)\mathrm{d}y$ 可写成（　　）.

(A) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^1 f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho\,\mathrm{d}\rho$

(B) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}} f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho\,\mathrm{d}\rho$

(C) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}}^1 f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho\,\mathrm{d}\rho$

(D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{d}\theta \int_1^{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}} f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\rho\,\mathrm{d}\rho$

二、填空题

7. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,2)} \frac{\tan(xy)}{x}=$_____________.

8. 点 (1,0,-1) 到平面 $3x+4y+5z=1$ 的距离=_____________.

9. 设 D 是由曲线 $y=1-x^2$ 与 $y=x^2-1$ 所围成的闭区域，则$I=\iint_D (x^3+y^3+xy)d\sigma=$

__________.

10. 曲线$\begin{cases} x=t^2, \\ y=t,(0\le t\le 2) \\ z=2t^4, \end{cases}$ 在点 $(1,1,2)$ 处的法平面方程为____________.

11. 设 $f(u)$ 可微，且 $f'(0)=\frac{1}{2}$, 则 $z=f(4x^2-y^2)$ 在点 $(1,2)$处的全微分 $dz|_{(1,2)}=$

____________.

12. 交换积分次序 $\int_0^{\frac{1}{4}} dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x,y)dx + \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dy \int_y^{\frac{1}{2}} f(x,y)dx=$____________.

三、简单计算题

13. 设$z=z(x,y)$由方程$z=e^{\sin(xy)}+2y$确定，求全微分dz.

14．设$z=f(2x-y,e^x\sin y)$，其中$f(u,v)$具有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

15. 证明函数$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2},x^2+y^2\neq 0\\ 0,\qquad x^2+y^2=0\end{cases}$在点$(0,0)$处不连续.

16. 求曲线$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=6\\ x+y+z=0\end{cases}$在点$(1,-2,1)$处的切线方程.

17. 求旋转抛物面 $z = x^2 + y^2$ 被平面 $z = 4$ 所截出的曲面面积.

18. 已知 $\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}\,dxdy = \pi$，其中 D: $x^2 + y^2 \leqslant a^2$，求 a .

四、综合题

19. 设$f(x,y)$连续，且$f(x,y)=xy+\iint_D f(u,v)dudv$，其中$D$由$y=0$，$y=x^2$，$x=1$围成，求$f(x,y)$表达式.

20. 求积分$\iiint_\Omega (x+z)dv$，其中Ω由曲面$z=\sqrt{x^2+y^2}$与$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$所围成的闭区域.

五、应用计算题

21. 求椭球面$x^2+y^2+\frac{z^2}{4}=1$的内接长方体的最大体积.

六、证明题

22. 设$f(x)$为连续函数，$\Phi(t)=\int_0^t dy\int_y^t f(x)dx$，求$\Phi'(3)$.

参考答案

仅附上答案，如若有不会的题目，或想知道解题过程，欢迎加入 HDU 数学营：797646975 讨论

一、选择题

1. B

2. D

3. A

4. B

5. C

6. C

二、填空题

7. 2

8. $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

9. 0

10. $2x+y+8z-19=0$

11. $4dx-2dy$

12. $\int_0^{\frac{1}{2}} dx \int_{x^2}^{x} f(x,y)\,dy$

三、简单计算题

13. $dz=y\cos(xy)e^{\sin(xy)}dx+[x\cos(xy)e^{\sin(xy)}+2]dy$

14. $-2\int_{11}'' + e^{2x}\sin y\cos y\int_{22}'' + (2e^{x}\cos y-e^{x}\sin y)\int_{12}'' + e^{x}\cos y\int_{2}'$

15. 略（分别沿 x 轴和 y 轴讨论）

16. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{0}=\frac{z-1}{-1}$

17. $\dfrac{\pi\left(17\sqrt{17}-1\right)}{6}$

18. $\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}$

四、综合题

19. $f(x,y)=xy+\dfrac{1}{8}$

20. $\dfrac{\pi}{8}$

五、应用计算题

21. $\dfrac{16\sqrt{3}}{9}$

六、证明题

22. $3f(3)$