

一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、设随机事件 A 和 B 互不相容， $P(A)=0.2$ ，则 $P(B|A)=$ （ ）。

- (A) 0 (B) 0.2
(C) 0.4 (D) 1

2、设 $F_1(x)$ 、 $F_2(x)$ 分别为随机变量 X_1 和 X_2 的分布函数，为使 $aF_1(x)-bF_2(x)$ 为某一随机变量的分布函数，则在下列给出的各组数值中应取（ ）。

- (A) $a=2/3$, $b=2/3$ (B) $a=-1/2$, $b=3/2$
(C) $a=3/5$, $b=-2/5$ (D) $a=1/2$, $b=-3/2$

3、已知随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，且 $E(X)=-3$ ， $D(X)=16$ ，则参数 μ ， σ 的值分别为（ ）。

- (A) $\mu=-3$, $\sigma=16$ (B) $\mu=-3$, $\sigma=4$
(C) $\mu=-3$, $\sigma=-4$ (D) $\mu=3$, $\sigma=16$

4、设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， σ^2 已知，若样本容量 n 和置信水平 $1-\alpha$ 均不变，则对于不同的样本观察值，总体均值 μ 的置信区间长度 L （ ）。

- (A) 变长 (B) 变短
(C) 不变 (D) 不能确定

5、设 $\hat{\theta}$ 是参数 θ 的无偏估计，且有 $D(\hat{\theta}) > 0$ ，则（ ）。

- (A) $(\hat{\theta})^2$ 肯定是 θ^2 的无偏估计 (B) $(\hat{\theta})^2$ 可能是 θ^2 的无偏估计
(C) $(\hat{\theta})^2$ 可能不是 θ^2 的无偏估计 (D) $(\hat{\theta})^2$ 肯定不是 θ^2 的无偏估计

二、填空题（每空 3 分，共 15 分）

1、设 $X \sim \pi(\lambda)$ ，且 $P\{X=3\}=P\{X=4\}$ ，则 $\lambda=$ _____。

2、设两两相互独立的三事件 A, B, C 满足： $ABC = \emptyset$ ， $P(A)=P(B)=P(C) < 1/2$ 且 $P(A \cup B \cup C) = 3/16$ ，则 $P(A)=$ _____。

3、已知随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} xe^{-x(y+1)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，则

边缘密度函数 $f_X(x) =$ _____。

4、若用 t 检验法检验正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的单边检验问题（显著性水平为 α ， σ^2 未知）： $H_0: \mu \leq \mu_0$ ； $H_1: \mu > \mu_0$ ，则应选取检验统计量 $t =$ _____。

5、设随机变量 X 和 Y 的数学期望都是 2，方差 $D(X) = 1$ ， $D(Y) = 4$ ，相关系数 $\rho_{XY} = 0.5$ ，利用切比雪夫不等式估计，则 $P\{|X - Y| \geq 6\} \leq$ _____。

三、（本题 5 分）

设随机变量 X_1, X_2, \dots, X_{100} 相互独立，且均服从相同的指数分布，概率密度函数

为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x/2}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，利用中心极限定理估计概率 $P\left\{\sum_{i=1}^{100} X_i < 240\right\}$ 。（结

果用 $\phi(\cdot)$ 表示）

四、（本题 15 分）

已知随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} A(1 - \frac{B}{x^2}), & 1 \leq x \leq 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ($A > 0, B > 0$) 且

$P\{X \leq 3/2\} = 1/3$ 。求：（1） A 和 B 的值；（2） X 的分布函数 $F(x)$ ；

（3） $P\{X > 4/3\}$ 。

五、（本题 15 分）

掷一枚质地均匀的骰子两次，设 X 表示出现的点数之和， Y 表示第一次出现的点数减去第二次出现的点数。求： $E(X)$ ， $D(Y)$ ， ρ_{XY} 。（提示：设 X_1 ， X_2 分别表示第一、二次出现的点数， X_1 ， X_2 相互独立）

六、（本题 5 分）

设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， μ ， σ^2 均未知， x_1, x_2, \dots, x_n 为来自总体 X 的样值。

求 μ ， σ^2 的最大似然估计值。

七、（本题 15 分）

已知离散型随机变量 (X, Y) 的分布律如右：

试求：（1）关于 X 的边缘分布律；

（2） $P\{X < 2 | Y = 2\}$ ；

（3） $X^2 - 2Y$ 的分布律；

（4）问 X 与 Y 是否相互独立？说明理由。

$Y \backslash X$	1	2	3
1	4/9	2/9	0
2	1/9	1/9	1/9

八、（本题 5 分）

设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n \geq 2)$ 为来自正态总体 $N(\mu, 1)$ 的一个随机样本，记

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 。证明： $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 服从 χ^2 分布，并说明自由度。

九、（本题 5 分）

某公司利用两条自动化流水线灌装矿泉水，现从流水线上分别随机抽取样本

X_1, X_2, \dots, X_{18} 和 Y_1, Y_2, \dots, Y_{18} ，测得每瓶所装矿泉水的体积（单位：ml）。计算得

$\bar{x} = 501.2$ ， $\bar{y} = 499.8$ ， $s_1^2 = 3.8$ ， $s_2^2 = 4.2$ 。设这两条流水线所装的矿泉水的体

积 X ， Y 分别服从 $N(\mu_1, \sigma^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma^2)$ 。求 $\mu_1 - \mu_2$ 的置信水平为 0.95 的置信

区间。（ $t_{0.025}(36) = 2.028$ ， $t_{0.025}(34) = 2.032$ ，数据保留两位小数）

十、（本题 5 分）

测定某种溶液中的水分，根据其 10 个测定值计算得 $s = 0.035\%$ ，设测定值总体为正态分布， σ^2 为总体方差， σ^2 未知。试在显著水平为 $\alpha = 0.05$ 下检验假设

$$H_0: \sigma \geq 0.04\%; \quad H_1: \sigma < 0.04\%. \quad (\chi_{0.95}^2(9) = 3.33, \quad \chi_{0.05}^2(9) = 19.92,$$

$$\chi_{0.975}^2(9) = 2.7, \quad \chi_{0.025}^2(9) = 19.02, \quad \text{数据保留两位小数})$$