14 年杭电高数下 A 期中考试题及答案（2014.4.19）

HDU 数学营

一、选择题

1. 已知直线L: $\dfrac{x+3}{-2}=\dfrac{y+4}{-7}=\dfrac{z}{3}$与$\Pi$：$4x-2y-2z=3$，则$L$与$\Pi$位置关系是（　　）.

(A) L与Π平行　(B) L与Π垂直　(C) L与Π相交　(D) L在Π上

2. 设$z=z(x,y)$是由方程$e^z-xyz=0$所确定的隐函数，则$\dfrac{\partial z}{\partial y}=$（　　）.

(A) $\dfrac{z}{y(z-1)}$　(B) $\dfrac{z}{x(z-1)}$

(C) $\dfrac{y}{x(z+1)}$　(D) $\dfrac{y}{x(1-z)}$

3. 曲线$\begin{cases} x=y^2 \\ z=x^2 \end{cases}$在点$(1,1,1)$处的法平面方程是（　　）.

(A) $2x-y-4z+3=0$　(B) $2x-y+4z+5=0$

(C) $2x+y+4z-7=0$　(D) $-2x-y+4y-1=0$

4. 设$u=xy^2+yz^3$，则u在$M(2,-1,1)$处的梯度$\mathrm{grad}u|_M$为（　　）.

(A) $(1,-3,-3)$　(B) $(-1,-3,-3)$

(C) $-\dfrac{1}{3}$　(D) -5

5. 若区域D为$0\leqslant x\leqslant 1$，$0\leqslant y\leqslant 1$，则积分$\iint_D e^{x+y}dxdy$的值为（　　）.

(A) $(e-1)^2$　(B) e^2

(C) $(e+1)^2$　(D) e

6. 设D为$x^2+y^2\leqslant a^2$，当$\int_D \sqrt{a^2-x^2-y^2}\,dxdy=\Pi$时，则$a=$（　　）.

(A) 1　(B) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}$

(C) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{4}}$　(D) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}$

7. 累次积分$\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{\cos\theta}f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho d\rho$可以写成（　　）.

(A) $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)dx$　　(B) $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)dx$

(C) $\int_0^1 dx\int_0^1 f(x,y)dy$　　(D) $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)dy$

8. 计算$I=\iiint_\Omega zdv$，其中Ω为$z^2=x^2+y^2$，$z=1$围成的立体，则正确的解法为（　　）.

(A) $I=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1\rho d\rho\int_0^1 zdz$　　(B) $I=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1\rho d\rho\int_\rho^1 zdz$

(C) $I=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 dz\int_0^1 d\rho$　　(D) $I=\int_0^1 dz\int_0^{\pi}d\theta\int_0^z\rho d\rho$

二、小型计算题

1. 求平面$x-y+2z-6=0$与$2x+y+z-5=0$的夹角.

2. 函数$z=x\sin(x-2y)$在点$P(1,0)$处沿$\vec{l}=(1,-1)$的方向导数.

3. 交换积分次序$\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^{2-y^2}f(x,y)dx$.

4. 设$z=2^{3x+y^2}$，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

5. 求函数$f(x,y)=y^3-x^2+6x-12y+5$的极值.

三、中型计算题

1. 计算$\iint_D (x^2-2y)dxdy$，其中D是由直线$y=1$，$y=2$，$y=\dfrac{x}{2}$及$y=x$所围的平面区域.

2．已知$x^2+z^2=y\phi\left(\dfrac{z}{y}\right)$，其中$\phi(\mu)$有连续导数，求$\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

3. 求曲线$\begin{cases} x^2+z^2=10 \\ y^2+z^2=10 \end{cases}$在点 $M(1,1,3)$处的切线和法平面方程.

4. 计算积分$\iint_D \frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}dxdy$，其中$D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant 1\}$.

5. 计算三重积分$\iiint_\Omega (x^2+y^2)dxdydz$，其中$\Omega$由曲面$x^2+y^2=2z$与$z=2$所围成的空间区域.

6. 设$z=f(e^x\cos y,\ln y,3x)$，其中f具有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

四、大型计算题

1. 在曲面 $z=\sqrt{12-3x^2-2y^2}$ 的第一卦限部分上求一点 M，使得该点处的切平面和三个坐标面所围成的四面体的体积最小，并求最小体积.

五、证明题

1. 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，证明：$\int_0^1 f(x)dx\int_x^1 f(y)dy = \frac{1}{2}\left[\int_0^1 f(u)du\right]^2$.

参考答案

仅附上答案，如若有不会的题目，或想知道解题过程，欢迎加入 HDU 数学营：797646975 讨论

一、选择题

1. A

2. A

3. C

4. A

5. A

6. B

7. D

8. B

二、小型计算题

1. $\dfrac{\pi}{3}$

2. $\dfrac{\sin 1}{\sqrt{2}}+\dfrac{3\cos 1}{\sqrt{2}}$

3. $\int_0^1 dx\int_0^{x^2} f(x,y)dy+\int_1^2 dx\int_0^{\sqrt{2-x}} f(x,y)dy$

4. $\dfrac{\partial z}{\partial x}=3\ln 2\cdot 2^{3x+y^2}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}2\ln 2\cdot y\cdot 2^{3x+y^2}$

5. 极大值30

三、中型计算题

1. $\dfrac{49}{12}$

2. $\dfrac{\partial z}{\partial x}=\dfrac{2x}{\phi'\left(\frac{y}{z}\right)-2z}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{\frac{z}{y}\phi'\left(\frac{z}{y}\right)-\phi'\left(\frac{z}{y}\right)}{\phi'\left(\frac{z}{y}\right)-2z}$

3. 切线：$\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-3}{1}$

   法平面方程：$-3(x-1)-3(y-1)+z-3=0$

4. $\pi(2\ln 2-1)$

5. $\dfrac{16\pi}{3}$

6. $-e^{x}\sin y f'_{1}-\dfrac{1}{2}e^{2x}\sin 2y f''_{11}+e^{x}\dfrac{\cos y}{y}f''_{12}-6xe^{x}\sin y f''_{31}+6xf''_{32}\dfrac{1}{y}$

四、大型计算题

1. $6\sqrt{6}$

五、证明题

略