第二章 一般电阻电路分析方法

2.1电路约束与方程

2.2支路电流法

2.3节点电压法

2.4线性电路的性质

2.5戴维南定理和诺顿定理

2.6最大功率传输定理

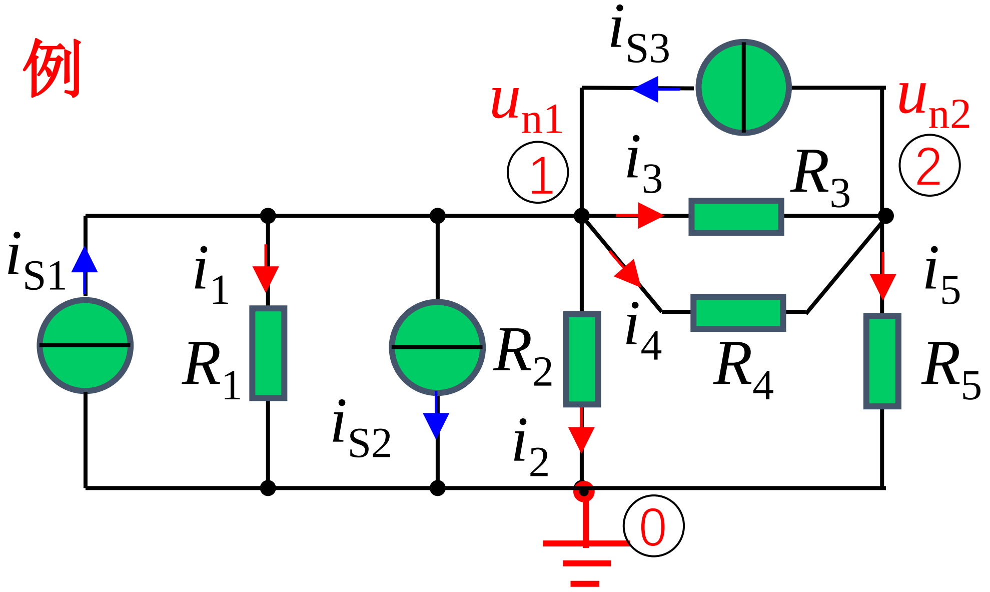
回顾

- 电阻电路一般分析方法
  - 电路约束与电路方程
  - 支路电流法
  - 节点电压法

三、节点电压法 (node voltage method)

节点电压法：以**节点电压为未知变量**列写电路KCL方程分析电路的方法。

例



方程左边的电流之和有什么物理意义?
(考虑正负号)

(1) 选定**参考节点**，标明其余n-1个独立节点的电压

(2) 列**KCL**方程：

$$\sum i_{出}=\sum i_{入}$$

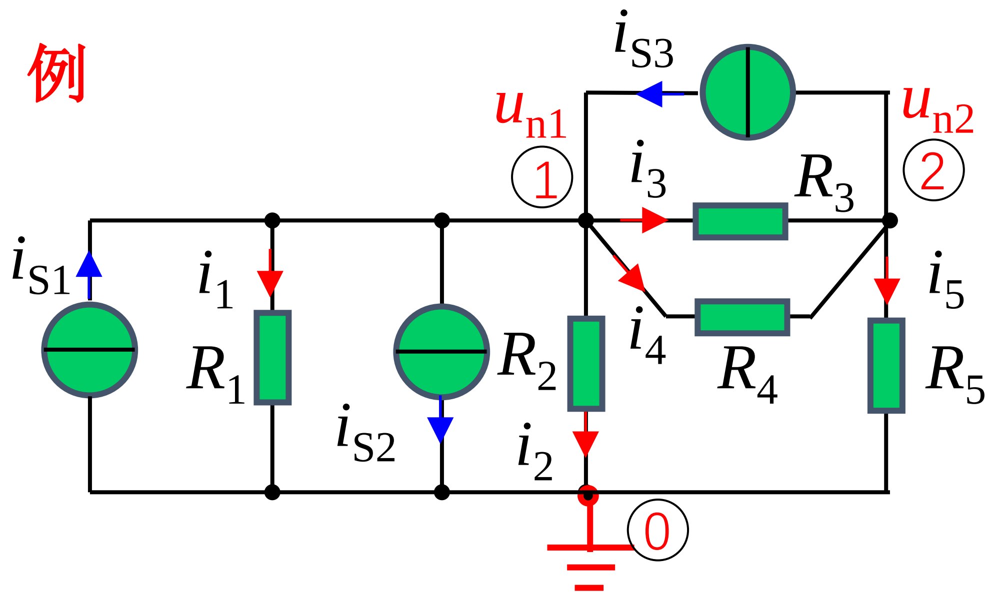
$$\begin{cases} i_1+i_{S2}+i_2+i_3+i_4=i_{S1}+i_{S3} \\ i_5+i_{S3}=i_3+i_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1+i_2+i_3+i_4=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -i_3-i_4+i_5=-i_{S3} \end{cases}$$

三、节点电压法 (node voltage method)

节点电压法：以节点电压为未知变量列写电路KCL方程分析电路的方法。

例



某节点上从电阻流出节点的电流等于从电源流入节点的电流

$$\sum i_{R出}=\sum i_{is入}$$

(1) 选定参考节点，标明其余n-1个独立节点的电压

(2) 列KCL方程：

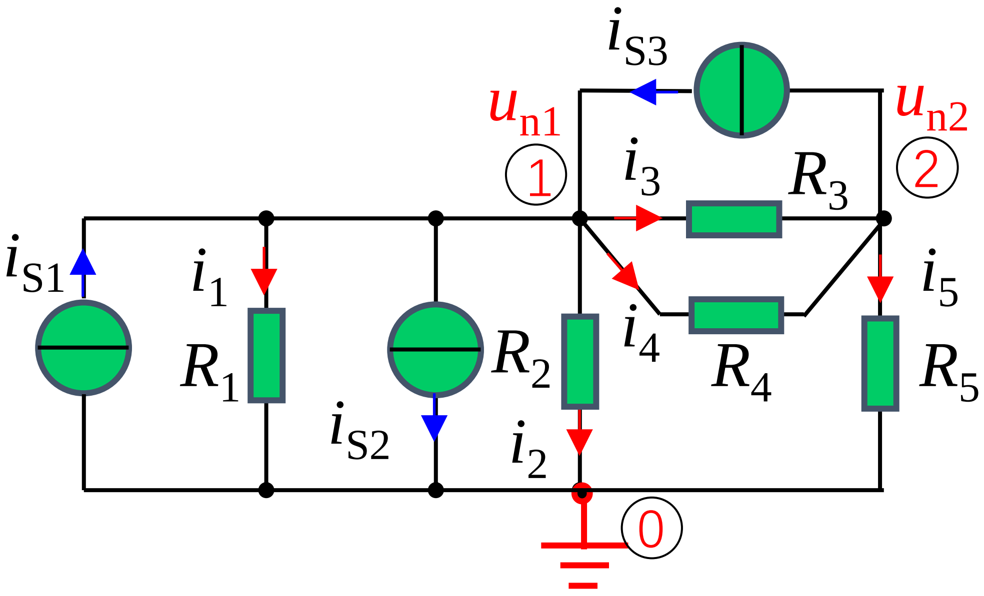
$$\sum i_{出}=\sum i_{入}$$

$$\begin{cases} i_1+i_{S2}+i_2+i_3+i_4=i_{S1}+i_{S3} \\ i_5+i_{S3}=i_3+i_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_1+i_2+i_3+i_4=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -i_3-i_4+i_5=-i_{S3} \end{cases}$$

下一步：用节点电压来表示电流

三、节点电压法 (node voltage method)



$$\begin{cases} i_1+i_2+i_3+i_4=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -i_3-i_4+i_5=-i_{S3} \end{cases}$$

$$i_1=\frac{u_{n1}}{R_1} \quad i_2=\frac{u_{n1}}{R_2} \quad i_3=\frac{u_{n1}-u_{n2}}{R_3} \quad i_4=\frac{u_{n1}-u_{n2}}{R_4}$$

$$i_5=\frac{u_{n2}}{R_5}$$

$$\begin{cases} \dfrac{u_{n1}}{R_1}+\dfrac{u_{n1}}{R_2}+\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_3}+\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_4}=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3} \\ -\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_3}-\dfrac{u_{n1}-u_{n2}}{R_4}+\dfrac{u_{n2}}{R_5}=-i_{S3} \end{cases}$$

从电流源流入节点1电流代数和

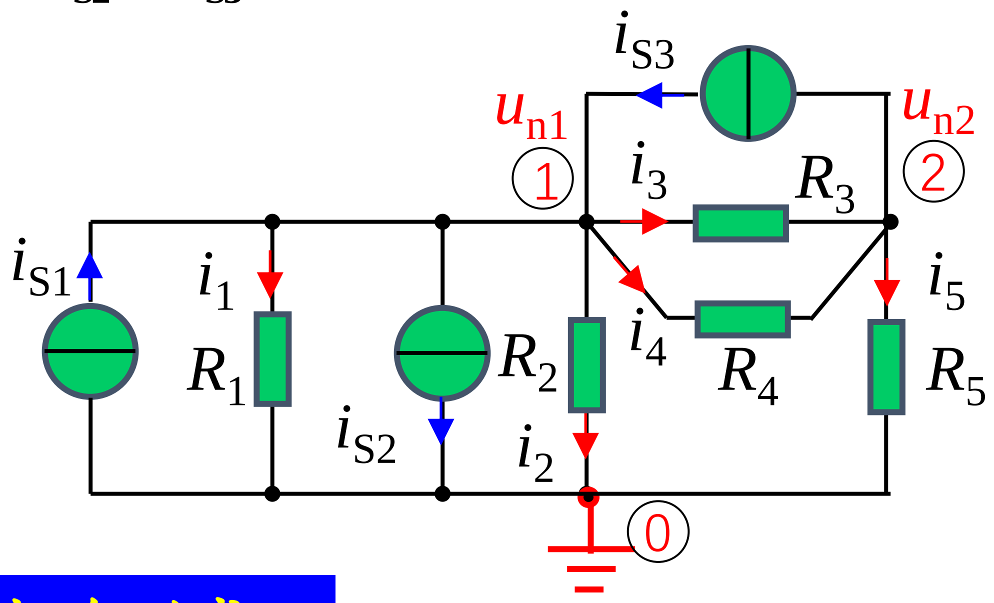
从电阻流出节点1电流代数和

节点电压方程的初级形式

三、节点电压法 (node voltage method)

整理，得

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n1}-\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n2}=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3}\\ -\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n1}+\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_5}\right)u_{n2}=-i_{S3}\end{cases}$$



令 $G_k=1/R_k$， $k=1, 2, 3, 4, 5$

上式简记为

$$\begin{cases}G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}=i_{sn1}\\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}=i_{sn2}\end{cases}$$

节点电压方程的标准形式

如何一步写出标准形式?

三、节点电压法 (node voltage method)

$$\begin{cases}\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n1}-\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n2}=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3}\\ -\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_{n1}+\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_5}\right)u_{n2}=-i_{S3}\end{cases}$$

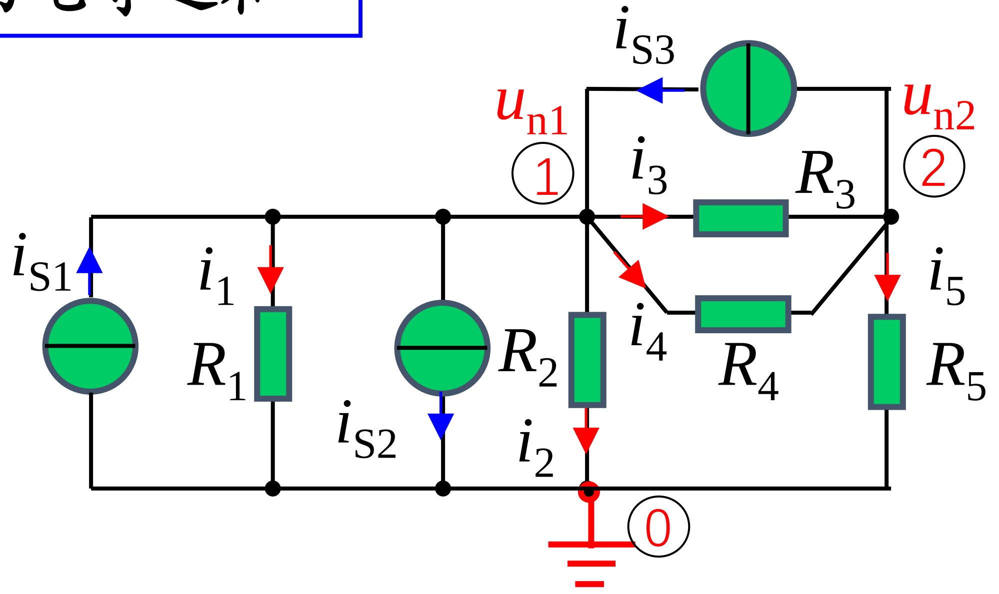
G_{11} 节点1的**自电导**，等于接在节点1上所有支路的电导之和

G_{22} 节点2的**自电导**，等于接在节点2上 所有支路的电导之和

$G_{12}=G_{21}$

节点1与节点2之间的**互电导**，等于接在节点1与节点2之间的所有支路的电导之和，并**冠以负号**

$$\begin{cases}G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}=i_{sn1}\\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}=i_{sn2}\end{cases}$$



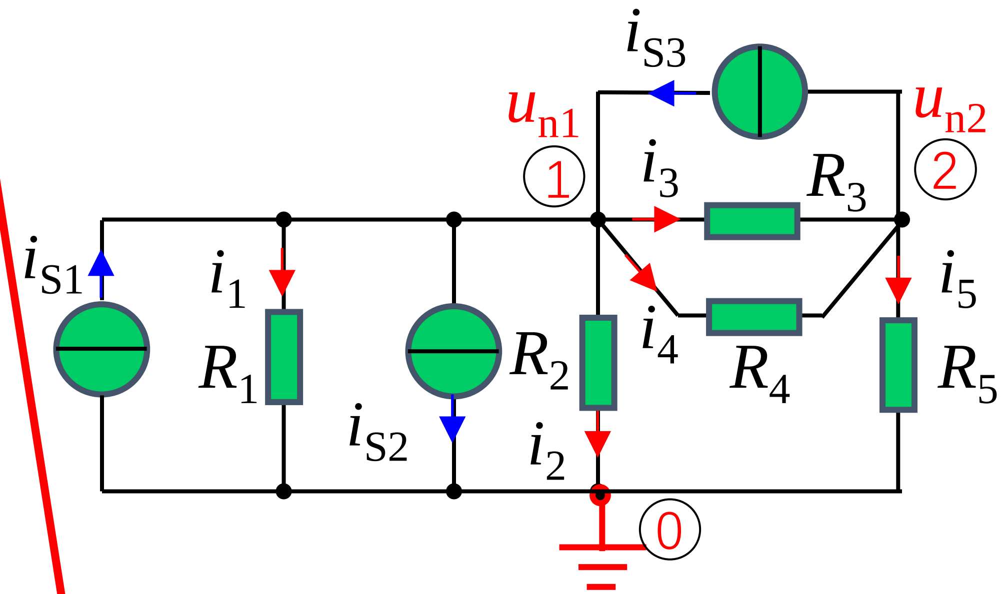
三、节点电压法 (node voltage method)

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n1}-\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n2}=i_{S1}-i_{S2}+i_{S3}\\ -\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n1}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)u_{n2}=-i_{S3}\end{cases}$$

i_{Sn1} 流入节点1的电流源电流的代数和

i_{Sn2} 流入节点2的电流源电流的代数和

* 流入节点电流源电流取正号，流出取负号。



$$\begin{cases}G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}=i_{sn1}\\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}=i_{sn2}\end{cases}$$

单选题 1分

设置

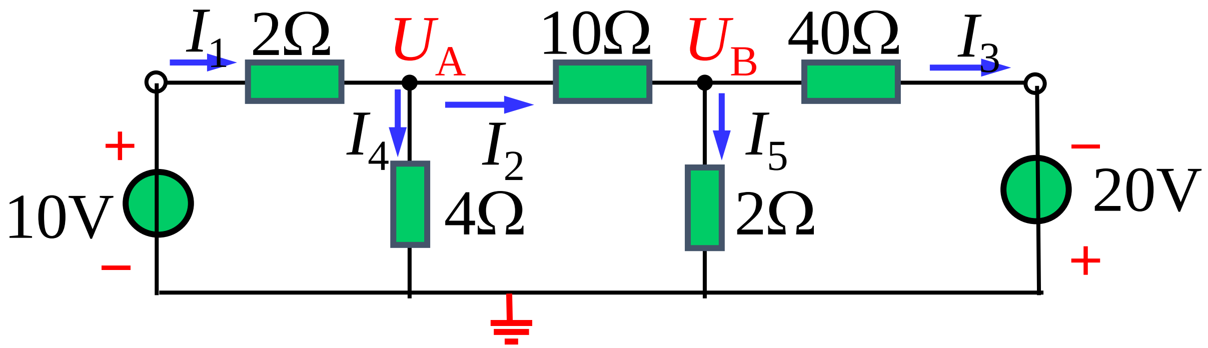
A节点的自电导为________S

A 16

B 2

C 0.35

D 0.85



提交

三、节点电压法 (node voltage method)

一般情况

(n个独立节点)

$$\begin{cases} G_{11}u_{n1}+G_{12}u_{n2}+\ldots+G_{1n}u_{nn}=i_{Sn1} \\ G_{21}u_{n1}+G_{22}u_{n2}+\ldots+G_{2n}u_{nn}=i_{Sn2} \\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots \\ G_{n1}u_{n1}+G_{n2}u_{n2}+\ldots+G_{nn}u_{nn}=i_{Snn} \end{cases}$$

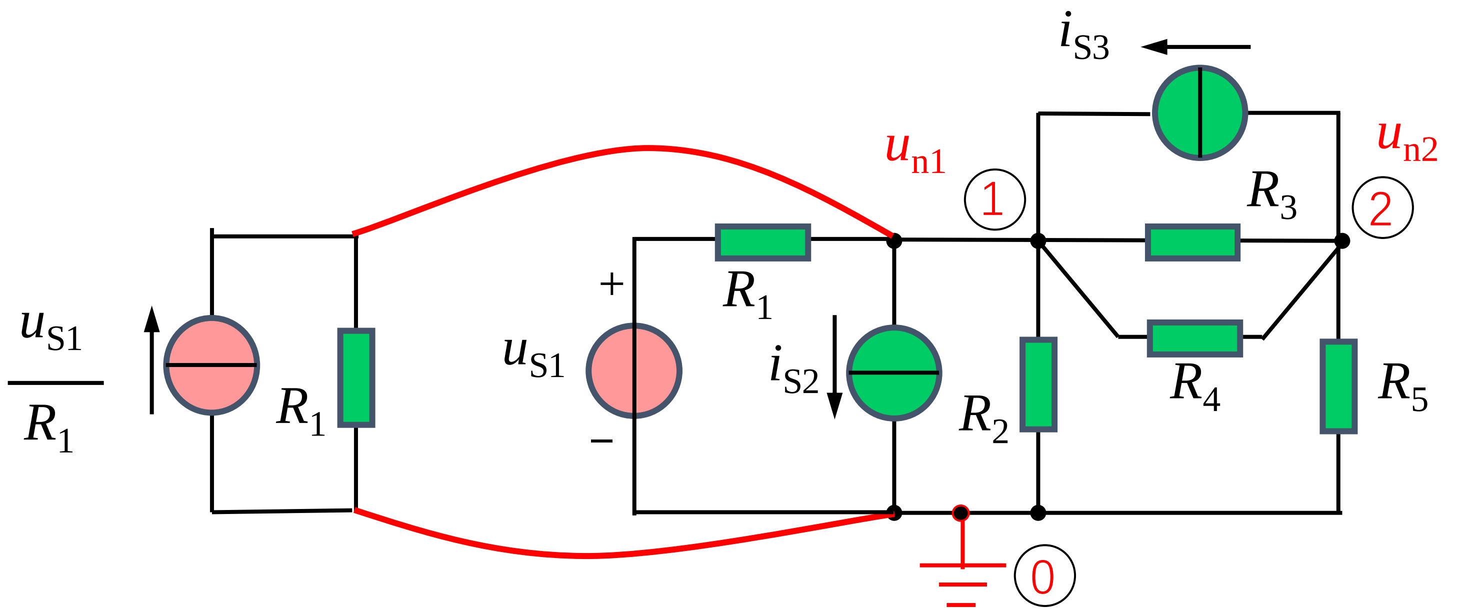
其中 G_{ii} 自电导，等于接在节点i上所有支路的电导之和。自电导总为正。

$G_{ij}=G_{ji}$ 互电导，等于接在节点i与节点j之间的所有支路的电导之和，并冠以负号。互电导总为负。如果i-j之间无电导相连，则为零。

i_{Sni} 流入节点i的所有电流源电流的代数和。

* 当电路不含受控源时，系数矩阵一般为对称阵。

特殊情况1：电路中含电压源与电阻串联的支路。



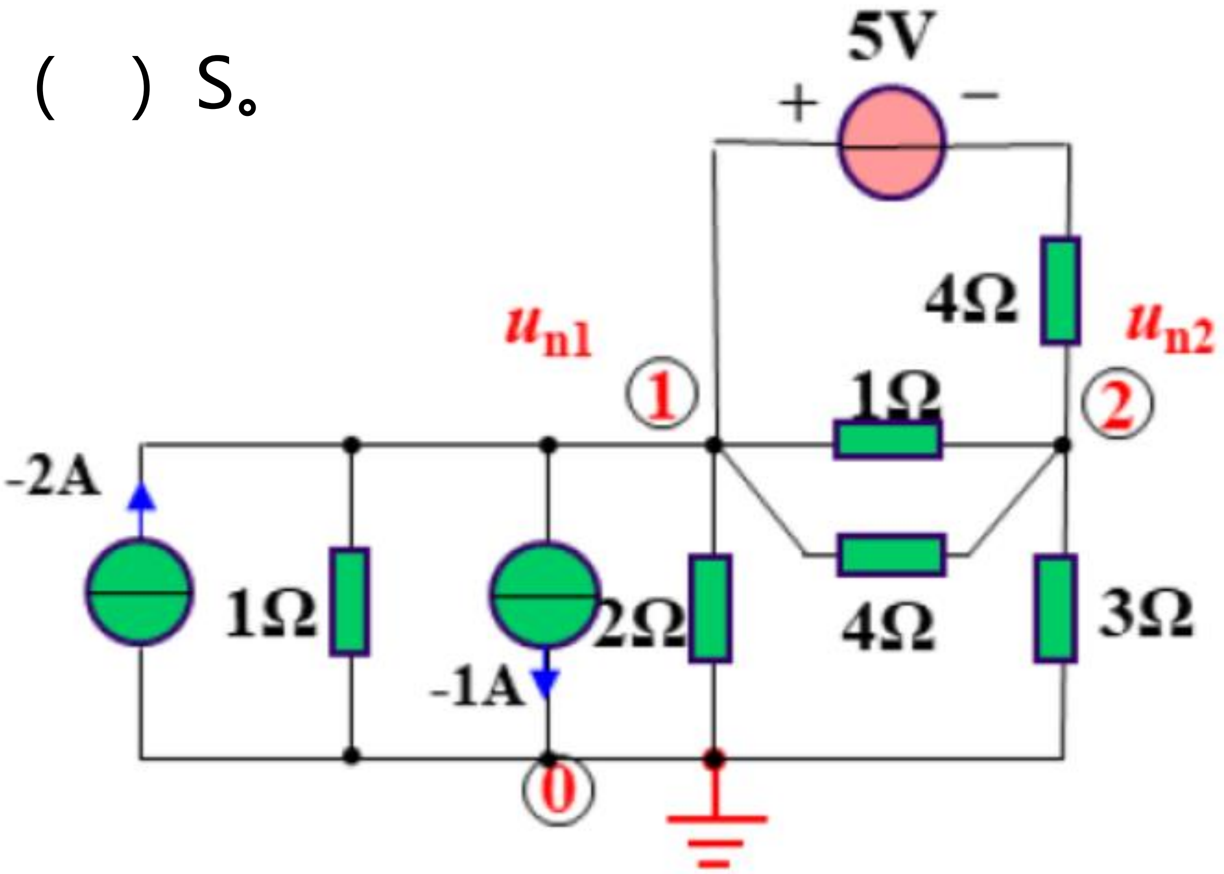
$$
\begin{cases}
(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4})u_{n1}-(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4})u_{n2}=\frac{u_{S1}}{R_1}-i_{S2}+i_{S3} \\
-(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4})u_{n1}+(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5})u_{n2}=-i_{S3}
\end{cases}
$$

等效电流源电流

单选题 1分

设置

节点1与节点2互电导G_{12}为（ ）S。（不要贸然跳坑）



A 9

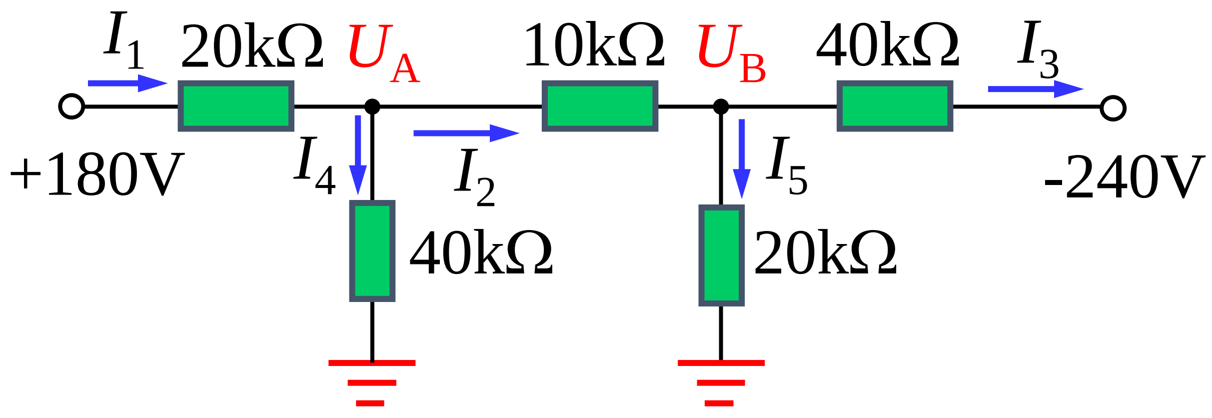
B 5

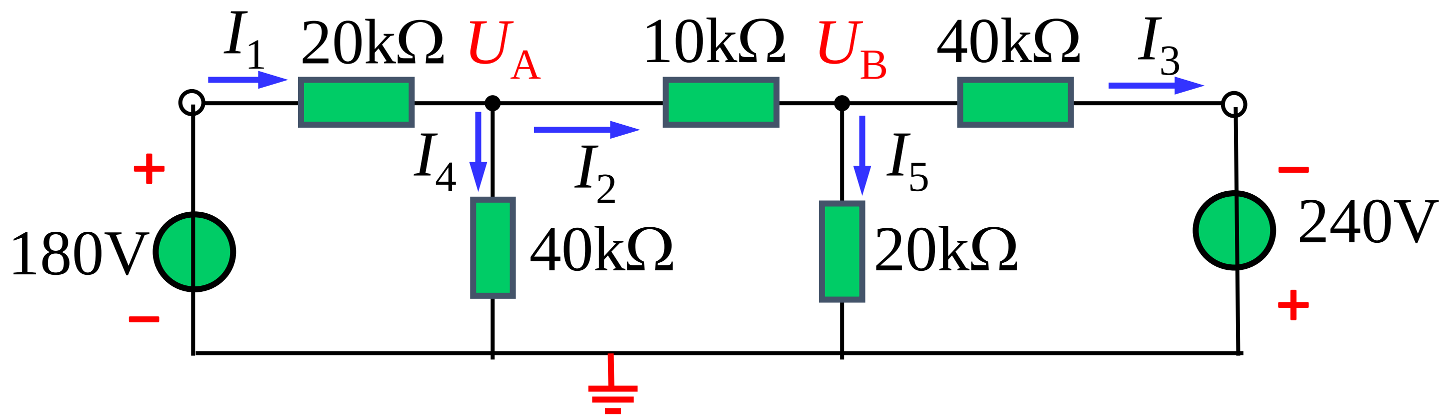
C -1.25

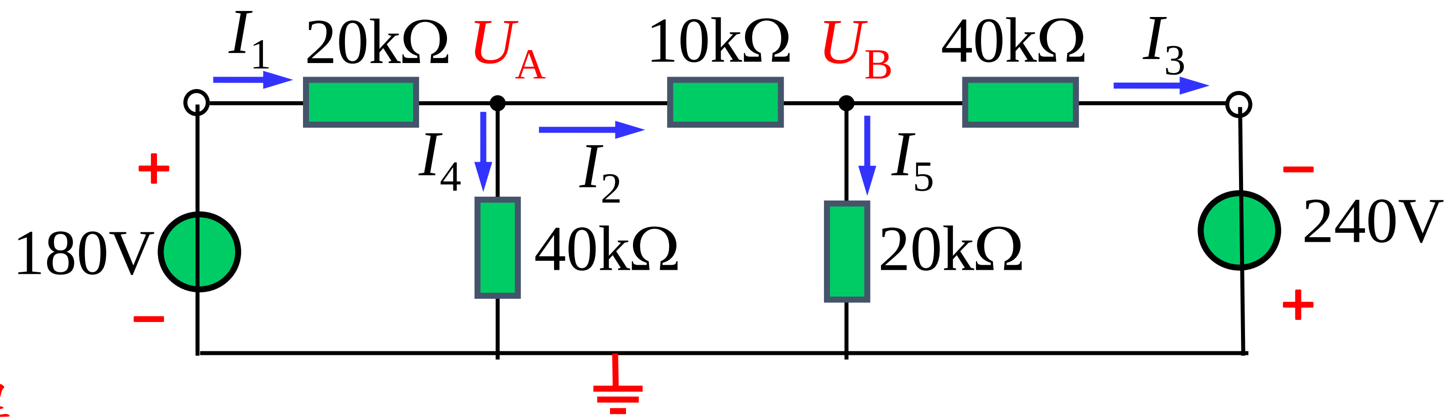
D -1.5

提交

例1　用节点法求各支路电流。







解

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{20}+\frac{1}{40}+\frac{1}{10}\right)U_A - \frac{1}{10}U_B = \frac{180}{20} \\ -\frac{1}{10}U_A + \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{40}\right)U_B = -\frac{240}{40} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_A = 47.27\text{V} \\ U_B = -7.27\text{V} \end{cases}$$

思考：如何校核？

各支路电流

$I_1=(180-U_A)/20= 6.64\text{mA}$

$I_2= (U_A- U_B)/10= 5.45\text{mA}$

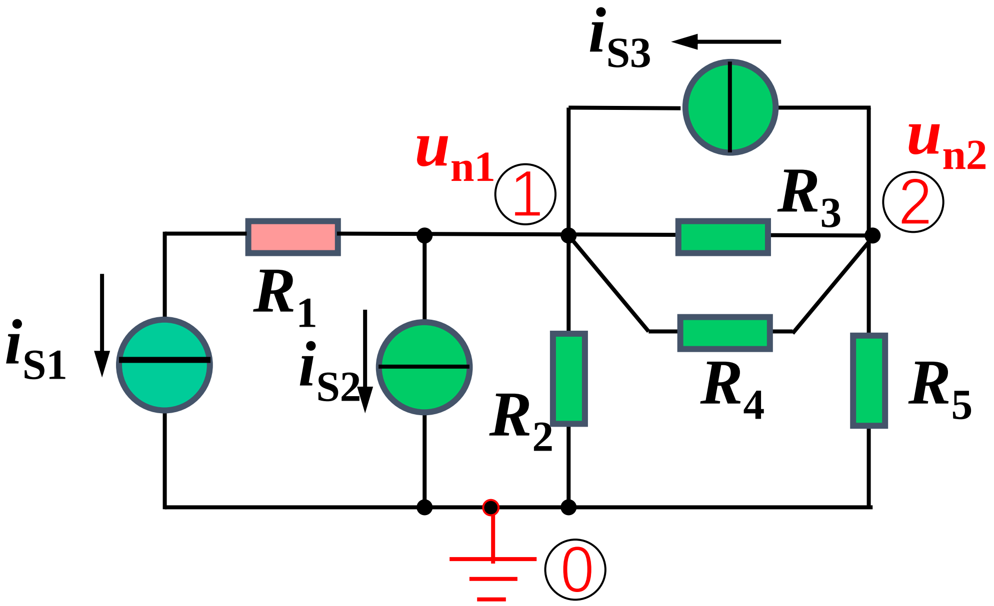
$I_3=(U_B +240)/40= 5.82\text{mA}$

$I_4= U_A /40=1.18\text{mA}$

$I_5= U_B /20=-0.364\text{mA}$

选参考点 $\Sigma I \overset{?}{=} 0$

特殊情况2：电路中电流源与电阻串联的支路。



$$\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n1}-\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n2}=-i_{S1}-i_{S2}+i_{S3}$$ ×

?

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n1}-\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n2}=-i_{S1}-i_{S2}+i_{S3}\\ -\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right)u_{n1}+\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)u_{n2}=-i_{S3}\end{cases}$$

单选题 1分

设置

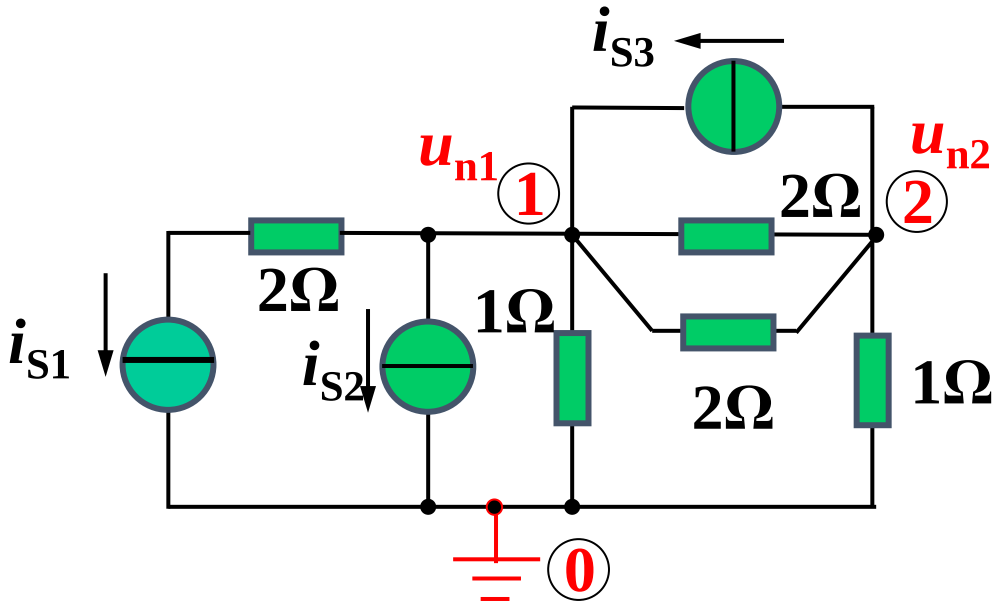
节点1的自电导为________S

A 2

B 5

C 7

D 2.5



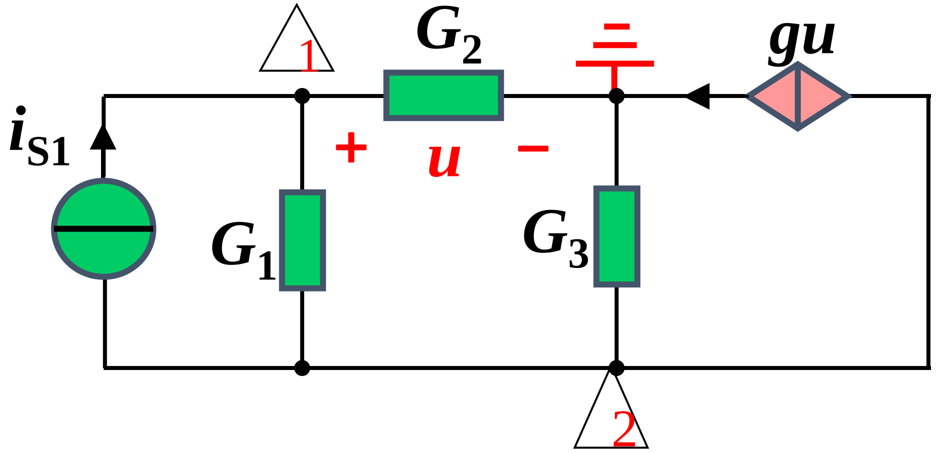
提交

特殊情况3：电路中含受控电流源。

CCCS如何处理

例3　列写下图含VCCS电路的节点电压方程。

(1) 把受控源当作独立源，列方程



$$(G_1+G_2)\boxed{u_{n1}}-G_1\boxed{u_{n2}}=i_{S1}$$

$$-G_1u_{n1}+(G_1+G_3)u_{n2}=-g\boxed{u}-i_{S1}$$

(2) 用节点电压表示控制量。 $\boxed{u=u_{n1}}$

*　有一个控制量（电压或电流），就要增加一个控制量和节点电压的补充方程。

(3) 整理，得

$$(G_1+G_2)u_{n1}-G_1u_{n2}=i_{S1}$$

$$(g-G_1)u_{n1}+(G_1+G_3)u_{n2}=-i_{S1}$$

* *　由于含受控源，方程的系数矩阵一般不对称。

特殊情况4：电路中含无串联电阻的独立电压源支路。

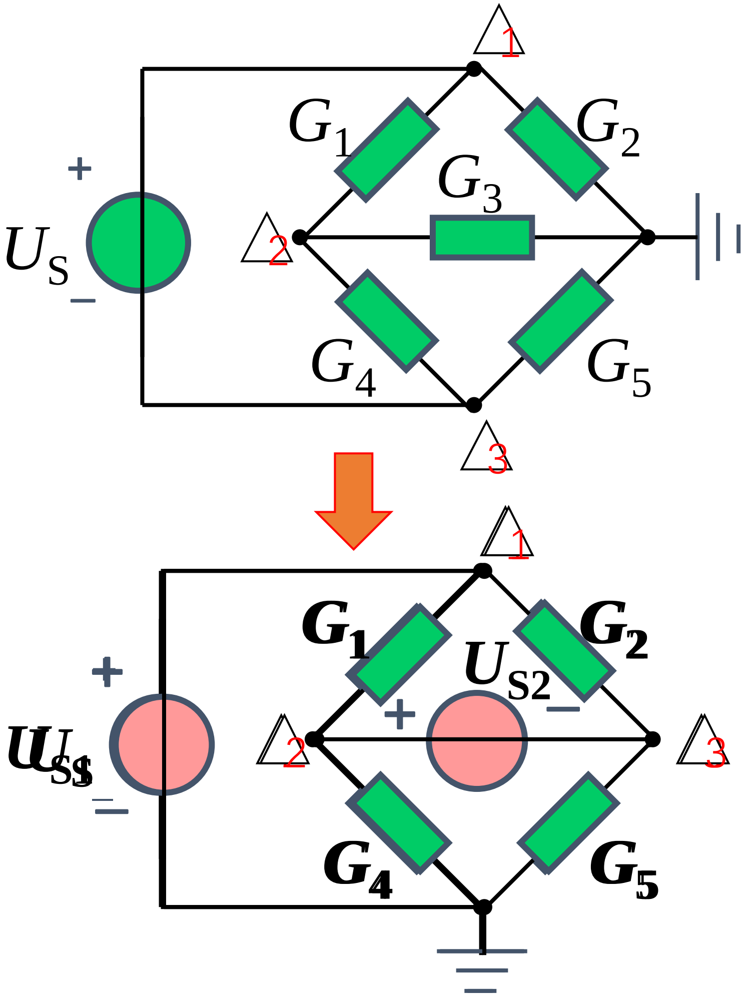
例4　试列写下图含理想电压源电路的节点电压方程。

方法1：　选择合适的参考点

$U_1 = U_S$

$-G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_3U_3=0$

$-G_2U_1-G_3U_2+(G_2+G_3+G_5)U_3=0$

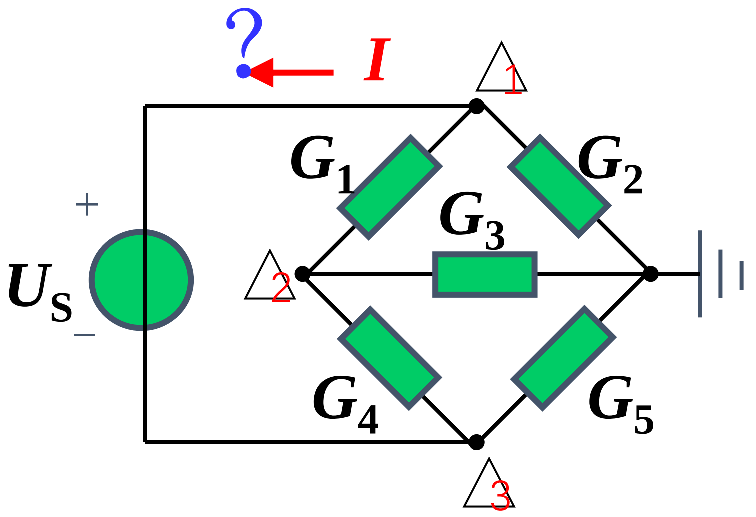


问题：如果存在两个电压源支路怎么办?

例4　试列写下图含理想电压源电路的节点电压方程。

方法2　　设电压源电流变量，列方程

$$\begin{cases} (G_1+G_2)U_1-G_1U_2 = \boxed{-I} \\ -G_1U_1+(G_1+G_3+G_4)U_2-G_4U_3 =0 \\ -G_4U_2+(G_4+G_5)U_3= \boxed{I} \end{cases}$$



增加节点电压与电压源电压间的关系

$$U_1-U_3 = U_S$$

每增加一个变量，就要增加一个补充方程。

电流

KVL

三、节点电压法 (node voltage method)

方程变量—节点电压

独立节点到参考节点之间的电压

电路中要设定参考节点

方程形式—KCL

电阻上流出节点的电流＝电流源流入节点的电流

$$\sum i_{R出}=\sum i_{iS入}$$

用节点电压这个“基”来张成支路电压，再根据元件约束获得支路电流，最后可由KCL来进行校验。

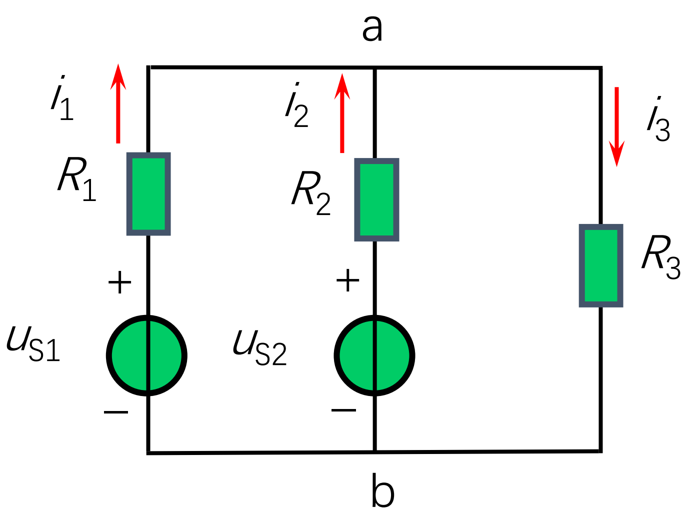
重新考虑减少方程数量的问题

支路电流法用支路电流作为变量，需要b-n+1个KVL方程，n-1个KCL方程。

节点电压法用节点电压作为变量，只需要n-1个KCL方程。

用n-1个节点电压表示支路电压和支路电流
b-n+1个KVL方程自动满足

是否存在只需要b-n+1个KVL方程的电路求解方法?



$b=3$

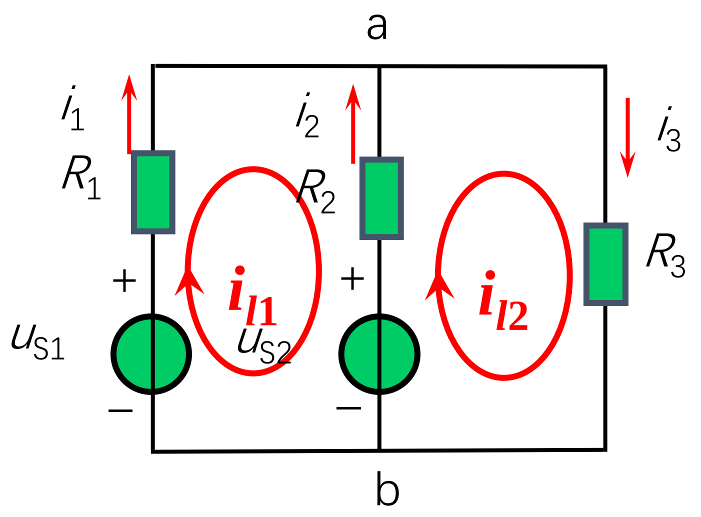
$n=2$

$b-n+1=2$

用b-n+1个 ? 表示支路电压和支路电流?
n-1个KCL方程自动满足

四、回路电流法(loop current method)

基本思想： 以**假想的（听话的）**回路电流为独立变量。各支路电流可用回路电流的线性组合来表示。



假想的回路电流分别为i_{l1}，i_{l2}

只按照回路方向流动，不会分叉的电流

如果选择回路电流作变量
(而且确保所有支路都有回路电流流过)

1、支路电流可由回路电流求出

$$i_1 = i_{l1} \quad i_2 = i_{l2} - i_{l1} \quad i_3 = i_{l2}$$

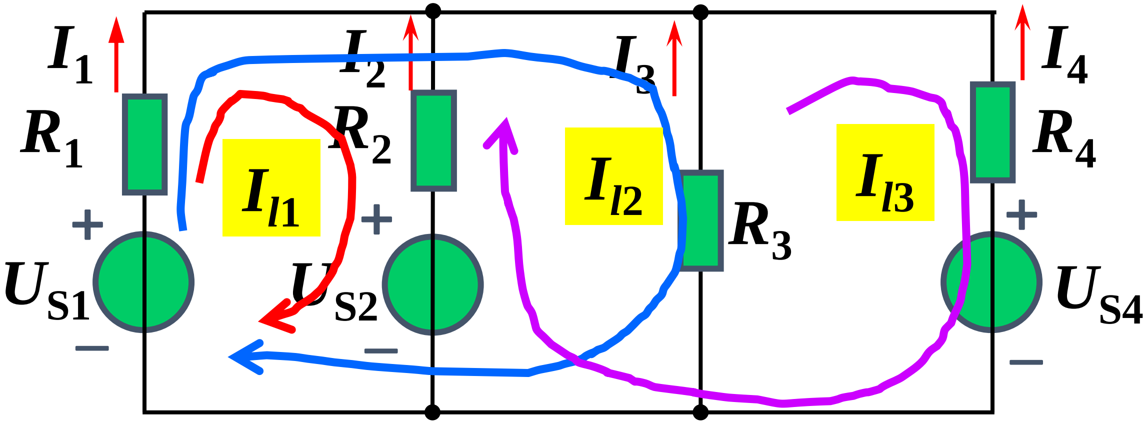
2、KCL自动满足

$$i_1 + i_2 - i_3 = i_{l1} + \left(i_{l2} - i_{l1}\right) - i_{l2} \equiv 0$$

3、只需列写KVL方程即可

关键思路:
求解支路量→求解回路量

I_2和回路电流的关系为（ ）。



A $I_{l1}+I_{l2}+I_{l3}$

B $I_{l1}-I_{l3}$

C $I_{l3}-I_{l1}$

D $I_{l1}-I_{l2}$

提交

支路法、回路法和节点法的比较：

(1) 方程数的比较

	KCL方程	KVL方程	方程总数
支路法	n-1	b-(n-1)	b
回路法	0	b-(n-1)	b-(n-1)
节点法	n-1	0	n-1

(2) 对于非平面电路，选独立回路不容易，而独立节点较容易。

(3) 回路法、节点法易于编程。

线性电路定理

线性电路性质

戴维南定理
和诺顿定理

最大功率传输

一、线性电路性质

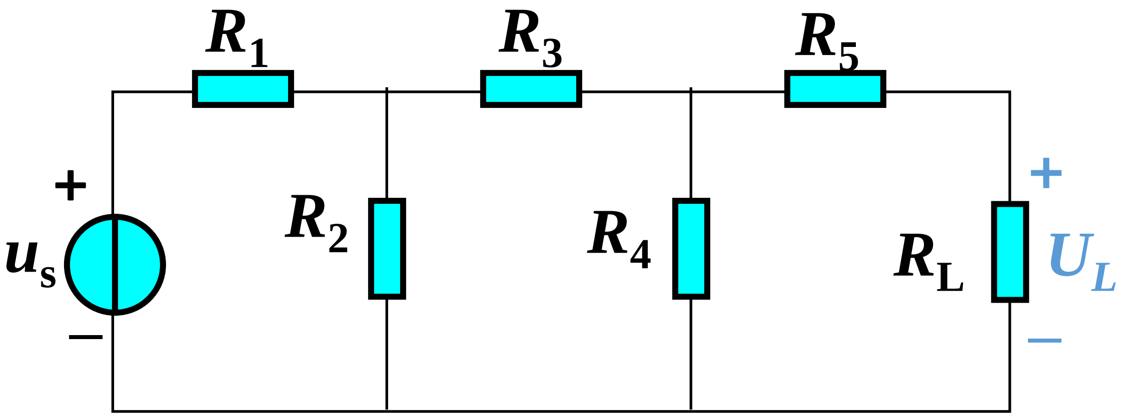
- 线性电路：由线性元件组成的电路

  线性电阻、线性受控源和独立源等

- 线性性质：
  - 齐次性
  - 叠加性

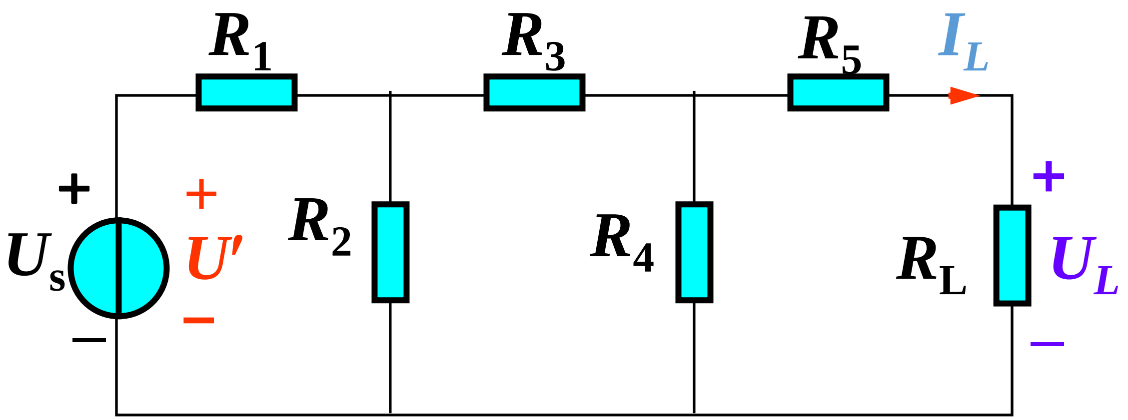
1 齐次性原理（homogeneity property)

当电路中只有一个激励(独立源)时，则响应(电压或电流)与激励成正比。



已知：如图

求：电压 U_L



解　　法一：分压、分流。

法二：电源变换。

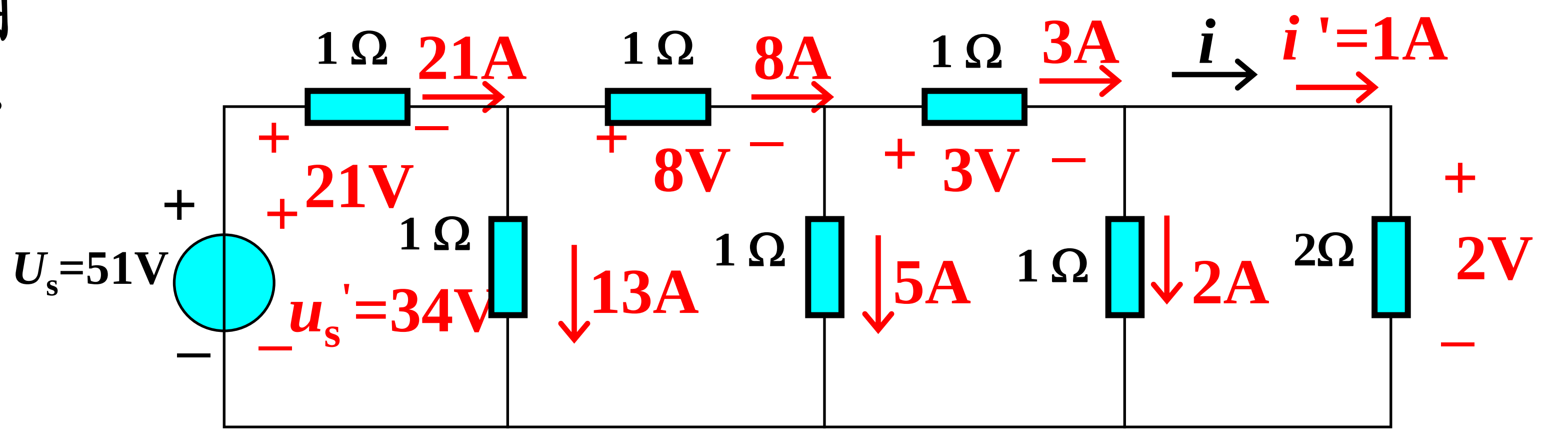
法三：用齐次性原理（单位电流法）

设 I_L =1A ⟶ U'

$K = U_s / U'$　　　　$U_L = K\, I_L\, R_L$

已知：如图

求：电流 i

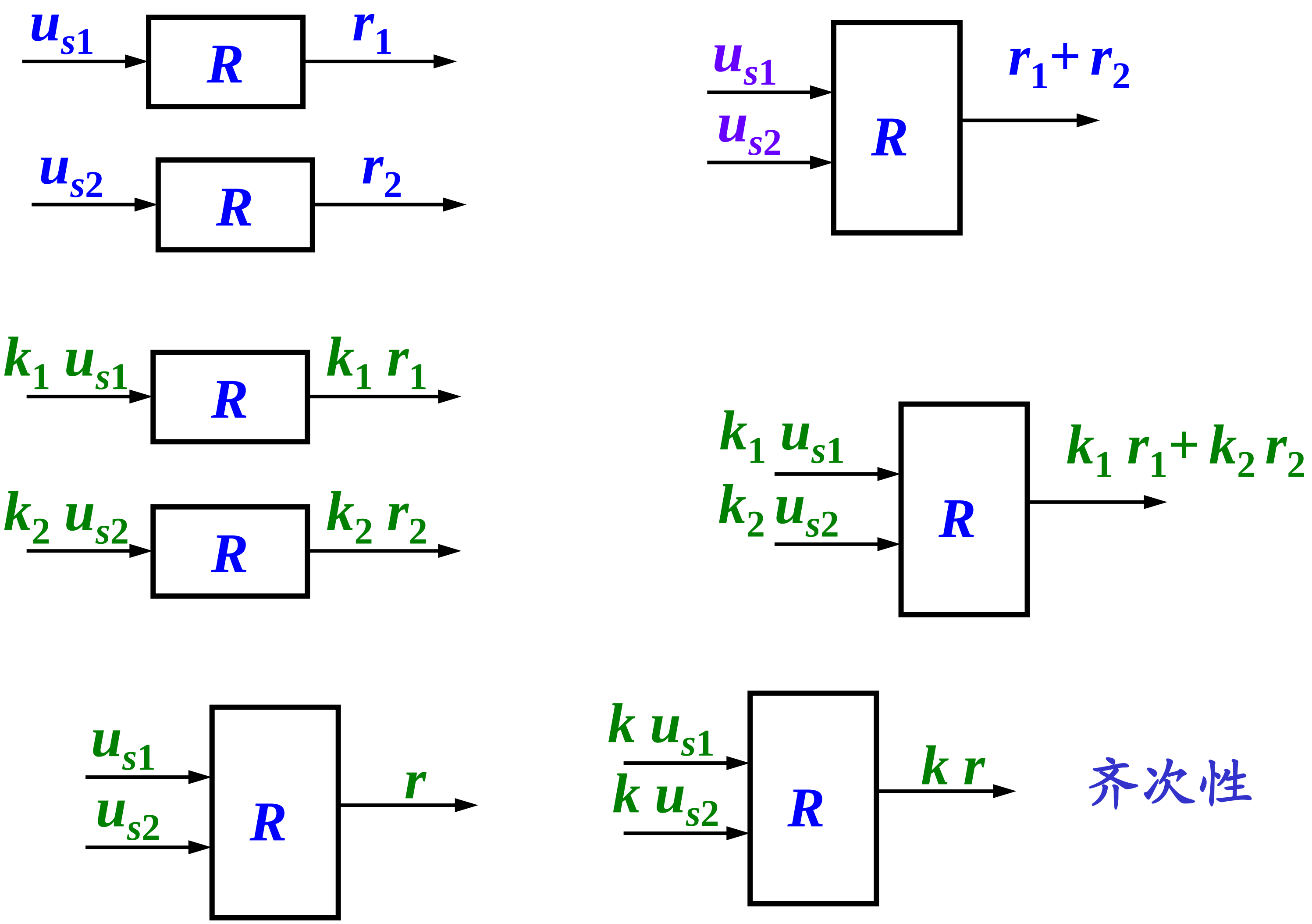


设 $i'=1\text{A}$

$$\frac{i}{i'}=\frac{u_s}{u_s'}$$

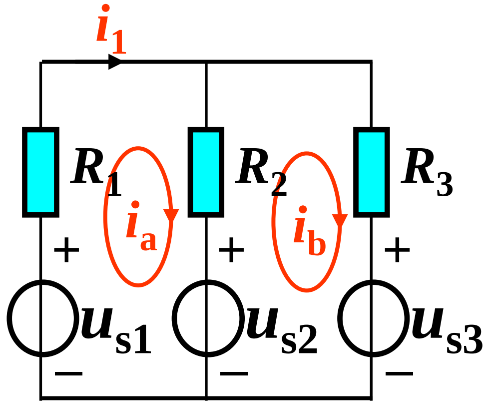
$$i=\frac{u_s}{u_s'}i'=\frac{51}{34}\times 1=1.5\text{A}$$

2 可叠加性 (additivity property)



线性电路中，所有激励都增大(或减小)同样的倍数，则电路中响应也增大(或减小)同样的倍数。

例



由回路法

$$R_{11}i_a+R_{12}i_b=u_{s11}$$

$$R_{21}i_a+R_{22}i_b=u_{s22}$$

其中

$R_{11}=R_1+R_2$

$R_{12}= R_{21}= -R_2$

$R_{22}=R_2+R_3$

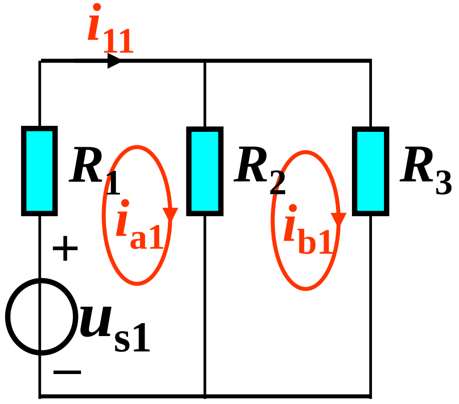
$u_{s11}=u_{s1}-u_{s2}$

$u_{s22}=u_{s2}-u_{s3}$

$$\Delta=\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix} = R_{11}R_{22}-R_{12}R_{21}$$

$$i_a=\frac{\begin{vmatrix} u_{s11} & R_{12} \\ u_{s22} & R_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix}}=\frac{R_{22}}{\Delta}\overset{u_{s1}-u_{s2}}{\overset{\Uparrow}{u_{s11}}}+\frac{-R_{12}}{\Delta}\overset{u_{s2}-u_{s3}}{\overset{\Uparrow}{u_{s22}}}$$

$$=\frac{R_{22}}{\Delta}u_{s1}-\frac{R_{12}+R_{22}}{\Delta}u_{s2}+\frac{R_{12}}{\Delta}u_{s3}$$



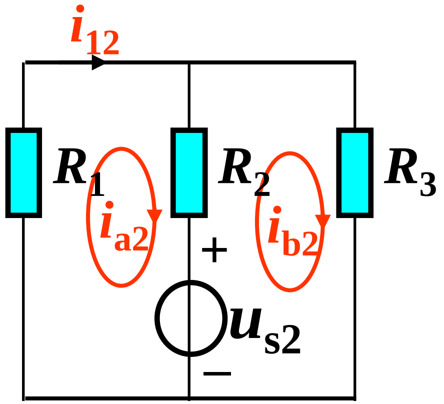
u_{S2}和u_{S3}不作用

$$R_{11}i_{a1}+R_{12}i_{b1}=u_{s1}$$

$$R_{21}i_{a1}+R_{22}i_{b1}=0$$

$$i_{a1}=\frac{\begin{vmatrix} u_{s1} & R_{12} \\ 0 & R_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix}}$$

$$=\frac{R_{22}}{\Delta}u_{s1}$$



u_{S1}和u_{S3}不作用

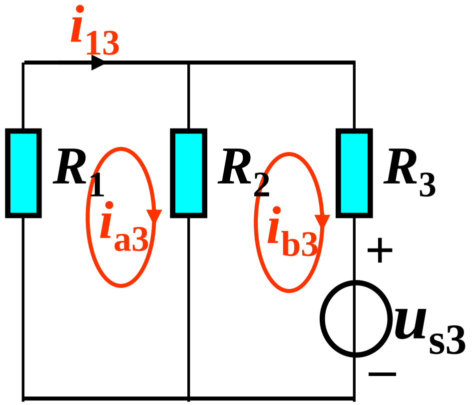
$$R_{11}i_{a2}+R_{12}i_{b2}=-u_{s2}$$

$$R_{21}i_{a2}+R_{22}i_{b2}=u_{s2}$$

$$i_{a2}=\frac{\begin{vmatrix} -u_{s2} & R_{12} \\ u_{s2} & R_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix}}$$

$$=\frac{R_{22}}{\Delta}(-u_{s2})+\frac{-R_{12}}{\Delta}u_{s2}$$

$$=-\frac{R_{12}+R_{22}}{\Delta}u_{s2}$$



u_{S1}和u_{S2}不作用

$$R_{11}i_{a3}+R_{12}i_{b3}=0$$

$$R_{21}i_{a3}+R_{22}i_{b3}=-u_{s3}$$

$$i_{a3}=\frac{\begin{vmatrix} 0 & R_{12} \\ -u_{s3} & R_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix}}$$

$$=-\frac{R_{12}}{\Delta}(-u_{s3})$$

$$=\frac{R_{12}}{\Delta}u_{s3}$$

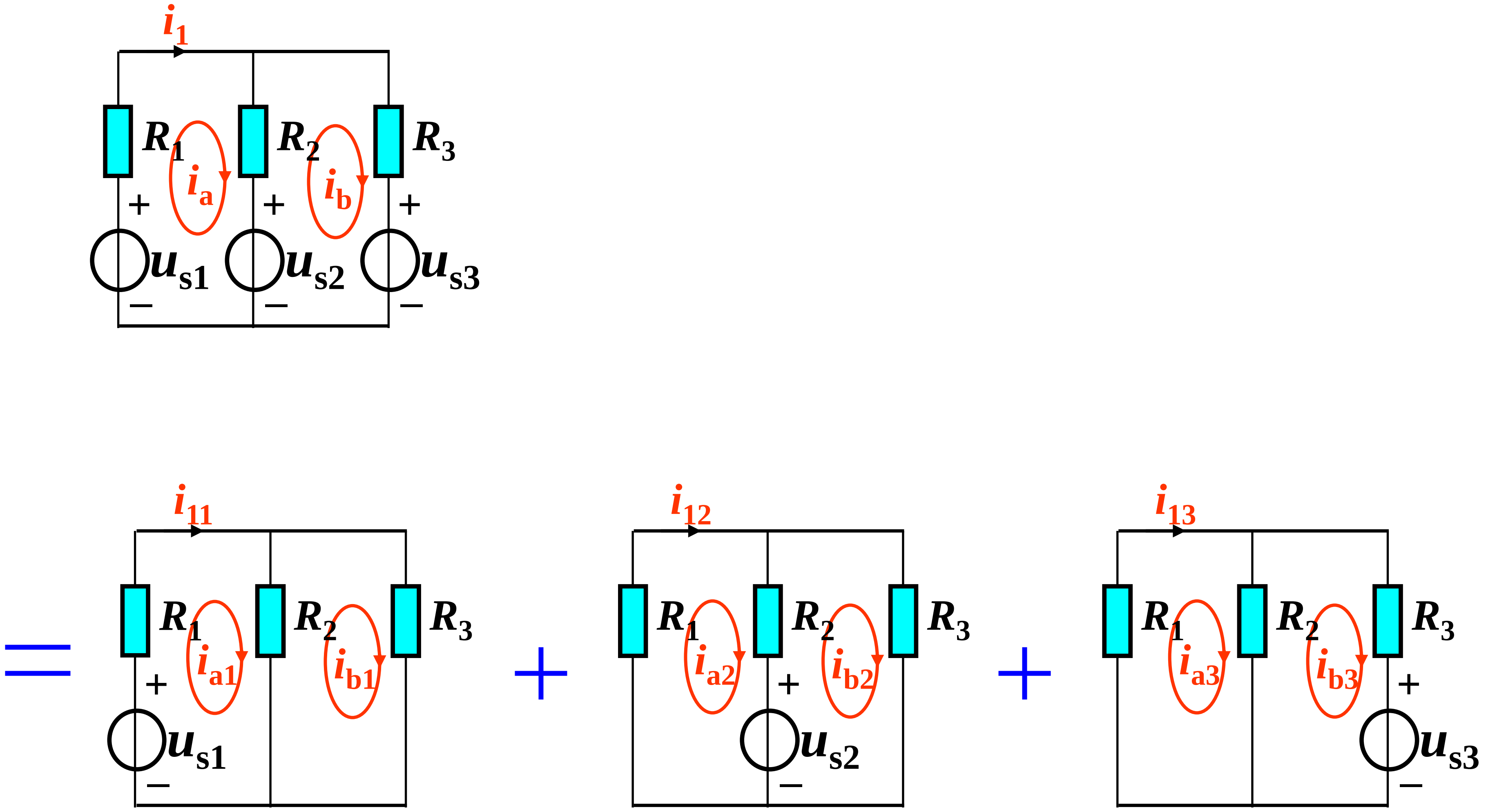
$$i_a = \frac{\begin{vmatrix} u_{s11} & R_{12} \\ u_{s22} & R_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix}} = \frac{R_{22}}{\Delta} u_{s11} + \frac{-R_{12}}{\Delta} u_{s22} = \boxed{\frac{R_{22}}{\Delta} u_{s1} - \frac{R_{12}+R_{22}}{\Delta} u_{s2} + \frac{R_{12}}{\Delta} u_{s3}}$$

$$i_a = i_{a1} + i_{a2} + i_{a3}$$

$$i_{a1} = \frac{\begin{vmatrix} u_{s1} & R_{12} \\ 0 & R_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix}} = \boxed{\frac{R_{22}}{\Delta} u_{s1}}$$

$$i_{a2} = \frac{\begin{vmatrix} -u_{s2} & R_{12} \\ u_{s2} & R_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix}} = \frac{R_{22}}{\Delta}(-u_{s2}) + \frac{-R_{12}}{\Delta} u_{s2} = \boxed{-\frac{R_{12}+R_{22}}{\Delta} u_{s2}}$$

$$i_{a3} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & R_{12} \\ -u_{s3} & R_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix}} = -\frac{R_{12}}{\Delta}(-u_{s3}) = \boxed{\frac{R_{12}}{\Delta} u_{s3}}$$



i1
R1 R2 R3
ia ib
+ + +
us1 us2 us3
– – –
=
i11
R1 R2 R3
ia1 ib1
+
us1
–
+
i12
R1 R2 R3
ia2 ib2
+
us2
–
+
i13
R1 R2 R3
ia3 ib3
+
us3
–

叠加定理 (Superposition Theorem)

叠加定理

在线性电路中，任一支路电流(或电压)都是电路中各个独立电源单独作用时，在该支路产生的电流(或电压)的代数和。

单独作用：一个电源作用，其余电源不作用

不作用的

- 电压源（u_s=0) 短路
- 电流源 (i_s=0) 开路

多选题 4分

设置

在应用叠加定理过程中，不作用的电流源的处理方式是

A 开路

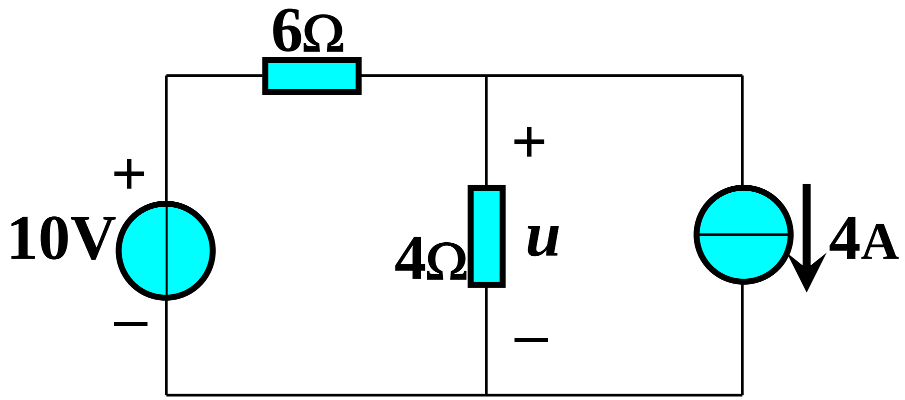
B 短路

C 断路

D 保留

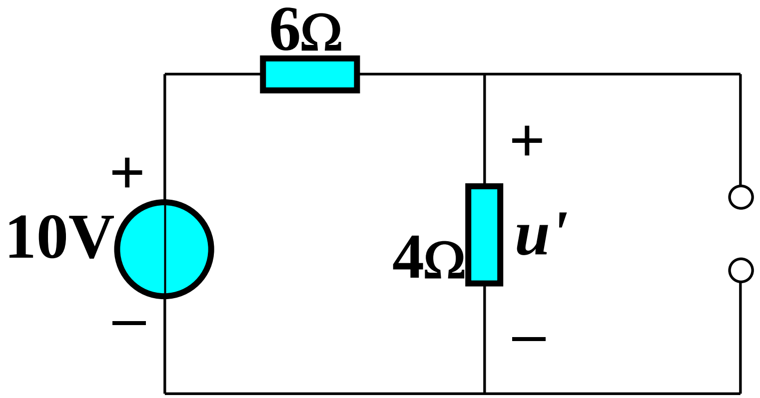
提交

例1 求图中电压u



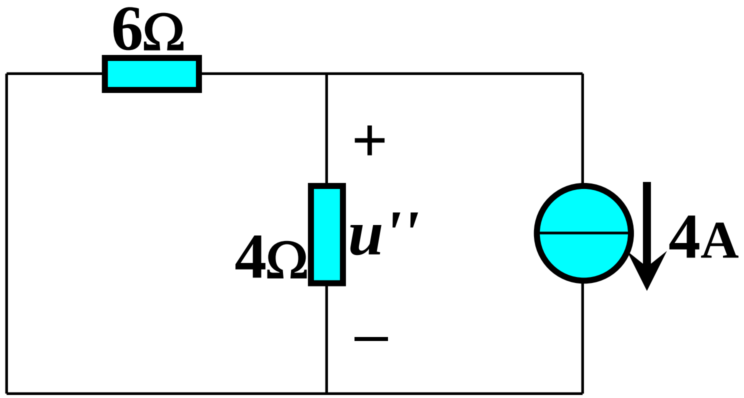
解

(1) 10V电压源单独作用，4A电流源开路



$u'=4V$

(2) 4A电流源单独作用，10V电压源短路



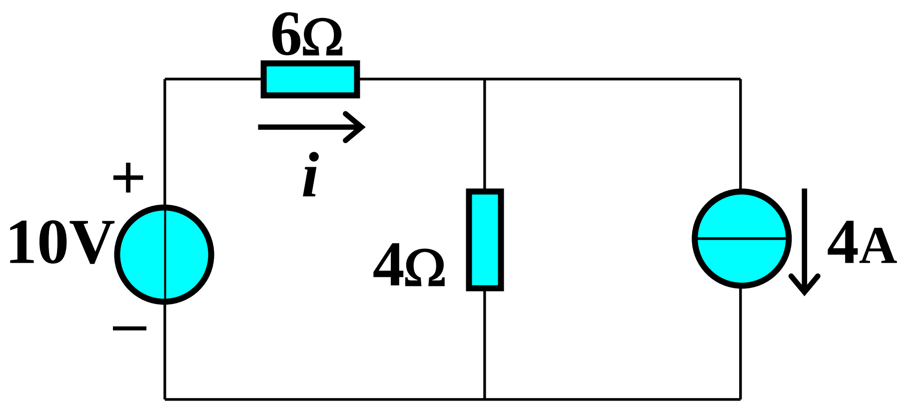
$u''=-4\times2.4=-9.6V$

共同作用：$u=u'+u''=4+(-9.6)=-5.6V$

单选题 1分

设置

i=__A



A 0.6

B 4

C 1.4

D 2.6

提交

小结：

1. 叠加定理只适用于线性电路的电流、电压计算。

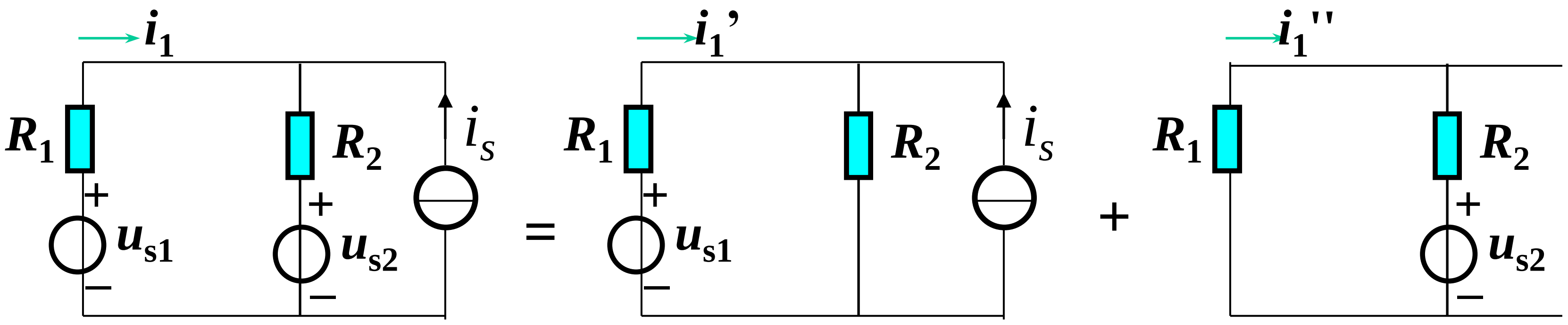
电压源为零—短路。　　电流源为零—开路。

u，i 叠加时要注意各分量的方向。

2. 功率不能叠加(功率为电源的二次函数)。

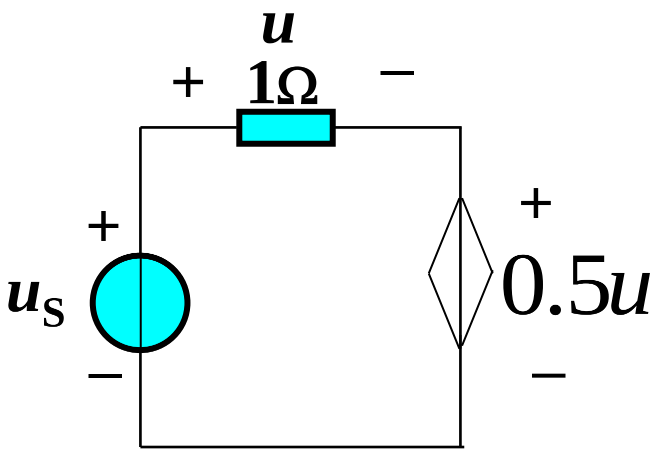
$$p = ui = (u' + u'')(i' + i'') \neq u'i' + u''i''$$

3. 也可以把电源分组叠加(每个电源只能作用一次)



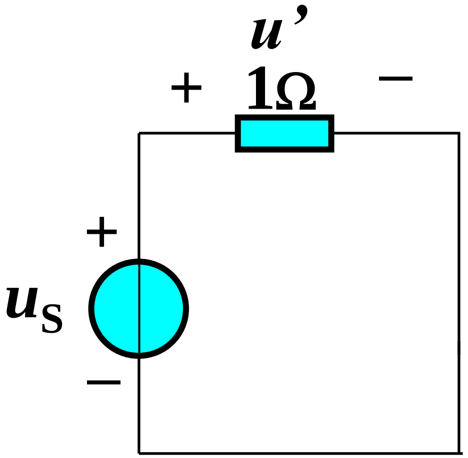
4. 含受控源电路亦可用叠加，但受控源不是独立源，应予以保留。

如果一意孤行用受控源叠加求：u

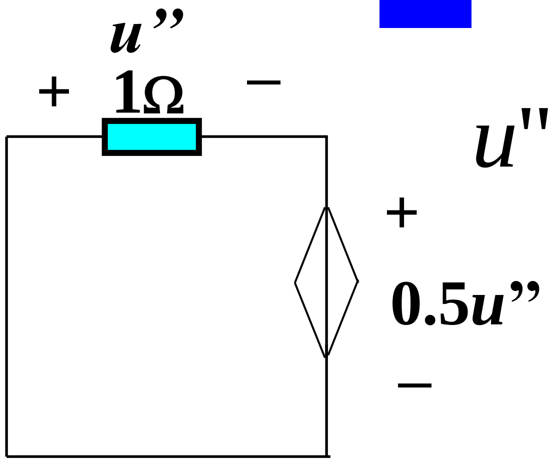


支路电流是独立源的线性组合，

$$\boxed{u + 0.5u = u_S \Rightarrow u = 0.667\,u_S}$$



$$u' = u_S$$

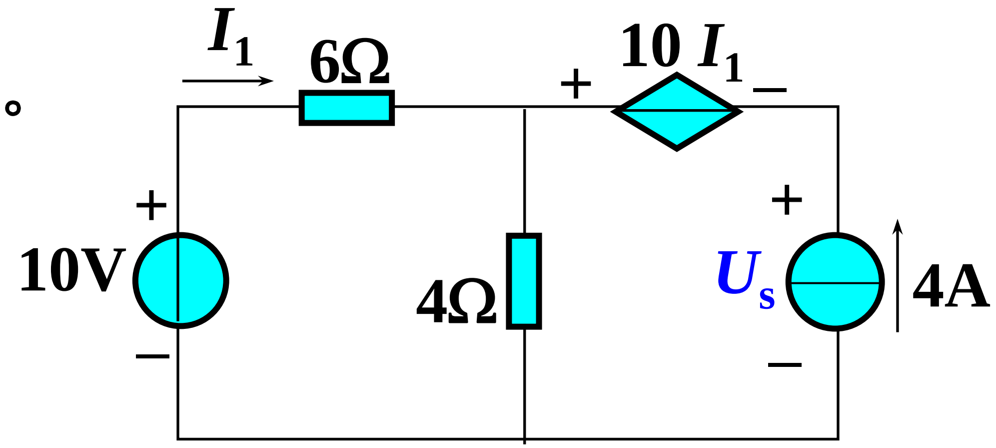


$$u'' = 0$$

?

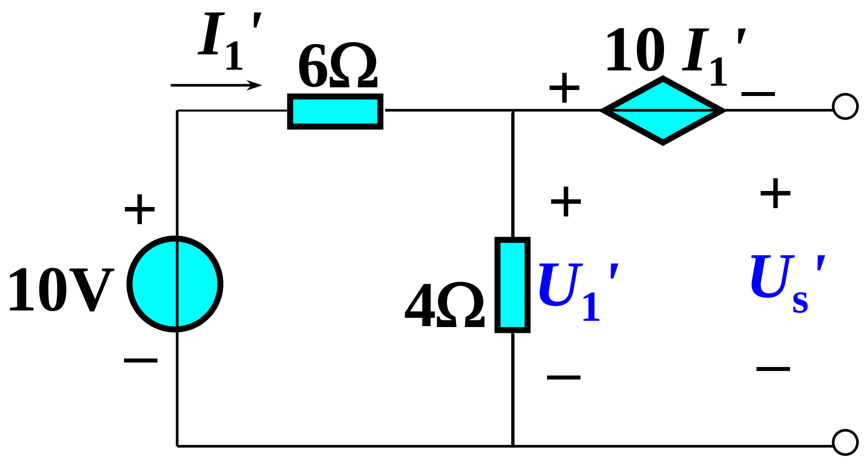
$$u = u' + u'' = u_S$$

例2　求电压U_s 。



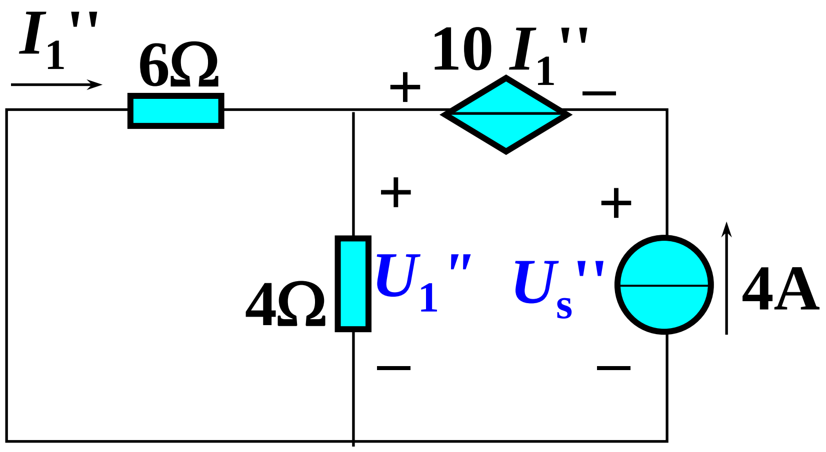
解:

(1) 10V电压源单独作用:

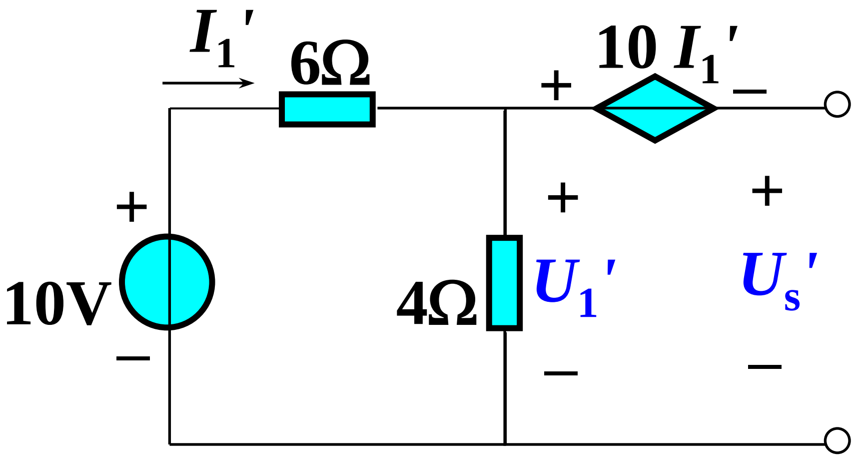


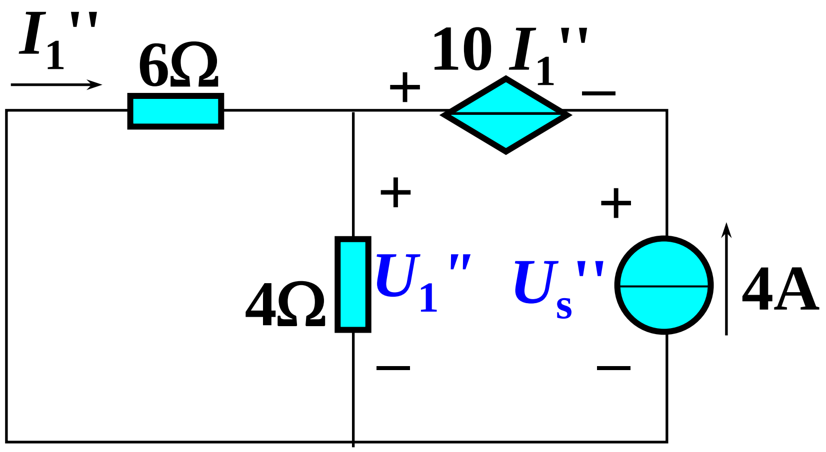
$U_s' = -10\ I_1' + U_1'$

(2) 4A电流源单独作用:



$U_s'' = -10 I_1'' + U_1''$





$$I_1' = \frac{10}{6+4} = 1A$$

$$U_s' = -10\,I_1' + U_1' = -10\,I_1' + 4I_1'$$

$$= -10\times1+4\times1 = -6V$$

$$I_1'' = -\frac{4}{4+6}\times 4 = -1.6A$$

$$U_1'' = \frac{4\times6}{4+6}\times 4 = 9.6V$$

$$U_s'' = -10I_1'' + U_1''$$

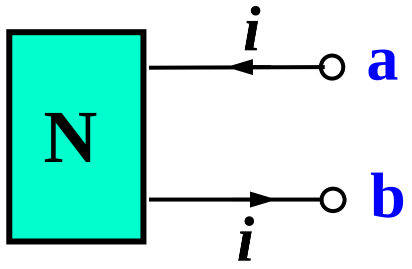
$$= -10\times(-1.6)+9.6 = 25.6V$$

共同作用： $U_s = U_s' + U_s'' = -6+25.6 = 19.6V$

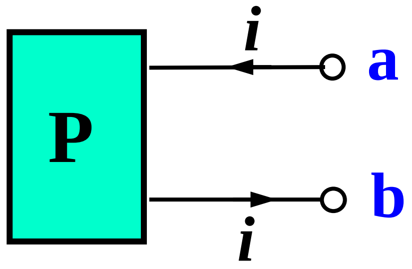
二、戴维南定理和诺顿定理(Thevenin−Norton heorem)

名词介绍

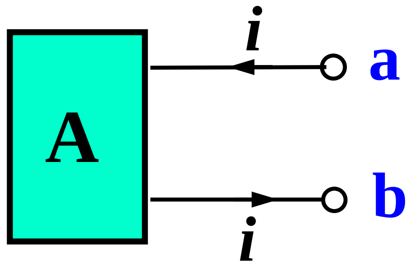
端口(port)

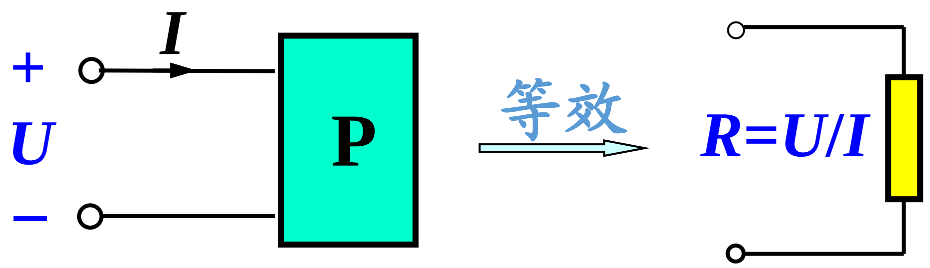


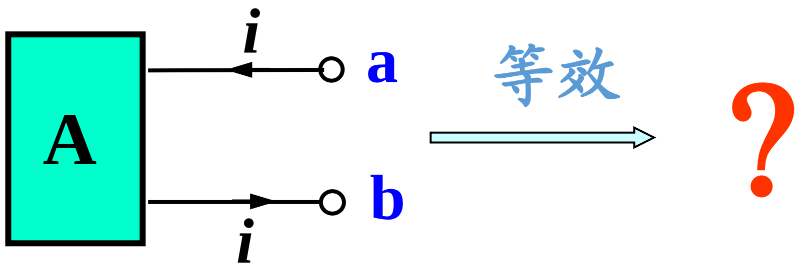
无源(passive)一端口



含源(active)一端口

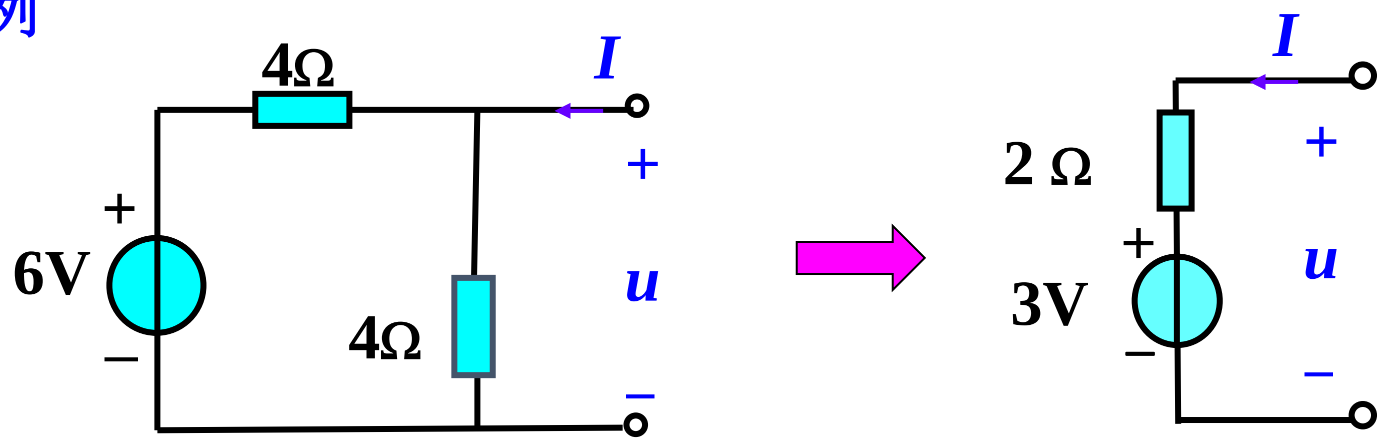






有源二端网络

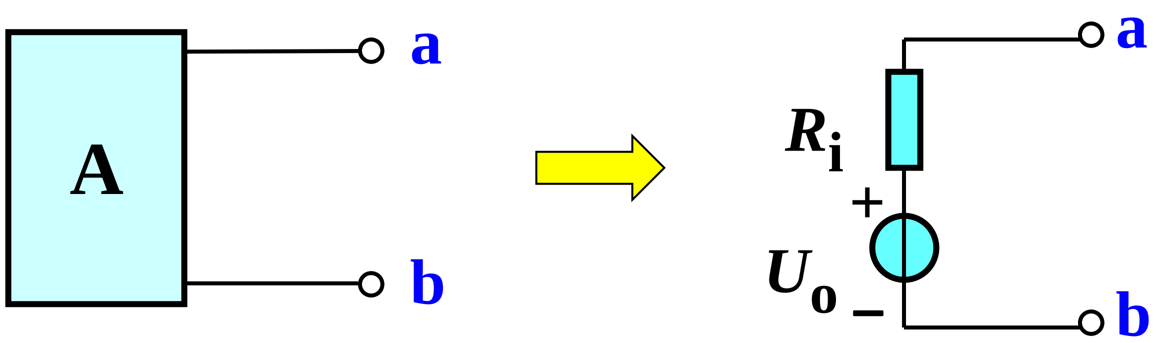
例



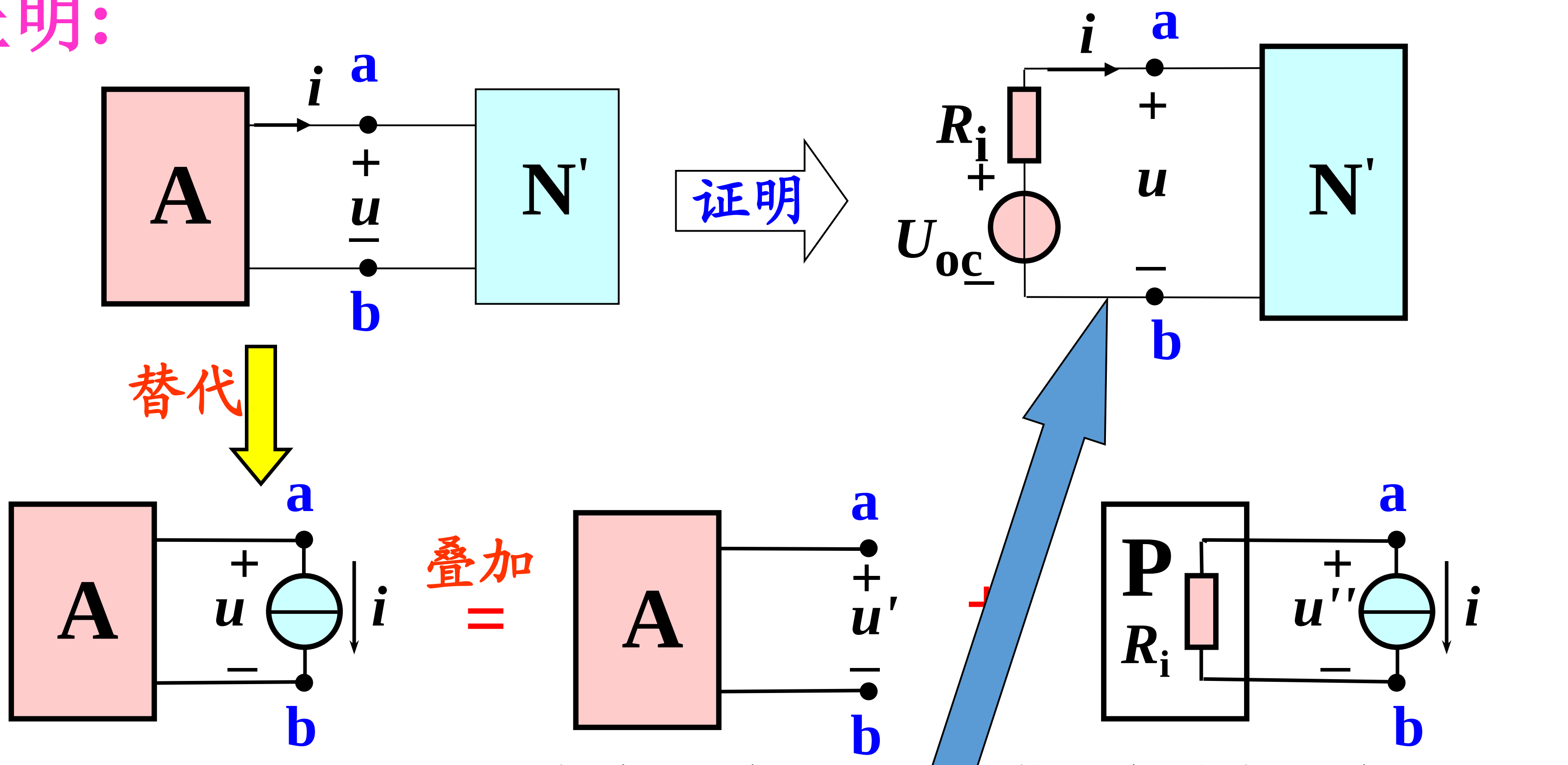
$U=3+2I$　　对外电路等效

戴维南定理

任何一个含有独立电源、线性电阻和线性受控源的一端口网络，对外电路来说，可以用一个独立电压源U_o和电阻R_i的串联组合来等效替代；其中电压U_o等于端口开路电压，电阻R_i等于端口中所有独立电源置零后端口的入端等效电阻。



证明:

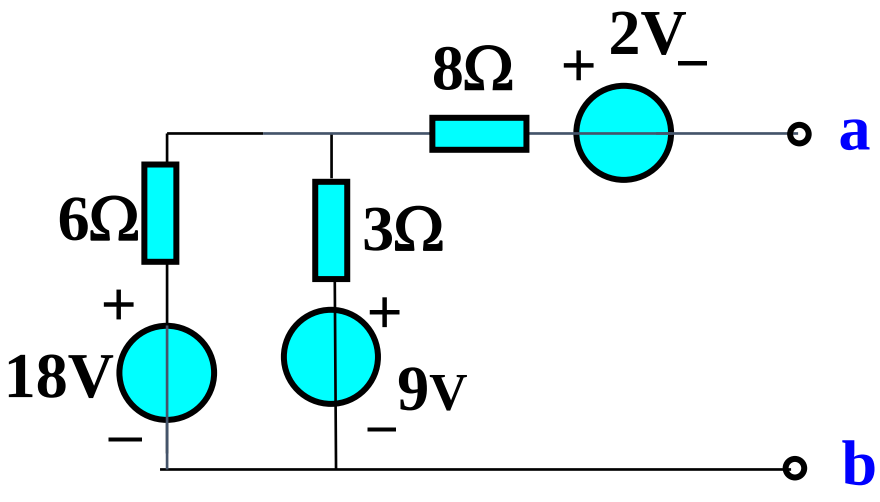


电流源i为零　　网络A中独立源全部置零

$$\begin{cases} u' = U_{oc} & \text{(外电路开路时ab间开路电压)} \\ u'' = -R_i\, i \end{cases}$$

得 $u = u' + u'' = U_{oc} - R_i\, i$

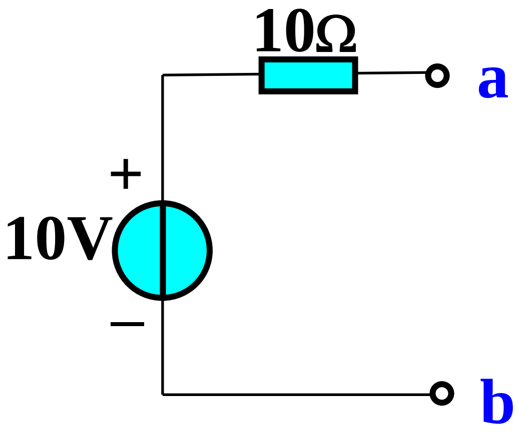
例 求ab两端的戴维南等效电路。



开路电压 $u_{ab} = -2 + \frac{18-9}{9} \times 3 + 9 = 10\text{V}$

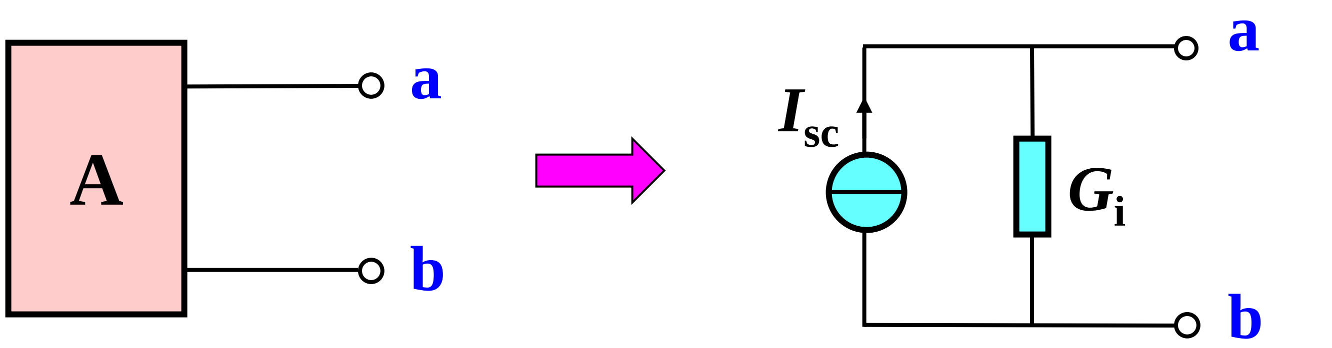
内阻 R=8+(3//6)=10 Ω

戴维南等效电路

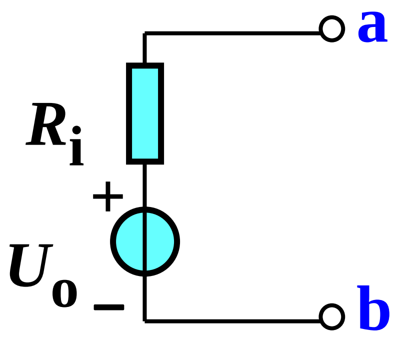


诺顿定理

任何一个含独立电源、线性电阻和线性受控源的一端口，对外电路来说，可以用一个电流源和电导的并联来等效替代；其中电流源的电流等于该一端口的短路电流，而电阻等于把该一端口的全部独立电源置零后的输入电导。



诺顿等效电路可由戴维南等效电路经电源等效变换得到。

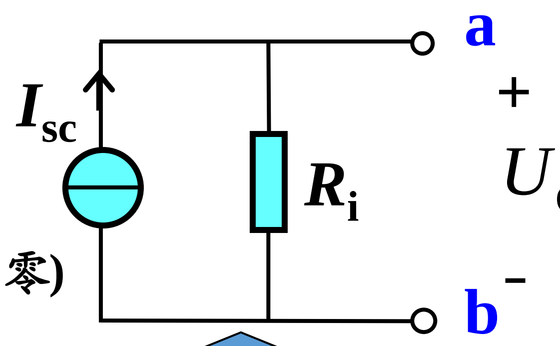


求入端等效电阻的方法:

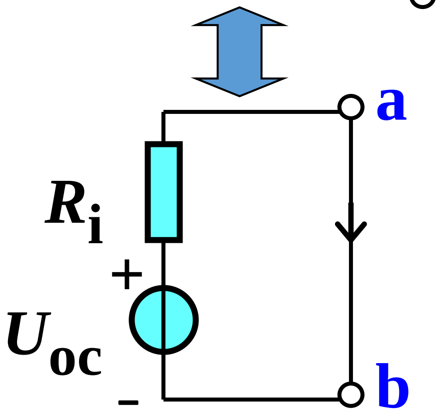
① 无受控源时电阻等效变换(独立源置零)

② 加压求流或加流求压(独立源置零)

③ 开路电压/短路电流



$$U_{OC} = I_{SC} R_i$$

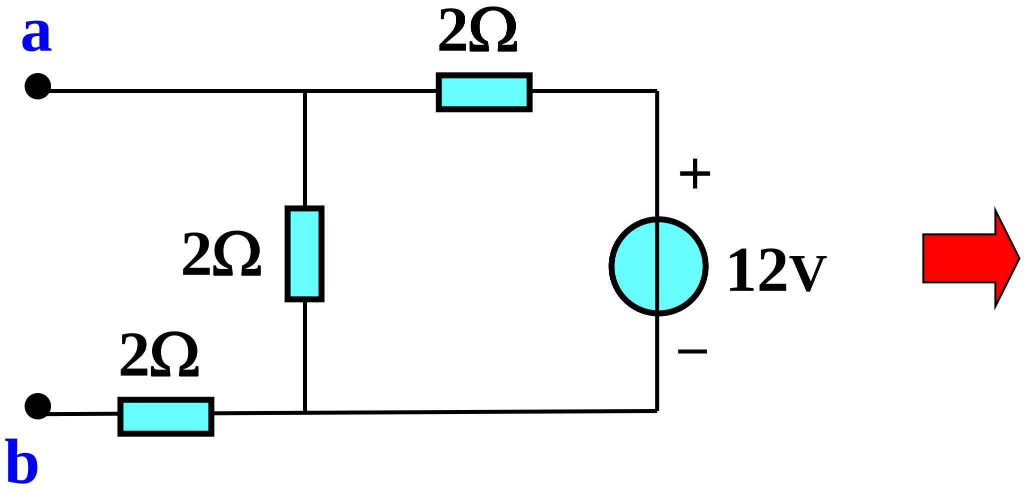


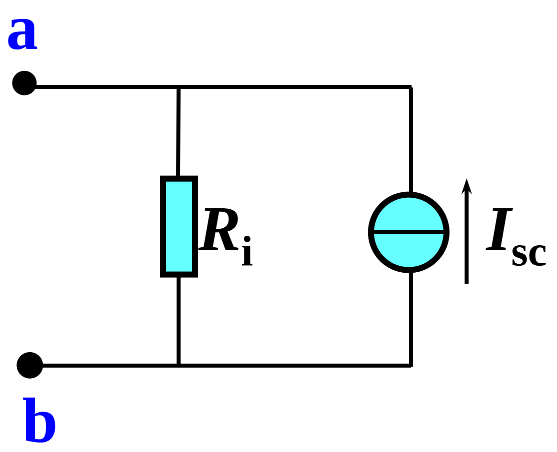
$$I_{SC} = \frac{U_{OC}}{R_i}$$

$$R_i = \frac{U_{OC}}{I_{SC}}$$

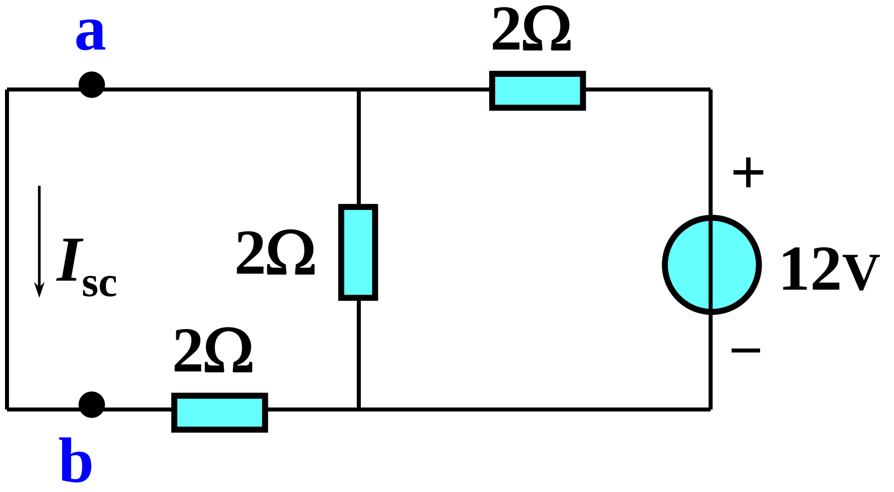
② ③ 可用于含受控源的线性电路.

例　求图示电路的诺顿等效电路。



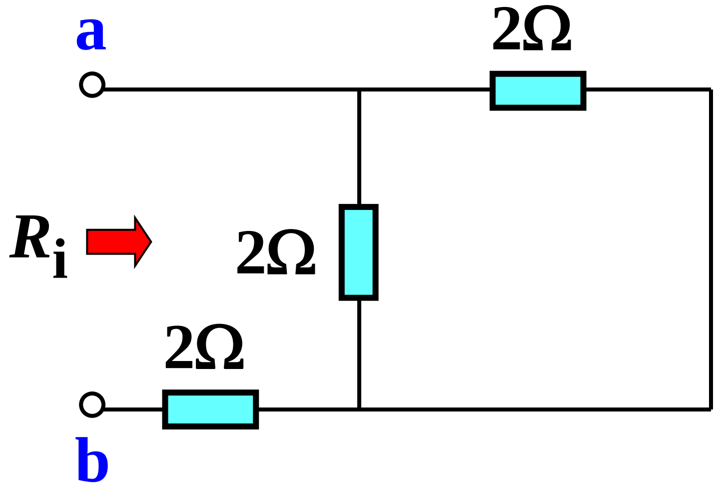


解：　(1)求I_{sc}



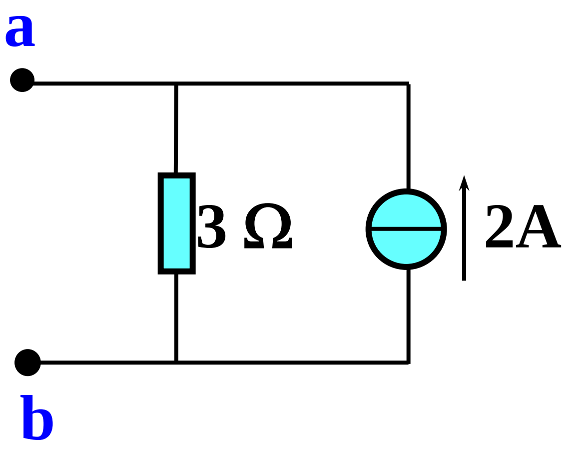
$$I_{sc}=(12/(2+1))/2=2A$$

(2) 求R_i： 串并联

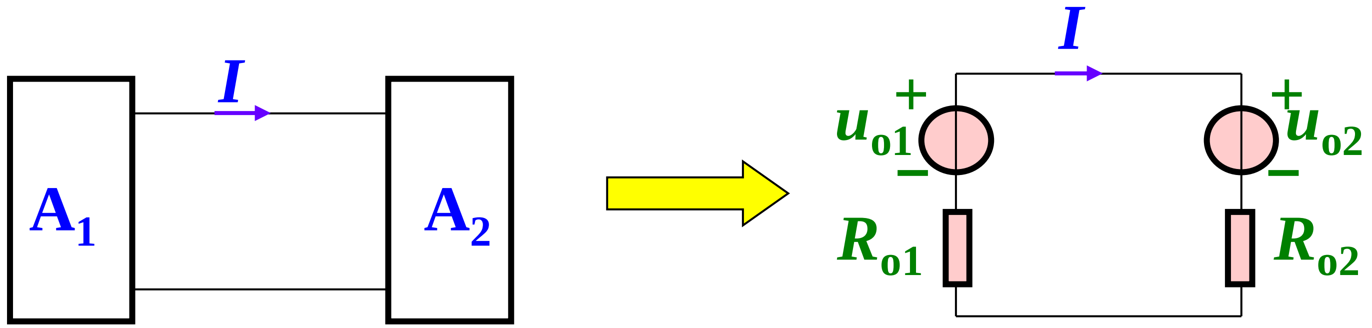


$$R_i = 2+2//2=3\ \Omega$$

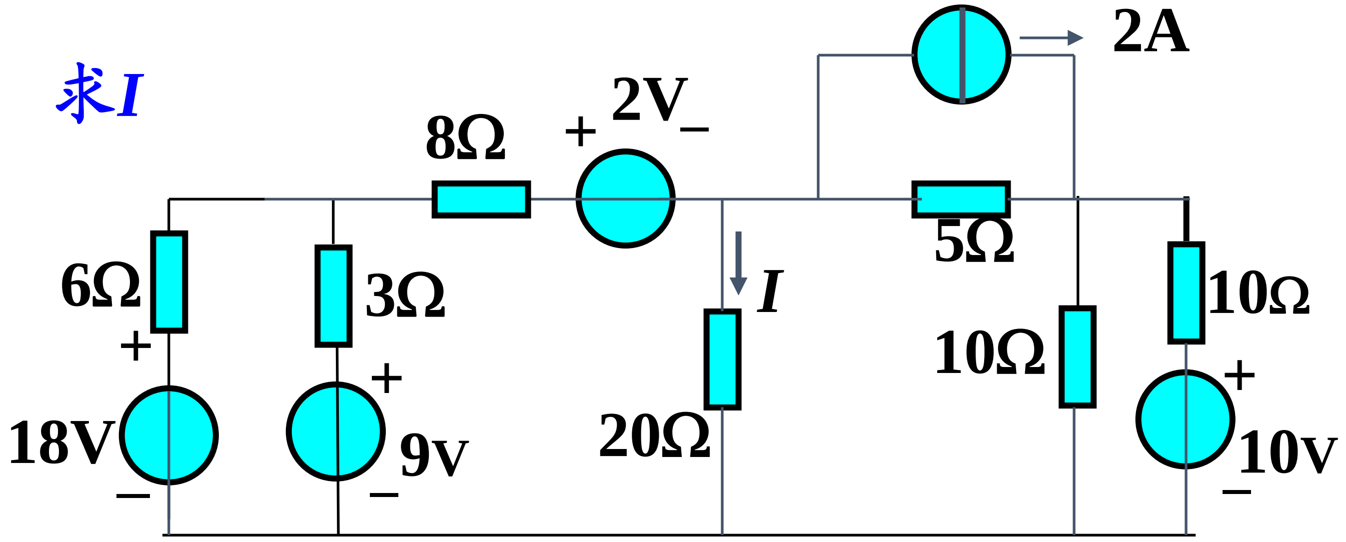
(3) 诺顿等效电路:

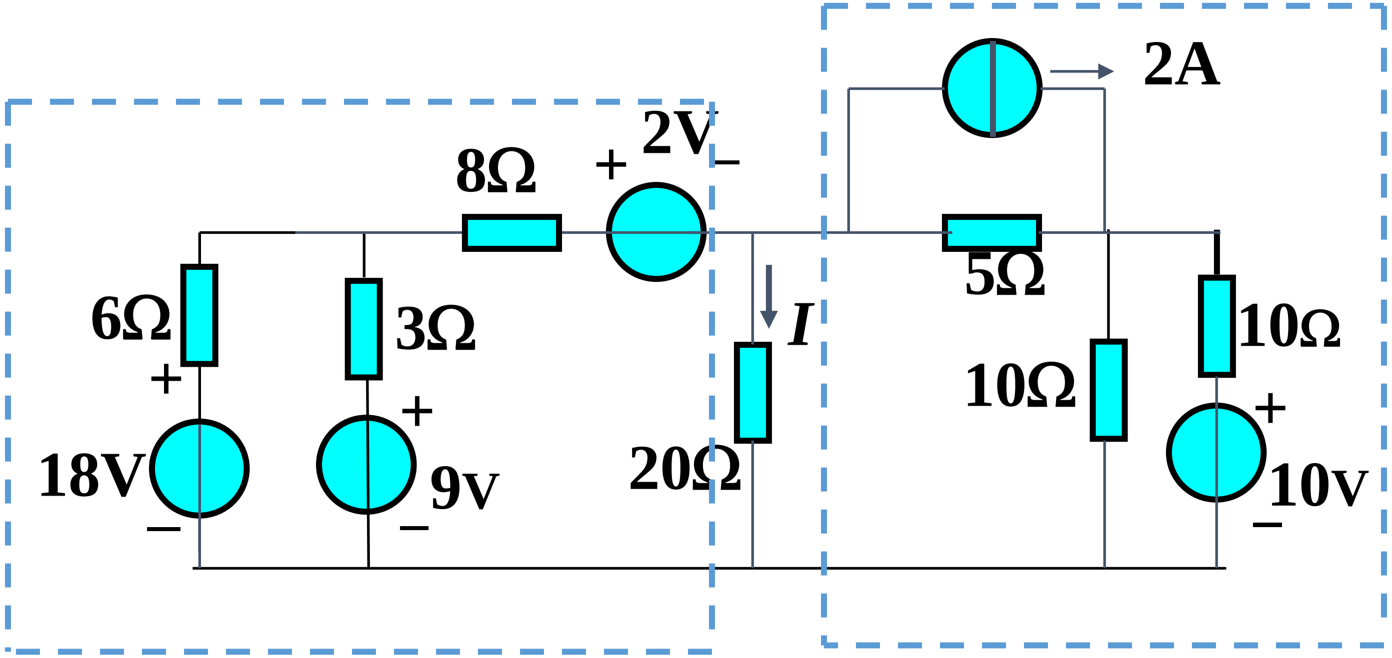


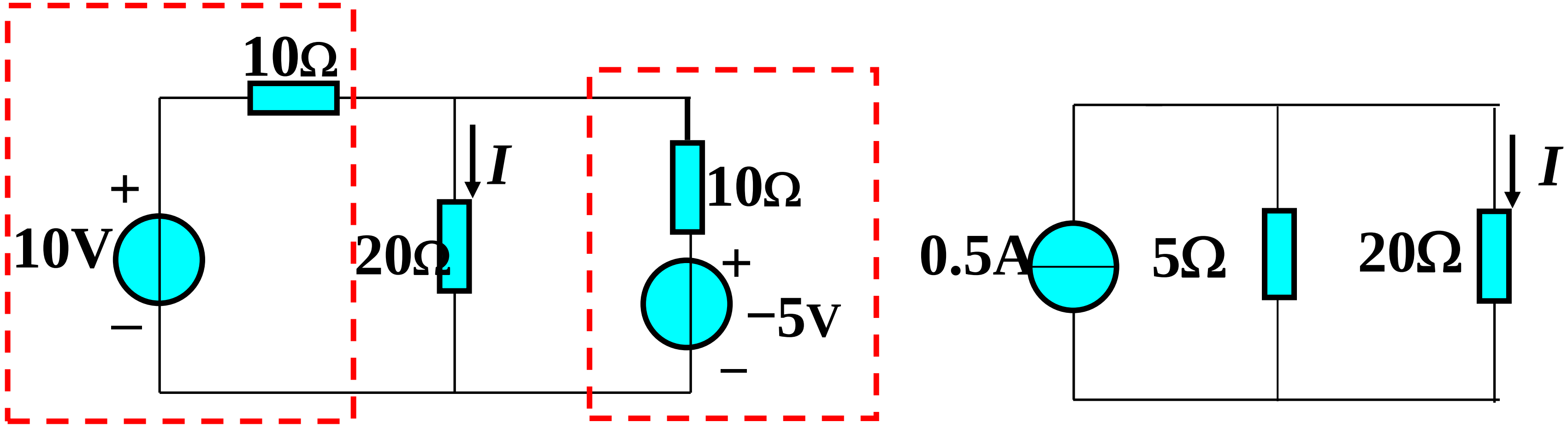
例1



求I

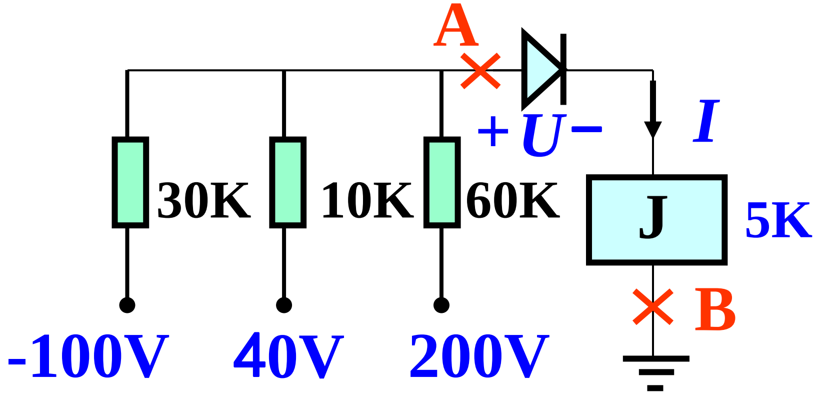






$I = 0.5 \times 5/25 = 0.01\text{A}$

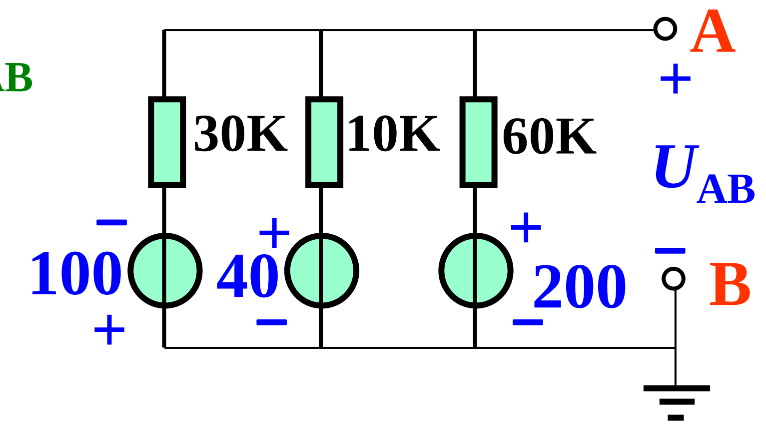
例2 外电路含有非线性元件



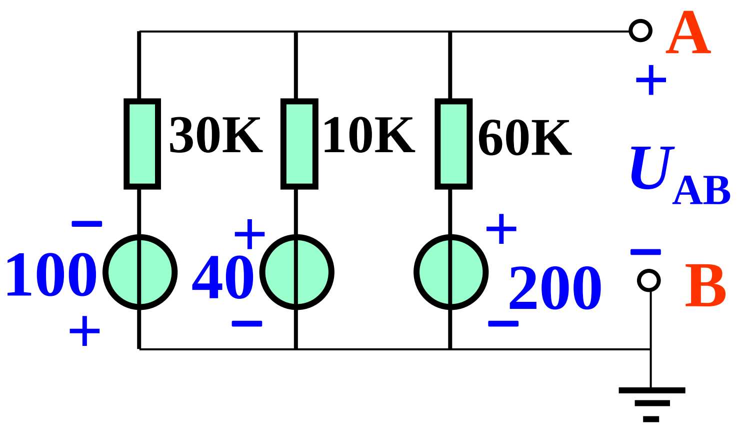
当电流I > 2mA时继电器的控制触点闭合（继电器线圈电阻是5KΩ）。

问现在继电器触点是否闭合。

解：求开路电压U_{AB}

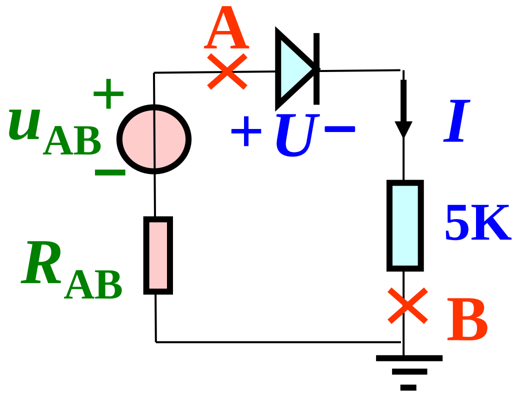


$$\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{30}+\frac{1}{60}\right)U_{AB}=\frac{40}{10}+\frac{-100}{30}+\frac{200}{60}$$



U_{AB}=26.7V

R_{AB}=10 // 30 // 60 = 6.67KΩ

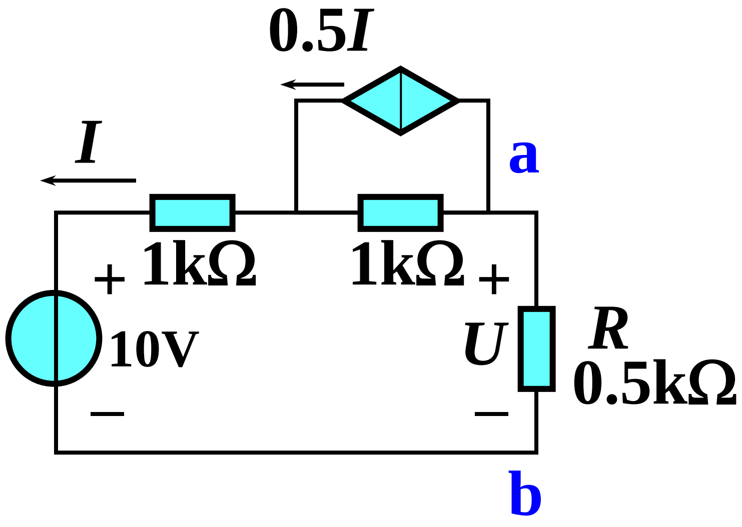


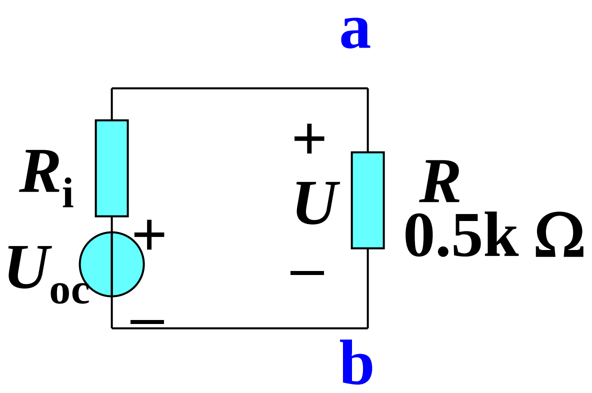
二极管导通

I = 26.7 / (5+6.67) = 2.3mA >2mA

结论： 继电器触点闭合。

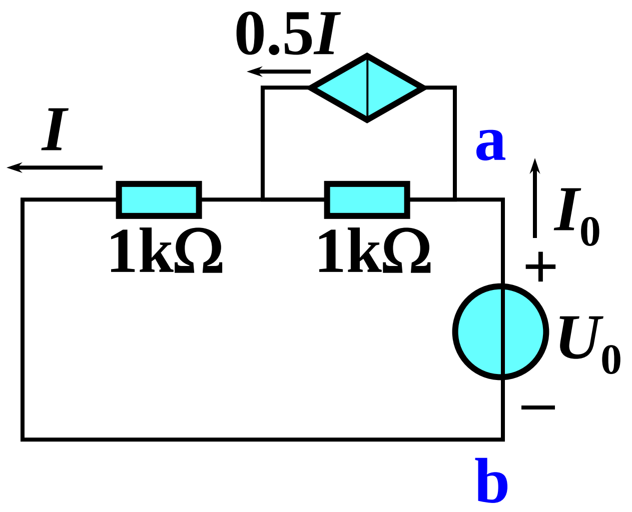
例3 (含受控源电路)用戴维南定理求U。





解：(1) a、b开路，I=0，U_{oc}= 10V

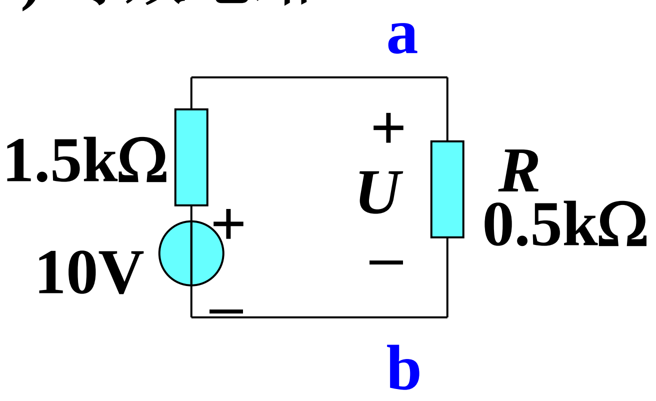
(2)求R_i：加压求流法



$$U_0 = (I_0 - 0.5\, I_0) \times 10^3 + I_0 \times 10^3 = 1500 I_0$$

$$R_i = U_0 / I_0 = 1.5\text{k}\Omega$$

(3) 等效电路：

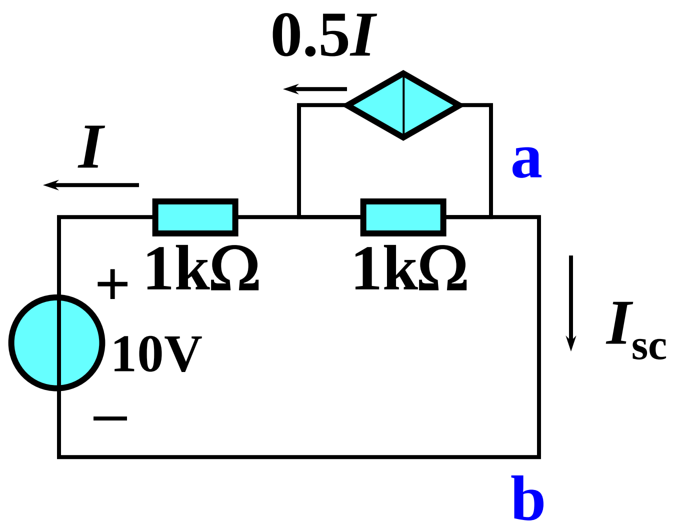


$U=U_{oc}\times 500/(1500+500)=2.5\text{V}$

另： 用开路电压U_{oc}、短路电流I_{sc}法求R_i：$R_i = U_{oc} / I_{sc}$

U_{oc} =10V（已求出）

求短路电流I_{sc} (将a、b短路)：



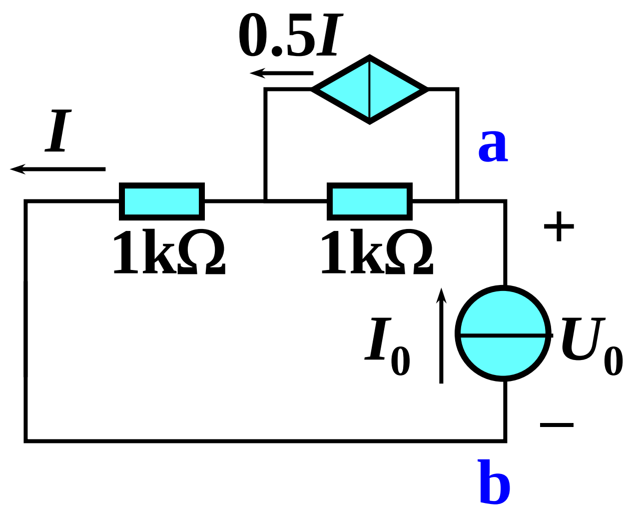
$I_{sc} = -I$，$(I-0.5I)\times 10^3 + I\times 10^3 + 10 = 0$

$1500I = -10 \rightarrow I = -1/150$ A

即 $I_{sc}=1/150$ A

$\therefore R_i = U_{oc} / I_{sc} = 10 \times 150 = 1500\ \Omega$

加流求压法求R_i



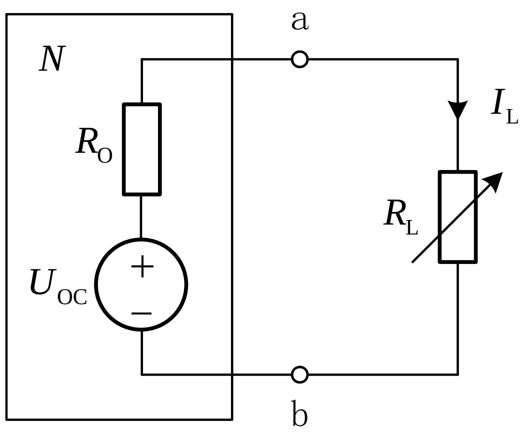
$I = I_0$

$U_0 = 0.5 I_0 \times 10^3 + I_0 \times 10^3 = 1500 I_0$

$\therefore\ R_i = U_0 / I_0 = 1500\ \Omega$

最大功率传输

在电子电路及通信等系统中，给定含源单口网络的情况下，分析负载电阻为何值时可以得到最大的功率，这就是最大功率传输问题

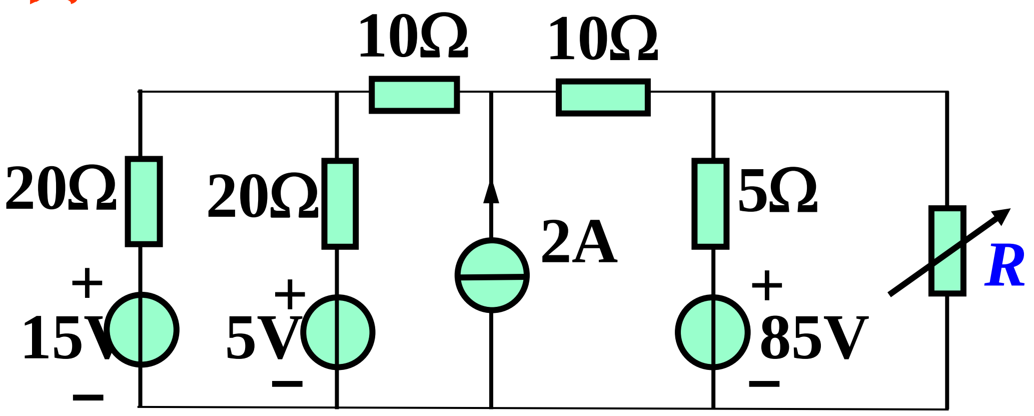


$$P_L = I_L^2 R_L = \left(\frac{U_{OC}}{R_O + R_L}\right)^2 R_L$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = 0 \Rightarrow$$ 当 $R_L = R_O$ 时，R_L 上可以获得最大的功率。

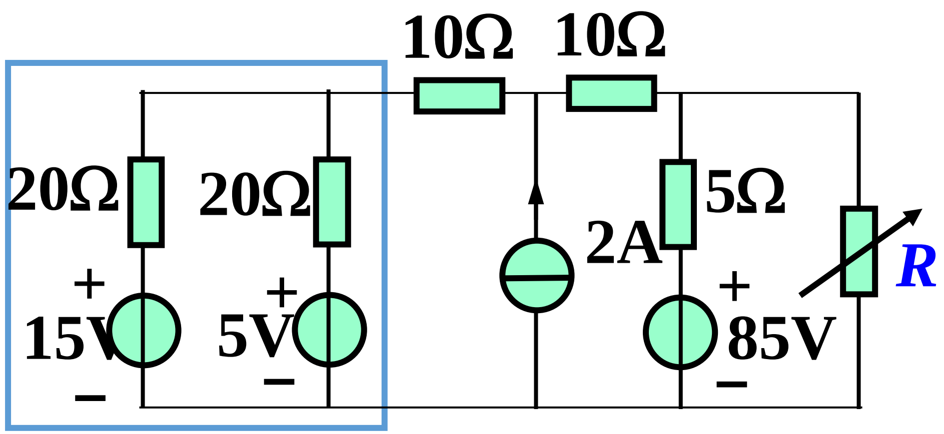
此时，负载可以获得的最大功率为 $P_{L\max} = \dfrac{U_{OC}^2}{4R_O}$

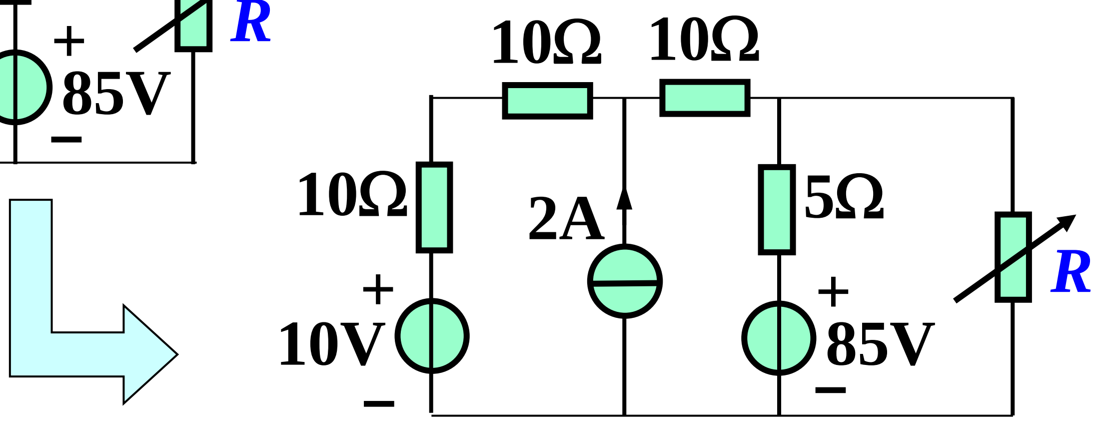
例

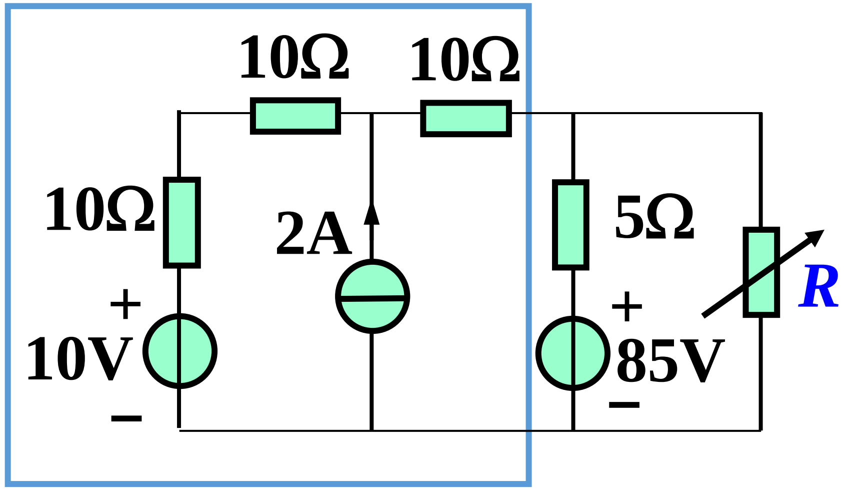


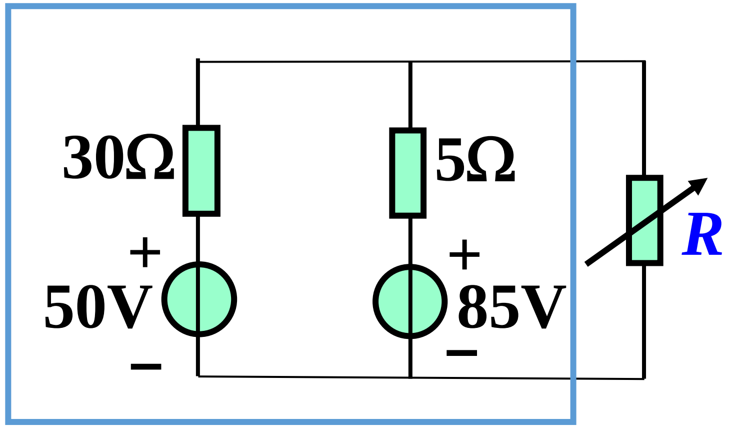
*R*多大时能从电路中获得最大功率，并求此最大功率。

解：









$$U_0 = \frac{5}{35}\times 50 + \frac{30}{35}\times 85 = 80V$$

$$R_0 = \frac{30\times 5}{35} = 4.29\Omega$$

R =4.29Ω获最大功率。

$$P_{\max} = \frac{80^2}{4\times 4.29} = 373W$$