杭州电子科技大学 2015-2016 学年第二学期期末试卷

高等数学 B2

考试课程	高等数学 B2		考试日期	2016 年 6 月 日	成绩	
课程号	A0714212	教师号		任课教师姓名		
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	

题号	一	二	三	四	五	六
得分						

得分	

一、 填空题（本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分）

1. 设 L 为 $x^2+y^2=1$ 的一周，则 $\oint_L (x^2+y^2)ds=$ ________；

2. 设 $\sum$ 为 $x^2+y^2+z^2=a^2$，则曲面积分 $\oiint_{\Sigma}(x^2+y^2+z^2)dS=$ ________；

3. 交换二重积分的积分次序 $\int_{-1}^{0}dy\int_{1}^{1-y}f(x,y)dx=$ ________；

4. 设 $f(x)$ 是周期为 2 的周期函数，它在区间 $(-1,1]$ 上定义为 $f(x)=\begin{cases}2, & -1<x\le 0\\ x^3, & 0<x\le 1\end{cases}$

则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $x=1$ 处收敛于________．

得分	

二、 选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. 设 $u=2xy-z^2$，则 u 在 $(2,-1,1)$ 处的方向导数的最大值为（ ）.

(A) $2\sqrt{6}$； (B) 4； (C) $2\sqrt{2}$； (D) 24.

2. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$ 在 $|x|<1$ 的和函数是（ ）.

(A) $\ln(1-x)$； (B) $-\ln(1-x)$； (C) $\ln(x-1)$； (D) $-\ln(x-1)$.

3. 曲线$\begin{cases} x = y^2 \\ z = x^2 \end{cases}$上点$(1,1,1)$处的法平面方程是(　　).

(A) $2x - y - 4z + 3 = 0$；　(B) $2x - y + 4z - 5 = 0$；

(C) $2x + y + 4z - 7 = 0$；　(D) $-2x - y + 4z - 1 = 0$.

4. 设L是从$A(1,\frac{1}{2})$沿曲线$2y = x^2$到$B(2,2)$的弧段，则$\int_L \frac{2x}{y}dx - \frac{x^2}{y^2}dy =$(　　).

(A) -3；　(B) $\frac{3}{2}$；　(C) 0；　(D) 3.

5. 设Σ为柱面$x^2 + y^2 = 1$介于平面$z = 0$与$z = 1$之间部分的外侧，则$\iint\limits_{\Sigma} y^2 dydz =$(　　).

(A) 0；　(B) $\frac{2}{3}$；　(C) $-\frac{2}{3}$；　(D) $-\frac{4}{3}$

6. 若级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n (x-2)^n$在$x = -2$处收敛则此级数在$x = 5$处(　　).

(A)发散；　(B)条件收敛；　(C)绝对收敛；　(D)收敛性不能确定.

7. 下列级数发散的是(　　).

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\ln(n+1)}$；　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n-1}$；　(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^n}$；　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^{n/2}}$.

8. 设$I_1 = \iint\limits_D \cos\sqrt{x^2 + y^2}\, d\sigma$，$I_2 = \iint\limits_D \cos(x^2 + y^2)\, d\sigma$，$I_3 = \iint\limits_D \cos(x^2 + y^2)^2\, d\sigma$，

其中$D = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \le 1\}$，则下列关系成立的是(　　).

(A) $I_3 > I_2 > I_1$；　(B) $I_1 > I_2 > I_3$；　(C) $I_2 > I_1 > I_3$；　(D) $I_3 > I_1 > I_2$.

三、试解下列各题（本题共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分）

得分	

1. 设 $f(x,y)=x\sin(x+y)$，求 $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ 和 $\dfrac{\partial f}{\partial y}$.

得分	

2. 判定级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sin\dfrac{\pi}{n}$ 的敛散性，并给出理由（若是收敛，要说明是条件收敛还是绝对收敛）。

得分	

3\. 计算二重积分 $\iint\limits_{D} xe^{xy}\,dxdy$，其中区域 D 为 $0 \le x \le 1$, $-1 \le y \le 0$.

得分	

4\. 计算 $I = \oiint\limits_{\Sigma} x^3 dydz + y^3 dzdx + z^3 dxdy$，其中 Σ 为曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的外侧.

得分	

5. 求 $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} e^{x^2+y^2} dx$.

得分	

6. 设 L 为闭曲线 $x^2+y^2=4$，取正向，计算曲线积分

$$\oint_L (2xye^x - y)dx + 2(x-1)e^x dy.$$

四、计算题[本题共 15 分]

得分	

1.（7 分）求过点 (2，1，1)平行于直线 $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$ 且垂直于平面 $x+2y-3z+5=0$ 的平面方程.

2.（8 分）求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(n+2)x^{n+3}$ 的收敛域和它的和函数.

得分	

五、综合题[本题 8 分]

设幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x+1)^n$ 在 $x=3$ 处条件收敛，试确定此幂级数的收敛半径，并说明理由.

六、证明题[本题 5 分]

试证 $2\int_0^a f(x)dx\int_x^a f(y)dy=(\int_0^a f(x)dx)^2$