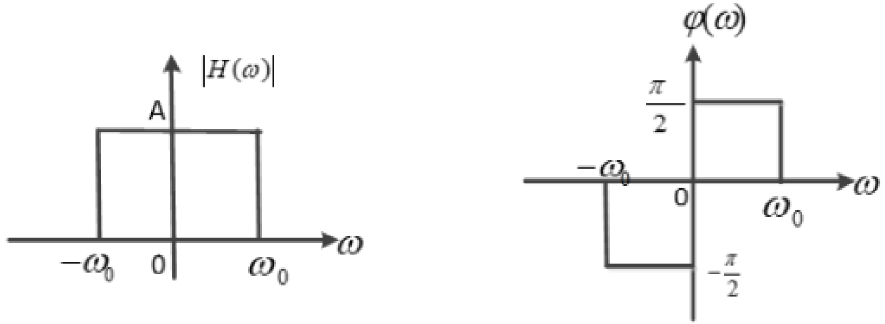
第14周作业

5-10某系统的频率系统函数的幅频特性和相频特性如题5-10图所示，求该系统的单位冲激响应。



（a）幅度频谱　　(b) 相位频谱

5-10. $h(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}H(w)e^{jwt}dw$

$\int_{-\infty}^{+\infty}H(w)e^{jwt}dw$

$=\int_{-w_0}^{0}H(w)e^{jwt}dw+\int_{0}^{w_0}H(w)e^{jwt}dw$

$=\int_{-w_0}^{0}Ae^{-j\frac{\pi}{2}}e^{jwt}dw+\int_{0}^{w_0}Ae^{j\frac{\pi}{2}}e^{jwt}dw$

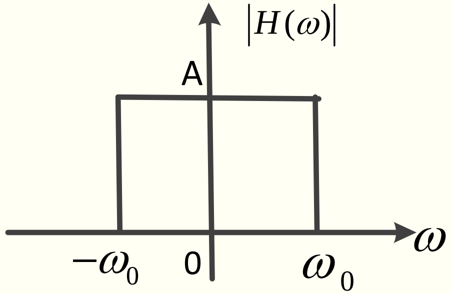
$=Ae^{-j\frac{\pi}{2}}\cdot\frac{1}{jt}e^{jwt}\Big|_{-w_0}^{0}+Ae^{j\frac{\pi}{2}}\cdot\frac{1}{jt}\cdot e^{jwt}\Big|_{0}^{w_0}$

$=\frac{2A}{t}(\cos w_0t-1)$

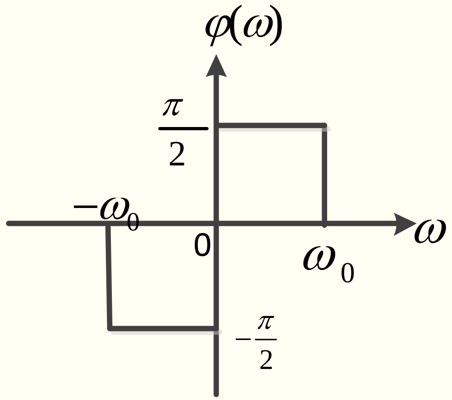
$h(t)=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{2A}{t}(\cos w_0t-1)=\frac{A}{\pi t}[\cos w_0t-1]$

$$H(jw)=\begin{cases} jA=Ae^{j\frac{\pi}{2}}, & 0<w<w_0 \\ -jA=Ae^{-j\frac{\pi}{2}}, & -w_0<w\le 0. \\ 0 & \text{其它.} \end{cases}$$

5-10某系统的频率系统函数的幅频特性和相频特性如题5-10图所示，求该系统的单位冲激响应。



（a）幅度频谱



(b) 相位频谱

5-10.

$$H(w)=\begin{cases} A\cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}, & -w_0 \le w < 0 \\ A\cdot e^{j\frac{\pi}{2}}, & 0 \le w \le w_0 \end{cases}$$

$$= A g_{w_0}\left(w+\frac{w_0}{2}\right)\cdot e^{-j\frac{\pi}{2}} + A g_{w_0}\left(w-\frac{w_0}{2}\right)\cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$$

$$\leftrightarrow \frac{Aw_0}{2\pi} Sa\left(\frac{w_0}{2}t\right)\cdot\left[e^{-j\left(\frac{w_0}{2}t+\frac{\pi}{2}\right)} + e^{j\left(\frac{w_0}{2}t+\frac{\pi}{2}\right)}\right]$$

$$= \frac{Aw_0}{\pi} Sa\left(\frac{w_0}{2}t\right)\cdot \cos\left(\frac{w_0}{2}t+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -\frac{Aw_0}{\pi} Sa\left(\frac{w_0}{2}t\right)\cdot \sin\left(\frac{w_0}{2}t\right) \quad \cancel{=h(t)}$$

$$= -\frac{2A}{\pi t}\sin^2\left(\frac{w_0}{2}t\right)$$

$$= \frac{A}{\pi t}\cdot\left(\cos w_0 t - 1\right) = h(t)$$

第14周作业

5-11 有一因果LTI系统，其频率响应为

$$H(\omega)=\frac{1}{j\omega+3}$$

对于某一特定的输入x(t)，观察到系统的输出

$$y(t)=(e^{-3t}+e^{-4t})\varepsilon(t)$$

求x(t)。

$$H(j\omega)=\frac{Y_{zs}(\omega)}{X(\omega)}.$$

5-11:

$$y(t)=(e^{-3t}+e^{-4t})\varepsilon(t)$$

$$Y(w)=\frac{1}{3+jw}+\frac{1}{4+jw}$$

$$X(w)=\frac{Y(w)}{H(w)}=1+\frac{3+jw}{4+jw}=\frac{7+2jw}{4+jw}=2-\frac{1}{4+jw}$$

$$\therefore x(t)=2\delta(t)-e^{-4t}\varepsilon(t)$$

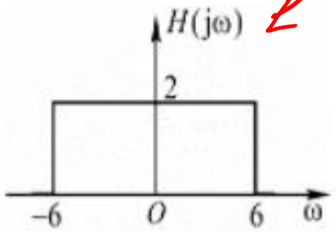
第14周作业

5-12低通滤波器的频率特性如题5-12如图所示,输入信号

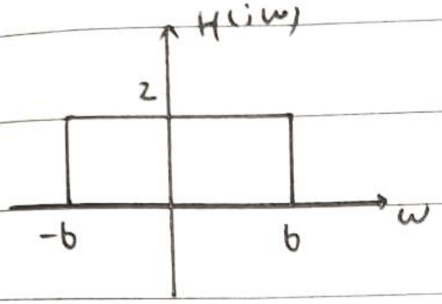
(1) $x(t) = 1 + 2\cos(4t) + \cos(8t)$

(2) $x(t) = 2\sin^2(\pi t) + 2\cos^2(5\pi t)$

求低通滤波器的输出$y(t)$,并画出输入信号$x(t)$及输出信号$y(t)$的频谱图。



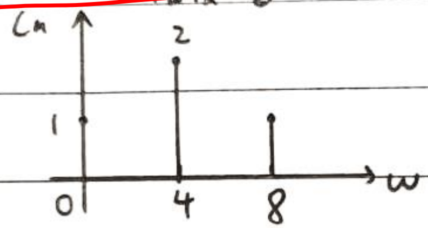
傅里叶变换！

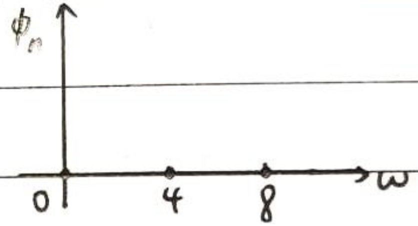


$H(jw)=2 \quad (-6 \le w \le 6)$

(1) $x(t)=1+2\cos(4t)+\cos(8t)$

~~x(t)的幅度谱~~ ~~x(t)的相位谱~~ 傅里叶级数

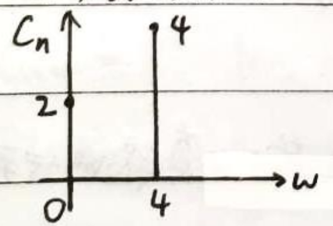




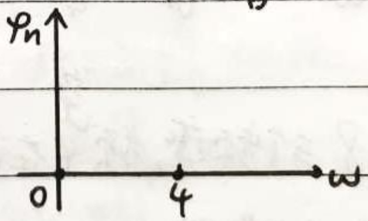
输入信号包含0,4,8三个频率，频率0,4在通带内，按无失真传输输出，频率8在通带外，被滤除。

$y(t)= 2+4\cos(4t)$

Y(t)的幅度谱



Y(t)的相位谱



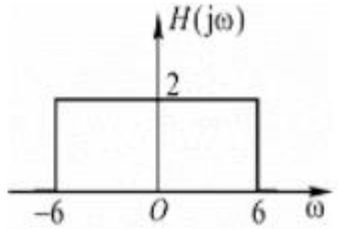
第14周作业

5-12低通滤波器的频率特性如题5-12如图所示,输入信号

(1) $x(t) = 1 + 2\cos(4t) + \cos(8t)$

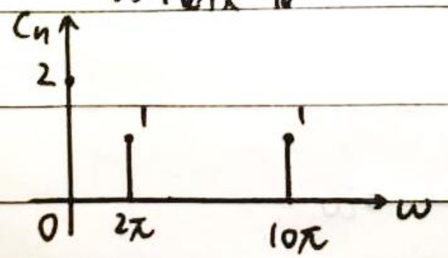
(2) $x(t) = 2\sin^2(\pi\ t) + 2\cos^2(5\pi\ t)$

求低通滤波器的输出$y(t)$,并画出输入信号$x(t)$及输出信号$y(t)$的频谱图。

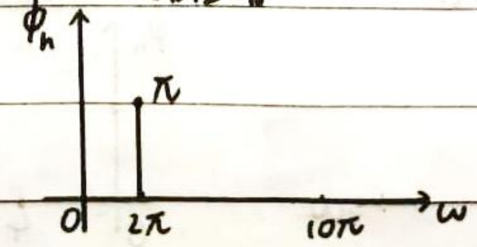


(2) $x(t) = 2\sin^2(\pi t) + 2\cos^2(5\pi t) = 2 + \cos(2\pi t + \pi) + \cos(10\pi t)$

x(t)的幅度谱



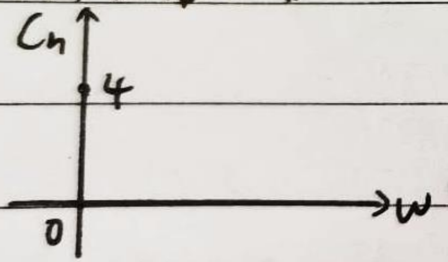
x(t)的相位谱



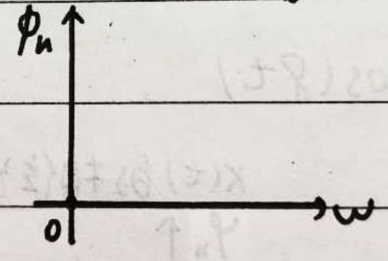
输入信号包含 0、2π、10π 三个频率，频率0在通带内，按无失真传输输出，频率 2π、10π在通带外，被滤除

$Y(t) = 4$

Y(t)的幅度谱



Y(t)的相位谱

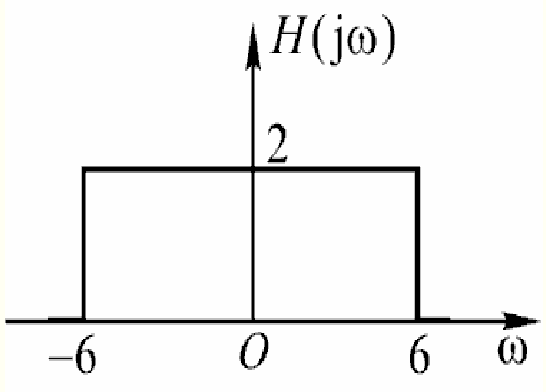


5-12低通滤波器的频率特性如题5-12如图所示,输入信号

(1) $x(t) = 1 + 2\cos(4t) + \cos(8t)$

(2) $x(t) = 2\sin^2(\pi t) + 2\cos^2(5\pi t)$

求低通滤波器的输出*y(t)*,并画出输入信号*x(t)*及输出信号*y(t)*的频谱图。



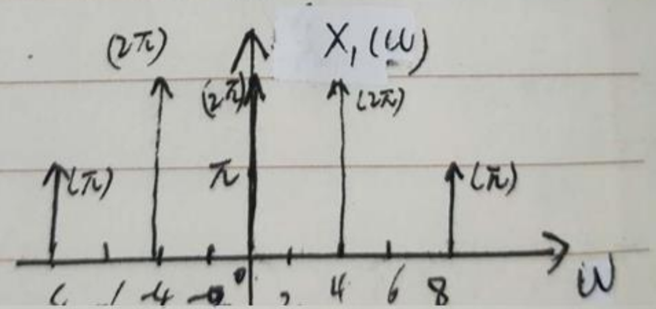
(1) 由图知 $|\omega_0| \le 6$ 时可通过滤波器.

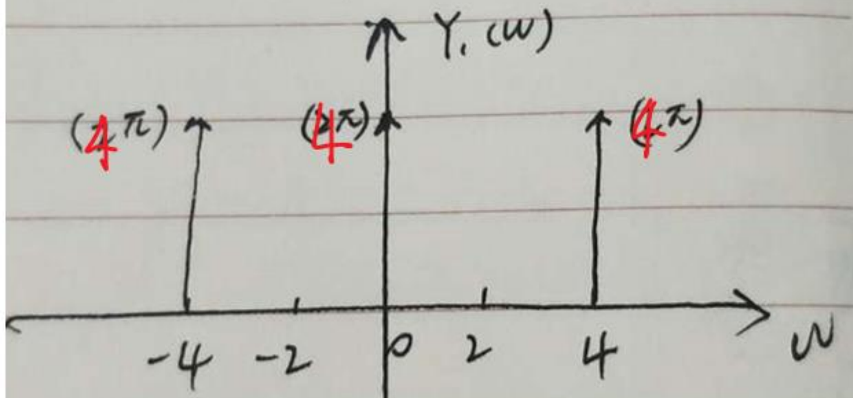
$\therefore y_1(t) = 2+4\cos(4t)$

$Y_1(\omega) = 4\pi[\delta(\omega)+\delta(\omega+4)+\delta(\omega-4)]$

$X_1(\omega) = 2\pi[\delta(\omega)+\delta(\omega+4)+\delta(\omega-4)+\frac{1}{2}\delta(\omega+8)+\frac{1}{2}\delta(\omega-8)]$

相位均为0 故用一张图表示



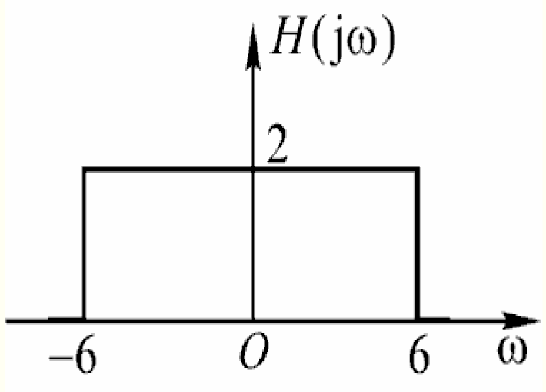


5-12低通滤波器的频率特性如题5-12如图所示,输入信号

(1) $x(t) = 1 + 2\cos(4t) + \cos(8t)$

(2) $x(t) = 2\sin^2(\pi t) + 2\cos^2(5\pi t)$

求低通滤波器的输出*y(t)*,并画出输入信号*x(t)*及输出信号*y(t)*的频谱图。



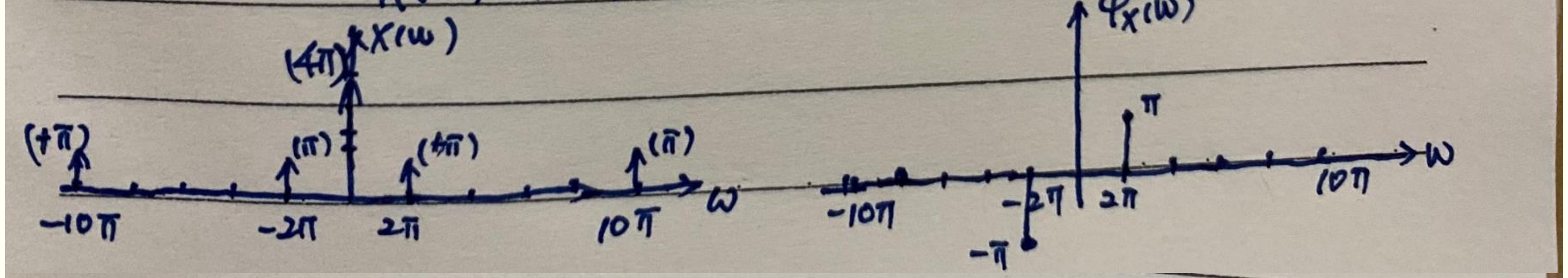
5-12 (2) $x(t) = 2\sin^2(\pi t) + 2\cos^2(5\pi t)$

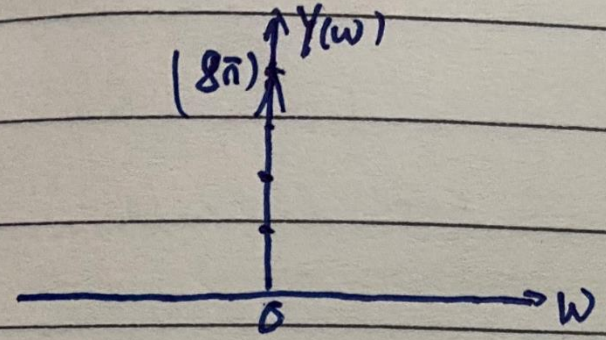
$\because \cos^2 t = \frac{1}{2}[\cos(2t)+1]$ $\quad \sin^2 t = 1-\cos^2(t) = \frac{1}{2}[1-\cos(2t)]$

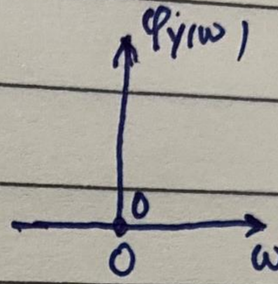
$\therefore x(t) = 2-\cos(2\pi t)+\cos(10\pi t).$

$\therefore X(\omega) = 4\pi\delta(\omega) - \pi[\delta(\omega+2\pi)+\delta(\omega-2\pi)] + \pi[\delta(\omega+10\pi)+\delta(\omega-10\pi)]$

$\therefore Y(\omega) = X(\omega)\cdot H(\omega) = 8\pi\delta(\omega)$ $\quad \therefore y(t) = 4.$





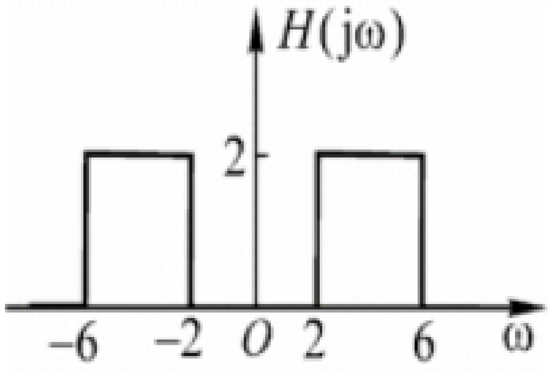


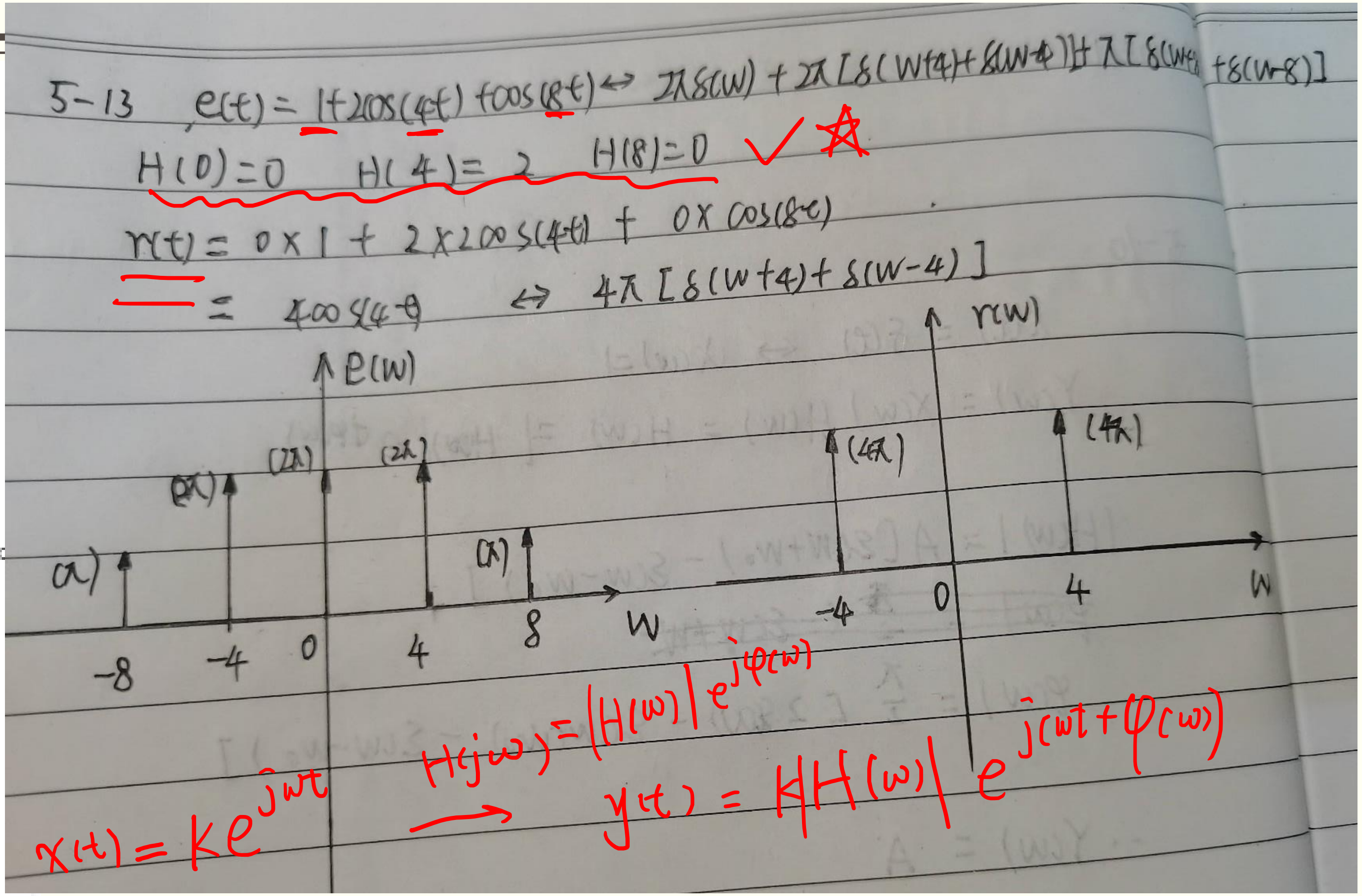
第14周作业

5-13理想带通滤波器的频率特性如题5-13图所示,输入信号

$$e(t)=1+2\cos(4t)+\cos(8t)$$

求带通滤波器的输出$r(t)$,并画出输入信号$e(t)$及输出信号$r(t)$的频谱图。





第14周作业

5-14利用傅里叶变换性质证明:

$$\int_{-\infty}^{\infty} Sa^2(t)dt = \pi$$

5-14. 由帕萨瓦尔定理得: $\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|F(w)|^2 dw$

$\int_{-\infty}^{\infty} Sa^2(t)dt =$

$$g_\tau(t) \leftrightarrow \tau Sa\left(\frac{w\tau}{2}\right)$$

$$Sa(t) \leftrightarrow \pi g_2(w)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} Sa^2(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \pi^2 g_2^2(w)dw$$

$$= \frac{\pi}{2}\int_{-1}^{1} g_2^2(w)dw$$

$$= \frac{\pi}{2}\int_{-1}^{1} dw$$

$$= \frac{\pi}{2}\times 2$$

$$= \pi$$

得证.

第14周作业

5-15已知系统的输入为$x(t)$，系统输出为$y(t)$，求下列系统的频率响应$H(\omega)$。$= \frac{Y_{zs}(\omega)}{X(\omega)}$

$t>0$时 送入$x(t)$

(1) $y(t)=\frac{d}{dt}x(t)$

(2) $y(t)=x(t-t_0)$

(3) $y(t)=\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau$

(4)

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t)+3\frac{d}{dt}y(t)+2y(t)=\frac{d}{dt}x(t)+4x(t)$$

(1) 对等式两边求傅里叶变换:

$$Y(w)=jwX(w)$$

$$H(w)=\frac{Y(w)}{X(w)}=jw$$

(2) 对等式两边求傅里叶变换

$$Y(w)=X(w)e^{-jwt_0}$$

$$H(w)=\frac{Y(w)}{X(w)}=e^{-jwt_0}$$

(3) 对等式两边求傅里叶变换

$$Y(w)=\frac{1}{jw}X(w)+\boxed{\pi X(0)\delta(w)}$$

$$H(w)=\frac{Y(w)}{X(w)}=\frac{1}{jw}+\boxed{\frac{\pi X(0)}{X(w)}\delta(w)}$$

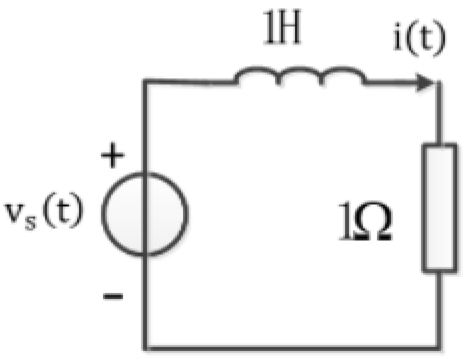
$$H(w)=\frac{1}{jw}+\boxed{\pi\delta(w)}$$

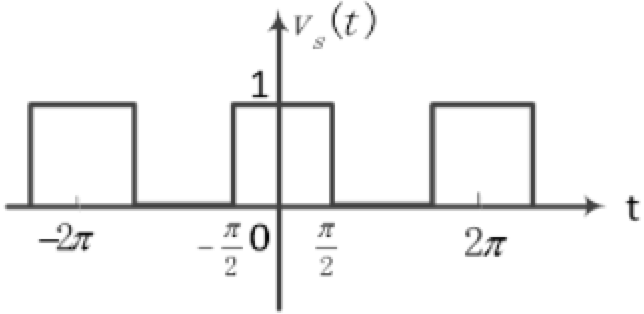
(4) $(jw)^2Y(w)+3(jw)Y(w)+2Y(w)=jwX(w)+4X(w)$

$$H(w)=\frac{Y(w)}{X(w)}=\frac{4+jw}{(jw)^2+3jw+2}=\frac{4+jw}{(2-w^2)+3jw}$$

第14周作业

5-16 如图所示的周期性方波电压作用于RL电路，试求电流$i(t)$的前五次谐波。





$T=2\pi \quad \omega=\frac{2\pi}{T}=1\,rad/s$

$a_0=\frac{1}{T}\int_T V_s(t)dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}dt=\frac{1}{2}$

$a_n=\frac{2}{T}\int_T V_s(t)\cos(nt)dt=\frac{2}{2\pi n}\int_{-\pi}^{\pi}\cos(nt)d(nt)=\frac{1}{\pi n}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos(nt)d(nt)=\frac{2}{n\pi}\sin(\frac{n\pi}{2})$

$b_n=\frac{2}{T}\int_T V_s(t)\sin(nt)dt=0$

$\therefore U_s(t)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos(nt)$

$\therefore$前5次谐波：$U_s(t)=\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\sin\frac{\pi}{2}\cos t+\frac{2}{3\pi}\sin\frac{3\pi}{2}\cos 3t+\frac{2}{5\pi}\sin\frac{5\pi}{2}\cos 5t$

$\therefore U_s(t)=\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\cos t-\frac{2}{3\pi}\cos(3t)+\frac{2}{5\pi}\cos(5t)$

$\because U_L(t)+U_R(t)=U_s(t) \quad \therefore L\frac{di(t)}{dt}+i(t)\cdot R=U_s(t) \quad \therefore j\omega\dot{I}+\dot{I}=\dot{U}_s$

$\therefore H(\omega)=\frac{\dot{I}}{\dot{U}_s}=\frac{1}{j\omega+1}$

$H(0)=1 \quad H(1)=\frac{1}{1+j}=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{\pi}{4}j} \quad H(3)=\frac{1}{1+3j}=\frac{\sqrt{10}}{10}e^{-j\arctan 3} \quad H(5)=\frac{1}{1+5j}=\frac{1}{\sqrt{26}}e^{-j\arctan 5}$

$\therefore i(t)=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{\pi}\cos(t-\frac{\pi}{4})-\frac{\sqrt{10}}{15\pi}\cos(3t-\arctan 3)+\frac{\sqrt{26}}{65\pi}\cos(5t-\arctan 5)$

第14周作业

5-18 如图所示电路，已知

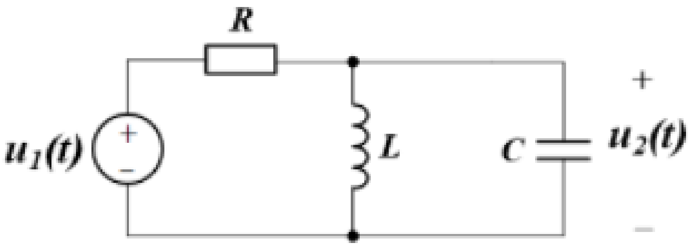
$$R=3\Omega, L=2H, C=\frac{1}{18}F, u_1(t)=\varepsilon(t)V$$

求：

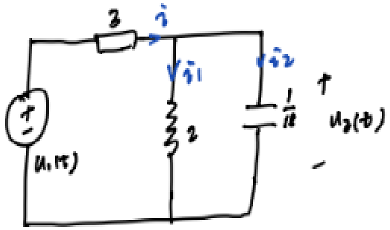
（1）传输函数 $H(\omega)=U_2(\omega)/U_1(\omega)$

（2）单位冲激响应$h(t)$

（3）单位阶跃响应$u_2(t)$



5-18



(1) $u_1(t)=\varepsilon(t)$

$u_L(t)=L\frac{di_1(t)}{dt} \leftrightarrow U_2(w)=jwL I_1(w)$, $I_1(w)=\frac{1}{jwL}U_2(w)$

$i_2(t)=C\frac{du_c(t)}{dt} \leftrightarrow I_2(w)=jwC U_2(w)$

$\therefore \left(\frac{R}{jwL}+jwRC+1\right)U_2(w)=U_1(w)$

$\therefore H(w)=\frac{U_2(w)}{U_1(w)}=\frac{1}{\frac{R}{jwL}+jwRC+1}=\frac{j6w}{j6w+9-w^2}$

(2) $X(w)=1$?

$\cancel{Y(w)=}H(w)=\frac{j6w}{j6w+9-w^2}=\frac{j6w}{(jw+3)^2}$

由习题5-9(18)得：

$\frac{6}{(jw+3)^2}\leftrightarrow 6te^{-3t}\varepsilon(t)$

时域微分：

$\frac{6jw}{(jw+3)^2}\leftrightarrow \frac{d[6te^{-3t}\varepsilon(t)]}{dt}=6e^{-3t}\varepsilon(t)+6te^{-3t}\cdot(-3)\varepsilon(t)+\cancel{6te^{-3t}\delta(t)}$

$=(6-18t)e^{-3t}\varepsilon(t)$

即：$h(t)=(6-18t)e^{-3t}\varepsilon(t)$.

(3) $u_2(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(t)\,dt$

$=\int_{-\infty}^{+\infty}6e^{-3t}\varepsilon(t)dt+\int_{-\infty}^{+\infty}-18te^{-3t}\varepsilon(t)dt$

$=\cancel{-2e^{-3t}}\varepsilon(t)-2(-3t\cancel{-1})e^{-3t}\varepsilon(t)$

$=6te^{-3t}\varepsilon(t)$.

（3）卷积定理 $U_2(\omega)=U_1(\omega)H(\omega)=\frac{6}{(j\omega+3)}$

$$\therefore u_2(t)=6te^{-3t}\varepsilon(t)$$

6-1 求下列函数的拉普拉斯变换，并给出收敛域。

(1) $\delta(t)+e^{-3t}\varepsilon(t)$

(2) $\sin(t)\varepsilon(t)+2\cos(t)\varepsilon(t)$

(3) $(t^2+2t)\varepsilon(t)$

(4) $e^{-t}\sin(2t)\varepsilon(t)$

(5) $(1+2t)e^{-t}\varepsilon(t)$

(6) $te^{-2t}\sin(t)\varepsilon(t)$

(1) 已知 $\delta(t) \xleftrightarrow{LT} 1$ $\quad e^{-at}\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{1}{s+a}$ $(\sigma>-a)$

根据线性 $\therefore \delta(t)+e^{-3t}\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} 1+\frac{1}{s+3}$ $(\sigma>-3)$

(2) 已知 $\sin(\omega t)\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$ $(\sigma>0)$ $\quad \cos(\omega t)\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{s}{s^2+\omega^2}$ $(\sigma>0)$

根据线性 $\sin(t)\varepsilon(t)+2\cos(t)\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{1}{s^2+1}+\frac{2s}{s^2+1}=\frac{2s+1}{s^2+1}$ $(\sigma>0)$

(3) 已知 $t^n\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{n!}{s^{n+1}}$ $(\sigma>0)$

$\therefore t^2\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{2}{s^3}$ $(\sigma>0)$ $\quad t\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{1}{s^2}$ $(\sigma>0)$

根据线性 $(t^2+2t)\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{2+2s}{s^3}$ $(\sigma>0)$

(4) 已知 $\sin(\omega t)\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$ $(\sigma>0)$ $\quad \therefore \sin(2t)\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{2}{s^2+4}$ $(\sigma>0)$

根据s域时移性 $e^{-t}\sin(2t)\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{2}{(s+1)^2+4}$ $(\sigma>-1)$

(5) 已知 $e^{-at}\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{1}{s+a}$ $(\sigma>-a)$

根据s域微分性质 $-tf(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{dF(s)}{ds}$ $\quad \therefore -te^{-at}\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} -\frac{1}{(s+a)^2}$ $(\sigma>-a)$

$\therefore te^{-at}\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{1}{(s+a)^2}$ $(\sigma>-a)$

根据线性

$(1+2t)e^{-t}\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{1}{s+1}+\frac{2}{(s+1)^2}$ $(\sigma>-1)$

(6) 由(4)可得 $e^{-2t}\sin(\cancel{2t}\,t)\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{1}{(s+2)^2+1}$ $(\sigma>-2)$

根据s域微分性质 $te^{-2t}\sin(t)\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{d\left(\frac{1}{(s+2)^2+1}\right)}{ds}=\frac{2(s+2)}{[(s+2)^2+1]^2}$ $(\sigma>-2)$

6-2 已知

$$f(t) = e^{-2t}\varepsilon(t) \leftrightarrow F(s) = \frac{1}{s+2}$$

利用拉普拉斯变换求下列原函数。

(1) $F_1(s) = F(s)e^{-s}$

(2) $F_2(s) = sF'(s)$

(3) $F_3(s) = sF(\frac{s}{2})e^{-s}$

6-2. (1) $F_1(s) = F(s)e^{-s}$

根据 时域延时

$$f_1(t) = e^{-2(t-1)}\varepsilon(t-1)$$

(2) $F_2(s) = sF'(s) = -\frac{s}{(s+2)^2}$

其中 $F'(s) = -\frac{1}{(s+2)^2} \leftrightarrow f_2(t) = -[t\varepsilon(t)\cdot e^{-2t}]'$

$\because f(t) = e^{-2t}\varepsilon(t)$

$\therefore f(0_-) = 0$

$\therefore sF'(s) \leftrightarrow f_2'(t) = -(te^{-2t})'\varepsilon(t) - \underbrace{(te^{-2t})\delta(t)}_{=0}$

$= -(e^{-2t} + t(-2)e^{-2t})\varepsilon(t)$

$= (2t-1)e^{-2t}\varepsilon(t)$

(3). $F_3(s) = sF(\frac{s}{2})e^{-s}$

时域微分 $s\cdot F(s) \leftrightarrow -2e^{-2t}\varepsilon(t) + e^{-2t}\delta(t)$

尺度变换 $sF(\frac{s}{2}) = 4\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{s}{2}F(\frac{s}{2})$

$\leftrightarrow -8e^{-4t}\varepsilon(2t) + 4e^{-4t}\delta(2t)$

时域延时 $sF(\frac{s}{2})e^{-s} \leftrightarrow -8e^{-4(t-1)}\varepsilon[2(t-1)] + 4e^{-4(t-1)}\delta[2(t-1)]$

$= -8e^{-4(t-1)}\varepsilon[2(t-1)] + 2\delta(t-1)$

6-2 已知

$$f(t)=e^{-2t}u(t)\leftrightarrow F(s)=\frac{1}{s+2}$$

利用拉普拉斯变换求下列原函数。

(1) $F_1(s)=F(s)e^{-s}$

(2) $F_2(s)=sF'(s)$

(3) $F_3(s)=sF(\frac{s}{2})e^{-s}$

(3)

$$F_3(s)=s\,\frac{2}{s+4}\,e^{-s}$$

设 $\cancel{F}$ $F_4(s)=\frac{2s}{s+4}=2-\frac{8}{s+4}$

$$F_4(s)\leftrightarrow f_4(t)=2\delta(t)-8e^{-4t}\varepsilon(t)$$

$$f_4(t-1)\leftrightarrow F_4(s)\cdot e^{-s}=F_3(s)$$

$$\therefore F_3(s)\leftrightarrow 2\delta(t-1)-8e^{-4(t-1)}\varepsilon(t-1)$$

6-3已知因果信号$f(t)$的拉普拉斯变换$F(s)$如下，试用部分分式求$f(t)$。

(1) $\dfrac{4}{2s+3}$　　(2) $\dfrac{4}{s(2s+3)}$

(3) $\dfrac{3s}{(s+4)(s+2)}$

(4) $\dfrac{4}{(s+3)(s+2)^2}$

(5) $\dfrac{4s+5}{s^2+5s+6}$

(6) $\dfrac{s+17}{s^2+9s+14}$

6-3

$\frac{1}{s+a} \overset{LT}{\longleftrightarrow} e^{-at}\varepsilon(t)$ $(\sigma>-a)$　　$\frac{1}{s} \overset{LT}{\longleftrightarrow} \varepsilon(t)$　　$\frac{1}{(s+a)^2} \overset{LT}{\longleftrightarrow} te^{-at}\varepsilon$

(1) $F_1(s)=\frac{4}{2s+3}=\frac{2}{s+\frac{3}{2}} \overset{LT}{\longleftrightarrow} 2e^{-\frac{3}{2}t}\varepsilon(t)$

(2) $F_2(s)=\frac{4}{s(2s+3)}=\frac{2}{s(s+\frac{3}{2})}=\frac{k_1}{s}+\frac{k_2}{s+\frac{3}{2}}$

$k_1=[sF_2(s)]\big|_{s=0}=\frac{4}{3}$

$k_2=[(s+\frac{3}{2})F_2(s)]\big|_{s=-\frac{3}{2}}=-\frac{4}{3}$

$F_2(s)=\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{s}-\frac{4}{3}\frac{1}{s+\frac{3}{2}} \overset{LT}{\longleftrightarrow} \frac{4}{3}\varepsilon(t)-\frac{4}{3}e^{-\frac{3}{2}t}\varepsilon(t)=\frac{4}{3}(1-e^{-\frac{3}{2}t})\varepsilon(t)$

(3) $F_3(s)=\frac{3s}{(s+4)(s+2)}=\frac{k_1}{s+4}+\frac{k_2}{s+2}$

$k_1=[(s+4)F_3(s)]\big|_{s=-4}=6$

$k_2=[(s+2)F_3(s)]\big|_{s=-2}=-3$

$F_3(s)=\frac{6}{s+4}-\frac{3}{s+2} \overset{LT}{\longleftrightarrow} 6e^{-4t}\varepsilon(t)-3e^{-2t}\varepsilon(t)=3(2e^{-4t}-e^{-2t})\varepsilon(t)$

6-3已知因果信号***f(t)***的拉普拉斯变换***F(s)***如下，试用部分分式求***f(t)***。

(1) $\dfrac{4}{2s+3}$ (2) $\dfrac{4}{s(2s+3)}$

(3) $\dfrac{3s}{(s+4)(s+2)}$

(4) $\dfrac{4}{(s+3)(s+2)^2}$

(5) $\dfrac{4s+5}{s^2+5s+6}$

(6) $\dfrac{s+17}{s^2+9s+14}$

(4) $F_4(s)=\dfrac{4}{(s+3)(s+2)^2}=\dfrac{k_1}{s+3}+\dfrac{k_{21}}{(s+2)^2}+\dfrac{k_{22}}{s+2}$

$k_1=[(s+3)F_4(s)]\big|_{s=-3}=4$

$k_{21}=\dfrac{1}{0!}\cdot\left[(s+2)^2F_4(s)\right]\Big|_{s=-2}=4$

$k_{22}=\dfrac{1}{1!}\cdot\left[\dfrac{d(s+2)^2F_4(s)}{ds}\right]\Big|_{s=-2}=-4$

$F_4(s)=\dfrac{4}{s+3}+\dfrac{4}{(s+2)^2}-\dfrac{4}{s+2}\xleftrightarrow{LT}4\left[e^{-3t}+te^{-2t}-e^{-2t}\right]\varepsilon(t)$

(5) $F_5(s)=\dfrac{4s+5}{s^2+5s+6}=\dfrac{4s+5}{(s+2)(s+3)}=\dfrac{k_1}{s+2}+\dfrac{k_2}{s+3}$

$k_1=\left[(s+2)F_5(s)\right]\big|_{s=-2}=-3$

$k_2=\left[(s+3)F_5(s)\right]\big|_{s=-3}=7$

$F_5(s)=-\dfrac{3}{s+2}+\dfrac{7}{s+3}\xleftrightarrow{LT}\left(-3e^{-2t}+7e^{-3t}\right)\varepsilon(t)$

(6) $F_6(s)=\dfrac{s+17}{s^2+9s+14}=\dfrac{s+17}{(s+2)(s+7)}=\dfrac{k_1}{s+2}+\dfrac{k_2}{s+7}$

$k_1=\left[(s+2)F_6(s)\right]\big|_{s=-2}=3$

$k_2=\left[(s+7)F_7(s)\right]\big|_{s=-7}=-2$

$F_6(s)=\dfrac{3}{s+2}-\dfrac{2}{s+7}\xleftrightarrow{LT}\left(3e^{-3t}-2e^{-7t}\right)\varepsilon(t)$

6-4 用拉普拉斯变换性质求以下各题(***f(t)***为因果信号)。

(1)求 $e^{-t}\varepsilon(t)*e^{-2t}\varepsilon(t)$

(2)求 $e^{-t}\varepsilon(t)*\sin t\varepsilon(t)$

(3)求 $e^{-t}\varepsilon(t)*e^{-t}\varepsilon(t-1)$

(4)已知

$$f(t)*\frac{d}{dt}f(t)=(1-2t)e^{-2t}\varepsilon(t)$$

求***f(t)***。

6-4

(1) $e^{-t}\varepsilon(t)\leftrightarrow\frac{1}{s+1}$

$e^{-2t}\varepsilon(t)\leftrightarrow\frac{1}{s+2}$

$e^{-t}\varepsilon(t)*e^{-2t}\varepsilon(t)$

$=\frac{1}{s+1}\cdot\frac{1}{s+2}$

$=\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+2}\leftrightarrow e^{-t}\varepsilon(t)-e^{-2t}\varepsilon(t)$

原式$=e^{-t}\varepsilon(t)-e^{-2t}\varepsilon(t)$

(2) $e^{-t}\varepsilon(t)\leftrightarrow\frac{1}{s+1}$

$\sin t\varepsilon(t)\leftrightarrow\frac{1}{s^2+1}$

$e^{-t}\varepsilon(t)*\sin t\varepsilon(t)$

$=\frac{1}{s+1}\cdot\frac{1}{s^2+1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s^2+1}-\frac{s}{s^2+1}+\frac{1}{s+1}\right)$

$\leftrightarrow\frac{1}{2}(\sin t\varepsilon(t)-\cos t\varepsilon(t)+e^{-t}\varepsilon(t))$

故原式$=\frac{1}{2}(\sin t\varepsilon(t)-\cos t\varepsilon(t)+e^{-t}\varepsilon(t))$

(3) $e^{-t}\varepsilon(t)\leftrightarrow\frac{1}{s+1}$

根据拉普拉斯变换的时移性

$e^{-(t-1)}\varepsilon(t-1)\leftrightarrow e^{-s}\frac{1}{s+1}$

线性 → $e^{-t}\varepsilon(t-1)\leftrightarrow e^{-(s+1)}\frac{1}{s+1}$

故原式$\leftrightarrow\frac{1}{s+1}e^{-(s+1)}\frac{1}{s+1}$

$=\frac{1}{(s+1)^2}e^{-(s+1)}$

$\leftrightarrow(t-1)e^{-t}\varepsilon(t-1)$

(4) 由f(t)为因果信号

$F(s)\cdot sF(s)=\frac{1}{s+2}-\frac{2}{(s+2)^2}$

$F^2(s)=\frac{1}{(s+2)^2}$

1° $F(s)=\frac{1}{s+2}$

$f(t)=e^{-2t}\varepsilon(t)$

2° $F(s)=-\frac{1}{s+2}$

$f(t)=-e^{-2t}\varepsilon(t)$

6-5分别求下列函数逆变换的初值和终值。

(1) $\dfrac{s+4}{(s+2)(s+5)}$

(2) $\dfrac{s+5}{(s+1)^2(2s+3)}$

(3) $\dfrac{3s}{s^2+s-2}$

(4) $\dfrac{s^3+5s^2+1}{s^2+3s+2}$

(1) $f(0_+)=\lim\limits_{s\to\infty} sF(s)=\lim\limits_{s\to\infty}\dfrac{s^2+4s}{s^2+7s+10}=1$

极点 $-2,-5$ 均在左半平面，故 $f(\infty)=\lim\limits_{s\to 0}\dfrac{s^2+4s}{s^2+7s+10}=0$

(2) $f(0_+)=\lim\limits_{s\to\infty} sF(s)=\lim\limits_{s\to\infty}\dfrac{s(s+5)}{(s+1)^2(2s+3)}=0$

极点均在左半平面，故 $f(\infty)=\lim\limits_{s\to 0} sF(s)=0$

(3) $f(0_+)=\lim\limits_{s\to\infty} sF(s)=\lim\limits_{s\to\infty}\dfrac{3s^2}{s^2+s-2}=3$

极点1在右半平面，故 $f(\infty)$ 不存在

(4) $F(s)=s-2-\dfrac{8s+5}{s^2+3s+2}$ 真分式

$f(0_+)=\lim\limits_{s\to\infty} sF(s)=-8$

极点均在左半平面，故 $f(\infty)=\lim\limits_{s\to 0} sF(s)=0$

6-6已知LTI系统的微分方程为

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2}+4\frac{d\,y(t)}{dt}+3y(t)=\frac{d\,x(t)}{dt}+3x(t)$$

起始状态

$$y(0_-)=0,\ y'(0_-)=1$$

输入信号为

$$x(t)=e^{-t}\,\varepsilon(t)$$

求该系统的零输入响应、零状态响应和完全响应。

对输入的 $x(t)$ 作拉氏变换得

$X(s)=\frac{1}{s+1}$ ∵ 输入 $x(t)$ 在 $t=0$ 时接入系统，则输入的起始状态均为0。

可得 $x'(t)\leftrightarrow \cancel{sX(s)-x(0_-)} = sX(s)$

$y'(t)\leftrightarrow sY(s)-y(0_-)=sY(s)$

$y''(t)\leftrightarrow s^2Y(s)-sy(0_-)-y'(0_-)=s^2Y(s)-1$

方程两边做拉氏变换

$$s^2Y(s)-1+4sY(s)+3Y(s)=sX(s)+3X(s)$$

$$\therefore Y(s)=\frac{s+3}{s^2+4s+3}X(s)+\frac{1}{s^2+4s+3}$$

$$Y(zs)=\frac{s+3}{s^2+4s+3}X(s)=\frac{(s+3)}{(s+1)(s+3)(s+1)}=\frac{1}{(s+1)^2}\leftrightarrow t\cdot e^{-t}\varepsilon(t)=y_{zs}(t)$$ (零状态响应)

$$Y(zi)=\frac{1}{(s+1)(s+3)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+3}\right)\leftrightarrow \frac{1}{2}e^{-t}\varepsilon(t)-\frac{1}{2}e^{-3t}\varepsilon(t)=y_{zi}(t)$$ (零输入响应)

完全响应 $y(t)=y_{zs}(t)+y_{zi}(t)=\frac{1}{2}e^{-t}\varepsilon(t)-\frac{1}{2}e^{-3t}\varepsilon(t)+t\cdot e^{-t}\varepsilon(t)$ $(t>0)$

6-8 已知LTI系统的微分方程为 $\dfrac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2}+5\dfrac{\mathrm{d}\,y(t)}{\mathrm{d}t}+6y(t)=3x(t)$

起始状态 $y(0_-)=0, y'(0_-)=1$

求该系统的单位冲激响应、单位阶跃响应。均为零状态响应.

零状态，作拉氏变换，得：

$$(s^2+5s+6)Y_{zs}(s)=3X(s)$$

输入 $\delta(t)$ 时，零状态响应为单位冲激响应：

$$H(s)\cancel{Y_{zs}(s)}=\frac{3}{(s+2)(s+3)}=3\cdot\frac{1}{s+2}-3\cdot\frac{1}{s+3}\Rightarrow h(t)=(3e^{-2t}-3e^{-3t})\varepsilon(t)$$

输入 $\varepsilon(t)$ 时，零状态响应为单位阶跃响应：

$$G(s)\cancel{Y_{zs}(s)}=\frac{3}{(s+2)(s+3)}\cdot\frac{1}{s}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{s}-\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{s+2}+\frac{1}{s+3}\Rightarrow g(t)=(\frac{1}{2}-\frac{3}{2}e^{-2t}+e^{-3t})\varepsilon(t)$$

6-9 已知某LTI系统的单位阶跃响应为 $g(t)=(1-\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)$
为了使系统的零状态响应为 $y(t)=(1-\mathrm{e}^{-2t}-t\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)$
求输入信号x(t)。

6-9 ~~与输~~ 设单位冲激响应拉氏变换为H(s)

$$g(t)=(1-e^{-2t})\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} G(s)=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+2}=\frac{1}{s}H(s)$$

$$H(s)=\frac{2}{s+2}$$

零状态响应 $y(t)=(1-e^{-2t}-te^{-2t})\varepsilon(t) \xleftrightarrow{LT} Y_{zs}(s)=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+2}-\frac{1}{(s+2)^2}$

$$X(s)=\frac{Y_{zs}(s)}{H(s)}=\frac{1}{2}+\frac{1}{s}-\frac{1}{2}-\frac{1}{s+2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{s}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{s+2} \xleftrightarrow{LT} x(t)$$

$$x(t)=\left(1-\frac{1}{2}e^{-2t}\right)\varepsilon(t)$$

6-10 已知某LTI系统的单位阶跃响应为 $g(t)=\left(e^{-t}+2e^{-2t}\right)\varepsilon(t)$

（1）求该系统的单位冲激响应和系统函数。

（2）输入为 $te^{-t}\varepsilon(t)$ 时,求该系统的零状态响应。

(1) $g(t)=(e^{-t}+2e^{-2t})\varepsilon(t) \longleftrightarrow Y_{zs_1}(s)=\frac{1}{s+1}+\frac{1}{s+2}$

输入为 $\varepsilon(t)$ 时 $Y_{zs_1}(s)=\frac{1}{s}H(s)$

$\therefore H(s)=3-\frac{1}{s+1}-\frac{4}{s+2}$

输入为 $\delta(t)$ 时.

$Y_{zs_2}(s)=H(s)=3-\frac{1}{s+1}-\frac{4}{s+2}$

$\therefore h(t)=3\delta(t)-e^{-t}\varepsilon(t)-4e^{-2t}\varepsilon(t)$

(2) $x(t)=te^{-t}\varepsilon(t) \quad \therefore X(s)=\frac{1}{(s+1)^2}$

$Y_{zs_3}(s)=H(s)X(s)=\frac{3}{(s+1)^2}-\frac{1}{(s+1)^3}-\frac{4}{(s+2)(s+1)^2}=\frac{4}{s+1}-\frac{1}{(s+1)^2}-\frac{4}{s+2}-\frac{1}{(s+1)^3}$

$\therefore y_3(t)=4e^{-t}\varepsilon(t)-4e^{-2t}\varepsilon(t)-te^{-t}\varepsilon(t)-\frac{1}{2}t^2e^{-t}\varepsilon(t)$

6-12 已知某LTI系统的系统函数为

$$H(s)=\frac{s}{s^2+3s+2}$$

输入为 $x(t)=(1-\mathrm{e}^{-t})\varepsilon(t)$ 时,
系统的完全响应为:

$$y(t)=(t\mathrm{e}^{-t}+\mathrm{e}^{-t}-e^{-2t})\varepsilon(t)$$

求该完全响应中的零输入响应、零状态响应以及系统的起始状态。

$$[s^2Y(s)-sy(0^-)-y'(0^-)]+3[sY(s)-y(0^-)]+2Y(s)$$
$$=sX(s)$$

6-12 解:

$H(s)=\frac{s}{s^2+3s+2}=\frac{s}{(s+1)(s+2)}$ $X(s)=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+1}=\frac{1}{s(s+1)}$

$Y_{zs}(s)=H(s)X(s)=\frac{1}{(s+1)^2(s+2)}=\frac{1}{s+2}+\frac{1}{(s+1)^2}-\frac{1}{s+1}$

∴ $y_{zs}(t)=e^{-2t}\varepsilon(t)+te^{-t}\varepsilon(t)-e^{-t}\varepsilon(t)$

$Y(s)=\frac{1}{(s+1)^2}+\frac{1}{s+1}-\frac{1}{s+2}$ $Y_{zi}(s)=Y(s)-Y_{zs}(s)=\frac{2}{s+1}-\frac{2}{s+2}$

∴ $y_{zi}(t)=2e^{-t}\varepsilon(t)-2e^{-2t}\varepsilon(t)$ [redacted]

又 由系统函数得系统微分方程

$y''(t)+3y'(t)+2y(t)=x'(t)$

∴ $Y_{zi}(s)=\frac{3y(0^-)+sy(0^-)+y'(0^-)}{s^2+3s+2}$

由 $y_{zi}(t)$ 可得 $Y_{zi}(s)=\frac{2}{s^2+3s+2}$

∴ $y(0^-)=0$ $y'(0^-)=2$.

6-13 已知某LTI系统的系统函数为

$$H(s)=\frac{s+3}{s^2+3s+2}$$

系统起始状态为:

$$y(0\_)=0, y'(0\_)=-1$$

求 $x(t)=t\varepsilon(t)$ 时系统的自由响应和强迫响应。

$$u_C(t)=\overbrace{u_C(\infty)}^{\text{强制分量/非齐次特解}}+\overbrace{[u_C(0^+)-u_C(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}}^{\text{自由分量/齐次通解}}$$

数学视角
方程视角

$$=\underbrace{\left[u_C(\infty)-u_C(\infty)\,\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right]}_{\text{零状态响应}}+\underbrace{u_C(0^+)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{零输入响应}}$$

电路视角
能量视角

全响应 = 强制分量 + 自由分量
= 零输入响应 + 零状态响应

6-13 已知某LTI系统的系统函数为

$$H(s)=\frac{s+3}{s^2+3s+2}$$

系统起始状态为:

$$y(0\_)=0, y'(0\_)=-1$$

求 $x(t)=t\varepsilon(t)$时系统的自由响应和强迫响应。

$x(t)=t\varepsilon(t) \longleftrightarrow X(s)=\frac{1}{s^2}$

$Y_{zs}(s)=X(s)H(s)=\frac{s+3}{s^2+3s+2}\cdot X(s)$

$\therefore (s^2+3s+2)Y_{zs}(s)=(s+3)X(s)$

$\therefore y''(t)+3y'(t)+2y(t)=3x(t)+x'(t)$

$y''(t) \longleftrightarrow s^2Y(s)-sy(0^-)-y'(0^-)=s^2Y(s)+1$

$y'(t) \longleftrightarrow sY(s)-y(0^-)=sY(s)$

$y(t) \longleftrightarrow Y(s)$

$\therefore (s^2+3s+2)Y(s)=(s+3)X(s)-1$

$\therefore Y(s)=\frac{s+3}{s^2+3s+2}X(s)-\frac{1}{s^2+3s+2}$

$Y_{zs}(s)=H(s)X(s)=\frac{2}{s+1}-\frac{\frac{1}{4}}{s+2}+\frac{-\frac{7}{4}}{s}+\frac{\frac{3}{2}}{s^2}$

$\therefore y_{zs}(t)=\cancel{2e^{-t}}\ 2e^{-t}\varepsilon(t)-\frac{1}{4}e^{-2t}\varepsilon(t)-\frac{7}{4}\varepsilon(t)+\frac{3}{2}t\varepsilon(t)$

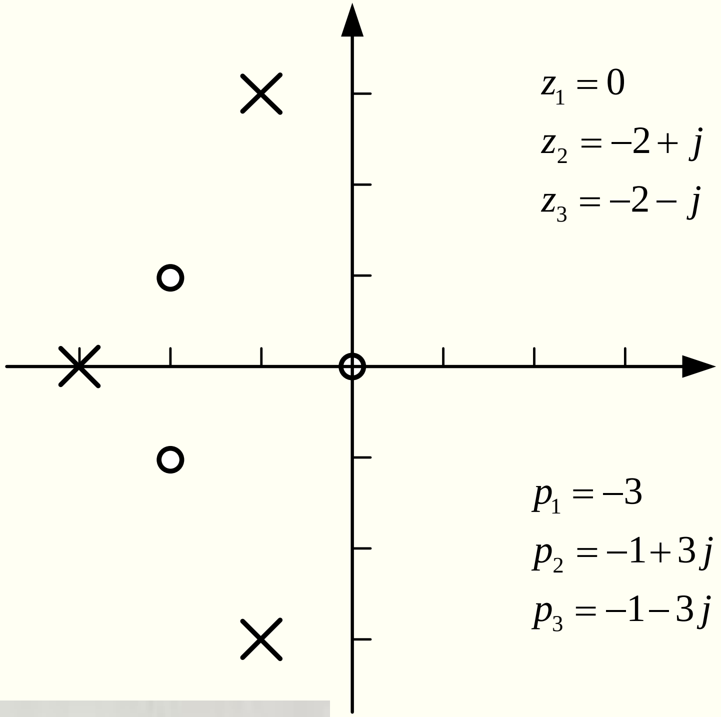
$Y_{zi}(s)=-\frac{1}{s^2+3s+2}=-\frac{1}{s+1}+\frac{1}{s+2}$

$\therefore y_{zi}(t)=-e^{-t}\varepsilon(t)+e^{-2t}\varepsilon(t)$

$\therefore y(t)=\left(e^{-t}\varepsilon(t)+\frac{3}{4}e^{-2t}\varepsilon(t)\right)+\left(\frac{3}{2}t\varepsilon(t)-\frac{7}{4}\varepsilon(t)\right)$

$\therefore y_h(t)=e^{-t}\varepsilon(t)+\frac{3}{4}e^{-2t}\varepsilon(t)$ $y_p(t)=\frac{3}{2}t\varepsilon(t)-\frac{7}{4}\varepsilon(t)$

6-14已知某LTI系统的系统函数H(s)零极点分布如下图所示,且H(∞)=5。求H(s)的表达式。



$z_1 = 0$

$z_2 = -2 + j$

$z_3 = -2 - j$

$p_1 = -3$

$p_2 = -1 + 3j$

$p_3 = -1 - 3j$

$$H(s) = \frac{Ks[(s+2)^2+1]}{(s+3)[(s+1)^2+9]}, \quad H(\infty) = \lim_{s\to\infty} \frac{Ks[(s+2)^2+1]}{(s+3)[(s+1)^2+9]} = K \Rightarrow K=5$$

$$\therefore H(s) = \frac{5s[(s+2)^2+1]}{(s+3)[(s+1)^2+9]}$$

6-15已知某因果LTI系统的系统函数为 $H(s)=\dfrac{s+6}{s^2+4s+k}$
求其为稳定系统时k的取值范围。

解：因果LTI系统为稳定系统的充要条件为所有极点均在s平面左半平面。

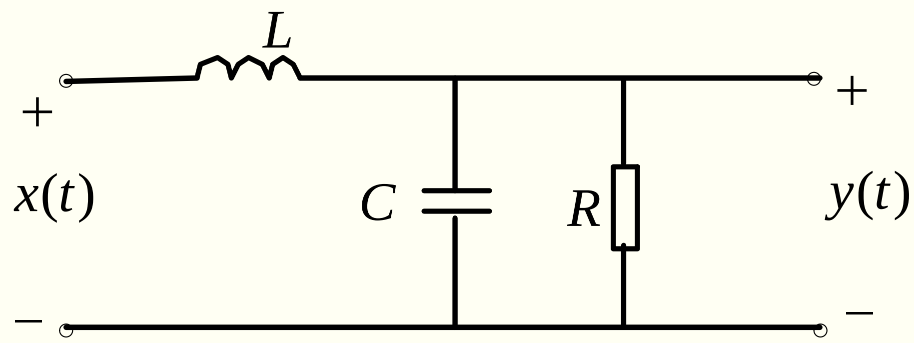
$$p_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4k}}{2}$$

①若 $4^2-4k<0$，则$p_{1,2}$一定在左半平面，故 $k>4$ 满足要求。

②若 $4^2-4k>0$，则要求 $p_{1,2}=\dfrac{-4\pm\sqrt{4^2-4k}}{2}<0$，即 $0<k\le 4$

综上可知， $k>0$

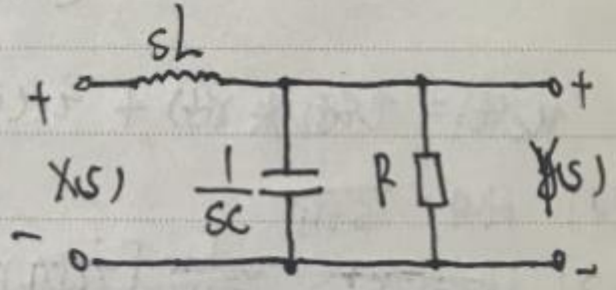
6-17 如图所示系统，输入电压为x(t)，输出电压为y(t)，起始状态为0，L=2H，C=0.1F，R=10Ω。求：（1）系统函数$H(s)=\dfrac{Y(s)}{X(s)}$；（2）画出H(s)的零极点分布图；（3）系统的单位冲激响应。



6-17

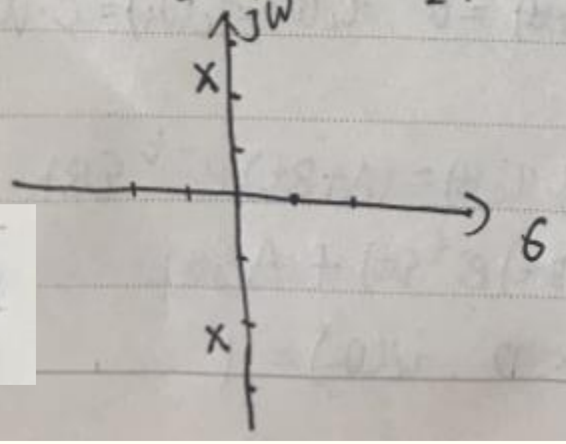
(1)

$$\frac{X(s)}{sL+(\frac{1}{sC}//R)}\cdot(\frac{1}{sC}//R)=Y(s)$$



$$\Rightarrow H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\cancel{\frac{R}{R+(L+CR)s}=\frac{5}{s^2+s+5}}\ \frac{R}{RLCs^2+Ls+R}=\frac{5}{s^2+s+5}$$

(2) $P_{1,2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{1-20}}{2}=\dfrac{-1\pm\sqrt{19}j}{2}$，无零点.

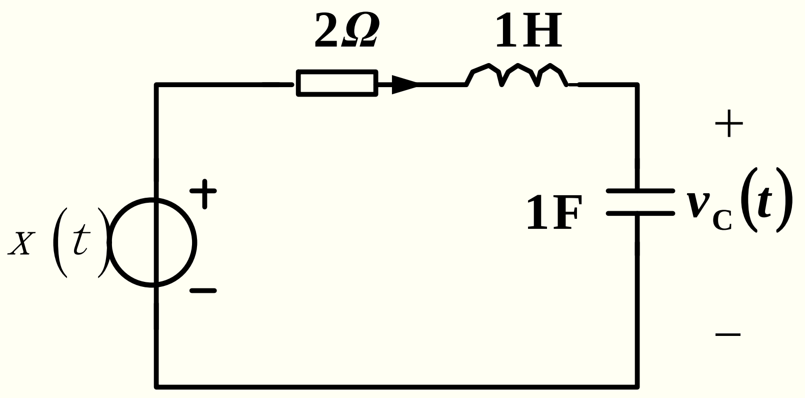


(3) $Y(s)=H(s)=\dfrac{5}{(s+\frac{1}{2})^2+(\frac{\sqrt{19}}{2})^2}\Rightarrow h(t)=\dfrac{10\sqrt{19}}{19}e^{-\frac{t}{2}}\sin(\frac{\sqrt{19}}{2}t)\varepsilon(t)$

6-18电路如图所示，t=0时刻加入输入电压为x(t)，电感和电容的起始状态分别为$i_L(0_-)$, $v_C(0_-)$，电路系统的输出为$u_C(t)$。求：

（1）求系统函数H(s)；（2）求系统单位冲激响应；

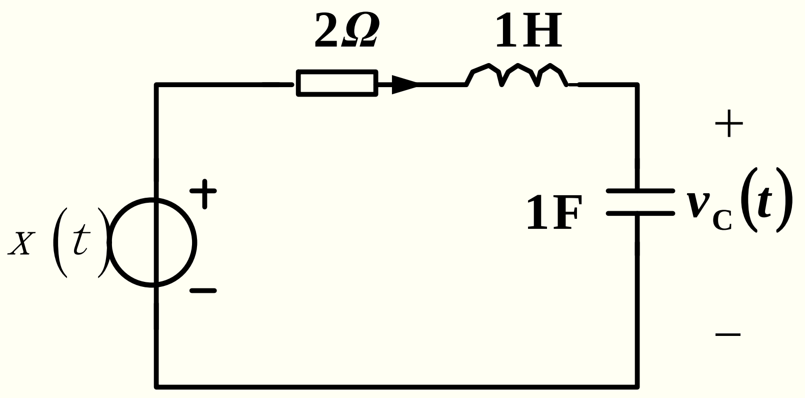
（3）求描述该系统的微分方程，若系统的零输入响应等于系统的冲激响应，系统的起始状态 $i_L(0_-)$, $v_C(0_-)$分别是多少？

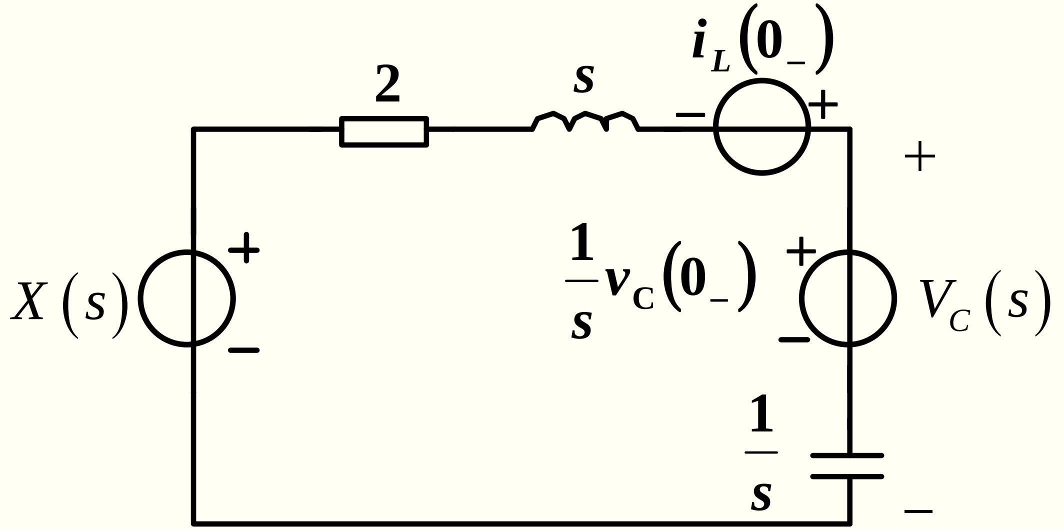


6-18电路如图所示，t=0时刻加入输入电压为x(t)，电感和电容的起始状态分别为$i_L(0_-)$，$v_C(0_-)$，电路系统的输出为$u_C(t)$。求：

（1）求系统函数H(s)；（2）求系统单位冲激响应；

（3）求描述该系统的微分方程，若系统的零输入响应等于系统的冲激响应，系统的起始状态 $i_L(0_-)$, $v_C(0_-)$分别是多少？





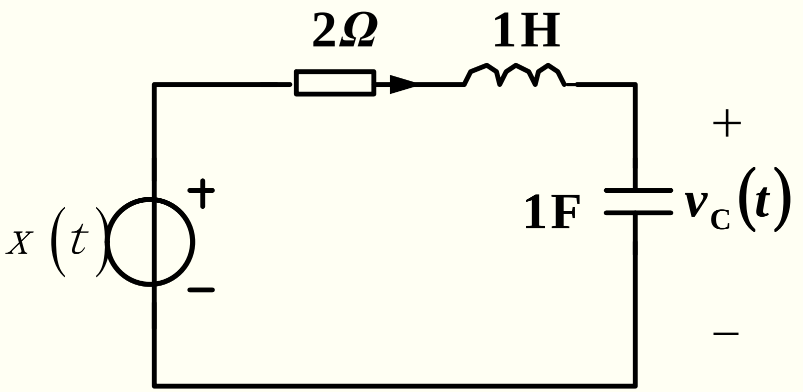
$$V_C(s)=\frac{X(s)-\frac{1}{s}v_C(0_-)+i_L(0_-)}{2+s+\frac{1}{s}}\frac{1}{s}+\frac{1}{s}v_C(0_-)=\frac{X(s)}{s^2+2s+1}+\frac{(s+2)v_C(0_-)+i_L(0_-)}{s^2+2s+1}$$

零状态响应　　　零输入响应

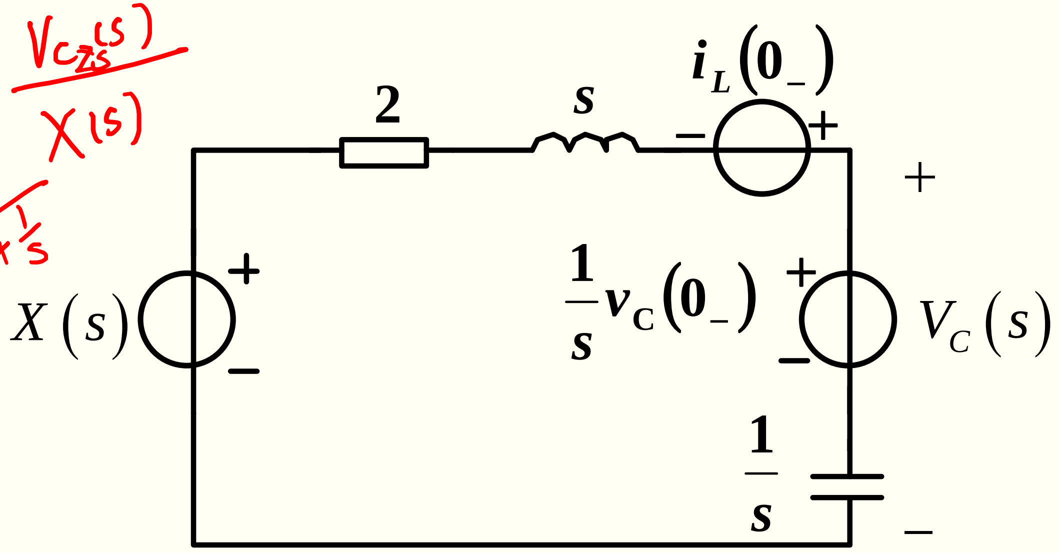
6-18电路如图所示，t=0时刻加入输入电压为x(t)，电感和电容的起始状态分别为$i_L(0_-)$, $v_C(0_-)$，电路系统的输出为$u_C(t)$。求：

（1）求系统函数H(s)；（2）求系统单位冲激响应；

（3）求描述该系统的微分方程，若系统的零输入响应等于系统的冲激响应，系统的起始状态 $i_L(0_-)$, $v_C(0_-)$分别是多少？



$H(s)=\frac{V_{Czs}(s)}{X(s)}=\frac{\frac{1}{s}}{2+s+\frac{1}{s}}$



$$\therefore H(s)=\frac{1}{s^2+2s+1}$$

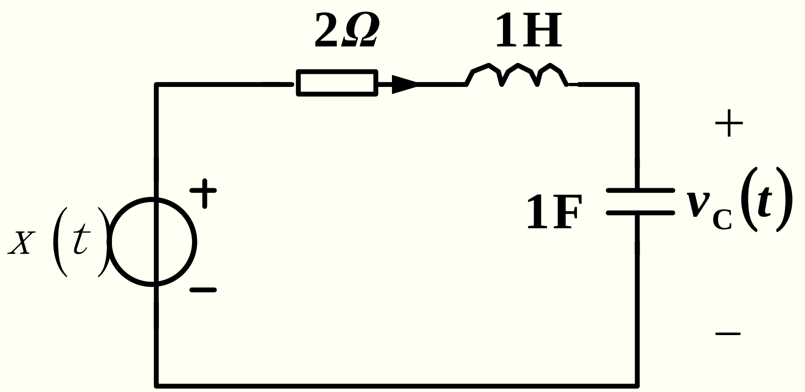
$$h(t)=\mathscr{L}^{-1}[H(s)]=te^{-t}u(t)$$

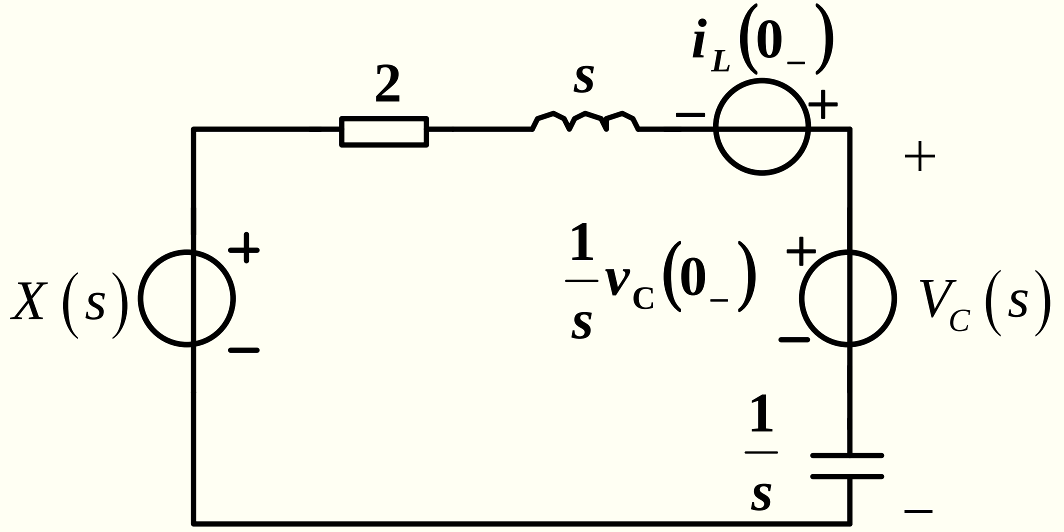
$$\therefore u_C''(t)+2u_C'(t)+u_C(t)=x(t)$$

6-18电路如图所示，t=0时刻加入输入电压为x(t)，电感和电容的起始状态分别为$i_L(0_-)$, $v_C(0_-)$，电路系统的输出为$u_C(t)$。求：

（1）求系统函数H(s)；（2）求系统单位冲激响应；

（3）求描述该系统的微分方程，若系统的零输入响应等于系统的冲激响应，系统的起始状态 $i_L(0_-)$, $v_C(0_-)$分别是多少？



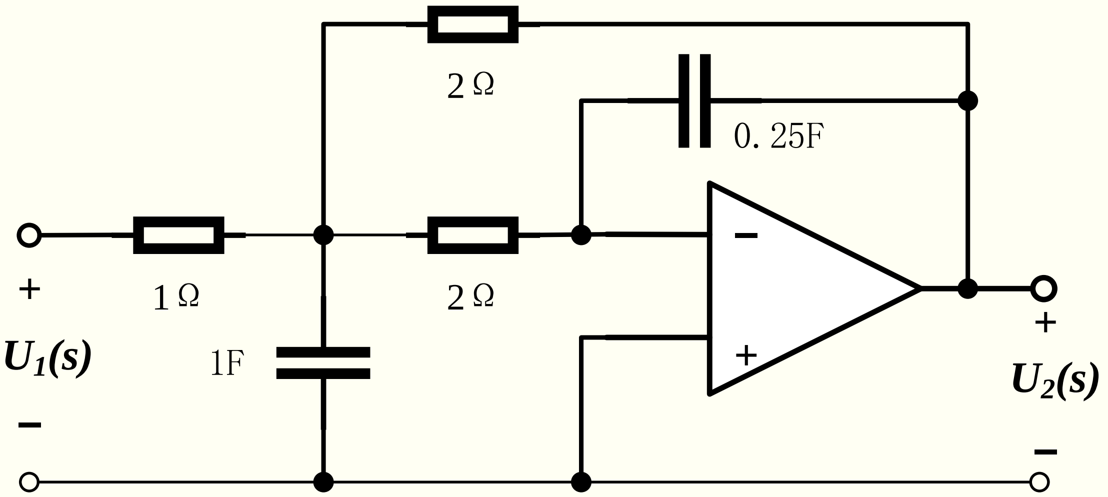


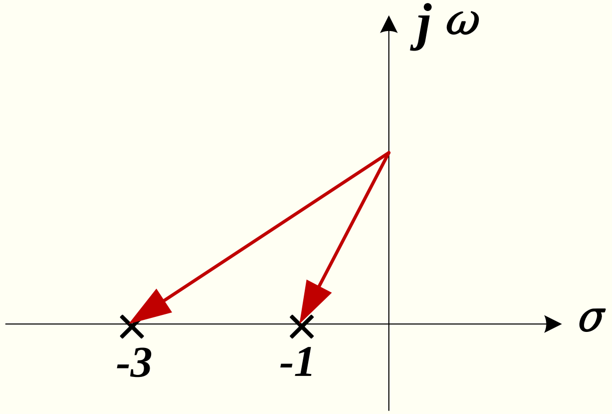
又系统的零状态响应等于系统的冲激响应

$$\frac{(s+2)v_C(0_-)+i_L(0_-)}{s^2+2s+1}=\frac{1}{s^2+2s+1}$$

$$\therefore v_C(0_-)=0, i_L(0_-)=1$$

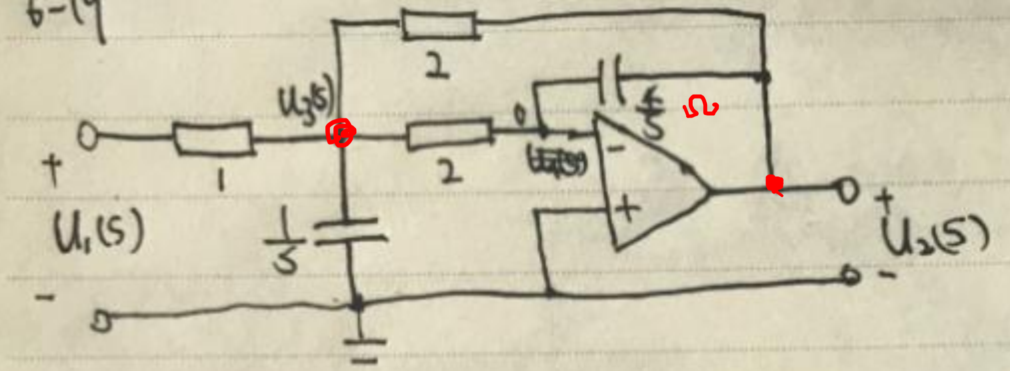
6-19 题6-19所示电路，求系统函数$H(s)=U_2(s)/U_1(s)$，并由H(s)求$H(\omega)$的幅频特性和相频特性，说明它是高通或是低通电路。





$$|H(j\omega)| = \frac{K}{A_1 A_2}$$

6-19



$$\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+s+\frac{1}{2}\right)U_3(s) - \frac{1}{1}U_1(s) - \frac{1}{2}U_2(s) = 0$$

节点电压法

$$\left(\frac{s}{4}+\frac{1}{2}\right)U_2(s) - \frac{1}{2}U_3(s) = 0$$

$$\Rightarrow (s^2+4s+3)U_2(s) = 2U_1(s) \Rightarrow H(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{2}{(s+1)(s+3)}$$

$$H(\omega) = \frac{2}{(j\omega)^2 + j4\omega + 3} = \frac{2}{3-\omega^2+j4\omega}$$

$$|H(\omega)| = \frac{2}{\sqrt{\omega^4+10\omega^2+9}}, \quad \phi(\omega) = \begin{cases} -\arctan\frac{4\omega}{3-\omega^2} & (\omega<\sqrt{3}) \\ -\pi-\arctan\frac{4\omega}{3-\omega^2} & (\omega>\sqrt{3}) \end{cases}$$

显然低通。