杭州电子科技大学学生考试卷（ ）卷

考试课程		考试日期	年 月 日	成 绩	
课程号		教师号		任课教师姓名	
考生姓名		学号（8位）		年级	专业

得分	

一、 填空题（本题共6小题，每小题3分，共18分）

1．极限 $\lim\limits_{n\to\infty} 2^n \sin\frac{x}{2^n}$ (其中x为不等于零的常数)的值等于 $\underline{x}$.

2．设函数 $f(x)=\begin{cases} e^x, & x<0, \\ a+x, & x\geq 0 \end{cases}$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 内的连续函数，则 $a=1$

3．设曲线的参数方程为 $\begin{cases} x=a\cos t, \\ y=b\sin t, \end{cases}$，则其在 $t=\frac{\pi}{4}$ 处的切线方程为 $\underline{bx+ay-\sqrt{2}ab=0}$.

4．函数 $\ln(1+x)$ 的带佩亚诺余项的 n 阶麦克劳林公式为 $\underline{x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3-\ldots+(-1)^{n-1}x^n+o(x^n)}$.

5．$\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arcsin x}=\underline{\ln|\arcsin x|+C}$

6．函数 $y=3x^4-4x^3+1$ 的拐点为 $\underline{(0,1),(\frac{2}{3},\frac{11}{27})}$.

二、 选择题（本题共8小题，每小题3分，共24分）

得分	

1．函数 $f(x)$ 在 x_0 处的某一领域内有界是 $f(x)$ 在 x_0 处极限存在的（B ）

(A)充分但非必要条件； (B)必要但非充分条件；

(C)充分必要条件； (D) 既非充分也非必要条件 .

2．设函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 的某个领域内有定义，则 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导的一个充分条件是（ D ）

（A）$\lim\limits_{h\to+\infty} h[f(a+\frac{1}{h})-f(a)]$存在，　（B）$\lim\limits_{h\to0}\frac{f(a+2h)-f(a+h)}{h}$存在，

(C) $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$存在,　（D）$\lim\limits_{h\to0}\frac{f(a)-f(a-h)}{h}$存在.

3.设在［0,1］上 $f''(x)>0$，则 $f'(0),f'(1),f(1)-f(0)$ 或 $f(0)-f(1)$ 这三个数的大小顺序为（ B ）

$(A)\, f'(1)>f'(0)>f(1)-f(0)$　$(B)\, f'(1)>f(1)-f(0)>f'(0)$

$(C)\, f(1)-f(0)>f'(1)>f'(0)$　$(D)\, f'(1)>f(0)-f(1)>f'(0)$

4．$\int f(x)dx=F(x)+C$，且 $x=at+b$ 则 $\int f(t)dt=$（ B ）

（A）$F(x)+C$；（B）$F(t)+C$；（C）$\frac{1}{a}F(at+b)+C$；（D）$F(at+b)+C$.

5．已知 $y=\sin x$，则 $y^{(10)}=$(A)

(A) $-\sin x$； (B) $-\cos x$； (C) $\sin x$； (D) $\cos x$.

6．当 $x\to0$ 时，$\arctan 3x$ 与 $\frac{ax}{\cos x}$ 是等价无穷小，则 a 为(B)

(A) 4； (B) 3； (C) 2； (D) 1 .

7. 由两条抛物线 $y^2=x$ 和 $y=x^2$ 所围的平面图形面积为(C)

(A) 1； (B) $\frac{1}{2}$ ； (C) $\frac{1}{3}$ ； (D) $\frac{1}{4}$.

8. 反常积分 $\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^p}$ 是（ A ）

（A）当 $p>1$ 收敛 ； （B）当 $p>-1$ 收敛 ；

（C）当 $p<1$ 收敛； （D）当 $p<-1$ 收敛.

三、计算题（共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分）

得分	

1． 求极限 $\lim_{x\to0}\frac{\int_{\cos x}^{1}e^{-t^2}dt}{x^2}$. .

$$\frac{1}{2e}$$

得分	

2．求由方程 $y=\tan(x+y)$ 所确定的隐函数的二阶 导数 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

得分	

3. 计算： 设 $y=e^{\arctan\sqrt{x}}$, 求 y'..

得分

4．求不定积分：$\int e^x \sin x dx.$.

得分

5. $\int \frac{1}{\sqrt{1+e^x}} dx.$

得分

得分

6. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{xdx}{1+\cos 2x}.$

7. $\int_0^a \frac{1}{x+\sqrt{a^2-x^2}}dx. \quad (a>0)$.

得分	

四、应用题[本题 9 分]

设非负函数 $f(x)$ 在$[0,1]$上满足 $xf'(x)=f(x)+\frac{3a}{2}x^2$，曲线 $y=f(x)$ 与直线 $x=1$ 及坐标轴所围图形面积为 2，

(1) 求函数 $f(x)$；(4 分)

(2) a 为何值时，所围图形绕 x 轴一周所得旋转体体积最小 ？(提示考虑$[\frac{f(x)}{x}]'=$？)(5 分)

得分	

五、综合题[本题 8 分]

设 $f(x)$ 可导，且 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ，求 $\lim\limits_{x\to+\infty}\int_x^{x+2} t\sin\frac{3}{t} f(t)dt$.

运用积分中值定理求解（定积分中值定理） 如果函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,\cdot\ b]$ 上连续, 则在积分区间 $[a,\cdot\ b]$ 上至少存在一个点 ξ, 使下式成立: $\int_a^b f(x)dx=f(\xi)(b-a)$.

证明 由性质 6 $m(b-a)\le\int_a^b f(x)dx\le M(b-a)$,各项除以 $b-a$ 得 $m\le\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx\le M$,

再由连续函数的介值定理, 在 $[a,\cdot\ b]$ 上至少存在一点 ξ, 使 $f(\xi)=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$,

于是两端乘以 $b-a$ 得中值公式 $\int_a^b f(x)dx=f(\xi)(b-a)$.

得分	

六、**证明题**［本题 6 分］

设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 证明:
至少存在一点 $\xi\in(0,1)$, 使 $f'(\xi)=2\xi[f(1)-f(0)]$.

运用柯西中值定理证明