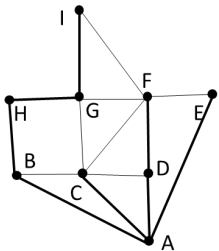


杭州电子科技大学学生考试答题卷(B)卷

考试课程	离散数学	考试日期	2018 年    月    日	成绩	
课程号	A2707040	教师号		任课教师姓名	
考生姓名		学号 (8 位)		年级	专业

一、填空题（共 20 个空格，每格 1.5 分，共 30 分）

1. 若树  $T$  有 5 个 1 度点，2 个 2 度点，其余均为 3 度点，则  $T$  有 10 个点。
2. 若解释  $I$  的个体域  $D$  仅包含一个元素，则  $\exists xP(x) \rightarrow \forall xP(x)$  的真值为 1。
3. 位串 10110001 与位串 01100101 逐位析取的结果为 11110101。
4. 设  $f, g$  是自然数集  $N$  上的函数， $\forall x \in N, f(x)=2x, g(x)=x+3$ ，则  $f \circ g(x)=$   $2(x+3)$ ，  
 $g^{-1}(\{5,7\})=$   $\{2,4\}$ 。//逆函数
5. 设  $Z_7=\{0,1,2,3,4,5,6\}$ ，则在  $(Z_7, +_7)$  中， $3^{-3}=$  5， $|5|=$  7。若  $H=\langle 2 \rangle$  是 2 生成的子群，则  $H$  中的元素有  $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ ， $[Z_7:H]=$  1。
6. 已知一有向图  $D$  的度数列  $D$  为  $(2,3,2,3)$ ，并已知出度数列  $D$  为  $(1,2,1,1)$ ，则  $D$  的入度数列  $D$  为  $(1,1,1,2)$ 。
7. 在由 4 个命题变元组成的全体命题公式中，彼此不等价的命题公式共有  $2^4$  个。



8. 在左图所示的连通图  $G$  中，粗线表示  $G$  的一棵生成树  $T$ ，则弦  $(F, G)$  所对应的基本回路是  $(F, G, H, B, A, D, F)$ ，枝  $(G, H)$  所对应的基本割集是  $\{(G, H), (G, C), (G, F), (I, F)\}$ ，图  $G$  的边连通度  $\lambda(G)=$  2，图  $G$  不是（填是或不是）欧拉图。
9. 若简单连通图  $G$  的阶为 6，且有 1 个 5 度点，1 个 3 度点，其余均为 2 度点，则该图的边数是 8，其每棵生成树必定有 5 条枝以及 3 条弦。

10. 令  $p$ ：今天下雪了， $q$ ：路滑，则命题“虽然今天下雪了，但是路不滑”可符号化为  $p \wedge \neg q$ 。

二、选择题（共 10 题，每题 1 分，共 10 分）

1. 下列性质不属于整环的是 ( B )  
A. 乘法可交换； B. 每一个非零元都有乘法逆元； C. 无零因子； D. 乘法含有单位元；
2. 下面推理正确的是 1 ( B )  
A.  $p \Rightarrow (p \wedge q)$ ； B.  $(p \vee q) \wedge \neg p \Rightarrow q$ ； C.  $(\neg p \rightarrow (p \vee q)) \Rightarrow q$ ； D.  $(p \vee q) \Rightarrow p$
3. 设  $A$  表示某个集合，则对于代数系统  $(\rho(A), \cup)$  来说，以下说法错误的是 ( D )

- A. 空集  $\emptyset$  是其单位元； B. 其构成一个交换半群； C.  $A$  是其零元； D. 其满足消去律；
4. 设  $A$  是由三个命题变元构成的命题公式，且其标准析取范式中恰有 5 个最小项，则  $A$  的成真解释有几个 ( B )  
A. 2； B. 3； C. 4； D. 5；
5. 设某个简单图  $G$  的度序列为  $(3,4,5,4,3,5)$ ，则在如下的判定中正确的个数是 ( C )  
i.  $G$  必定是连通图； ii.  $G$  是欧拉图； iii.  $G$  必定是哈密尔顿图； iv.  $\delta(G)=3$   
A. 1 个； B. 2 个； C. 3 个； D. 4 个；
6. 对于整数集合上的二元关系  $R=\{ \langle a, b \rangle : a+b=0, a, b \in Z \}$ ，以下说法正确的是 ( B )  
A.  $R$  满足自反性； B.  $R$  满足对称性； C.  $R$  满足反对称性； D.  $R$  满足传递性；
7. 设  $G$  是  $(n, m)$  连通平面图的一个平面嵌入，面数为  $k$ ，则  $k$  等于 ( A )  
A.  $m-n+2$  B.  $n-m-2$  C.  $m+n-2$  D.  $m+n+2$
8. 设  $(G, *)$  是一个  $n$  阶交换群， $e$  是其单位元， $a, b \in G, H$  是其子群，则以下 1 说法错误的是 ( B )  
A.  $H$  是  $G$  的正规子群； B.  $a$  的次数整除  $a*b$  的次数； C.  $(a*b)^{-1}=a^{-1}*b^{-1}$ ； D.  $a^n=e$
9. 设  $N, Z, R$  分别表示自然数集、整数集和实数集，下列关系中能构成函数的是 ( B )  
A.  $\{ \langle x, y \rangle | (x, y \in N) \wedge (x+y < 10) \}$ ； B.  $\{ \langle x, y \rangle | (x, y \in R) \wedge (y=x^2) \}$ ；  
C.  $\{ \langle x, y \rangle | (x, y \in R) \wedge (y^2=x) \}$ ； D.  $\{ \langle x, y \rangle | (x, y \in Z) \wedge (x \equiv y \pmod{3}) \}$ ；
10. 若  $G$  是一个  $(p, q)$  简单连通图，则以下说法中正确的是 ( C )  
A. 存在唯一的生成树； B.  $G$  中不可能存在奇数个偶点；  
C.  $\lambda(G) \leq 2q/p$ ； D.  $G$  有  $q-p+1$  条枝

三、判断题（共 10 题，每题 1 分，共 10 分）

1. 设  $A=\{0,1\}$ ，其中“0”表示假命题，“1”表示真命题，则在蕴涵运算“ $\rightarrow$ ”下，“1”是其右零元 ( × )
2. 设  $N$  表示自然数集， $Z$  表示整数集合，则  $Z$  与  $N$  等势 ( √ )
3. 谓词公式  $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x, y))$  中没有自由变元 ( × )
4. 设  $Q^*$  表示非零有理数集合，则  $(Q^*, \times)$  是一个循环群 ( × )
5. 若简单图  $G$  中有从点  $u$  到点  $v$  的两条不同的通路，则  $G$  必有回路 ( √ )
6. 非空集合  $A$  上的二元关系  $R$ ，可以既不是自反的又不是反自反的 ( √ )
7. 完全二部图  $K_{3,3}$  是欧拉图 ( × )
8. 设  $\rho(A)$  表示集合  $A$  的幂集，则  $\rho(A)$  在集合的差运算下构成一个群 ( × )
9. 设  $(R, +, \times)$  是环，则它是无零因子环当且仅当  $(R, +, \times)$  中的乘法满足消去律 ( √ )
10. 域中每个非零元素都可逆 ( √ )

- 四、用演绎推理法证明：如果今天是星期一，则要进行英语或离散数学考试。如果英语老师有会，则不考英语。今天是星期一，英语老师有会，所以进行离散数学考试。（8分）
- 五、设  $P(x)$  和  $Q(x)$  都是谓词，用演绎法证明推理式： $\forall xP(x) \rightarrow \forall xQ(x) \Rightarrow \exists x(P(x) \rightarrow Q(x))$ 。（8分）
- 六、设集合  $A = \{a, b, c\}$ ， $R$  和  $S$  分别为  $A$  上的二元关系且对应的关系矩阵分别为

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_S = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- 求：（1） $R \circ S^{-1}$  的关系矩阵  $M_{(R \circ S^{-1})}$ ；  
（2） $R \oplus S$  的关系矩阵  $M_{(R \oplus S)}$ ；  
（3） $R \cup S$  的对称闭包的关系矩阵  $M_{(R \cup S)}$ ；  
（4）若  $S'$  是  $S$  通过添加最少序偶所得的等价关系，求  $S'$  的所有等价类（共8分）

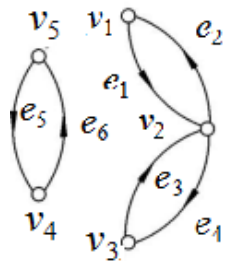
七、 $\langle \{3, 5, 9, 15, 24, 45\}, | \rangle$  是偏序集。

- 求：（1）求极大元素和极小元素。  
（2）存在最大元素吗？存在最小元素吗？如果存在，请求出。  
（3）找出子集  $\{3, 5\}$  的所有上界。如果它的上确界存在的话，求出上确界。  
（4）找出子集  $\{15, 45\}$  的所有下界。如果它的下确界存在的话，求出下确界。（8分）

八、设  $\mathbf{Z}_6 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ ，在  $\mathbf{Z}_6$  上可定义模加运算  $+_6 : i +_6 j = (i + j) \bmod 6$ ，其中  $(i + j) \bmod 6$  表示  $i + j$  除以 6 的余数，证明  $(\mathbf{Z}_6, +_6)$  构成群，并给出它的所有子群。（8分）

九、证明在任意具有  $p$  个顶点的简单二部图中，边数  $q \leq p^2/4$ 。（4分）

十、求下面有向图的邻接矩阵、可达矩阵和关联矩阵。（6分）



学生考试答题纸										
考试课程		离散数学		考试日期		2018 年 月 日		成 绩		
考生姓名		学号 (8 位)				专业				
<p>四、(8 分)</p> <p>解：设 <math>p</math>：今天星期一，<math>q</math>：进行英语考试，<math>r</math>：进行离散数学考试，<math>s</math>：英语老师有会</p> <p>则此推理可以表示为：</p> <p><math>p \rightarrow (q \vee r), s \rightarrow \neg q, p, s \Rightarrow r</math> .....1 分</p> <p>证明：(1) <math>p \rightarrow (q \vee r)</math> P规则 .....1分</p> <p>(2) <math>p</math> P规则 .....1分</p> <p>(3) <math>q \vee r</math> T规则(1)(2) .....1分</p> <p>(4) <math>s \rightarrow \neg q</math> P规则 .....1分</p> <p>(5) <math>s</math> P规则 .....1分</p> <p>(6) <math>\neg q</math> T规则(4)(5) .....1分</p> <p>(7) <math>r</math> T规则(3)(6) .....1分</p> <p>五、证明：(1) <math>\neg \exists x(P(x) \rightarrow Q(x))</math> 附加前提 .....1分</p> <p>(2) <math>\forall x P(x) \wedge \forall x \neg Q(x)</math> E规则(1) .....1分</p> <p>(3) <math>\forall x P(x), \forall x \neg Q(x)</math> T规则(2) .....1分</p> <p>(4) <math>\forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)</math> P规则 .....1分</p> <p>(5) <math>\forall x Q(x)</math> T规则(3)(4) .....1分</p> <p>(6) <math>Q(y)</math> US规则(6) .....1分</p> <p>(7) <math>\neg Q(y)</math> US规则(2) .....1分</p>										<p>(8) 0 5y T规则(6)(7) .....1分</p> <p>六、</p> <p>(1) <math>R \circ S^{-1}</math> 的关系矩阵 <math>M_{(R \circ S^{-1})}</math> 是 <math>\begin{matrix} 1 &amp; 0 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 &amp; 1 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{matrix}</math> .....2 分</p> <p>(2) <math>R \oplus S</math> 的关系矩阵 <math>M_{(R \oplus S)}</math> 是 <math>\begin{matrix} 0 &amp; 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 0 &amp; 0 \\ 1 &amp; 1 &amp; 1 \end{matrix}</math> .....2 分</p> <p>(3) <math>R \cup S</math> 的对称闭包的关系矩阵 <math>M_{S'(R \cup S)}</math> 是 <math>\begin{matrix} 1 &amp; 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 &amp; 1 \\ 1 &amp; 1 &amp; 1 \end{matrix}</math> .....2 分</p> <p>(4) 易知 <math>S'</math> 是全域关系，所以 <math>S'</math> 对应元素 <math>a, b, c</math> 的等价类为 <math>\{a, b, c\}</math> .....2 分</p> <p>七、</p> <p>(1) 极大元素为： 24, 45，极小元素为： 3, 5 .....2 分，每问各 1 分</p> <p>(2) 不存在最大元素，不存在最小元素 .....2 分，每问各 1 分</p> <p>(3) 子集 <math>\{3, 5\}</math> 的所有上界： 15, 45。上确界： 15 .....2 分，每问各 1 分</p> <p>(4) 子集 <math>\{15, 45\}</math> 所有下界： 3, 5。下确界： 不存在 .....2 分，每问各 1 分</p> <p>八、证明：</p> <p>封闭性：对 <math>\mathbf{Z}_6</math> 中任意的 <math>i, j</math>, 有 <math>i +_6 j \in \mathbf{Z}_6</math> .....1 分</p> <p>结合律：对 <math>\mathbf{Z}_6</math> 中任意的 <math>i, j, k, (i + j) + k = i + (j + k)</math>，所以有 <math>(i +_6 j) +_6 k = i +_6 (j +_6 k)</math> .....1 分</p> <p>么元：取 <math>e=0</math>，可得因为对任意 <math>x \in \mathbf{Z}, i +_6 e = e +_6 i = i</math> .....1 分</p> <p>逆元：<math>i</math> 关于 <math>*</math> 的逆元 <math>i^{-1}</math>： 因为 <math>i +_6 i^{-1} = i^{-1} +_6 i = 0, i^{-1} = 6 - i \text{ mod } 6</math> .....1 分</p> <p>综上所述，<math>\mathbf{Z}_6</math> 关于 <math>+_6</math> 构成群。</p> <p><math>\mathbf{Z}_6</math> 的所有子群为：<math>\{0\}, \{0, 3\}, \{0, 2, 4\}, \mathbf{Z}_6</math> .....4 分，每答对一个 1 分</p>

学生考试答题纸

考试课程	离散数学	考试日期	2018 年 月 日	成 绩	
考生姓名		学号（8 位）		专业	

九、证明：设二部图  $G$  为  $K_{mn}$ ，则图  $G$  的边数  $q=mn$ ，顶点数  $p=m+n$ 。 .....1 分

又因为正整数  $m$  和  $n$  满足： $m^2+n^2\geq 2mn$ ，所以 .....1 分

$p^2=(m+n)^2=m^2+n^2+2mn\geq 4mn$ ，因此 .....1 分

$q=mn\leq p^2/4$  .....1 分

十、

(1)邻接矩阵是

0	1	0	0	0
1	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	0	1	0

.....2 分

(2)可达矩阵是

1	1	1	0	0
1	1	1	0	0
1	1	1	0	0
0	0	0	1	1
0	0	0	1	1

.....2 分

(3)关联矩阵是

1	-1	0	0	0	0
-1	1	-1	1	0	0
0	0	1	-1	0	0
0	0	0	0	1	-1
0	0	0	-1	1	1

.....2 分