杭州电子科技大学学生考试卷（ A ）卷

考试课程	高等数学甲（1）		考试日期	08 年 1 月 日		成 绩	
课程号		教师号		任课教师姓名			
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	

得分	

题号	一	二	三						四	五	六
			1	2	3	4	5	6			
得分											

一、 填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1．极限 $\lim\limits_{x\to 0^+}[\ln x-\ln\sin(3x)]$的值等于________.

2．设函数 $f(x)=\begin{cases}ax+b, & x<0,\\ \ln(1+x), & x\geq 0\end{cases}$，且 $f(x)$ 在 $x=0$处可导，则 $a=$________，

$b=$__________.

2．当 $x\to 0$时，$\arctan 3x$与$\dfrac{ax}{\cos x}$是等价无穷小，则a为(　　)

(A) 4； (B) 3； (C) 2； (D) 1．

3. 已知 $y=\sin x$，则 $y^{(10)}=$(　　)

(A) $-\sin x$； (B) $-\cos x$； (C) $\sin x$； (D) $\cos x$．

4．若函数 $f(x)$ 在区间(a,b)内可导，x_1和x_2是区间(a,b)内任意两点，且$x_1<x_2$，则至少存在一点ξ，使(　　)

(A) $f(b)-f(a)=f'(\xi)(b-a)$，其中$a<\xi<b$；

(B) $f(b)-f(x_1)=f'(\xi)(b-x_1)$，其中$x_1<\xi<b$；

(C) $f(x_2)-f(x_1)=f'(\xi)(x_2-x_1)$，其中$x_1<\xi<x_2$；

(D) $f(x_2)-f(a)=f'(\xi)(x_2-a)$，其中$a<\xi<x_2$．

5．若 $f(x)$ 在某区间内(　　)，则它的原函数一定存在．

(A)极限存在； (B)连续； (C)有界； (D)有有限个间断点.

6．设函数 $F(x)=\int_0^x f(t)dt$，对自变量 x 给增量 Δx 时，函数的增量 $\Delta F(x)$ 为(　　)

(A) $\int_0^x[f(t+\Delta t)-f(t)]dt$； (B) $\int_0^{x+\Delta x}f(t)dt$；

(C) $f(x)\cdot\Delta x$； (D) $\int_0^{x+\Delta x}f(t)dt-\int_0^x f(t)dt$.

7． $y=\dfrac{1}{x}$，$y=x$及 $x=2$所围的平面图形面积为(　　)

(A) $\int_1^2(x-\dfrac{1}{x})dx$；(B) $\int_1^2(\dfrac{1}{x}-x)dx$；(C) $\int_{\frac{1}{2}}^1(y-\dfrac{1}{y})dy$；(D) $\int_0^1 xdx+\int_1^2\dfrac{1}{x}dx$.

8．函数 $f(x)=\begin{cases}x^n\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$处可导的充分必要条件是(　　)

3．设 $y=\sin(x^2)\cos\frac{1}{x}$，则 $dy=$________________.

4．设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\sin x$，则 $f'(x)=$_________________.

5．微分方程 $e^x dx-(1+e^x)dy=0$ 的通解为___________________.

6．$\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{|\ln x|}{x}dx=$________________.

得分	

二、 选择题 （本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1．函数 $f(x)$ 在 x_0 处有定义是 $f(x)$ 在 x_0 处极限存在的（ ）

(A)充分但非必要条件； (B)必要但非充分条件；

(C)充分必要条件； (D) 既非充分也非必要条件 .

(A) $n>-1$； (B) $n>0$； (C) $n>1$； (D) $n>2$.

三、计算题（共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分）

得分	

1．求极限 $\lim_{x\to 0}(\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1})$.

得分	

2．已知 $\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

得分	

3. 计算：$\int_0^{+\infty} xe^{-x^2}dx$.

得分	

4．求不定积分：$\int x\arctan(x^2)dx$.

得分	

5. 设 $f(x)=\begin{cases} xe^{-x^2}, & x\ge 0 \\ (1+e^x)^{-1}, & x<0 \end{cases}$，求 $\int_0^2 f(x-1)dx$.

得分	

6.计算：$\int_0^a \frac{1}{x+\sqrt{a^2-x^2}}dx,\quad (a>0)$.

得分	

四、应用题[本题 8 分]

设抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 通过 $(0,\ 0)$ 点，当 $0\le x\le 1$ 时，$y\ge 0$.又知它和直线 $x=1,\ y=0$ 所围成图形的面积是 $\frac{4}{9}$.试确定 $a,\ b,\ c$ 的值，使这个图形绕 Ox 轴旋转一周的旋转体的体积最小.

得分	

五、综合题[本题 8 分]

一条曲线连接两点 $A(0,1)$ 和 $B(1,0)$，且位于弦 AB 的上方，$P(x,y)$ 为曲线上任一点，已知曲线与弦 AP 之间的面积为 x^3，求曲线的方程.

得分	

六、证明题[本题 6 分]

设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上有定义，且对 $[a,b]$ 上任意两点 x,y，有 $|f(x)-f(y)|\le|x-y|$，证明：$\left|\int_a^b f(x)dx-(b-a)f(a)\right|\le\frac{1}{2}(b-a)^2$.