第二章 线性电路分析方法

第一章介绍了两类约束，即元件约束（VAR）和拓扑约束（KCL、KVL）。本章首先以两类约束为基础来构建电路的方程并求解，然后介绍体现线性电路的一些基本定理。本章介绍支路电流法、节点电压法、叠加原理、戴维南定理、诺顿定理和最大功率传递定理等方法和定理。

2.1 电路约束与方程

当电路结构和元件参数确定后，电路的约束就确定了。由电路的结构确定的约束称为拓扑约束，即 KCL 和 KVL；由元件的端口电压和端口电流关系确定的约束称为元件约束，即 VAR。通过两类约束可以列写电路方程并求解电路中的电压和电流。

图 2.1-1 所示电路包含 5 条支路、4 个节点、3 个回路和 2 个网孔。若以每条支路的电压和电流为变量来列写方程，需要 10 个独立的方程。

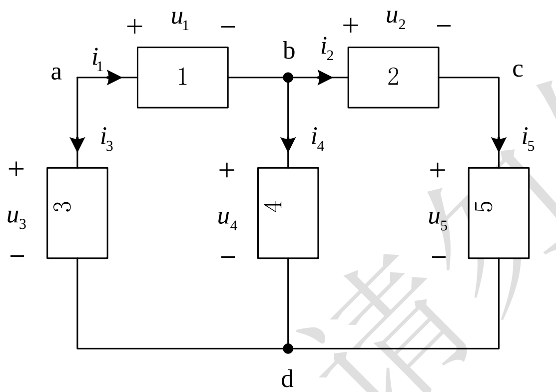


图 2.1-1 电路的约束

在 1.5 节中对图 2.1-1 所示电路的 KCL 方程和 KVL 方程进行了分析。发现，根据 4 个节点可以列写 4 个 KCL 方程，但是独立且完备的 KCL 方程数为 3 个，对应的 3 个节点称为独立节点；而根据 3 个回路可以列写 3 个 KVL 方程，但是独立且完备的 KVL 方程数为 2 个（网孔数）。另外，还有 5 个元件各自独立的 VAR 方程。这 10 个独立的方程就可以求解出图 2.1-1 所示电路中的所有电压和电流。

一般情况下，对于含有 b 条支路、n 个节点的平面电路，具有以下结论：

（1）完备且独立的 KCL 方程数为 n-1 个（独立节点数）；

（2）完备且独立的 KVL 方程数为 b-（n-1）个（等于网孔数）。

再加上 b 条支路的 b 个独立的 VAR 方程，总共可以列写 2b 个独立且完备的方程。这种利用两类约束列写 2b 个独立且完备的方程来求解电路中电压电流的方法称为 2b 法。2b 法是电路分析中最基本的方法，但是因为变量较多而比较复杂。支路电流法和节点电压法是基于 2b 法但是进行了简化的方法，将在 2.2 节和 2.3 节进行介绍。

2.2 支路电流法

支路电流法是以支路电流为变量，依据基尔霍夫定律（KCL、KVL）和元件的伏安关系（VAR）来列写方程并求解的方法。支路电流法的一般步骤为：

（1）标注 b 条支路的支路电流，并确定其参考方向；

（2）列写 n-1 个独立节点的 KCL 方程；

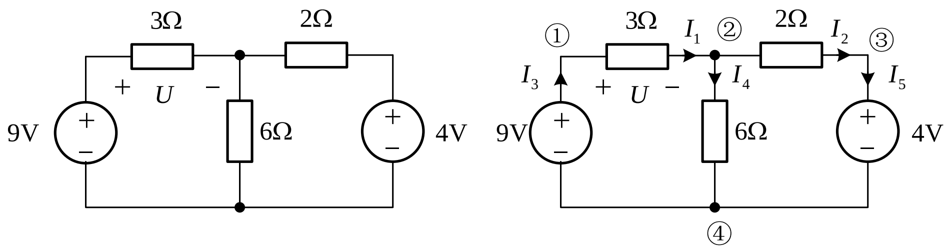
（3）利用 VAR，列写以支路电流为变量的 b-（n-1）个网孔的 KVL 方程；

（4）若电路中含有受控源，且受控源不是支路电流，需要根据受控源的控制变量增加附加方程；

（5）根据方程组求解所有支路电流；

（6）根据支路电流求得其它待求量。

例 2.2-1 求如图 2.2-1（a）所示电路中的各支路电流和电压 *U*。



(a)　　　　　　(b)

图 2.2-1 例 2.2-1 的图

解 标注各支路电流和节点如图 2.2-1（b）所示。该电路包含 4 节点，任意选取其中的 3 个节点作为独立节点（例如节点①、②和③），并列写 KCL 方程为

$$\begin{cases} I_1 - I_3 = 0 \\ -I_1 + I_2 + I_4 = 0 \\ -I_2 + I_5 = 0 \end{cases}$$

该电路包含 2 个网孔，因此有两个独立的 KVL。根据 VAR，利用支路电流来表示支路电压，例如 3Ω 电阻上的电压$U = 3I_1$，列写以支路电流为变量的网孔 KVL 方程为

$$\begin{cases} 3I_1 + 6I_4 - 9 = 0 \\ -6I_4 + 2I_2 + 4 = 0 \end{cases}$$

解得

$$I_1 = \frac{4}{3}\text{A}，\ I_2 = \frac{1}{2}\text{A}，\ I_3 = \frac{4}{3}\text{A}，\ I_4 = \frac{5}{6}\text{A}，\ I_5 = \frac{1}{2}\text{A}$$

利用支路电流 I_1 可以计算得到电压 *U* 为

$$U = 3I_1 = 4\text{V}$$

本例中，9V 电压源与 3Ω 电阻的串联也可以看成一个整体的支路，这时仅需要设一个支路电流就可以了；类似地，4V 电压源与 2Ω 电阻的串联也可以看成一个整体的支路，并仅需设一个支路电流。这样做，可以减少变量和方程的数目。

例 2.2-2 求图 2.2-2 所示电路的各支路电流 I_1 和 I_2。

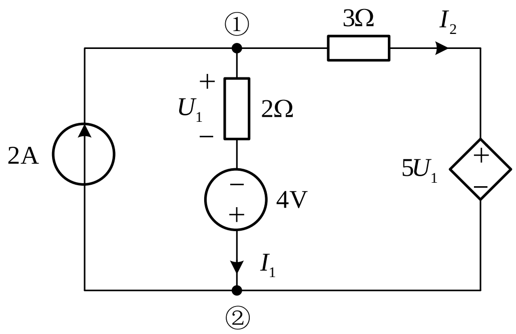


图 2.2-2 例 2.2-2 的图

解 将 4V 电压源与 2Ω 电阻的串联、受控源与 3Ω 电阻的串联均看成一个整体的支路，则

高教出版·请勿外传

电路仅有一个独立节点，列写节点①的 KCL 方程为

$$I_1+I_2-2=0$$

对右侧的网孔列写 KVL 为

$$3I_2+5U_1+4-2I_1=0$$

根据受控源的控制变量U_1增加附加方程为

$$U_1=2I_1$$

解得

$$I_1=-2\text{A}，\ I_2=4\text{A}$$

与支路电流法类似的方法还有支路电压法，是以支路电压为变量，依据基尔霍夫定律（KCL、KVL）和元件的伏安关系（VAR）来列写方程并求解的方法，与支路电流法类似，这里不再赘述。

2.3 节点电压法

选取电路中的一个节点作为参考节点（电位为零，用符号“⊥”表示），其他节点与参考节点之间的电压降称为该节点的节点电压，可见，除去参考节点后，其余的节点是独立的节点。以节点电压为变量列写 KCL 方程并求解的方法称为节点电压法。

图 2.3-1 所示电路中共有 4 个节点，选取节点④作为参考节点，设其余节点的节点电压分别U_{n1}、U_{n2}和U_{n3}。可见，各支路的支路电压均可用节点电压来表示，例如$U_1=U_{n1}-U_{n3}$；各支路的支路电流也可以用节点电压来表示，例如$I_1=G_1\left(U_{n1}-U_{n3}\right)$。

基于节点电压的 KVL 是恒成立的。例如，在图 2.3-1 中，对于 G_1、G_2、G_3 构成的网孔，利用节点电压表示的 KVL 方程为：$\left(U_{n1}-U_{n3}\right)+\left(U_{n3}-U_{n2}\right)+\left(U_{n2}-U_{n1}\right)\equiv 0$。因此，节点电压法只能利用 KCL 和元件的 VAR 来列写方程。

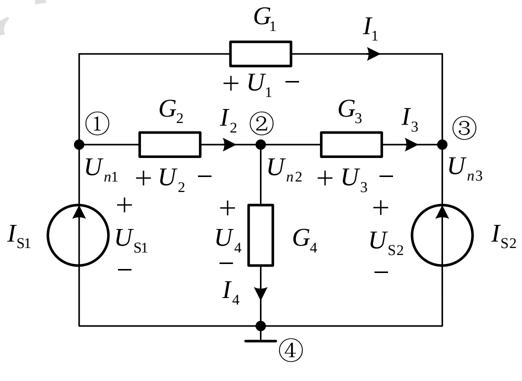


图 2.3-1 节点电压法电路图

以支路电流为变量列写独立节点①、②和③KCL 方程为

$$
\begin{aligned}
&\text{节点①：} I_1 + I_2 - I_{\text{S1}} = 0 \\
&\text{节点②：} -I_2 + I_3 + I_4 = 0 \\
&\text{节点③：} -I_1 - I_3 - I_{\text{S2}} = 0
\end{aligned}
\tag{2.3-1}
$$

用节点电压来表示支路电流 I_1、I_2 和 I_3，即，$I_1 = G_1\left(U_{n1} - U_{n3}\right)$、$G_2\left(U_{n1} - U_{n2}\right)$ 和 $G_3\left(U_{n2} - U_{n3}\right)$，就可以整理得到以节点电压为变量的 KCL 方程为

$$
\begin{aligned}
&\text{节点①：}\left(G_1 + G_2\right)U_{n1} - G_2U_{n2} - G_1U_{n3} = I_{\text{S1}} \\
&\text{节点②：} -G_2U_{n1} + \left(G_2 + G_3 + G_4\right)U_{n2} - G_3U_{n3} = 0 \\
&\text{节点③：} -G_1U_{n1} - G_3U_{n2} + \left(G_1 + G_3\right)U_{n3} = I_{\text{S2}}
\end{aligned}
\tag{2.3-2}
$$

可见，式（2.3-2）各方程具有一定规律，以节点①的 KCL 方程为例：U_{n1} 前面的系数是与该节点直接相连的电导之和；U_{n2} 前面的系数是节点①和节点②之间公有电导之和的负值；U_{n3} 前面的系数是节点①和节点③之间公有电导之和的负值；等式右侧为流入节点①的电流源电流的代数和。因此，对于 n 个独立节点的电路，其节点电压方程可以表示为

$$
\begin{cases}
G_{11}U_{n1} + G_{12}U_{n2} + \cdots + G_{1n}U_{nn} = I_{\text{SS1}} \\
G_{21}U_{n1} + G_{22}U_{n2} + \cdots + G_{2n}U_{nn} = I_{\text{SS2}} \\
\qquad\qquad\qquad \vdots \\
G_{n1}U_{n1} + G_{n2}U_{n2} + \cdots + G_{nn}U_{nn} = I_{\text{SS}n}
\end{cases}
\tag{2.3-3}
$$

式（2.3-3）中，U_{ni} 为各独立节点的节点电压；G_{ii} 为节点 i 的自电导，其值是与该节点直接相连的电导之和；$G_{ij}\left(i \neq j\right)$ 为节点 i 和节点 j 之间的互电导，其值为节点 i 和节点 j 之间公有电导之和的负值；$I_{\text{SS}i}$ 为流入节点 i 的电流源电流的代数和，即，若相关电流源是流入该节点的，其值前符号为正，反之，其值前符号为负。

一般情况下，节点电压法分析电路的步骤如下：

（1）标出参考节点和其他各节点，并设定节点电压；

（2）计算自电导和互电导并列写节点电压方程；

（3）求解方程组得到各个节点电压；

（4）利用节点电压求解其它待求量。

节点电压法求解电路的过程中需要注意以下问题：

（1）若电路中有一个电压源，可设电压源的负极所在节点为参考节点，直接得到电压源正极所在节点的节点电压；

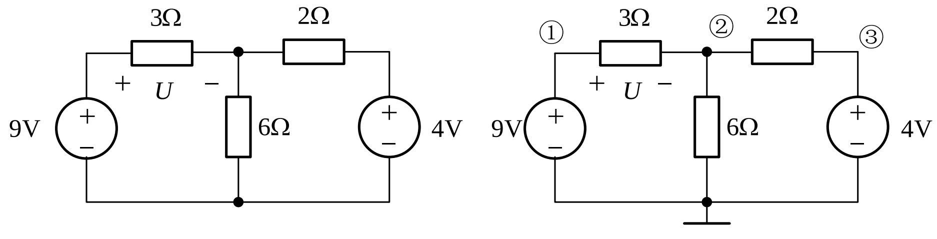
（2）若电路中有多个电压源且依次连接，可设其中一个电压源的一极所在节点作为参考节点，依次直接得到其他各电压源直接相关的节点的节点电压；

（3）若电路中有多个电压源但相互间不直接相连，则只能设其中一个电压源的负极所在节点为参考节点，并直接得到该电压源正极所在节点的节点电压，而其他的电压源需要通过增加辅助变量和附加方程来处理；

清华大学出版社 版权所有 请勿外传

（4）若电路中含有受控源，先把受控源当做独立源处理，若受控源的控制变量不是节点电压，需要增加关于控制量和节点电压关系的附加方程。

例 2. 3−1 利用节点电压法计算图 2.3-2（a）所示电路中的电压 U。



(a)　　　　(b)

图 2.3-2 例 2.3-1 的图

解 对于一个电压源的电路，一般取电压源的负极所在节点作为参考节点，从而可以直接得到电压源正极所在节点的节点电压；对于存在多个电压源且这多个电压源是依次连接的电路，一般取其中一个电压源的一极所在节点作为参考节点，从而可以直接得到其他与各电压源直接相关的节点的节点电压。本例中取两个电压源的公共端作为参考节点，如图 2.3-2（b）所示，可以直接得到节点①和③的节点电压分别为$U_{n1}=9\text{V}$和$U_{n3}=4\text{V}$，且仅需列写节点②的节点电压方程就可以了。

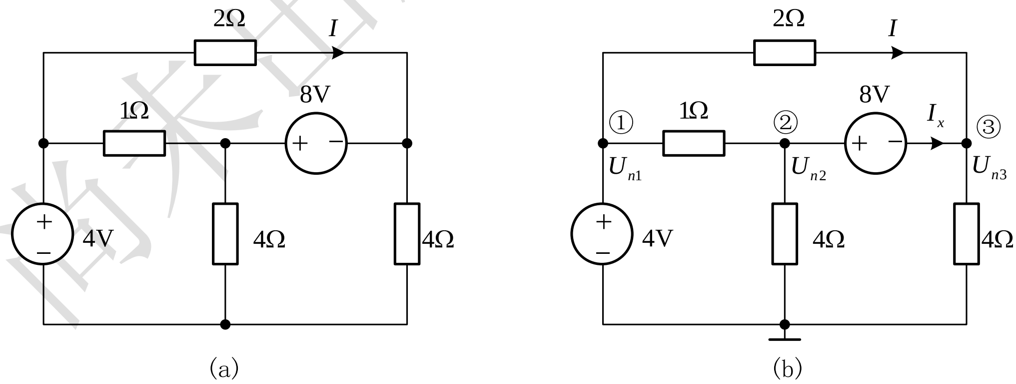
$$\text{节点②：}\quad -\frac{1}{3}U_{n1}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)U_{n2}-\frac{1}{2}U_{n3}=0$$

解得

$$U_{n2}=5\text{V}，U=U_{n1}-U_{n2}=9-5=4\text{V}$$

本例同例 2.2-1，节点电压法相较于支路电流法简单很多。

例 2. 3−2 利用节点电压法计算图 2.3-3（a）所示电路中的电流 I。



(a)　　　　(b)

图 2.3-3 例 2.3-2 的图

解 本例中有两个电压源，但是这两个电压源没有公共端。一般设其中一个电压源的负极所在节点作为参考节点，从而直接得到该电压源正极所在节点的节点电压，如图 2.3-3（b）所示，设 4V 电压源的负极所在节点为参考节点，则有节点①的节点电压为$U_{n1}=4\text{V}$；为了列写节点②和③的 KCL 方程，需要增加辅助变量 I_x，并将其视为该支路提供的电流源；最后要添加附加方程$U_{n2}-U_{n3}=8\text{V}$。列写各节点电压方程为

尚米出版，请勿外传

$$
\begin{cases}
U_{n1}=4\text{V} \\
-\dfrac{1}{1}U_{n1}+\left(\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{4}\right)U_{n2}=-I_x \\
-\dfrac{1}{2}U_{n1}+\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}\right)U_{n3}=I_x
\end{cases}
$$

附加方程为

$$U_{n2}-U_{n3}=8\text{V}$$

解得

$$U_{n1}=4\text{V}，U_{n2}=6\text{V}，U_{n3}=-2\text{V}$$

可得

$$I=\left(U_{n1}-U_{n3}\right)/2=\left(4-(-2)\right)/2=3\text{A}$$

例 2.3−3 利用节点电压法计算如图 2.3-4（a）所示电路的电压 U 和受控源的功率。

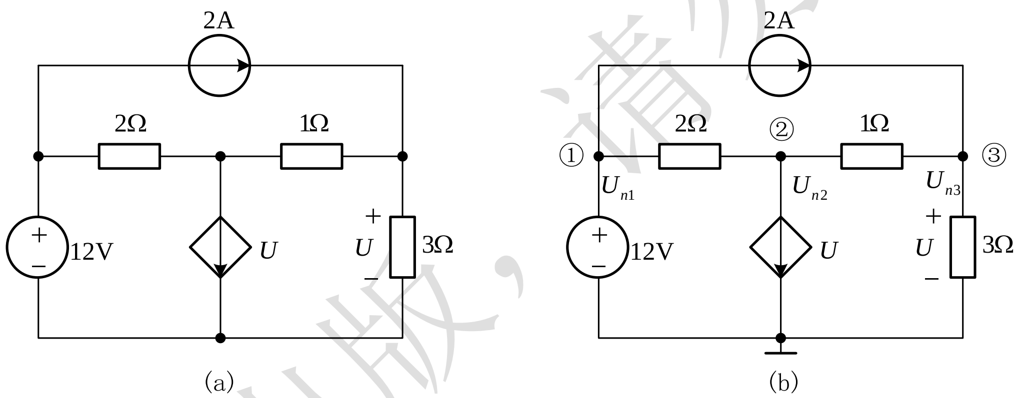


图 2.3-4 例 2.3-3 的图

解 选择 12V 电压源的负极所在的节点为参考节点，如图 2.3-4（b）所示，可得节点电压方程为

$$
\begin{cases}
U_{n1}=12\text{V} \\
-\dfrac{1}{2}U_{n1}+\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{1}\right)U_{n2}-\dfrac{1}{1}U_{n3}=-U \\
-\dfrac{1}{1}U_{n2}+\left(\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{3}\right)U_{n3}=2\text{A}
\end{cases}
$$

根据受控源的控制量与节点电压之间的关系增加附加方程为

$$U=U_{n3}-0$$

解得

$$U_{n1}=12\text{V}，U_{n2}=4\text{V}，U_{n3}=4.5\text{V}$$

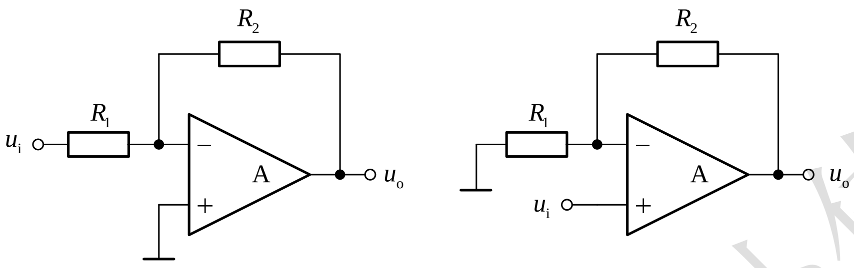
可得

尚未出版，请勿外传

$$U = U_{n3} = 4.5\text{V}$$

$$P_{受控源} = \left(U_{n2} - 0\right)U = 18\text{W}$$ （吸收 18W）

例 2. 3−4 图 2.3-5（a）所示为反相放大器，图 2.3-5（b）所示为同相放大器和，求输入输出关系。



(a)反相放大器　　　　(a)同相放大器

图 2.3-5 例 2.3-4 的图

解 （a）由运算放大器的特性可知：$i_+ = i_- = 0$，电路的节点电压方程为

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)u_- - \frac{1}{R_1}u_i - \frac{1}{R_2}u_o = 0$$

由于$u_+ = u_-$，而$u_+ = 0$，可得

$$u_o = -\frac{R_2}{R_1}u_i$$

即，反相放大器同时具有放大和反相作用。

（b）由运算放大器的特性可知： $i_+ = i_- = 0$，电路的节点电压方程为

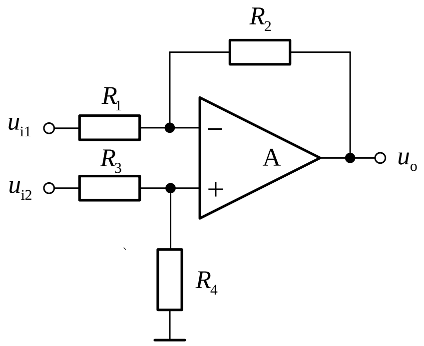
$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)u_- - \frac{1}{R_2}u_o = 0$$

由于$u_+ = u_i$，可得

$$u_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)u_i$$

例 2. 3−5 求差电路如图 2.3-6 所示，求其输入输出关系。

尚未出版，请勿外传



题图 2.3-6 例 2.3-5 的图

解 由运算放大器特性可知：$i_+ = i_- = 0$，电路的节点电压方程为

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)u_- - \dfrac{1}{R_1}u_{\mathrm{i1}} - \dfrac{1}{R_2}u_{\mathrm{o}} = 0 \\ \left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}\right)u_+ - \dfrac{1}{R_3}u_{\mathrm{i2}} = 0 \end{cases}$$

由于$u_+ = u_-$，解得

$$u_{\mathrm{o}} = \frac{R_1+R_2}{R_1}\frac{R_4}{R_3+R_4}u_{\mathrm{i2}} - \frac{R_2}{R_1}u_{\mathrm{i1}}$$

可见，若满足$\dfrac{R_2}{R_1}=\dfrac{R_4}{R_3}=k$，则求差电路的输入输出关系式为

$$u_{\mathrm{o}} = k\left(u_{\mathrm{i2}} - u_{\mathrm{i1}}\right)$$

2.4 线性电路的性质

由线性电阻、线性受控源和独立源等线性元件组成的电路称为线性电路。线性电路具有线性性质，包含比例性和叠加性。

比例性也称齐次性，是指当线性电路仅含一个独立源时，电路中的电压（或电流）与独立源呈比例关系。

线性电路的叠加性，一般用叠加原理来表述。叠加原理：在线性电路中，多个独立源共同作用下的电压（或电流）等于各个独立源单独作用下电压（或电流）的代数和。

叠加原理分析电路的一般步骤为

（1）取其中一个独立源单独作用，将其他独立源置零（电压源置零用短路线代替，电流源置零用开路代替），画出该独立源单独作用下的电路图，并求解出该独立源单独作用下的电压（或电流）；

（2）对其余独立源重复步骤（1）；

（3）将各个独立源单独作用下的电压（或电流）进行代数求和，得到总的电压（或电流）。

应用叠加原理需要注意以下两个问题：

（1）若电路中含有受控源，受控源不能单独作用，应始终保持在电路中；

（2）叠加原理仅适用于求解电路中的电压和电流，不适用于功率的计算，这是因为功率与独立源之间不满足线性关系。

例 2. 4−1 利用叠加原理计算图 2.4-1（a）所示电路中的电流 I。

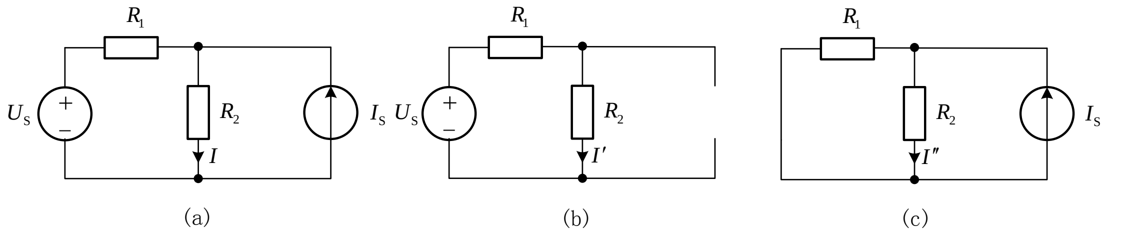


图 2.4-1 例 2.4-1 的图

解 该电路包含两个独立源，画出电压源单独作用下和电流源单独作用下的电路图，分别如图 2.4-1（b）和（c）所示。利用图 2.4-2（b）计算得到电压源 U_S 单独作用下的响应

$$I' = \frac{1}{R_1 + R_2} U_S$$

利用图 2.4-2（c）计算得到电流源 I_S 单独作用下的响应

$$I'' = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_S$$

利用叠加原理可得

$$I = I' + I'' = \frac{1}{R_1 + R_2} U_S + \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_S \qquad (2.4\text{-}1)$$

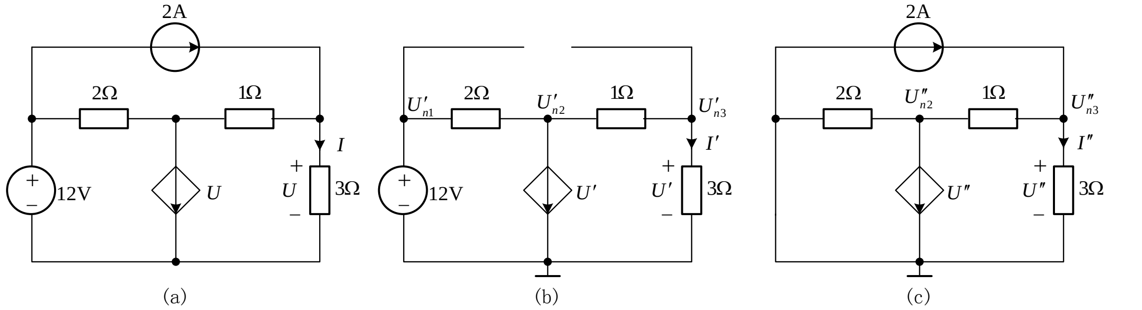
读者可以通过节点电压法直接求解原电路来验证结果的正确性。令式（2.4-1）中 $I_S = 0$（电流源置零），所得结果为电压源单独作用的结果 I'；令式（2.4-1）中 $U_S = 0$（电压源置零），所得结果为电流源单独作用的结果 I''，由此可以来说明叠加原理的有效性。

如果电压源改为原来的 k_1 倍，即 $k_1 U_S$；电流源改为原来的 k_2 倍，即 $k_2 I_S$，由式（2.4-1）可得此时的电流 I 为

$$I = \frac{1}{R_1 + R_2} k_1 U_S + \frac{R_1}{R_1 + R_2} k_2 I_S = k_1 I' + k_2 I''$$

可见，各独立源单独作用下的电流与独立源呈比例关系，这就是所谓的线性电路的比例性。

例 2. 4−2 利用叠加原理计算如图 2.4-2（a）所示电路中的 3Ω 电阻的功率。



尚来出版，请勿外传

图 2.4-2 例 2.4-2 的图

解 本例电路中含有受控源，受控源不能单独作用，应始终保持在电路中。电压源和电流源单独作用的电路图如图 2.4-2（b）和（c）所示，并设置相应节点电压。为求解 3Ω 电阻的功率，需先求解 3Ω 电阻上的电压和电流

（1）12V 电压源单独作用时，节点电压方程为

$$\begin{cases} U'_{n1} = 12\text{V} \\ -\dfrac{1}{2}U'_{n1} + \left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{1}\right)U'_{n2} - \dfrac{1}{1}U'_{n3} = -U' \\ -\dfrac{1}{1}U'_{n2} + \left(\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{3}\right)U'_{n3} = 0 \end{cases}$$

附加方程为$U' = U'_{n3}$，解得

$$U'_{n1} = 12\text{V}，U'_{n2} = 4\text{V}，U'_{n3} = 3\text{V}，U' = 3\text{V}$$

可得 $I' = U'/3 = 1\text{A}$。

（2）2A 电流源单独作用时，节点电压方程为

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{1}\right)U''_{n2} - \dfrac{1}{1}U''_{n3} = -U'' \\ -\dfrac{1}{1}U''_{n2} + \left(\dfrac{1}{1}+\dfrac{1}{3}\right)U''_{n3} = 2 \end{cases}$$

附加方程为$U'' = U''_{n3}$，解得

$$U''_{n2} = 0，U''_{n3} = \frac{3}{2}\text{V}，U'' = \frac{3}{2}\text{V}$$

可得 $I'' = \dfrac{U''}{3} = \dfrac{1}{2}\text{A}$。

（3）利用叠加原理可得

$$U = U' + U'' = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}\text{V}$$

$$I = I' + I'' = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}\text{A}$$

3Ω 电阻的吸收的功率为

$$P_{3\Omega} = UI = \frac{9}{2}\times\frac{3}{2} = \frac{27}{4}\text{W}（吸收\frac{27}{4}\text{W}）$$

12V 电压源单独作用下 3Ω 电阻的吸收功率为 $P'_{3\Omega} = U'I' = 3\times 1 = 3\text{W}$，2A 电流源单独作用下 3Ω 电阻的吸收功率为 $P''_{3\Omega} = U''I'' = \dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{4}\text{W}$。可见，$P_{3\Omega} \neq P'_{3\Omega} + P''_{3\Omega}$，即功率不符合叠加原理。

例 2. 4−3 反相求和电路如图 2.4-3（a）所示，求其输入输出关系。

尚未出版，请勿外传

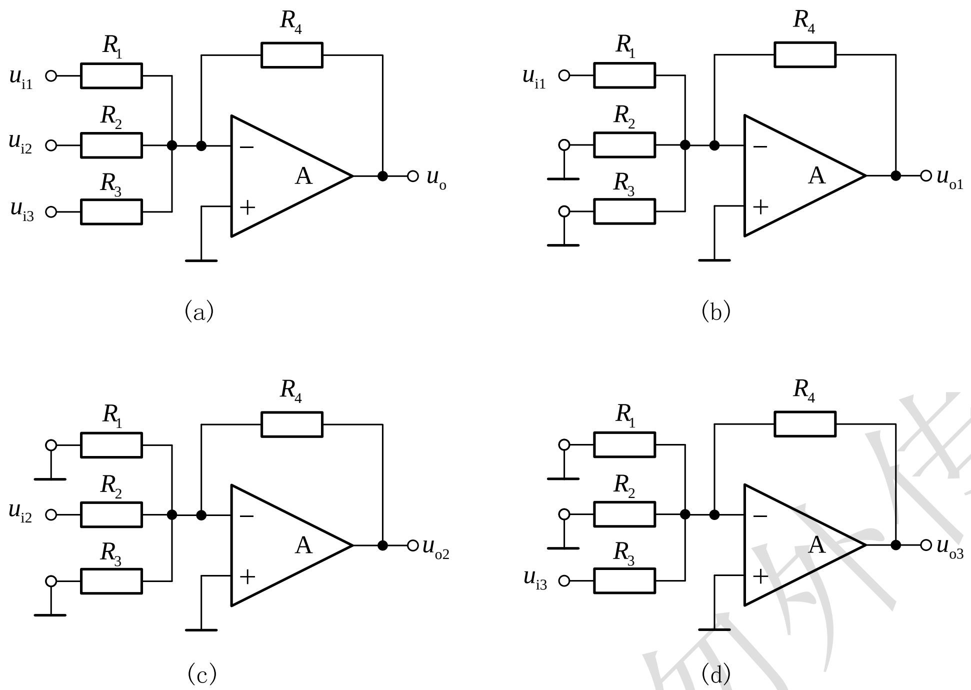


图 2.4-3 例 2.4-3 的图

解 u_{i1}、u_{i2} 和 u_{i3} 分别单独作用的电路如图 2.4-3（b）、（c）和（d）所示。利用例 2.3-4 的结果可得

$$u_{o1}=-\frac{R_4}{R_1}u_{i1}，\quad u_{o2}=-\frac{R_4}{R_2}u_{i2}，\quad u_{o3}=-\frac{R_4}{R_3}u_{i3}$$

利用叠加原理可得

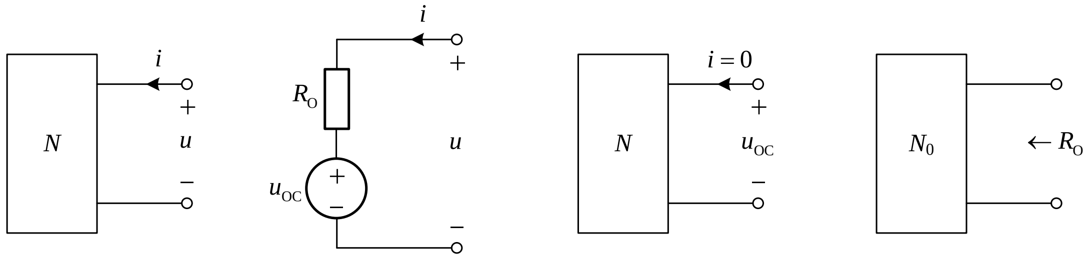
$$u_o=u_{o1}+u_{o2}+u_{o3}=-\frac{R_4}{R_1}u_{i1}-\frac{R_4}{R_2}u_{i2}-\frac{R_4}{R_3}u_{i3}$$

2.5 戴维南定理和诺顿定理

在 1.6 节的例 1.6-1 中，先将所求支路外的单口网络化简至最简形式，再计算待求量，从而简化计算过程。除了 1.6 节介绍的通过等效变换方法来得到单口网络的最简形式，更为通用的方法有戴维南定理和诺顿定理。

戴维南定理：对外电路而言，线性有源单口网络 N（图 2.5-1（a）所示）总可以用一个理想电压源 u_{OC} 和电阻 R_O 的串联来等效，该电路称为戴维南等效电路，如图 2.5-1（b）所示。其中 u_{OC} 为该单口网络 N 的端口开路电压，如图 2.5-1（c）所示；R_O 为无源单口网络 N_0（单口网络 N 中的所有独立源置零）的等效电阻，如图 2.5-1（d）所示。

高校出版，请勿外传



(a)　(b)　(c)　(d)

图 2.5-1 含源单口网络及其戴维南等效电路

求解戴维南等效电路的步骤一般如下：

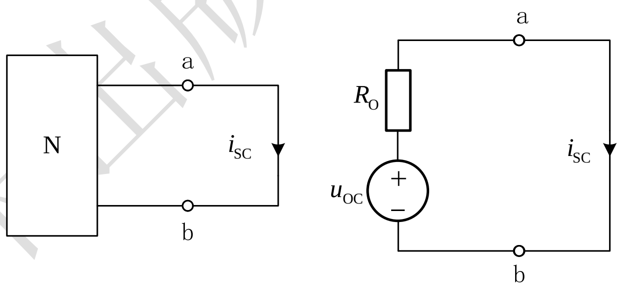
（1）求开路电压 u_{OC}；

（2）求等效电路 R_O。

计算等效电阻 R_O 的方法一般有三种：

（1）利用等效变换化简得到：将单口网络 N 内的独立源置零得到无源单口网络 N_0，利用等效变换（如串并联等效、Y-△等效）得到 N_0 的等效电阻，该方法不适合含有受控源的电路；

（2）开路电压-短路电流法：先求解含源单口网络 N 的开路电压 u_{OC}，如图 2.5-1（c）所示，再求解含源单口网络 N 的短路电流 i_{SC}，如图 2.5-2（a）所示，其等效电路如图，2.5-2（b）所示，最后利用 $R_O = u_{OC} / i_{SC}$ 得到等效电阻。

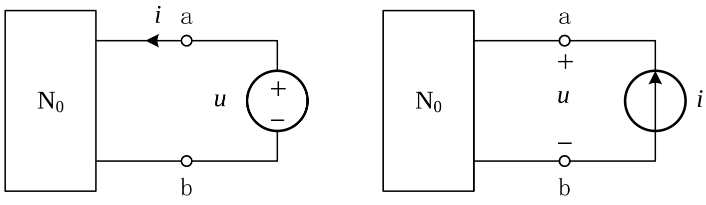


（a）求短路电流　（b）求短路电流时的等效电路

图 2.5-2 开路电压-短路电流法求 R_O

（3）外施电源法：将单口网络 N 内的独立源置零得到无源单口网络 N_0，并在其端口外接一电源，设置电压 u 和电流 i（u 和 i 关于单口网络呈关联参考方向），如图 2.5-3 所示，构建单口网络的 VAR，并利用 $R_O = u / i$，计算单口网络的等效电阻。

尚未出版，请勿外传



（a）外施电压源法　　（b）外施电流源法

图 2.5-3 外施电源法求 R_O

例 2.5-1 利用戴维南等效电路分别计算如图 2.5-4（a）所示电路在负载电阻 R_L 为 3Ω 和 4Ω 时的电流 I_L。

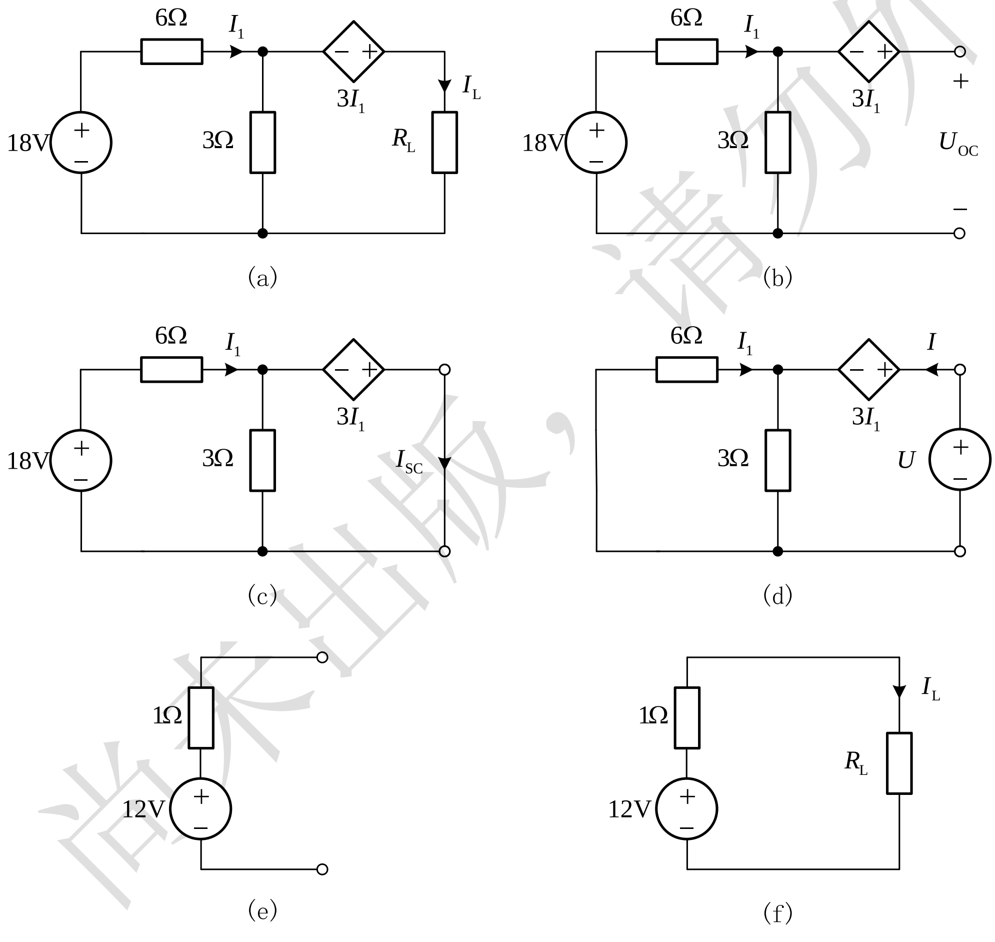


图 2.5-4 例 2.5-1 的图

解 先计算去除 R_L 后的单口网络（如图 2.5-4（b））的戴维南等效电路，再利用戴维南等效电路计算 R_L 为 3Ω 和 4Ω 时的电流 I_L。

（1）计算 U_{OC}。电路如图 2.5-4（b）所示。

尚东出版，请勿外传

$$I_1=\frac{18}{6+3}=2\text{A}$$

$$U_{\text{OC}}=3I_1+3I_1=3\times2+3\times2=12\text{V}$$

（2）计算 R_{O}。这里采用开路电压-短路电流法和外施电源法两种方法分别计算。

方法一：开路电压-短路电流法

将端口短路，并设电流 I_{SC}，电路如图 2.5-4（c）所示。有外围回路的 KVL 可得

$$6I_1-3I_1=18\text{V} \quad \Rightarrow \quad I_1=6\text{A}$$

可得

$$I_{\text{SC}}=I_1+\frac{3I_1}{3}=2I_1=2\times6=12\text{A}$$

$$R_{\text{O}}=\frac{U_{\text{OC}}}{I_{\text{SC}}}=\frac{12}{12}=1\Omega$$

方法二：外施电压源法

将单口网络中的独立源置零，并外施电压源，如图 2.5-4（d）所示。利用 KVL 和分流公式可得

$$\begin{cases}U=3I_1-6I_1\\ I_1=\dfrac{3}{3+6}\left(-I\right)\end{cases}$$

解得 $R_{\text{O}}=U/I=1\Omega$，所以，图 2.5-4（b）所示的单口网络可以用图 2.5-4（e）所示的戴维南等效电路来进行等效。

（3）利用戴维南等效电路计算计算 R_{L} 为 3Ω 和 4Ω 时的电流 I_{L}。电路如图 2.5-4（f）所示。当 R_{L} 为 3Ω 时，$I_{\text{L}}=12/\left(1+3\right)=3\text{A}$；当 R_{L} 为 4Ω 时，$I_{\text{L}}=12/\left(1+4\right)=2.4\text{A}$。

由电源等效规律可知，一般情况下，可等效为戴维南等效电路的含源单口网络亦可等效为理想电流源与电阻的并联，这就是所谓的诺顿定理。

诺顿定理：对外电路而言，线性有源单口网络 N（图 2.5-5（a）所示）总可以用一个理想电流源 i_{SC} 和电阻 R_{O} 的并联来等效，该电路称为诺顿等效电路，如图 2.5-5（b）所示。其中 i_{SC} 为该单口网络 N 的端口短路电流，如图 2.5-5（c）所示；R_{O} 为无源单口网络 N_0（单口网络 N 中的所有独立源置零）的等效电阻，如图 2.5-5（d）所示。

尚未出版，请勿外传

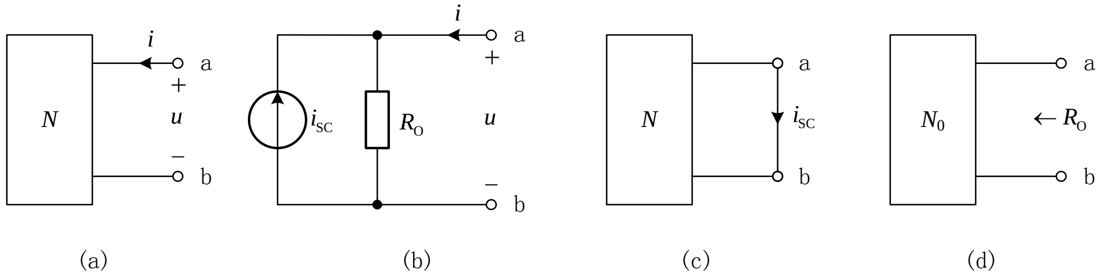


图 2.5-5 诺顿等效电路

求解诺顿等效电路的步骤一般如下：

（1）求短路电流 i_{SC}；

（2）求等效电阻 R_O。

由实际电源等效规律可知，一含源单口网络，其戴维南等效电路中的等效电阻与诺顿等效电路中的等效电阻是一样的。

例 2.5-2 求图 2.5-4（b）所示单口网络的诺顿等效电路。

解 在例 2.5-1 中已经求得 $I_{SC}=12\text{A}$、$R_O=1\Omega$，可得其诺顿等效电路如图 2.5-6 所示。该诺顿等效电路亦可从已经求得的戴维南等效电路（图 2.5-4（e）），利用实际电源等效规律得到。

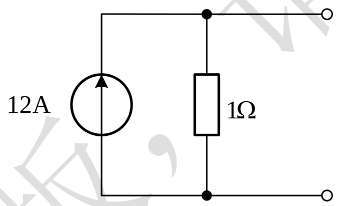


图 2.5-6 例 2.5-2 的图

2.6 最大功率传输定理

在电子电路及通信等系统中，给定含源单口网络的情况下，分析负载电阻为何值时可以得到最大的功率，这就是所谓最大功率传输的问题。图 2.6-1 所示含源单口网络 N 用其戴维南等效电路表示，则负载电路 R_L 上的功率为

$$P_L = I_L^2 R_L = \left(\frac{U_{OC}}{R_O + R_L}\right)^2 R_L$$

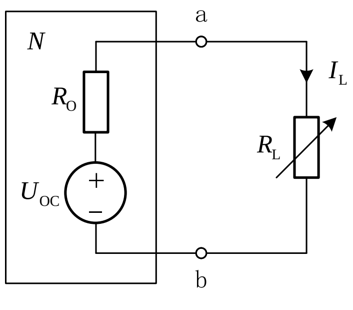


图 2.6-1 最大功率传递定理

尚来出版，请勿外传

可得

$$\frac{\mathrm{d}P_{\mathrm{L}}}{\mathrm{d}R_{\mathrm{L}}}=U_{\mathrm{OC}}^{2}\frac{R_{\mathrm{O}}-R_{\mathrm{L}}}{\left(R_{\mathrm{O}}+R_{\mathrm{L}}\right)^{3}}$$

令 $\mathrm{d}P_{\mathrm{L}}/\mathrm{d}R_{\mathrm{L}}=0$ 可得

$$R_{\mathrm{L}}=R_{\mathrm{O}} \tag{2.6-1}$$

又有

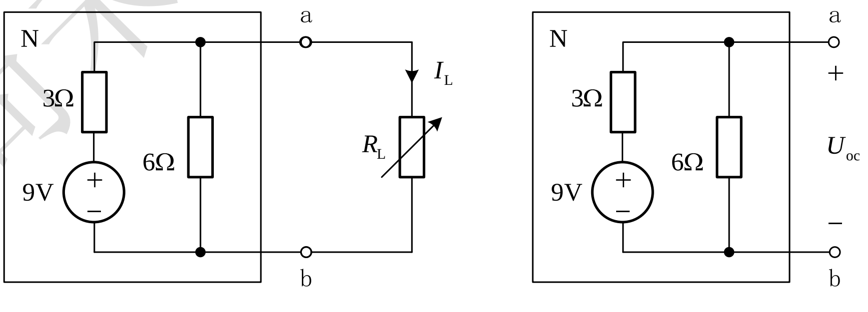
$$\left.\frac{\mathrm{d}^{2}P_{\mathrm{L}}}{\mathrm{d}R_{\mathrm{L}}^{2}}\right|_{R_{\mathrm{L}}=R_{\mathrm{O}}}=-\frac{U_{\mathrm{OC}}^{2}}{8R_{\mathrm{O}}^{3}}<0$$

可见，当 $R_{\mathrm{L}}=R_{\mathrm{O}}$ 时，R_{L} 可以获得最大的功率。$R_{\mathrm{L}}=R_{\mathrm{O}}$ 称为 R_{L} 获得最大的功率的匹配条件。当负载电阻满足最大功率传输条件时，称电路处于负载匹配。因此，负载可以获得的最大功率 $P_{\mathrm{L\,max}}$ 为

$$P_{\mathrm{L\,max}}=\frac{U_{\mathrm{OC}}^{2}}{4R_{\mathrm{O}}} \tag{2.6-2}$$

最大功率传输定理：在直流电阻电路中，在含源单口网络的端口外接可变负载电阻 R_{L}，当负载电阻 R_{L} 等于该单口网络的等效电阻 R_{O} 时，该负载可以获得最大的功率，最大功率为 $P_{\mathrm{L\,max}}=\dfrac{U_{\mathrm{OC}}^{2}}{4R_{\mathrm{O}}}$。

例 2.6-1 计算如图 2.6-2（a）所示单口网络 N 在负载 R_{L} 为多大时，R_{L} 可以获得最大功率，最大功率为多少？



(a)　　　　(b)

图 2.6-2 例 2.6-1 的图

解 计算单口网络 N 的开路电压，电路如图 2.6-2（b）所示，可得

$$U_{\mathrm{OC}}=\frac{6}{3+6}\times 9=6\mathrm{V}$$

将单口网络 N 中的独立源置零，可得到单口网络的等效电阻为

尚未出版，请勿外传

$$R_{\mathrm{O}} = 3//6 = 2\Omega$$

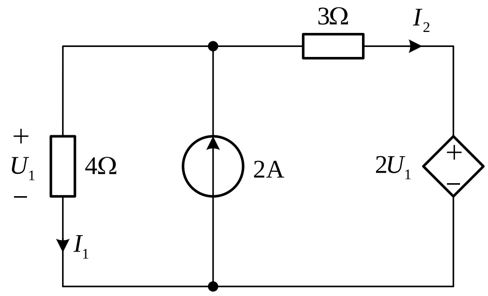
因此，当负载电阻 $R_{\mathrm{L}} = R_{\mathrm{O}} = 2\Omega$ 时，负载可以获得最大功率，最大功率为

$$P_{\mathrm{L\,max}} = \frac{U_{\mathrm{OC}}^2}{4R_{\mathrm{O}}} = \frac{6^2}{4\times 2} = \frac{9}{2}\mathrm{W}$$

尚未出版，请勿外传

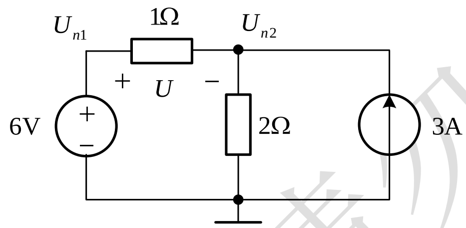
习题 2

2-1 利用支路电流法计算题图 2-1 所示电路的各支路电流。



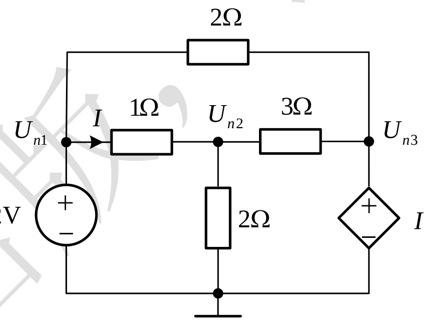
题图 2-1

2-2 利用节点电压法计算题图 2-2 所示电路中的节点电压及电压 U。



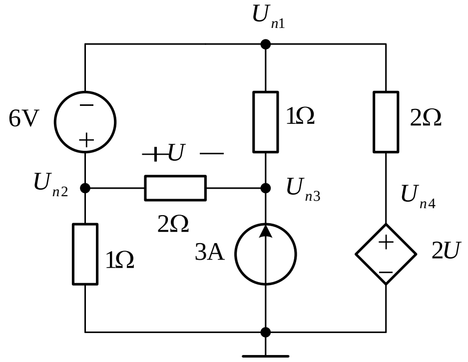
题图 2-2

2-3 利用节点电压法计算题图 2-3 所示电路中的电流 I。



题图 2-3

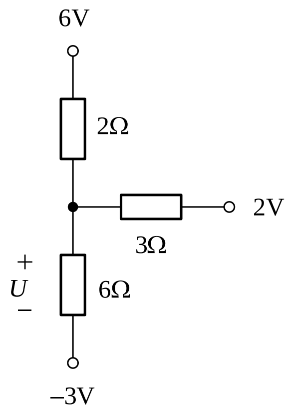
2-4 利用节点电压法计算如题图 2-4 所示电路的各节点电压。



题图 2-4

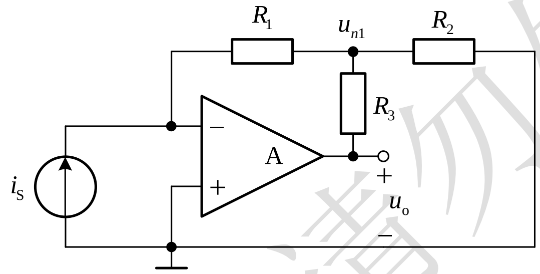
2-5 利用节点电压法计算题图 2-5 所示电路中的电压 U。

尚未出版，请勿外传



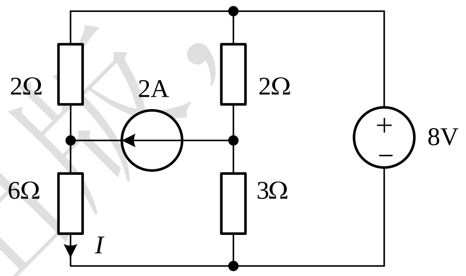
题图 2-5

2-6 题图 2-6 所示为电流-电压转换电路，利用节点电压法计算其输入输出关系。



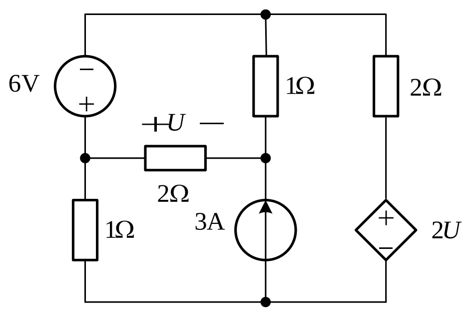
题图 2-6

2-7 利用叠加原理计算题图 2.7 所示电流 I 及 6Ω 电阻的功率。



题图 2-7

2-8 利用叠加原理计算题图 2-8 所示电路的电压 U。

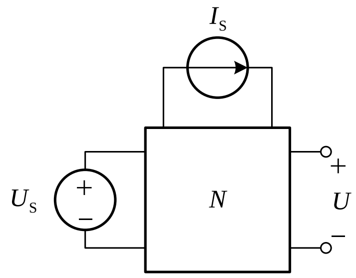


题图 2-8

2-9 题图 2-9 所示电路，N 为电阻、直流独立源和受控源构成的线性网络，已知，当 $U_S=1\text{V}$，$I_S=2\text{A}$ 时，$U=6\text{V}$；当 $U_S=-1\text{V}$，$I_S=3\text{A}$ 时，$U=10\text{V}$；当 $U_S=3\text{V}$，$I_S=\text{-1A}$ 时，

尚未出版，请勿外传

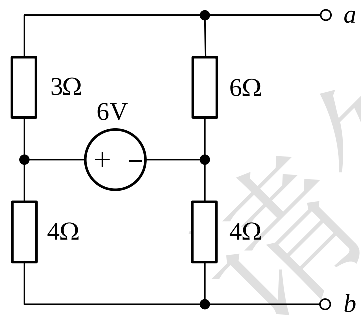
$U = \text{-}2\text{V}$ 。问：当$U_S = 2\text{V}$，$I_S = 1\text{A}$ 时，U 为多少？



题图 2-9

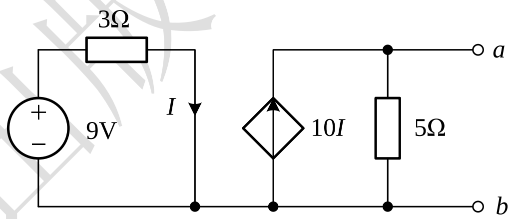
2-10 设计一含运算放大器电路，使其输入输出关系满足 $u_o = u_{i1} - 10u_{i2}$ 。

2-11 计算题图 2-11 所示电路的戴维南等效电路和诺顿等效电路。



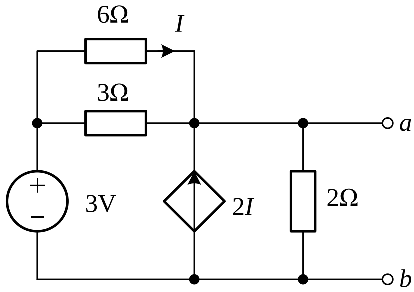
题图 2-11

2-12 计算题图 2-12 所示电路的戴维南等效电路。



题图 2-12

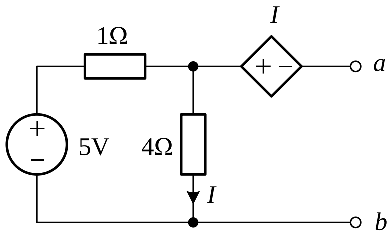
2-13 计算题图 2-13 所示单口网络的戴维南等效电路。



题图 2-13

2-14 计算题图 2-14 所示单口网络的戴维南等效电路和诺顿等效电路

尚未出版，请勿外传



题图 2-14

2-15 含源单口电阻网络，当 $R_L = 2\Omega$ 时，$I_L = 2\text{A}$；当 $R_L = 6\Omega$ 时，$I_L = 1.2\text{A}$。问：负载 R_L 为多大时可以获得最大功率，可以获得的最大功率是多少？

尚未出版，请勿外传