第三章 LTI系统的时域分析

- 3.1 系统的定义与分类
- 3.2 动态电路系统的微分方程描述
- 3.3 LTI连续时间系统的经典法分析
- $\boxed{\text{3.4 直流电源激励下的一阶动态电路分析}}$
- 3.5 LTI连续时间系统的零输入响应和零状态响应
- 3.6 冲激响应和阶跃响应
- 3.7 卷积积分

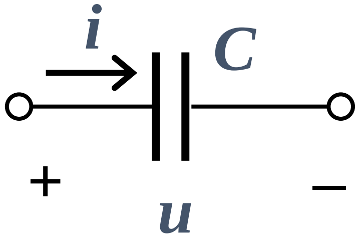
回顾

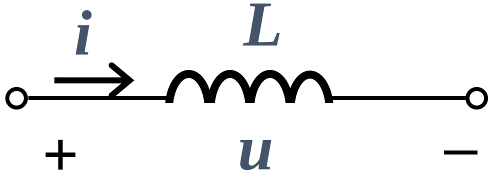
- 动态电路系统的微分方程描述
- LTI连续时间系统的经典法分析
  - 冲激平衡法求初始状态

本次课学习内容

- 直流电源激励下的一阶动态电路分析

C和L的特性





$$i(t)=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$u=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

直流U作用→开路

对偶

直流I作用→短路

$$u(t)=u(0)+\frac{1}{C}\int_0^t i\mathrm{d}\tau$$

$$i(t)=i(0)+\frac{1}{L}\int_0^t u\mathrm{d}\tau$$

$$w_C=\frac{1}{2}Cu^2$$

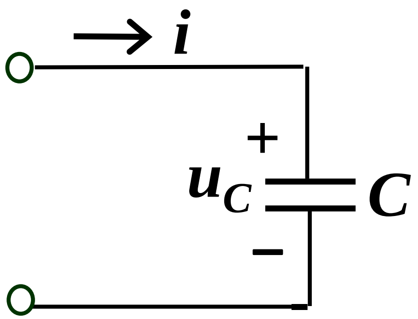
动态过程的本质
是能量的变化

$$w_L=\frac{1}{2}Li^2$$

串并特性与电导相同

串并特性与电阻相同

3.4.1 动态电路的换路定则

1) 

$$u_C(t)=u_C(0^-)+\frac{1}{C}\int_{0^-}^{t} i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$t=0^+$
$$u_C(0^+)=u_C(0^-)+\frac{1}{C}\int_{0^-}^{0^+} i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

如果 $i(\tau)$ 为有限值

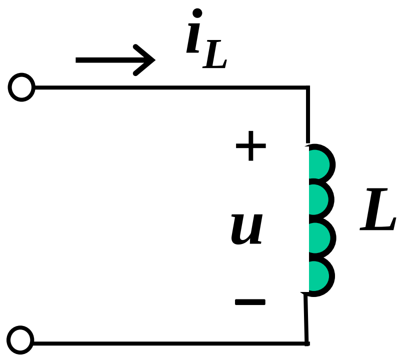
$$\int_{0^-}^{0^+} i(\tau)\mathrm{d}\tau \to 0 \longrightarrow \boxed{u_C(0^+)=u_C(0^-)}$$

$$q=C\,u_C \qquad q(0^+)=q(0^-)+\int_{0^-}^{0^+} i(\tau)\mathrm{d}\tau \qquad \boxed{q(0^+)=q(0^-)}$$

电荷守恒

3.4.1 动态电路的换路定则

2)



$$i_L(t) = i_L(0^-) + \frac{1}{L}\int_{0^-}^{t} u(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$t = 0^+$
$$i_L(0^+) = i_L(0^-) + \frac{1}{L}\int_{0^-}^{0^+} u(\tau)\mathrm{d}\tau$$

如果 $u(\tau)$ 为有限值

$$\int_{0^-}^{0^+} u(\tau)\mathrm{d}\tau \to 0 \quad \longrightarrow \quad \boxed{i_L(0^+) = i_L(0^-)}$$

$$\psi = Li_L \quad \psi(0^+) = \psi(0^-) + \int_{0^-}^{0^+} u(\tau)\mathrm{d}\tau \quad \boxed{\psi(0^+) = \psi(0^-)}$$ 磁链守恒

3.4.1 动态电路的换路定则

$$\begin{cases} q(0^+) = q(0^-) \\ u_C(0^+) = u_C(0^-) \end{cases}$$

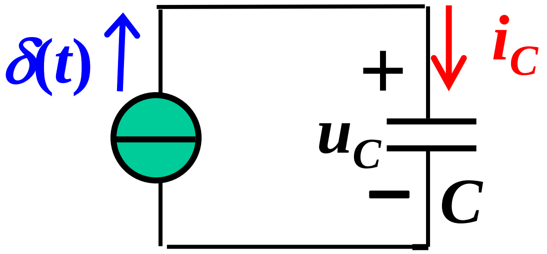
条件：换路时流经电容的电流为有限值

$$\begin{cases} \psi(0^+) = \psi(0^-) \\ i_L(0^+) = i_L(0^-) \end{cases}$$

条件：换路时电感上的电压为有限值

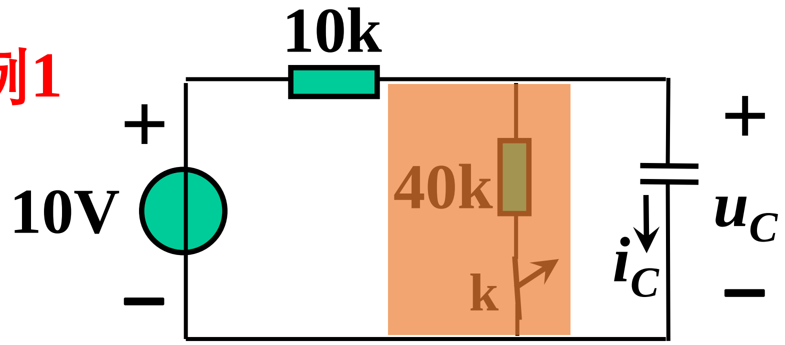
什么时候i_C、u_L为无穷值?

冲激平衡法



冲激电流

例1



换路前开关k闭合，在t=0时刻打开，求电容电流初值$i_C(0^+)$。

换路前 $u_C(0^-)=8V$

根据换路定理 $u_C(0^+) = u_C(0^-)=8V$

如何求 i_C 在(0^+) 时刻的值?

KVL $10ki_C(0^+) + u_C(0^+) = 10$

$$i_C(0^+) = \frac{10-8}{10k} = 0.2mA$$

结论1: i_C随便跳

$i_C(0^-)=0 \neq i_C(0^+)$

结论2:

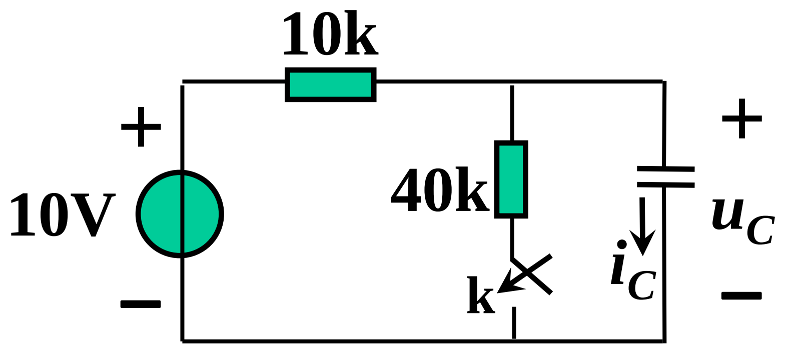
求初值时电容C可看作独立电压源

电感L可看作独立电流源

单选题 1分

设置

t = 0时，开关k闭合，求电容电流初值$i_C(0^+)$。



A 0.2mA

B -0.2mA

C 0.25mA

D -0.25mA

提交

3.4.1 动态电路的换路定则

换路定则仅适用于 u_C 和 i_L 而不适用于其他变量，例如

$$u_R \quad i_R \quad i_C \quad u_L$$

其它变量的初始值一般应用以下步骤进行求解：

（1）求解 $u_C(0_-)$ 和 $i_L(0_-)$

（2）利用换路定则得到 $u_C(0_+)$ 和 $i_L(0_+)$

（3）用电压为 $u_C(0_+)$ 的电压源代替电容，

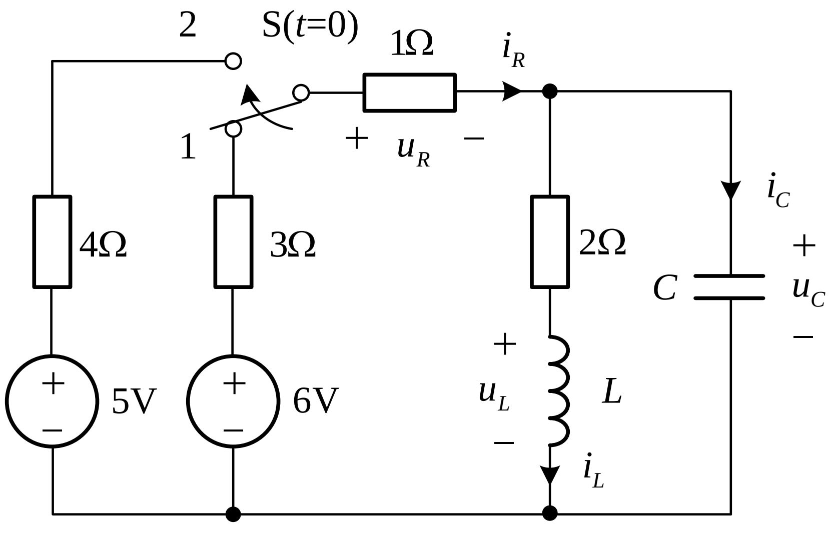
用电流为 $i_L(0_+)$ 的电流源代替电感，

得到0_+时刻的等效电路，并计算其他变量的初始值。

不仅仅适用于
一阶动态电路

3.4.1 动态电路的换路定则

例3.4-1 动态电路如图3.4-1（a）所示，开关在 $t=0$ 时从位置“1”拨动到位置“2”，且换路前电路已达稳态。求 u_C、i_C、u_L、i_L、u_R、i_R 的初始值。



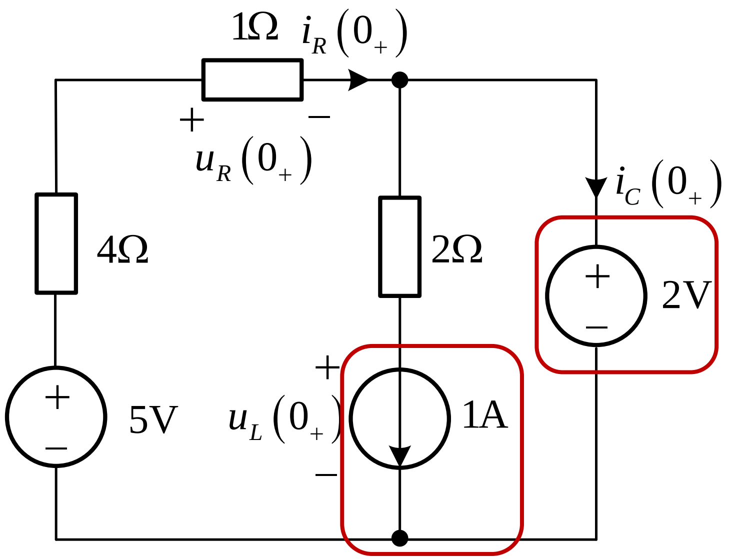
（a）动态电路

$$u_C(0_-)=\frac{2}{3+1+2}\times 6=2\text{V}$$

$$i_L(0_-)=\frac{6}{3+1+2}=1\text{A}$$

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=2\text{V}$$

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=1\text{A}$$



（b）$t=0_+$时刻的等效电路

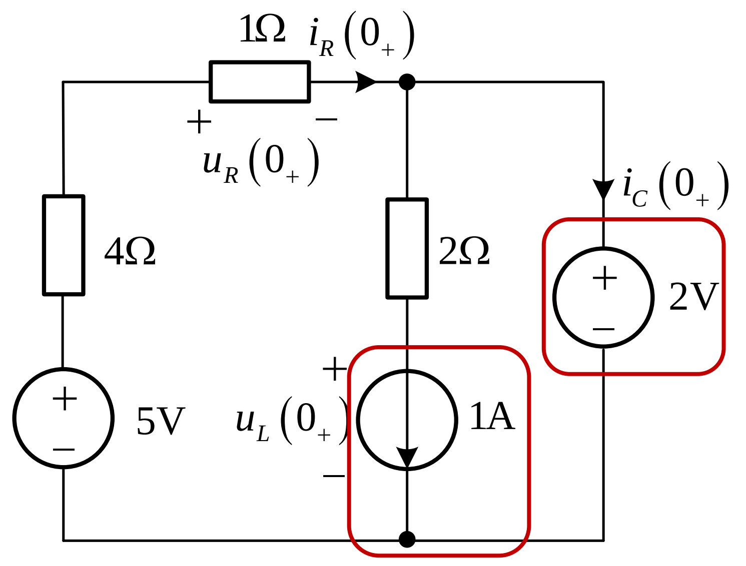
例3.4-1 动态电路如图3.4-1（a）所示，开关在 $t=0$ 时从位置“1”拨动到位置“2”，且换路前电路已达稳态。求 u_C、i_C、u_L、i_L、u_R、i_R的初始值。

$$u_R(0_+)=\frac{1}{4+1}\times(5-2)=\frac{3}{5}\text{V}$$

$$i_R(0_+)=\frac{u_R(0_+)}{1}=\frac{3}{5}\text{A}$$

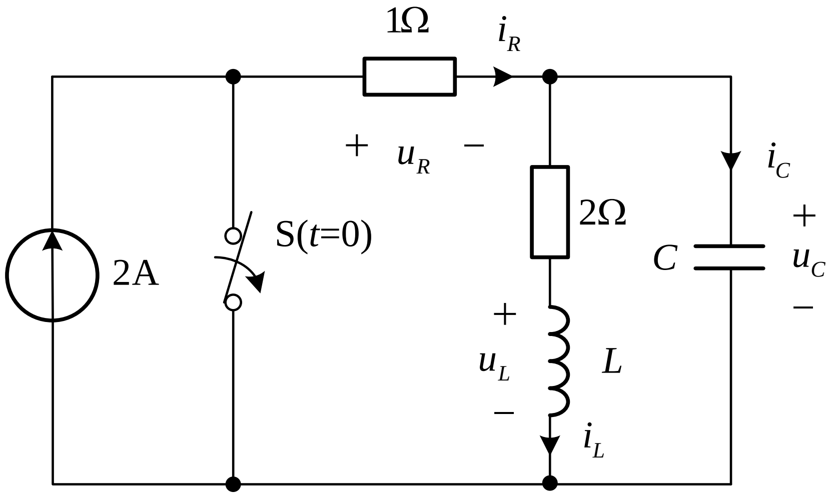
$$i_C(0_+)=i_R(0_+)-1=\frac{3}{5}-1=-\frac{2}{5}\text{A}$$

$$u_L(0_+)=2-2\times1=0$$



（b）$t=0_+$时刻的等效电路

例3.4-2 动态电路如图3.4-2（a）所示，开关在 $t=0$ 时打开，换路前电容和电感均为储能，求 u_C i_C u_L i_L u_R i_R 的初始值。



$$u_C(0_-)=0 \qquad i_L(0_-)=0$$

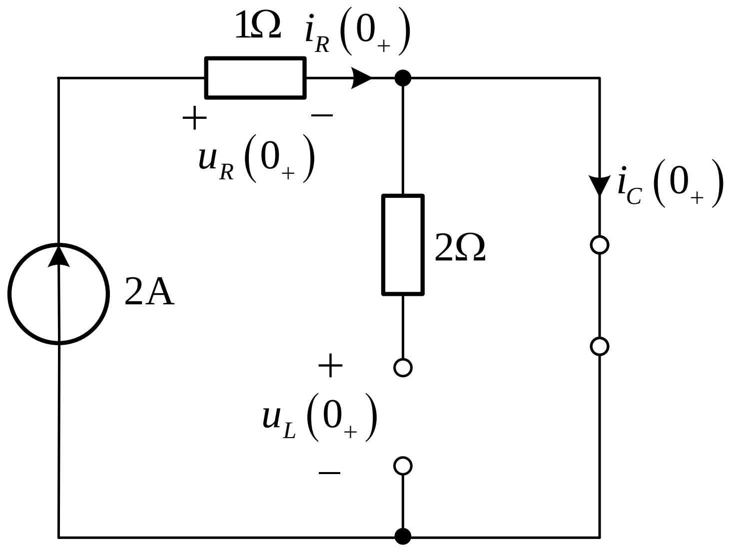
$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=0$$

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=0$$

$$i_C(0_+)=i_R(0_+)=2\text{A}$$

$$u_R(0_+)=i_R(0_+)\times 1=2\text{V}$$

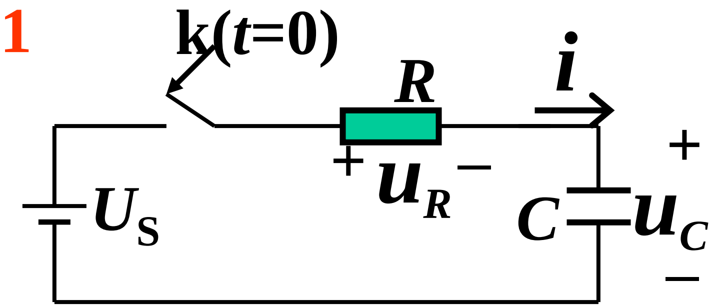
$$u_L(0_+)=0$$



（b）$t=0_+$时刻的等效电路

用经典法求解：直流激励下一阶动态电路分析

例 1



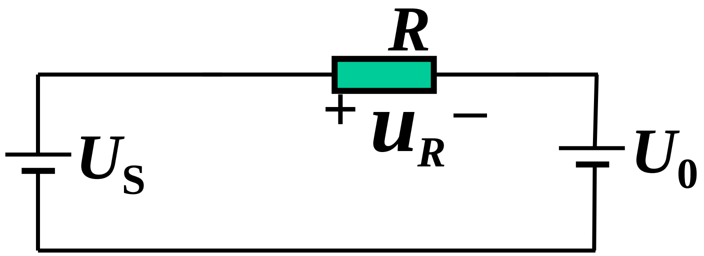
已知：$u_C(0^-)=U_0$

求：电阻电压$u_R(t)$。

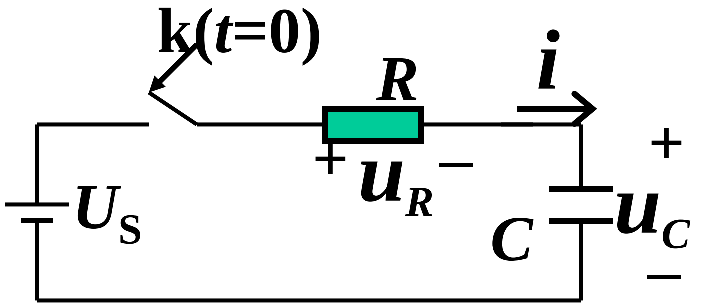
$$\begin{cases} u_R + u_C = U_S \\ i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \\ u_R = iR \end{cases} \Rightarrow u_R + \frac{1}{C}\int \frac{u_R}{R}\mathrm{d}t = U_S \Rightarrow \boxed{\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}u_R = 0}$$

0^+时刻

$u_C(0^+)= u_C(0^-)=U_0$



$$\boxed{u_R(0^+) = U_S - U_0}$$



已知：$u_C(0^-)=U_0$

求：电阻电压$u_R(t)$。

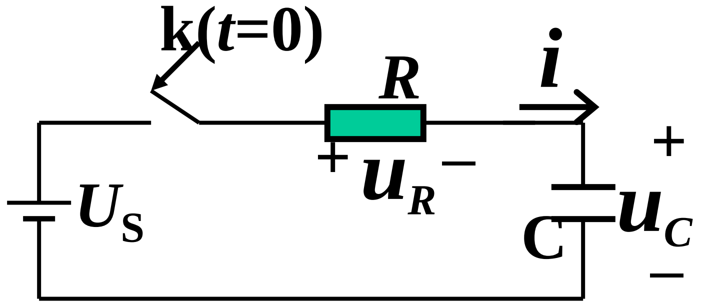
$$\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{RC}u_R=0 \longrightarrow \lambda+\frac{1}{RC}=0 \longrightarrow \lambda=-\frac{1}{RC}$$

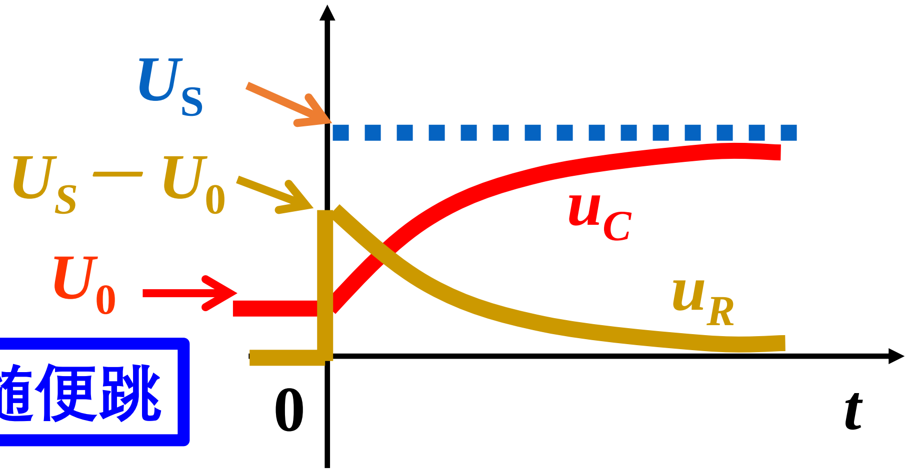
$$u_R=\boxed{0}+A\mathrm{e}^{-t/RC} \quad t>0$$

$$u_R(0^+)=U_S-U_0$$

$$A=U_S-U_0$$

$$\boxed{u_R=\left(U_S-U_0\right)\mathrm{e}^{-t/RC} \quad t>0}$$





u_R随便跳

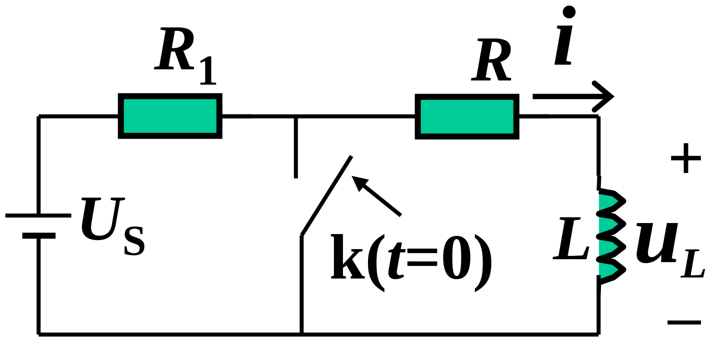
$$\frac{\mathrm{d}u_R}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{RC}u_R=0 \longrightarrow \lambda=-\frac{1}{RC} \longrightarrow u_R=(U_S-U_0)\mathrm{e}^{-t/RC} \quad t>0$$

$$RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_S \longrightarrow \lambda=-\frac{1}{RC} \longrightarrow u_C=U_S+(U_0-U_S)\mathrm{e}^{-t/RC} \quad t\geq 0$$

令 $\tau=RC$，一阶RC电路的时间常数(time constant)。

$$[\tau]=[RC]=[欧][法]=[欧]\left[\frac{库}{伏}\right]=[欧]\left[\frac{安秒}{伏}\right]=[秒]$$

例 2　求图示电路中电流i。



$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+Ri=0$$

$$i(0^-)=\frac{U_S}{R_1+R}$$

$$i(0^+)=i(0^-)=\frac{U_S}{R_1+R}=I_0$$

特征方程　$L\lambda+R=0$

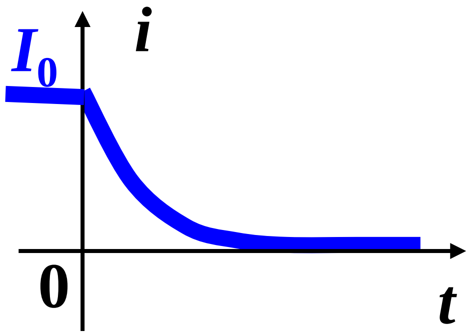
特征根　$\lambda=-\dfrac{R}{L}$

令 $\tau=L/R$ 为一阶RL电路的时间常数　$[\tau]=[\frac{L}{R}]=[秒]$

全解　$i(t)=0+Ae^{-t/\tau}$

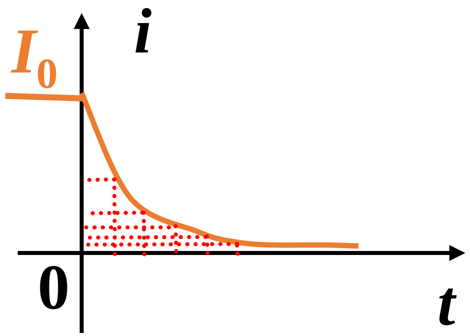
由初值确定A　$A=i(0^+)=I_0$

$$i=I_0e^{-\frac{t}{L/R}}\quad t\geq 0$$



关于 τ 的讨论

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \geq 0$$



t	0	τ	2τ	3τ	5τ
$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$	I_0	$I_0 e^{-1}$	$I_0 e^{-2}$	$I_0 e^{-3}$	$I_0 e^{-5}$
	$\boxed{I_0}$	$\boxed{0.368\, I_0}$	$\boxed{0.135\, I_0}$	$\boxed{0.05\, I_0}$	$\boxed{0.007\, I_0}$

工程上通常认为 $3\,\tau \sim 5\,\tau$ 后过渡过程结束。

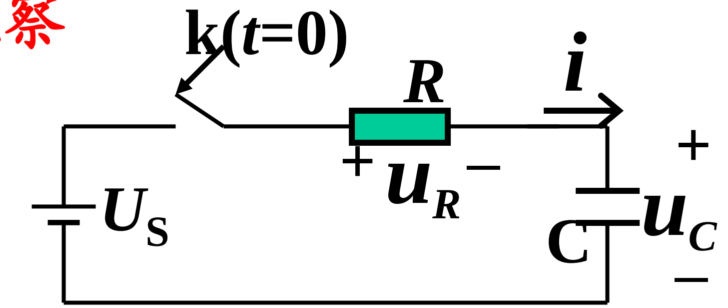
τ越小，电压/电流变化越快。

记忆方法

动态电路的经典解法

- 列（有关待求支路量的）微分方程。
- 由换路前0^-电路求$u_C(0^-)$和$i_L(0^-)$的值。
- 应用换路定理画0^+电路，求待求支路量的0^+时刻值。
- 求微分方程对应的特征方程，得到齐次通解。
- 求出非齐次微分方程的1个特解，得到非齐次微分方程的全解。全解＝齐次解＋特解
- 由0^+时刻的值确定全解中的待定系数。

观察



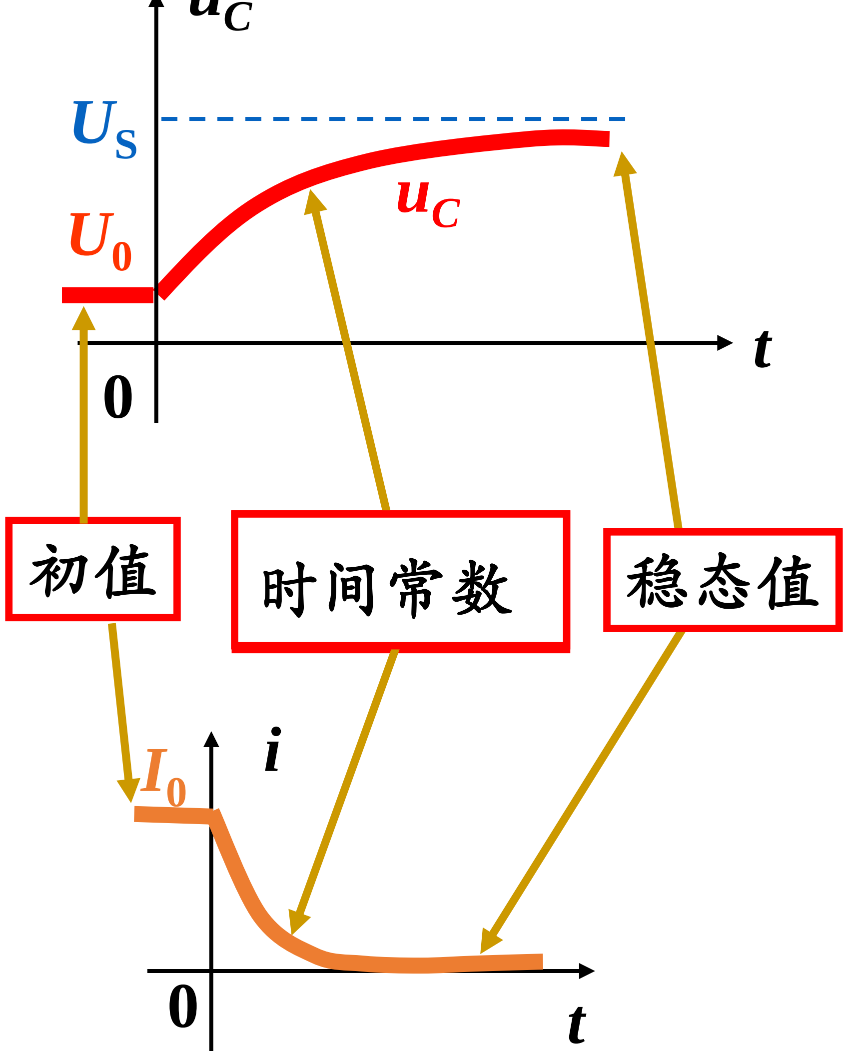
如果能够方便地求得这3个值?

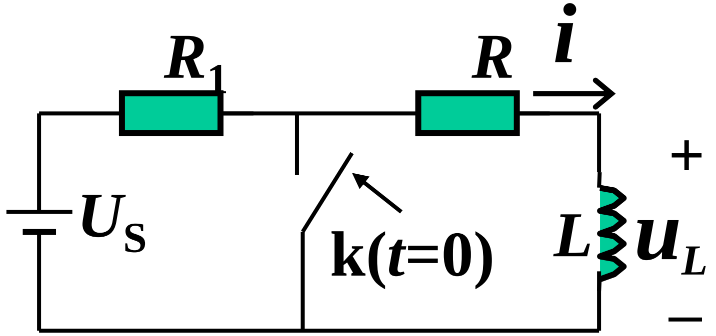
不用列常微分方程!

$$u_C = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{RC}} \qquad t \geq 0$$

时间常数>0 → 特解=稳态解

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{L/R}} \qquad t \geq 0$$





讨论一阶电路的一般情况

一阶常系数常微分方程

任意支路量 $y(t)$ 的方程 $$\frac{dy}{dt}+ay(t)=x(t)$$

$\boxed{\text{时间常数}>0}$

$a>0$

待定系数

$$y(t)=\text{特解}+Ae^{-\frac{t}{\tau}}\xrightarrow{t\to\infty}\text{特解}=y(\infty)$$

$$y(t)=y(\infty)+Ae^{-\frac{t}{\tau}}\xrightarrow{y(0^+)=y(\infty)+A}A=y(0^+)-y(\infty)$$

$$\boxed{y(t)=y(\infty)+[y(0^+)-y(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

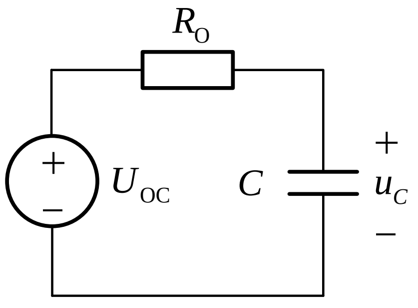
三要素
- $y(\infty)$ 稳态解
- $y(0^+)$ 初值
- τ 时间常数

优点1：可适用于各支路量

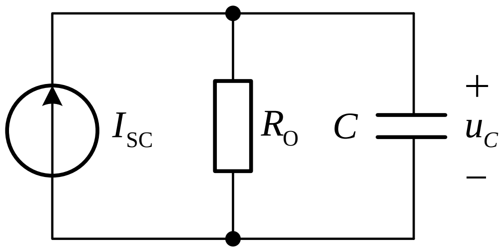
优点2：不列写方程直接获得解

3.4.2 三要素法

直流电源激励下的一阶动态电路总可以转化为四种基本电路



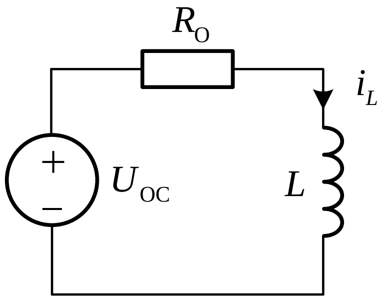
（a）



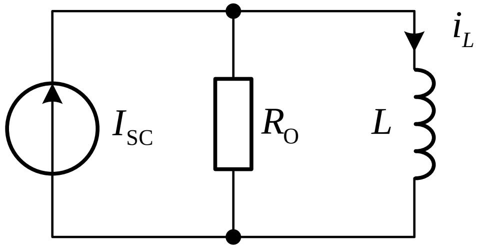
（b）

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u_C+\frac{1}{R_\mathrm{O}C}u_C=\frac{1}{R_\mathrm{O}C}U_\mathrm{OC}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u_C+\frac{1}{R_\mathrm{O}C}u_C=\frac{1}{C}I_\mathrm{SC}$$



（c）



（d）

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}i_L+\frac{1}{L/R_\mathrm{O}}i_L=\frac{1}{L}U_\mathrm{OC}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}i_L+\frac{1}{L/R_\mathrm{O}}i_L=\frac{R_\mathrm{O}}{L}I_\mathrm{SC}$$

3.4.2 三要素法

直流电源激励下的一阶动态电路总可以转化为四种基本电路

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u_C+\frac{1}{R_{\mathrm{O}}C}u_C=\frac{1}{R_{\mathrm{O}}C}U_{\mathrm{OC}}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u_C+\frac{1}{R_{\mathrm{O}}C}u_C=\frac{1}{C}I_{\mathrm{SC}}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}i_L+\frac{1}{L/R_{\mathrm{O}}}i_L=\frac{1}{L}U_{\mathrm{OC}}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}i_L+\frac{1}{L/R_{\mathrm{O}}}i_L=\frac{R_{\mathrm{O}}}{L}I_{\mathrm{SC}}$$

令时间常数（单位为秒，s）$\tau=R_{\mathrm{O}}C$ 或则 $\tau=L/R_{\mathrm{O}}$

一阶动态电路的微分方程总可以写成

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}y(t)+\frac{1}{\tau}y(t)=E \qquad t>0}$$

3.4.2 三要素法

利用三要素法计算电路响应的步骤

（1）求初始值 $y(0_+)$

求换路前电路的 $u_C(0_-)$ 或则 $i_L(0_-)$，利用换路定则得到初始值 $u_C(0_+)$ 或则 $i_L(0_+)$；用电压为 $u_C(0_+)$ 的电压源代替电容，或者用电流为 $i_L(0_+)$ 的电流源代替电感，得到0+时刻的等效电路，并计算所求变量的初始值。

（2）求终值 $y(\infty)$

由于为直流电源激励，在 $t=\infty$ 时电路再次达到稳态，此时，电容相当于开路，电感相当于短路，由此可求得所求变量的终值

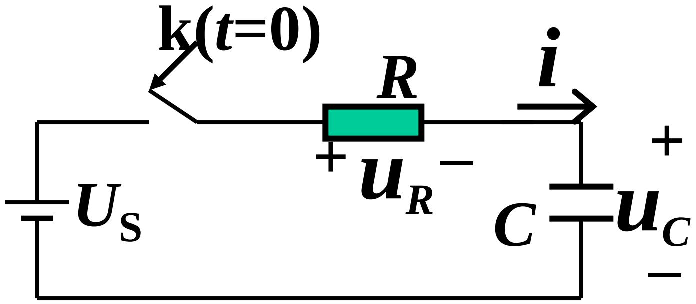
（3）求时间常数 τ

$\tau = R_O C \qquad \tau = L / R_O$

若换路时刻为 $t = t_0$ ，则三要素法公式相应改为

$$y(t) = y(\infty) + \left[y(t_{0+}) - y(\infty) \right] e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \qquad t > t_0$$

用三要素法重做前面例



已知：$u_C(0^-)=U_0$

求：电压$u_C(t)$，$u_R(t)$

$$y(t)=y(\infty)+[y(0^+)-y(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\quad t>0$$

$$u_C(0^+)=u_C(0^-)=U_0 \xleftrightarrow{\text{电阻电路}} u_R(0^+)=U_S-U_0$$

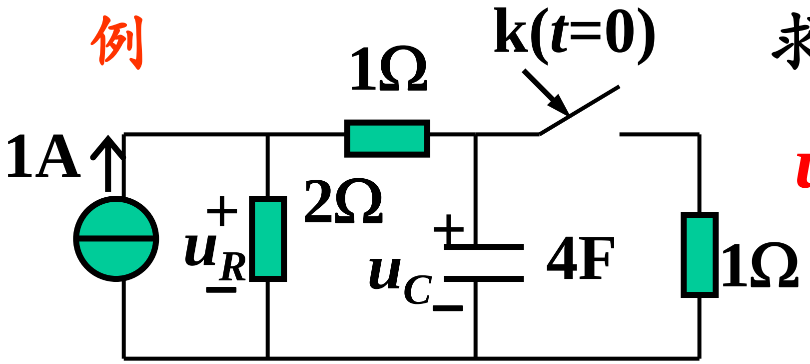
$$u_C(\infty)=U_S \xleftrightarrow{\text{电阻电路}} u_R(\infty)=0$$

$$\tau=RC \xleftrightarrow{\text{电阻电路}} \tau=RC$$

$$u_C=U_S+(U_0-U_S)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\quad t\geq 0$$

$$u_R=(U_S-U_0)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\quad t>0$$

例



求图示电路中电压$u_R(t)$。

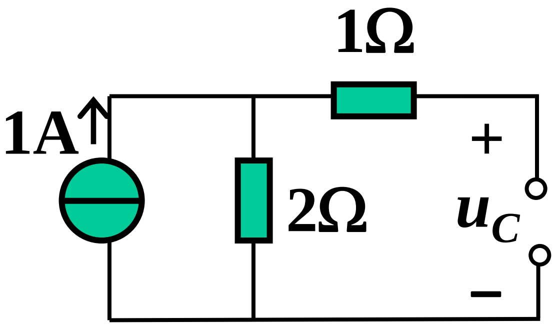
$$u_R(t)=u_R(\infty)+[u_R(0^+)-u_R(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

解

0⁻ 电路

（换路前稳态电路）

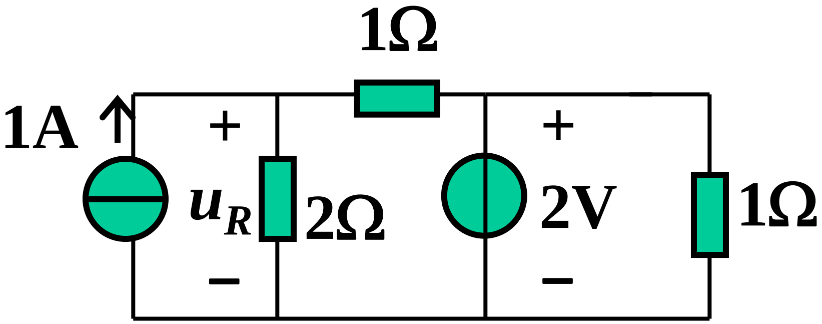
（第1个电阻电路）



$$u_C(0^-)=2\text{V}$$

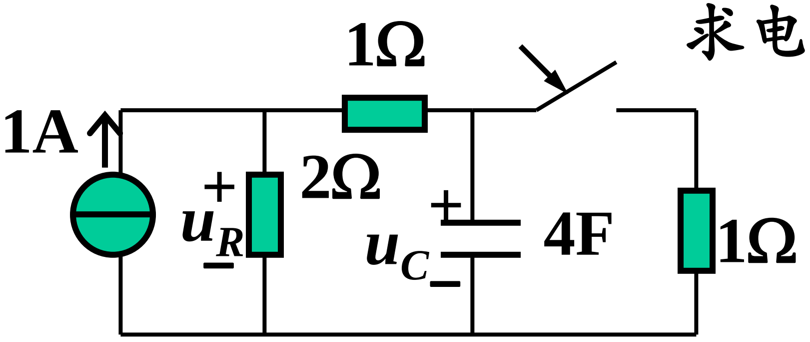
0⁺ 电路

（第2个电阻电路）



$$\frac{u_R(0^+)-2}{1}+\frac{u_R(0^+)}{2}=1$$

$$\boxed{u_R(0^+)=2\text{V}}$$

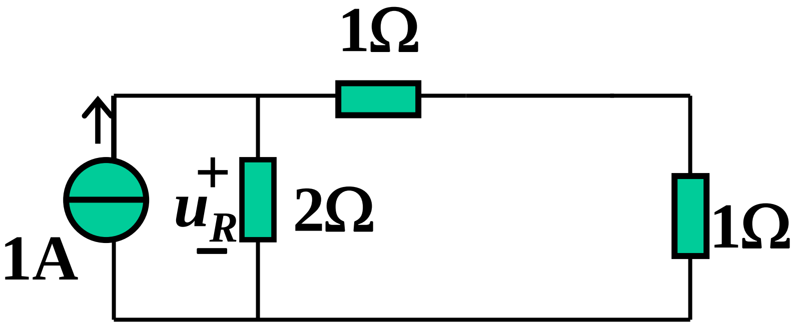


求电压$u_R(t)$。

$$\boxed{u_R(0^+) = 2\,\text{V}}$$

换路后稳态电路

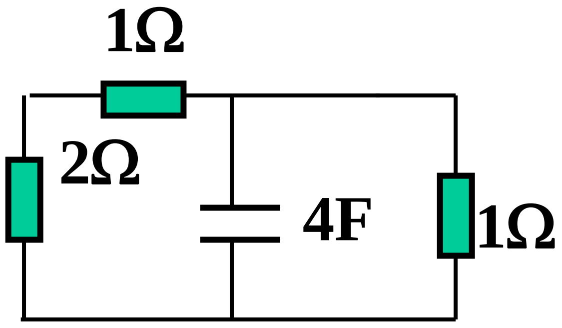
（第3个电阻电路）



$$\boxed{u_R(\infty) = 1\,\text{V}}$$

求时间常数电路

（第4个电阻电路）

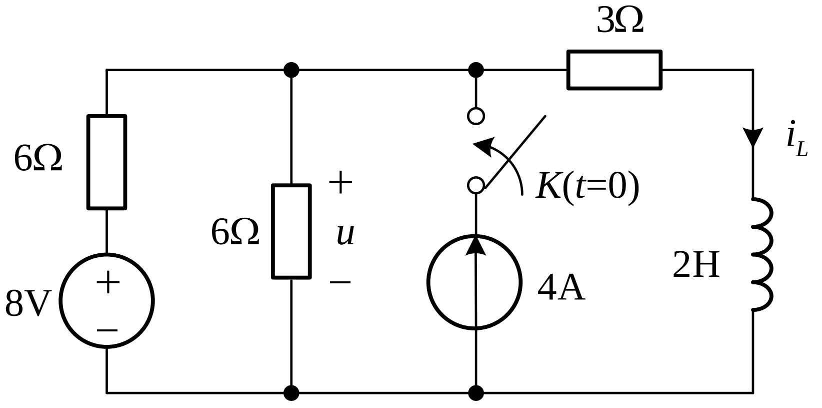


$$\boxed{\tau = \frac{3}{4} \times 4 = 3\,\text{s}}$$

$$u_R(t) = u_R(\infty) + [u_R(0^+) - u_R(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} = 1 + \mathrm{e}^{-\frac{t}{3}}\ \text{V} \qquad t > 0$$

3.4.2 三要素法

例3.4-4 如图3.4-8（a）所示电路，开关在t=0时闭合，开关闭合前电路已达稳态，求t>0时的 i_L 和 u 。

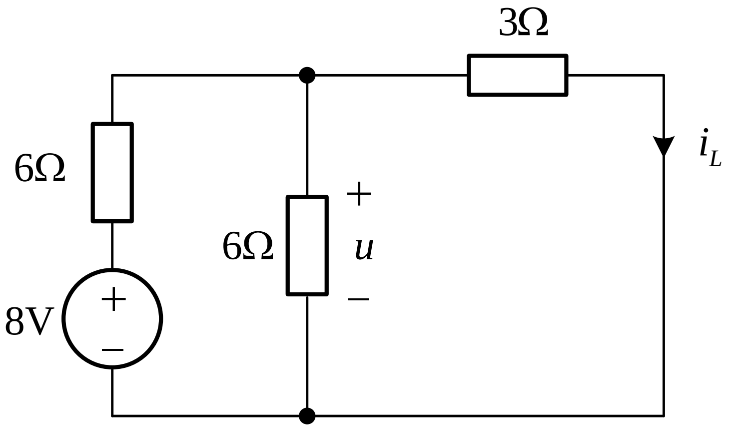


（a）原图

0⁻ 电路

（换路前稳态电路）

（第1个电阻电路）



$$i_L(0_-)=\frac{\frac{6//3}{6+6//3}\times 8}{3}=\frac{2}{3}\text{A}$$

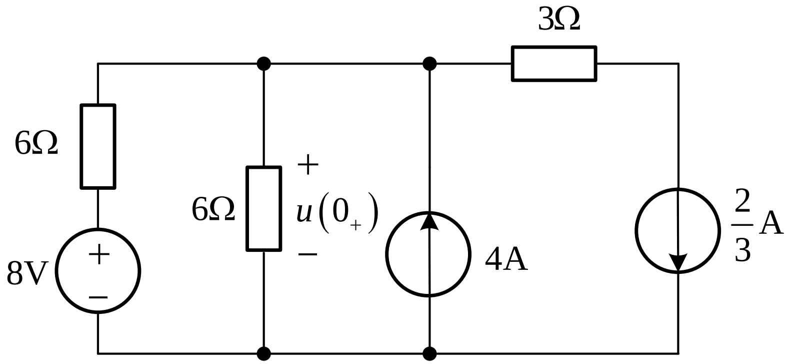
解： （1）求初始值

$$i_L(0_+)=\frac{2}{3}\text{A}$$

$$u(0_+)=\frac{6}{6+6}\times 8+(6//6)\times 4-(6//6)\times\frac{2}{3}=14\text{V}$$

0⁺ 电路

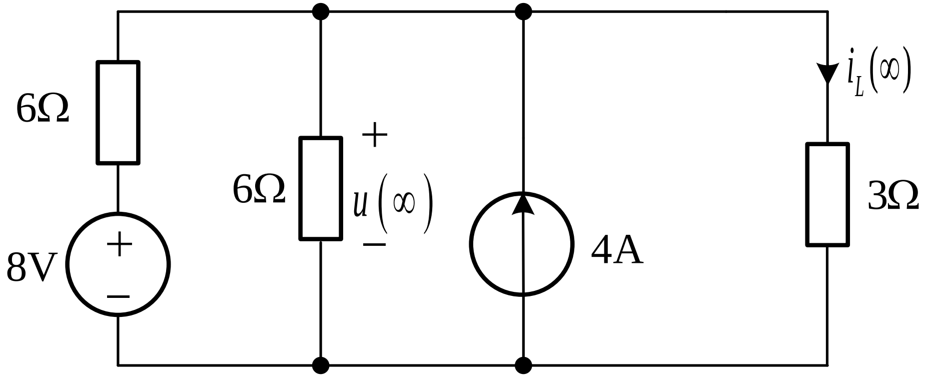
（第2个电阻电路）

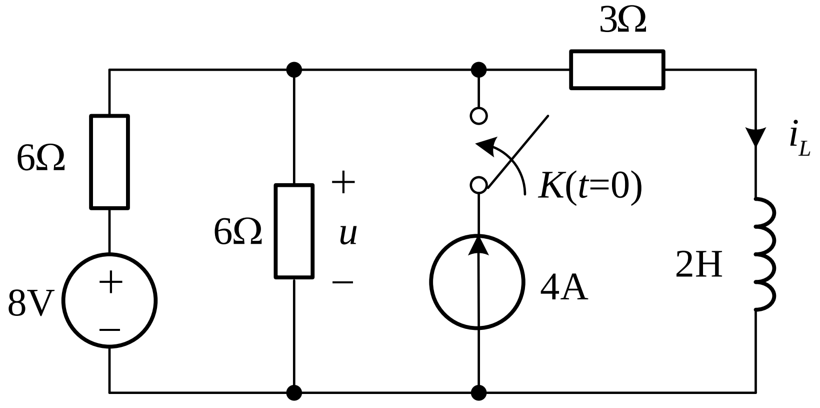


例3.4-4 如图3.4-8（a）所示电路，开关在t=0时闭合，开关闭合前电路已达稳态，求t>0时的 i_L 和 u 。

换路后稳态电路

（第3个电阻电路）





（a）原图

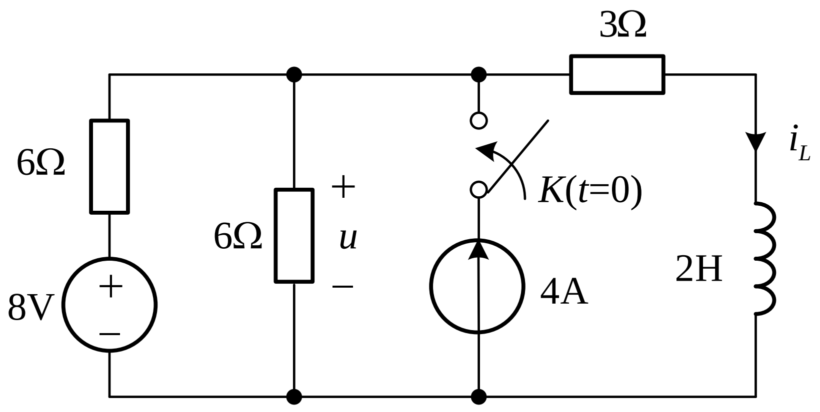
（2）求稳态值

$$i_L(\infty)=\frac{\frac{6//3}{6+6//3}\times 8}{3}+\frac{6//6}{6//6+3}\times 4=\frac{2}{3}+2=\frac{8}{3}\text{A}$$

$$u(\infty)=\frac{6//3}{6+6//3}\times 8+\frac{3}{6//6+3}\times 4\times(6//6)=2+6=8\text{V}$$

3.4.2 三要素法

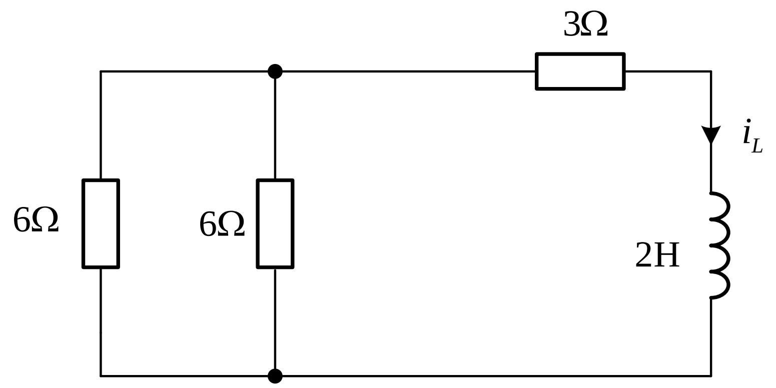
例3.4-4 如图3.4-8（a）所示电路，开关在t=0时闭合，开关闭合前电路已达稳态，求t>0时的 i_L 和 u 。



（a）原图

求时间常数电路

（第4个电阻电路）



（3）求时间常数 $R_O = 6//6+3 = 6\Omega$ $\tau = L/R_O = 2/6 = \frac{1}{3}\text{s}$

利用三要素法

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]\text{e}^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{8}{3} + \left(\frac{2}{3} - \frac{8}{3}\right)\text{e}^{-3t} = \left(\frac{8}{3} - 2\text{e}^{-3t}\right)\text{A} \quad t > 0$$

$$u(t) = u(\infty) + [u(0_+) - u(\infty)]\text{e}^{-\frac{t}{\tau}} = 8 + (14-8)\text{e}^{-3t} = \left(8 + 6\text{e}^{-3t}\right)\text{V} \quad t > 0$$

关于三要素法的讨论

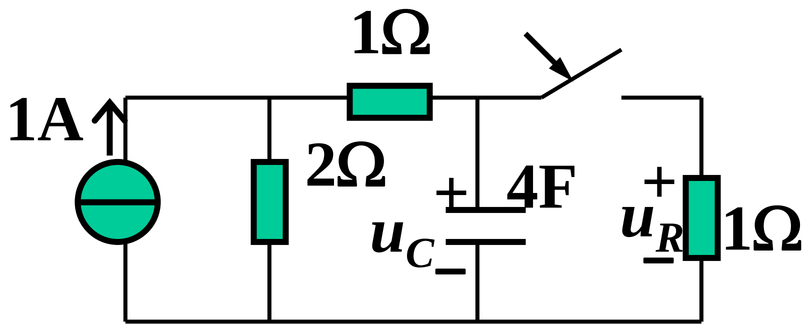
$$y(t)=y(\infty)+[y(0^{+})-y(\infty)]\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} \quad t>0$$

- 适用于：
  - 时间常数、初值、终值比较容易求的场合
    - 直流激励或正弦激励
  - 可用于求电路任意支路的电压或电流
- 仅对1阶电路适用
- 时间常数的概念仅对1阶电路适用

单选题 1分

设置

题图中$u_R(\infty)=$____V



A 0

B 0.5

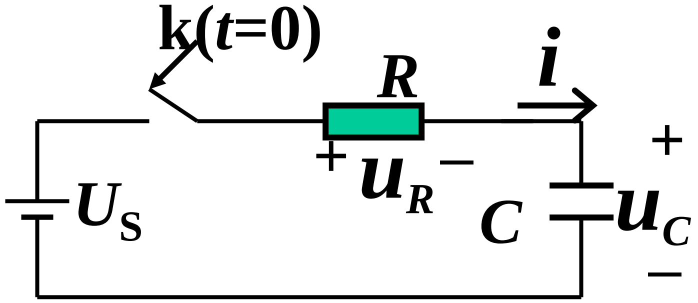
C 1

D 2

习题：3-7, 3-8, 3-9, 3-10, 3-11, 3-14
提交截止时间：下周五（4月23日）早8点

提交

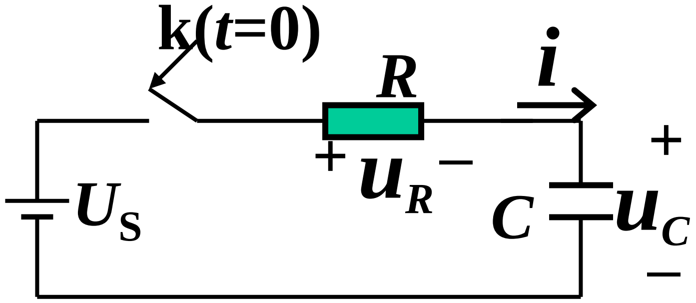
3.4.2 一阶动态电路的响应



$u_C(0^-)=U_0$ 求：电容电压$u_C(t)$。

$$u_C = U_S + (U_0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \ge 0$$

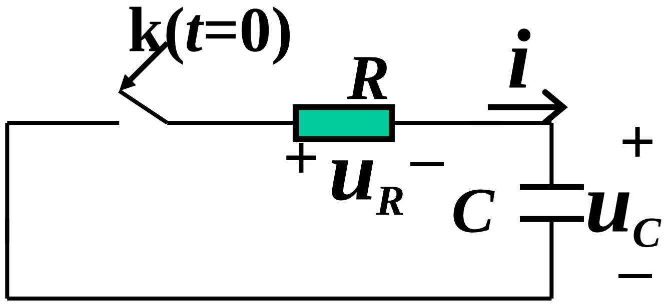
全响应



$u_C(0^-)=0$ 零状态(储能元件无初始储能)

$u_C(0^+)=0$ $u_C(\infty)=U_S$ $\tau=RC$

$$u_C = U_S + (0 - U_S)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \ge 0$$



$u_C(0^-)=U_0$ 零输入(没有外加电源)

$u_C(0^+)=U_0$ $u_C(\infty)=0$ $\tau=RC$

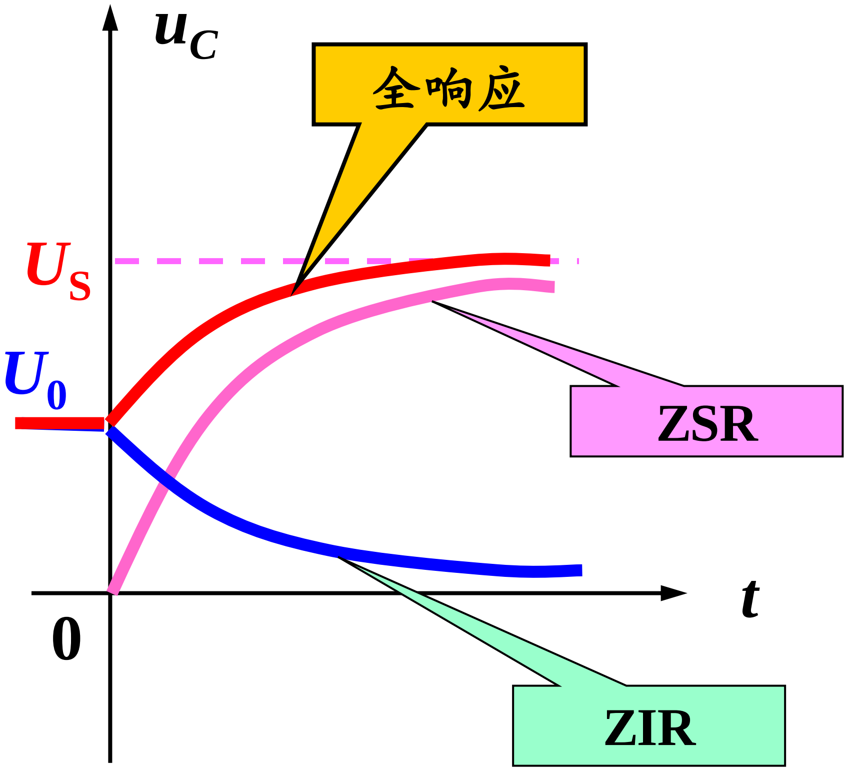
$$u_C = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t \ge 0$$

零输入响应(zero-input response) (ZIR)：没有外加激励，由L、C初始储能引起的响应

零状态响应(zero-state response) (ZSR)：L、C没有初始储能，由外加激励引起的响应

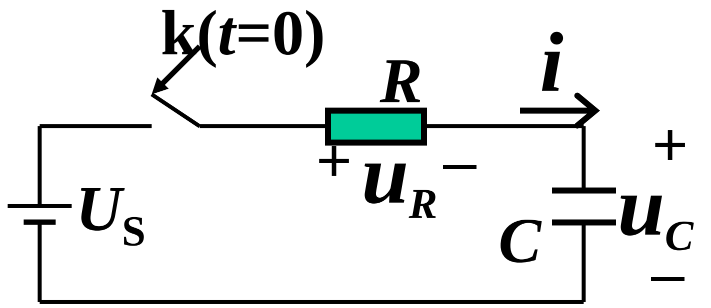
$$\underbrace{u_C = U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}_{\text{ZSR}} + \underbrace{U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{ZIR}} \qquad (t \geq 0)$$

$$\begin{cases} u_C(0^-)=0 \\ i_L(0^-)=0 \end{cases}$$



设置

电阻电压$u_R(t)$的零状态响应是



$u_C(0^-)=U_0$

A $-U_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

B $U_S+(U_0-U_S)e^{-\frac{t}{\tau}}$

C $U_S\,e^{-\frac{t}{\tau}}$

D $(U_S-U_0)e^{-\frac{t}{\tau}}$

提交

$$u_C(t) = \overbrace{u_C(\infty)}^{\text{强制分量/非齐次特解}} + \overbrace{[u_C(0^+) - u_C(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}}^{\text{自由分量/齐次通解}}$$

数学视角
方程视角

$$= \underbrace{\left[u_C(\infty) - u_C(\infty)\,e^{-\frac{t}{\tau}}\right]}_{\text{零状态响应}} + \underbrace{u_C(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}}_{\text{零输入响应}}$$

电路视角
能量视角

全响应 = 强制分量 + 自由分量

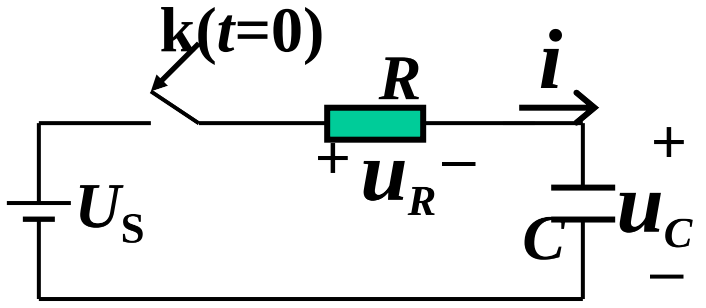
= 零输入响应 + 零状态响应

为什么要这样划分?

原因1：ZIR 和 ZSR 都是可能出现的过渡过程

原因2：ZSR 对于分析一般激励的响应非常重要

激励—响应线性关系



$u_C(0^-)=0$ 零状态

$$u_C = U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \geq 0$$

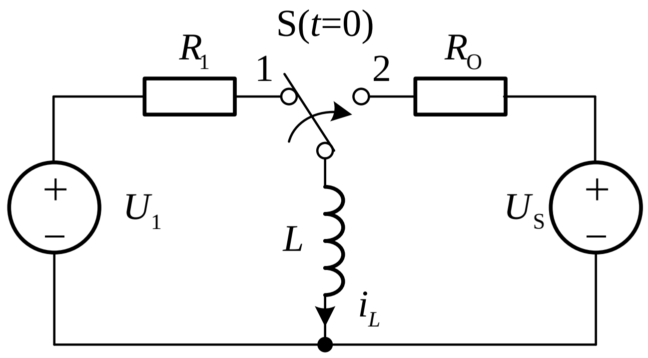
激励	响应
U_S	$u_C = U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \geq 0$
$2U_S$	$u_C = 2U_S(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \geq 0$
$U_{S1}+U_{S2}$	$u_C = (U_{S1}+U_{S2})(1-e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad t \geq 0$

利用这个性质求任意激励下电路的ZSR

→进而求任意激励作用下电路的响应

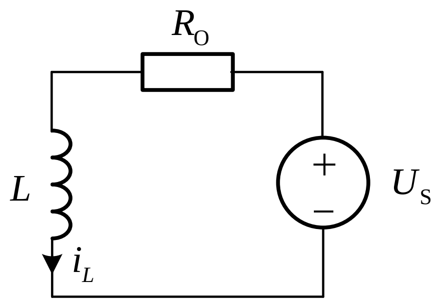
3.4.2 一阶动态电路的响应

一阶RL



$$\begin{cases} L\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}i_L + R_O i_L = U_S \\ i_L(0_-) = \dfrac{U_1}{R_1} \end{cases}$$

换路后



$$\begin{cases} L\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}i_L + R_O i_L = U_S \\ i_L(0_+) = \dfrac{U_1}{R_1} \end{cases}$$

$$i_{Lh} = Ae^{-\frac{1}{L/R_O}t}$$

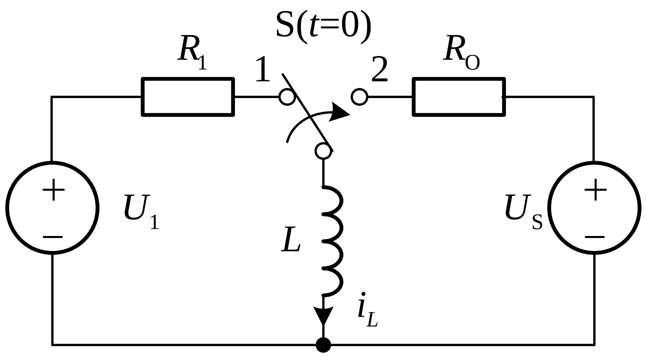
$$i_{Lp} = \frac{U_S}{R_O}$$

$$i_L = \left(Ae^{-\frac{1}{L/R_O}t} + \frac{U_S}{R_O}\right)$$

利用 $i_L(0_+) = \dfrac{U_1}{R_1}$ 可得 $A = \dfrac{U_1}{R_1} - \dfrac{U_S}{R_O}$

$$i_L = \left(\frac{U_1}{R_1} - \frac{U_S}{R_O}\right)e^{-\frac{1}{L/R_O}t} + \frac{U_S}{R_O} \qquad (t > 0)$$

3.4.2 一阶动态电路的响应



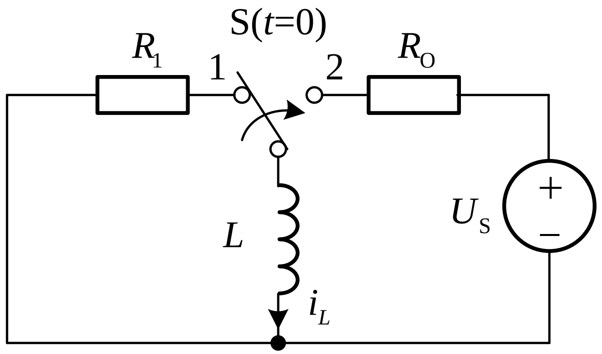
$$i_L = \left(\frac{U_1}{R_1} - \frac{U_S}{R_O}\right) e^{-\frac{1}{L/R_O}t} + \frac{U_S}{R_O} \qquad (t > 0)$$

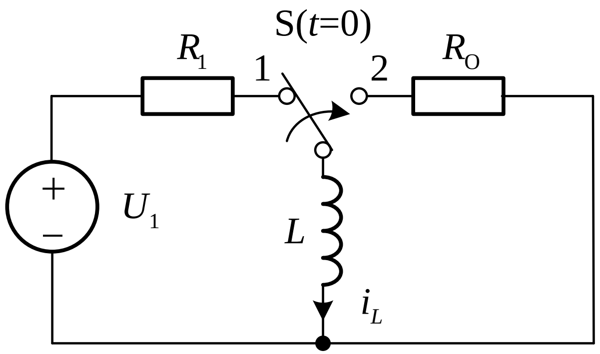
$$\frac{U_1}{R_O} = i_L(0_-)$$

由电路决定

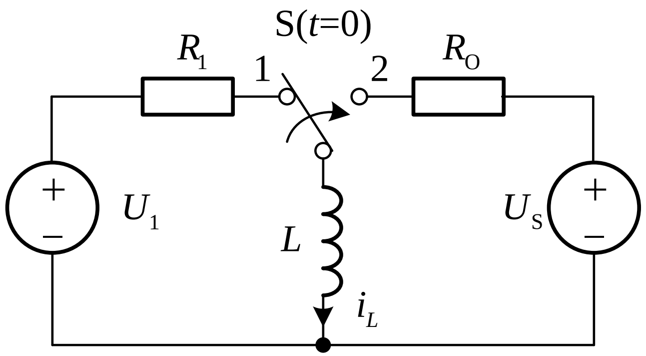
$$i_L = \frac{U_S}{R_O}\left(1 - e^{-\frac{1}{L/R_O}t}\right) + i_L(0_-) e^{-\frac{1}{L/R_O}t} \qquad (t > 0)$$

零状态响应　　零输入响应





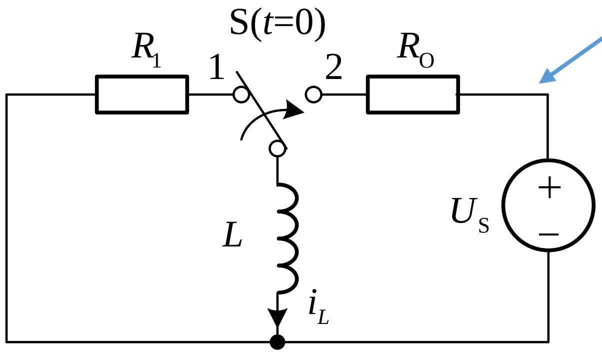
3.4.2 一阶动态电路的响应



$$i_L=\frac{U_S}{R_O}\left(1-e^{-\frac{1}{L/R_O}t}\right)+i_L(0_-)e^{-\frac{1}{L/R_O}t}\qquad(t>0)$$

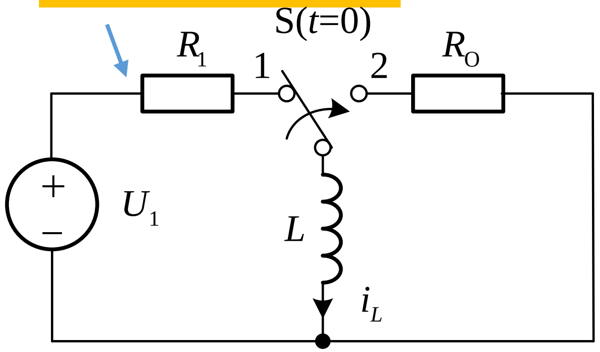
零状态响应

零输入响应



$$\begin{cases}L\dfrac{d}{dt}i_{Lzs}+R_O i_{Lzs}=U_S\\ i_{Lzs}(0_-)=0\end{cases}$$

$$i_{Lzs}=\frac{U_S}{R_O}\left(1-e^{-\frac{1}{L/R_o}t}\right)\qquad(t>0)$$



$$\begin{cases}L\dfrac{d}{dt}i_{Lzi}+R_O i_{Lzi}=0\\ i_{Lzi}(0_-)=U_1/R_1\end{cases}$$

$$i_{Lzi}=i_L(0_-)e^{-\frac{1}{L/R_O}t}\qquad(t>0)$$

$$\boxed{i_L=i_{Lzs}+i_{Lzi}\qquad(t>0)}$$

3.4.2 一阶动态电路的响应

一阶RC或RL电路均可以通过零状态响应和零输入响应来计算完全响应，这种方法称为双零法。

当外加激励增加k倍，零状态响应也增加k倍；而当多个激励电源作用于初始状态为零的电路时可以进行叠加，这些特性称为零状态响应的线性特性。

当起始状态增加k倍，零输入响应也增加k倍，这种特性为零输入响应的线性特性。