第三章 LTI系统的时域分析

- 3.1 系统的定义与分类
- 3.2 动态电路系统的微分方程描述
- 3.3 LTI连续时间系统的经典法分析
- 3.4 直流电源激励下的一阶动态电路分析
- 3.5 LTI连续时间系统的零输入响应和零状态响应
- 3.6 冲激响应和阶跃响应
- 3.7 卷积积分

回顾

- 叠加定理
- 戴维南定理和诺顿定理

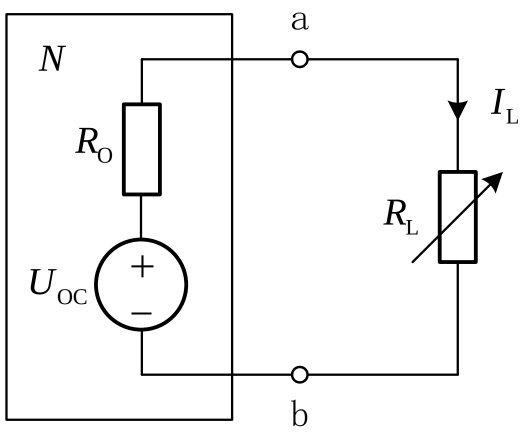
- 重难点：三个都是……

本次课学习内容

- 系统的定义与分类
- 动态电路系统的微分方程描述

最大功率传输

在电子电路及通信等系统中，给定含源单口网络的情况下，分析负载电阻为何值时可以得到最大的功率，这就是最大功率传输问题



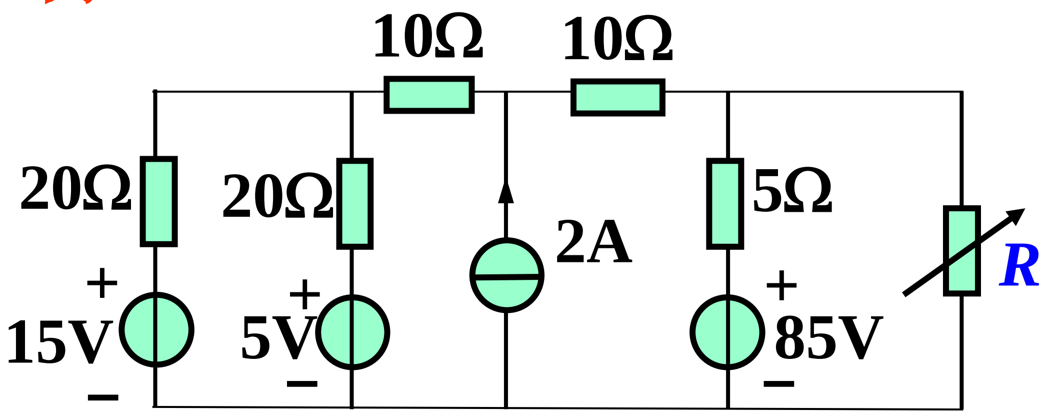
$$P_L = I_L^2 R_L = \left(\frac{U_{OC}}{R_O + R_L}\right)^2 R_L$$

$$\frac{dP_L}{dR_L} = U_{OC}^2 \frac{R_O - R_L}{(R_O + R_L)^3} = 0 \Rightarrow$$ 当 $R_L = R_O$ 时，R_L 上可以获得最大的功率。

此时，负载可以获得的最大功率为 $$P_{L\max} = \frac{U_{OC}^2}{4R_O}$$

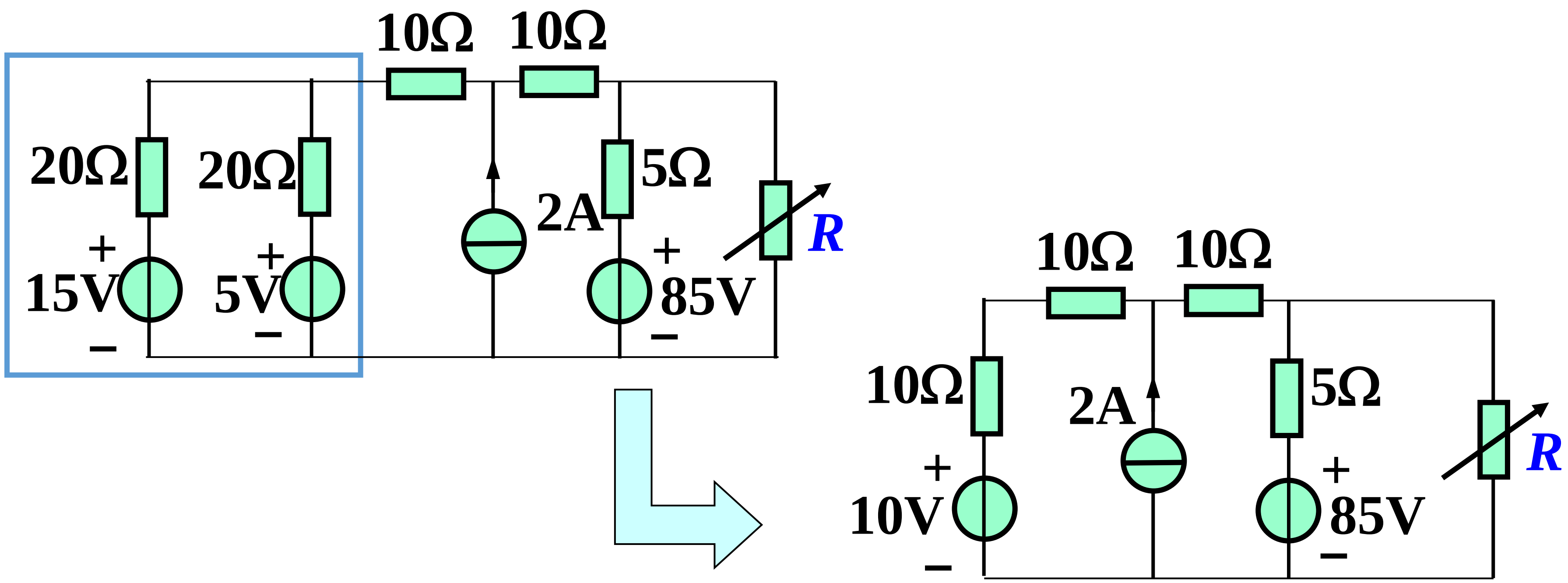
“直流电路” 版

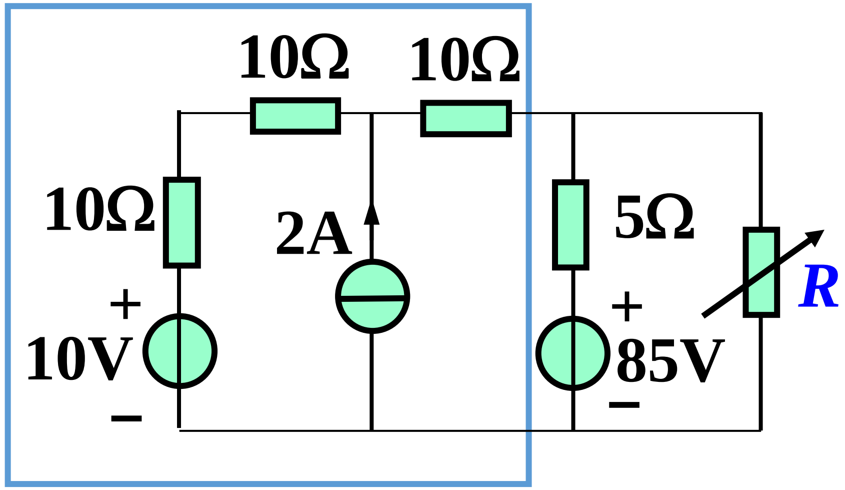
例

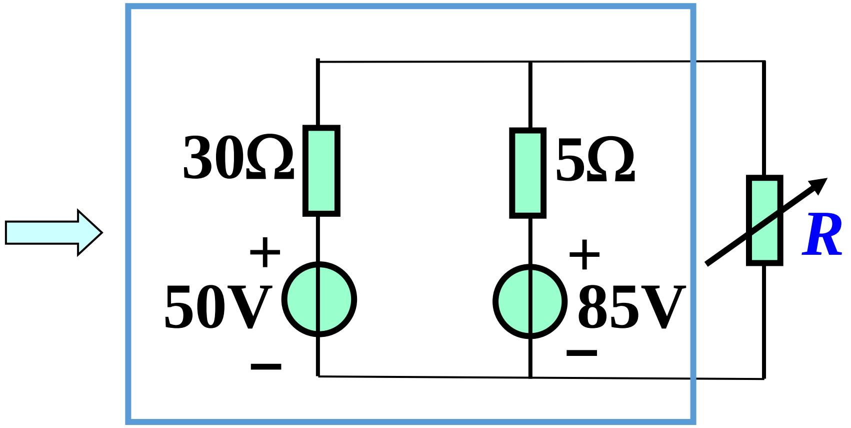


*R*多大时能从电路中获得最大功率，并求此最大功率。

解：

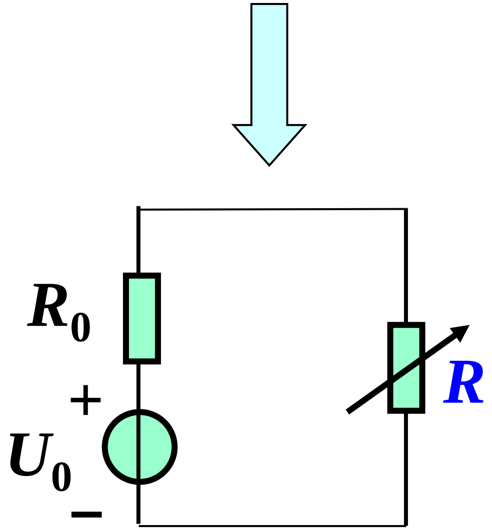






$$U_0=\frac{5}{35}\times 50+\frac{30}{35}\times 85=80V$$

$$R_0=\frac{30\times 5}{35}=4.29\Omega$$



R =4.29Ω获最大功率。

$$P_{\max}=\frac{80^2}{4\times 4.29}=373W$$

$$\begin{cases} U_{oc}=U_{S1}\dfrac{R_2}{R_1+R_2}+U_{S2}\dfrac{R_1}{R_1+R_2} \\ R_o=R_1//R_2 \end{cases}$$

最大功率传输定理的应用及注意事项

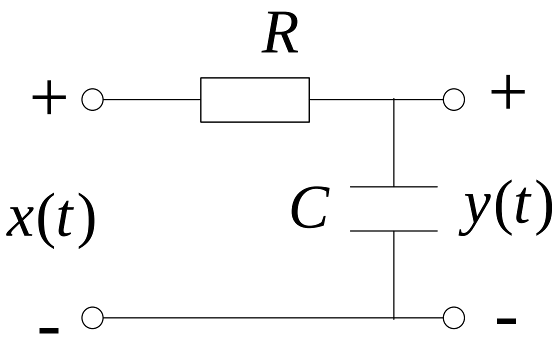
- 最大功率传输定理用于单端口网络的功率给定，负载电阻可调的情况；
- 信号处理环节的阻抗匹配，目标是用电器如何获得最大功率；
- 单端口网络等效电阻消耗的功率一般不等于端口网络内部消耗的功率，因此当负载获取最大功率时，电路的传输效率并不一定等于50%；
- 计算最大功率问题结合应用戴维南定理或诺顿定理最方便

习题：2-15，提交截止时间：下周五4月16日早8：00前

3.1 系统的定义与分类

系统：由若干相互作用和相互依赖的事物组成的具有特定功能的整体

电路模块 **处理电信号**



$x(t)$ 表示系统的输入（激励）

$y(t)$ 表示系统的输出（响应）

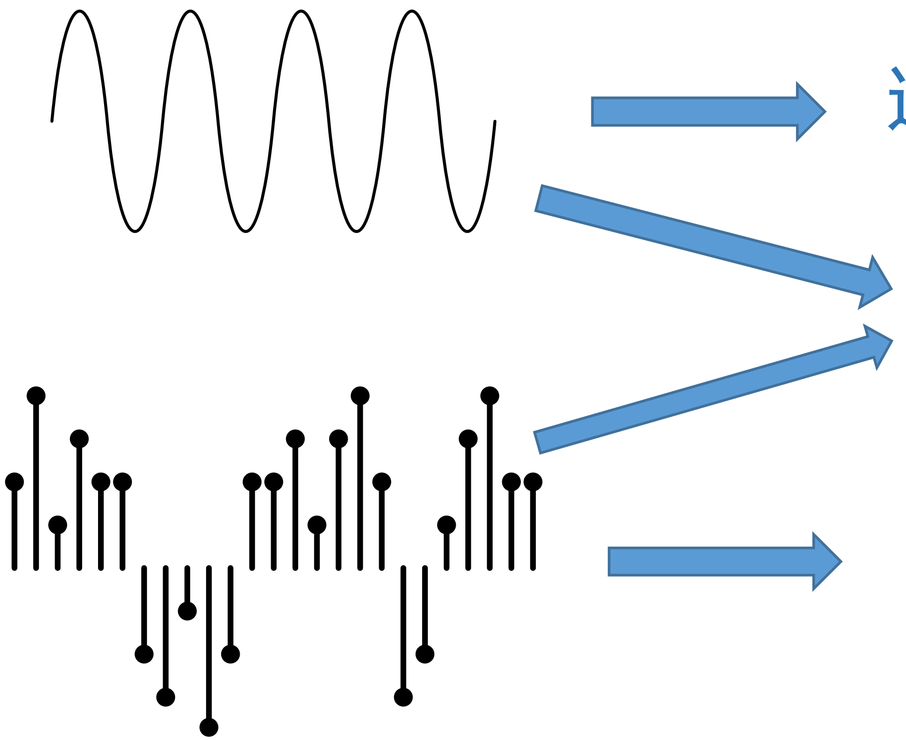
1.连续时间系统和离散时间系统
2.线性系统与非线性系统
3.时变系统和时不变系统
4.线性时不变系统
5.因果与非因果系统
6.稳定系统与不稳定系统
7.可逆系统与不可逆系统
8.记忆与无记忆系统

3.1 系统的定义与分类

1.连续时间系统和离散时间系统

分类依据：待处理的信号类型

连续时间信号



离散时间信号

连续时间系统

混合系统

离散时间系统

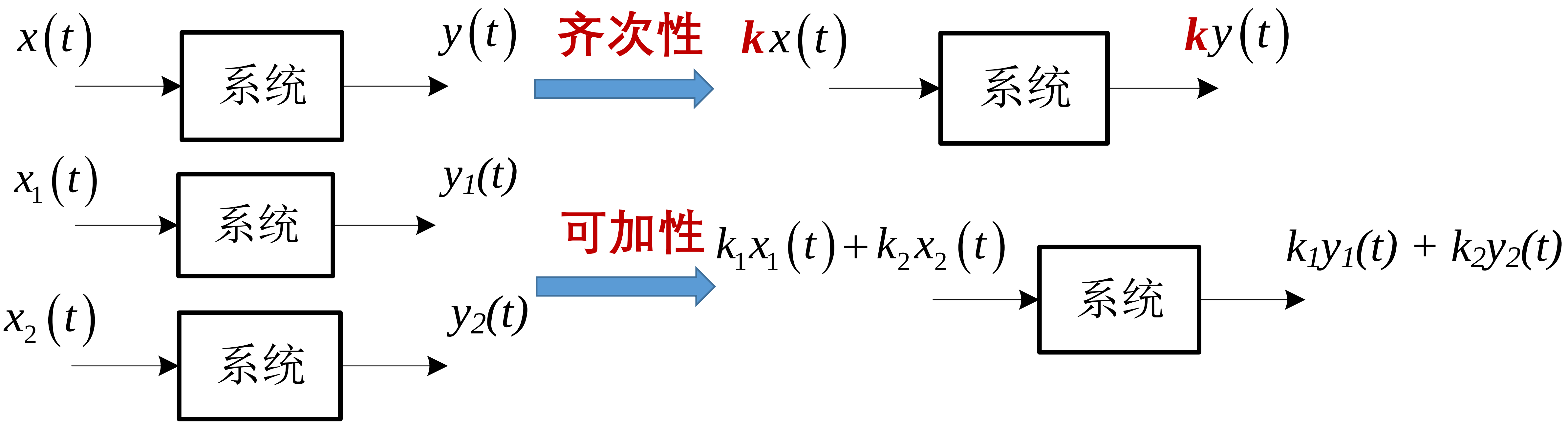
3.1 系统的定义与分类

2.线性系统与非线性系统

分类依据：是否满足线性特性

线性特性包含系统响应具有齐次性和可加性

- √ **线性系统**
- × **非线性系统**



3.1 系统的定义与分类

2.线性系统与非线性系统

含储能元件的线性电路响应$y(t)$=零输入响应$y_{zi}(t)$+零状态响应$y_{zs}(t)$

输入部分

电路外加激励源 → 零状态响应$y_{zs}(t)$

+ 　　　　　　　　　　+

电路内储能元件初始储能状态 → 零输入响应$y_{zi}(t)$

输出部分

本课程所研究的电路一般均由线性电阻、线性电容和线性电感等元件构成，因此都是线性电路系统

输出与输入间是一次方关系：系统方程是关于$x(t),y(t)$及其导数、积分的一次方的代数和，则该系统是线性系统！

3.1 系统的定义与分类

例3.1-1 判断下列系统是线性系统还是非线性系统。其中 $x(t)$ 为系统输入，$y(0_-)$ 为系统的起始状态，$y(t)$ 为系统在 $t>0$ 时的响应。

（1） $y(t)=y(0_-)x(t)$

（2） $y(t)=y(0_-)+3x(t)$

（3） $y(t)=y(0_-)+2x^2(t)$

解 （1）输出是起始状态与输入的乘积，是二次方关系，因此该系统不满足线性，为非线性系统

3.1 系统的定义与分类

例3.1-1 判断下列系统是线性系统还是非线性系统。其中 $x(t)$ 为系统输入，$y(0_-)$ 为系统的起始状态，$y(t)$ 为系统在 $t>0$ 时的响应。

（1） $y(t)=y(0_-)x(t)$　　　　（2） $y(t)=y(0_-)+3x(t)$

（3） $y(t)=y(0_-)+2x^2(t)$

解（2）输出是起始状态与输入的加权和，是一次方关系

该系统为线性系统。

3.1 系统的定义与分类

例3.1-1 判断下列系统是线性系统还是非线性系统。其中 $x(t)$ 为系统输入，$y(0_-)$ 为系统的起始状态，$y(t)$ 为系统在 $t>0$ 时的响应。

（1） $y(t)=y(0_-)x(t)$　　（2） $y(t)=y(0_-)+3x(t)$

（3） $y(t)=y(0_-)+2x^2(t)$

解（3）可得　$y_{zs}(t)=2x^2(t)$　　$y_{zi}(t)=y(0_-)$

该系统输出与输入的平方有关，因此该系统为非线性系统。

单选题 1分

设置

$y(t)=2x(t)+3$ 是否是线性系统？

A 是

B 否

提交

3.1 系统的定义与分类

3.时变系统和时不变系统

分类依据：输入延时时，零状态响应是否相应延时

√ 时不变系统

× 时变系统

3.1 系统的定义与分类

例3.1-2 判断下列系统是时变系统还是时不变系统。

（1）$y(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t)$ （2） $y(t)=tx(t)$ （3）$y(t)=2x^2(t)$

解（1）设 $x(t)\to y_{zs}(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t)$

$$x(t-t_0)\to\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t-t_0)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}(t-t_0)}x(t-t_0)=y_{zs}(t-t_0)$$

该系统为时不变系统

3.1 系统的定义与分类

例3.1-2 判断下列系统是时变系统还是时不变系统。

（1）$y(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t)$ （2） $y(t)=tx(t)$ （3）$y(t)=2x^2(t)$

解（2）设 $x(t)\rightarrow y_{zs}(t)=tx(t)$

$$x(t-t_0)\rightarrow tx(t-t_0)\neq y_{zs}(t-t_0)$$

该系统为时变系统

3.1 系统的定义与分类

例3.1-2 判断下列系统是时变系统还是时不变系统。

（1）$y(t)=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}x(t)$ （2） $y(t)=tx(t)$ （3）$y(t)=2x^2(t)$

解（3）设 $x(t)\rightarrow y_{zs}(t)=2x^2(t)$

$$x(t-t_0)\rightarrow 2x^2(t-t_0)=y_{zs}(t-t_0)$$

该系统为时不变系统

判断方法2：<u>系统的参数</u>是否随时间变化？

<u>系统的参数</u>：除$x(t)$,$y(t)$各次幂及其各阶导数外的量

本课程中研究的RLC电路系统都是时不变系统!

单选题 1分

设置

$y(t) = x(-t)$ 是否为时不变系统?

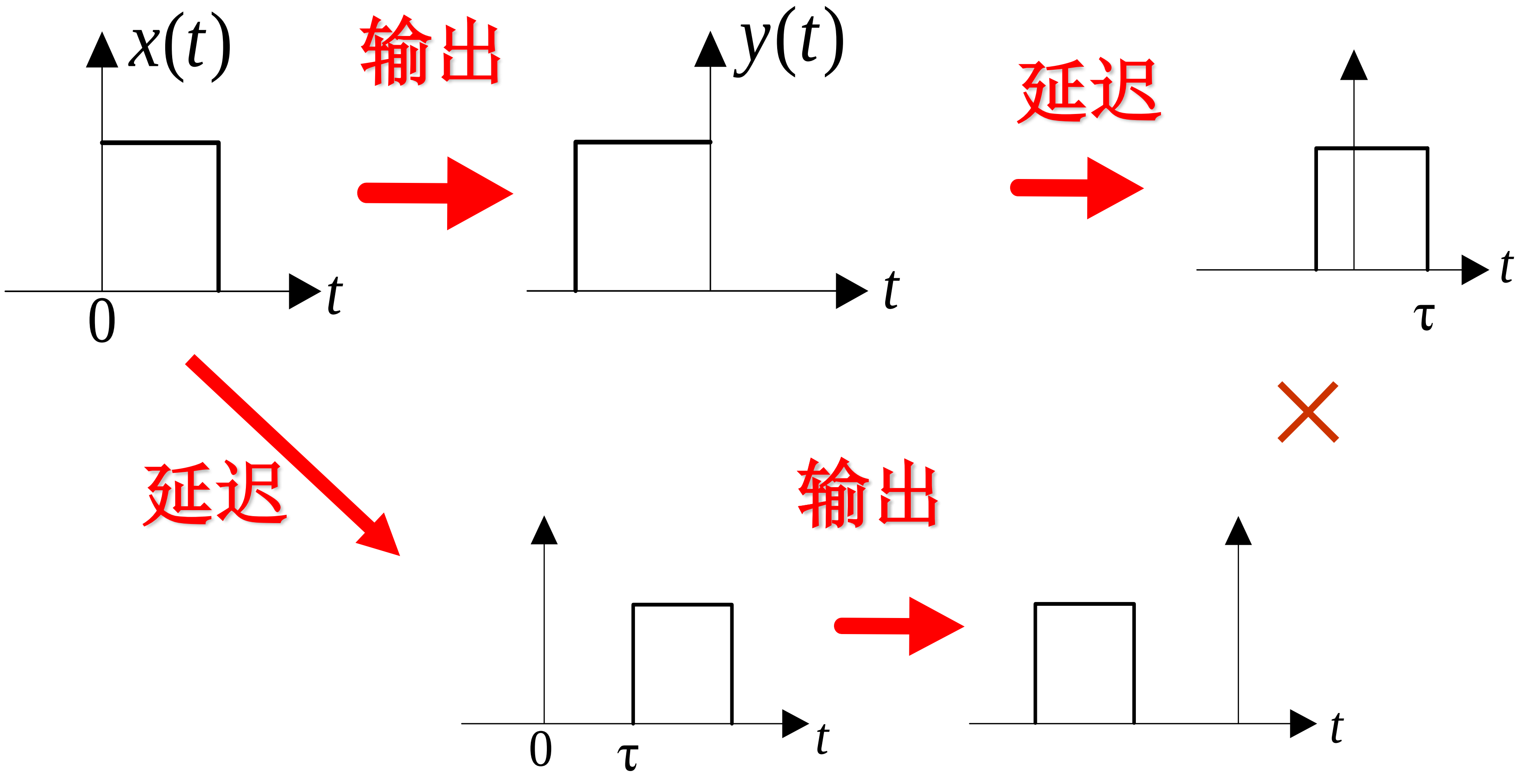
A 是

B 否

提交

3.1 系统的定义与分类

例： 已知 $y(t)=x(-t)$ ，试判系统时不变性



3.1 系统的定义与分类

4. 线性时不变系统

既满足线性又满足时不变特性的系统称为线性时不变系统(LTI系统)。

LTI连续时间系统具有微分和积分性质

若 $x(t) \to y_{zs}(t)$，则有

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x(t) \to \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} y_{zs}(t) \\ \int_{-\infty}^{t} x(t)\,\mathrm{d}\tau \to \int_{-\infty}^{t} y_{zs}(t)\,\mathrm{d}\tau \end{cases}$$

3.1 系统的定义与分类

5.因果与非因果系统

分类依据：输出是否仅与当前和以前的输入有关 $\begin{cases} \surd & \text{因果系统} \\ \times & \text{非因果系统} \end{cases}$

对于因果系统，也称为“不可预测系统”，无输入便无输出

例 $y(t)=x(t-2)$ 为因果系统

$y(t)=x(t+2)$ 为非因果系统

RLC电路系统都是因果系统！

3.1 系统的定义与分类

6.稳定系统与不稳定系统

分类依据：有界输入是否产生有界输出 $\begin{cases} \surd & \textbf{稳定系统} \\ \times & \textbf{不稳定系统} \end{cases}$

例　$y(t) = \tan\left[x(t)\right]$　　$x(t)=\pi/2$，输出为无穷大，

该系统为不稳定系统。

(电路)稳定系统：存在能量消耗

3.1 系统的定义与分类

7.可逆系统与不可逆系统

分类依据：输入与输出是否是一一对应关系 $\begin{cases} \surd & \text{可逆系统} \\ \times & \text{不可逆系统} \end{cases}$

可逆系统存在对应的逆系统，信号在依次通过可逆系统和其对应的逆系统后，可以恢复回原来的信号

例 $y(t)=x(2t)$ 与 $y(t)=x(t/2)$ 互为逆系统

3.1 系统的定义与分类

8.记忆与无记忆系统

分类依据： 输出与当前及过去时刻输入是否都有关 $\begin{cases} \surd & \textbf{记忆系统} \\ \times & \textbf{无记忆系统} \end{cases}$

例：纯电阻电路为无记忆系统，
而含有电容或者电感的系统为记忆系统。

$$y(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau \text{（电容）}$$

单选题 1分

设置

$y(t)=x(t-1)$ 是不是记忆系统?

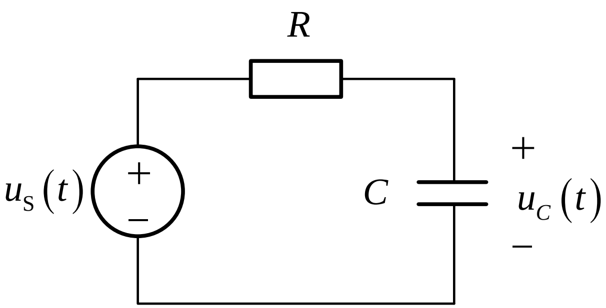
A 是

B 否

提交

3.2 动态电路系统的微分方程描述

- 伏安关系用微分或者积分表示的元件为动态元件，例如电容和电感。
- 含有动态元件的电路系统称为动态电路系统
- 动态电路系统一般可以用微分方程的形式来描述。

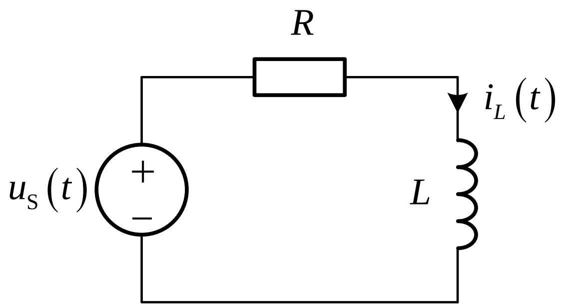


一阶RC动态电路系统

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u_C(t)+\frac{1}{RC}u_C(t)=\frac{1}{RC}u_S(t)$$

3.2 动态电路系统的微分方程描述

- 伏安关系用微分或者积分表示的元件为动态元件，例如电容和电感。
- 含有动态元件的电路系统称为动态电路系统
- 动态电路系统一般可以用微分方程的形式来描述。

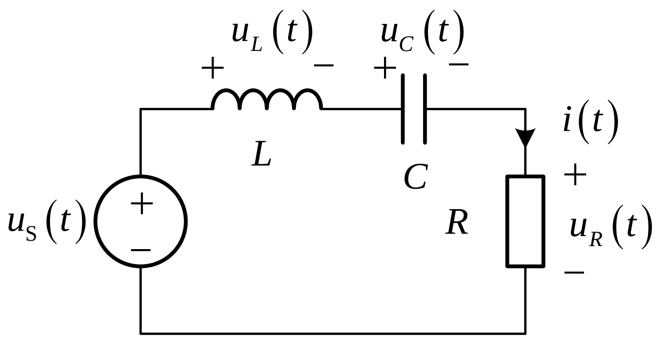


一阶*RL*动态电路系统

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}i_L(t)+\frac{R}{L}i_L(t)=\frac{1}{L}u_S(t)$$

3.2 动态电路系统的微分方程描述

- 伏安关系用微分或者积分表示的元件为动态元件，例如电容和电感。
- 含有动态元件的电路系统称为动态电路系统
- 动态电路系统一般可以用微分方程的形式来描述。



二阶RLC串联动态电路系统

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}u_R(t)+\frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u_R(t)+\frac{1}{LC}u_R(t)=\frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u_S(t)$$

3.2 动态电路系统的微分方程描述

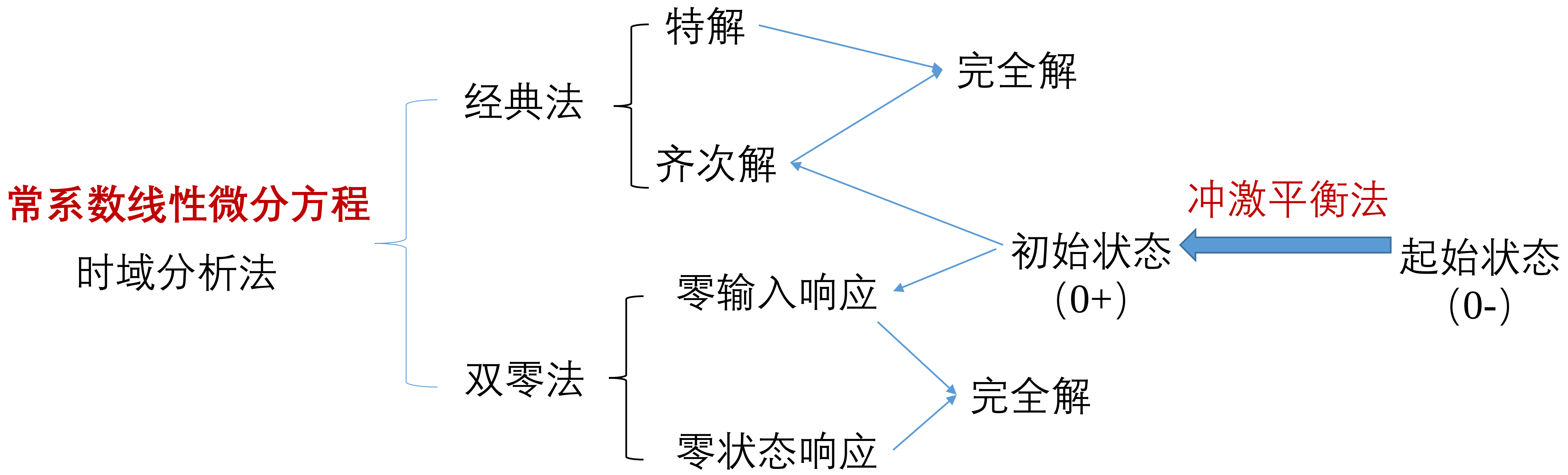
一般情况下，含有n个独立的动态元件的动态电路系统可以用n阶常系数微分方程来描述

$$a_n \frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}t^n} y(t) + a_{n-1} \frac{\mathrm{d}^{n-1}}{\mathrm{d}t^{n-1}} y(t) + \cdots + a_1 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} y(t) + a_0 y(t)$$

$$= b_m \frac{\mathrm{d}^m}{\mathrm{d}t^m} x(t) + b_{m-1} \frac{\mathrm{d}^{m-1}}{\mathrm{d}t^{m-1}} x(t) + \cdots + b_1 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} x(t) + b_0 x(t)$$

3.3 LTI连续时间系统的经典法分析

系统分析的任务：对给定的系统模型、输入信号和起始状态，求解系统的输出响应



习题：3-1，3-2，3-3

提交截止时间：下周五（4月16日）早8点