第6章　连续时间系统的s域分析

回顾

- 拉普拉斯反变换
  - 部分分式法

本次课学习内容

- 拉普拉斯变换求解微分方程
- 拉普拉斯变换分析电路
- 系统函数及零极点分析
- 拉普拉斯变换分析电路
- 系统函数及零极点分析

例4. 求$F(s)=\dfrac{s+8}{s^3+4s^2+8s}$的拉氏反变换

解：$F(s)=\dfrac{s+8}{s[(s+2)^2+4]}=\dfrac{1}{s}-\dfrac{s+3}{(s+2)^2+4}$

$$=\frac{1}{s}-\frac{s+2}{(s+2)^2+2^2}-\frac{1}{2}\frac{2}{(s+2)^2+2^2}$$

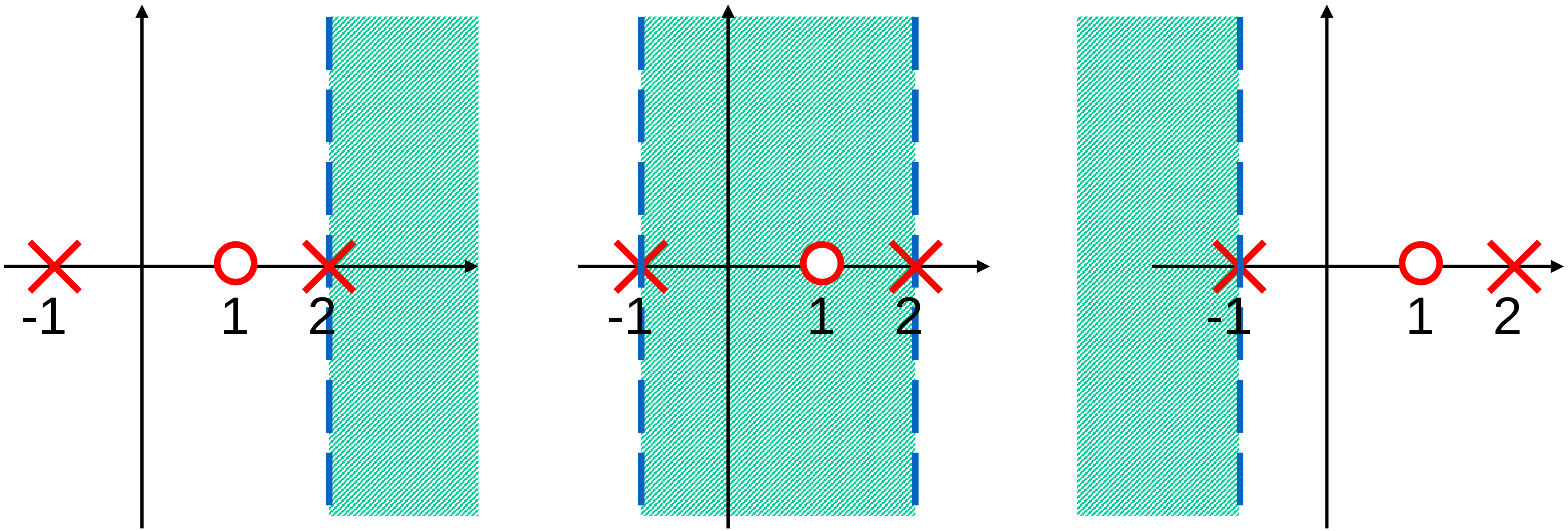
$$\cos\omega_0 t\cdot\varepsilon(t)\leftrightarrow\frac{s}{s^2+\omega_0{}^2},\quad \mathrm{Re}\{s\}>0$$

$$\sin\omega_0 t\cdot\varepsilon(t)\leftrightarrow\frac{\omega_0}{s^2+\omega_0{}^2},\quad \mathrm{Re}\{s\}>0$$

$$\leftrightarrow\left\{1-e^{-2t}\left(\cos 2t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\right\}\varepsilon(t)$$

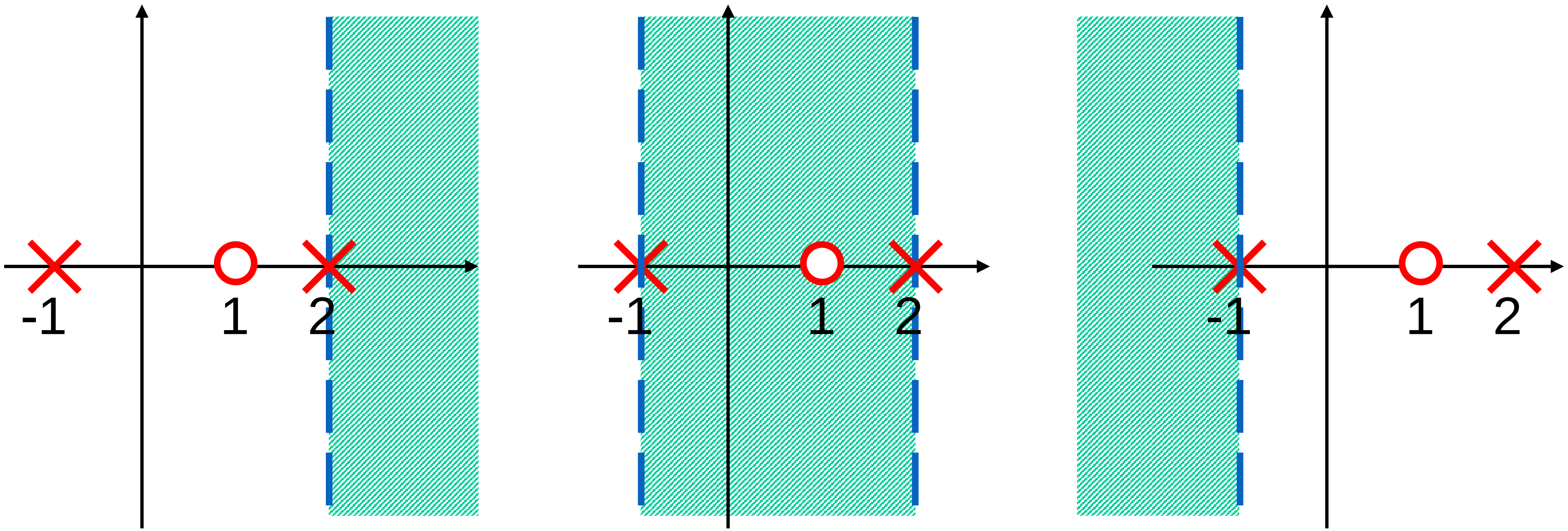
求指定收敛域的拉氏反变换

例5. 已知 $H(s)=\dfrac{s-1}{(s+1)(s-2)}$，求它在不同的收敛域上反变换



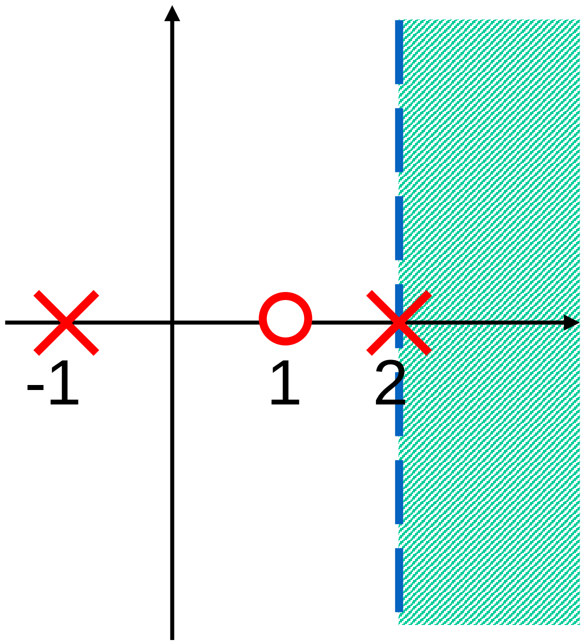
例5. 已知 $H(s)=\dfrac{s-1}{(s+1)(s-2)}$，求它在不同的收敛域上反变换

解：$H(s)=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2}{s+1}+\dfrac{1}{s-2}\right)$，极点如图



例5. 已知 $H(s)=\dfrac{s-1}{(s+1)(s-2)}$，求它在不同的收敛域上反变换

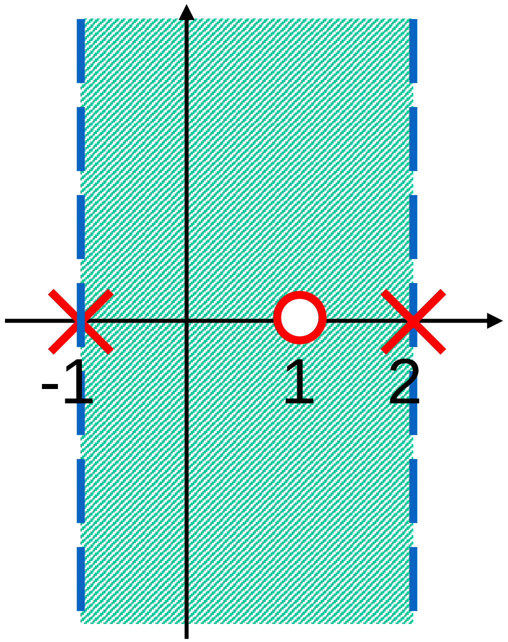
解：$H(s)=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2}{s+1}+\dfrac{1}{s-2}\right)$，极点如图



$$h(t)=\left(\frac{2}{3}e^{-t}+\frac{1}{3}e^{2t}\right)\varepsilon(t),\qquad \mathrm{Re}\{s\}>2$$

例5. 已知 $H(s)=\dfrac{s-1}{(s+1)(s-2)}$，求它在不同的收敛域上反变换

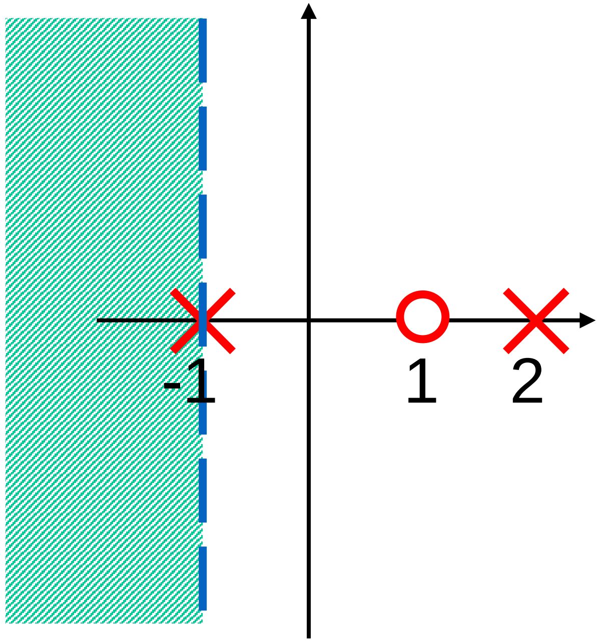
解：$H(s)=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2}{s+1}+\dfrac{1}{s-2}\right)$，极点如图



$$h(t)=\frac{2}{3}e^{-t}\varepsilon(t)-\frac{1}{3}e^{2t}\varepsilon(-t),\ \ -1<\mathrm{Re}\{s\}<2$$

例5. 已知 $H(s)=\dfrac{s-1}{(s+1)(s-2)}$，求它在不同的收敛域上反变换

解：$H(s)=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2}{s+1}+\dfrac{1}{s-2}\right)$，极点如图



$$h(t)=-\left(\frac{2}{3}e^{-t}+\frac{1}{3}e^{2t}\right)\varepsilon(-t),\ \mathrm{Re}\{s\}<-1$$

拉普拉斯变换有三大应用：

1、利用拉普拉斯变换解方程

2、利用拉普拉斯变换分析电路

3、利用拉普拉斯变换分析系统稳定性

6.1拉普拉斯变换

6.2 拉普拉斯反变换

6.3 拉普拉斯变换求解微分方程

6.4 拉普拉斯变换分析电路

6.5 系统函数及零极点分析

6.3 利用拉氏变换解微分方程

-- 微分方程的s域解法

• 微分方程的S域解法

利用傅里叶变换的频域分析法

$$y_{zs}(t) = f(t) * h(t)$$

$$Y_{zs}(j\omega) = F(j\omega) \cdot H(j\omega)$$

只能求零状态响应。

- **微分方程的S域解法**

step1　方程两边单边拉氏变换，利用微分性质(代入初始状态)

$$y(t)\varepsilon(t)\leftrightarrow Y(s)\Rightarrow y^{(1)}(t)\varepsilon(t)\leftrightarrow sY(s)-y(0^-)$$

$$y^{(2)}(t)\varepsilon(t)\leftrightarrow s^2Y(s)-sy(0^-)-y^{(1)}(0^-)\cdots$$

$$y^{(n)}(t)\varepsilon(t)\leftrightarrow$$

$$s^nF(s)-s^{n-1}f(0^-)-s^{n-2}f^{(1)}(0^-)-\cdots-f^{(n-1)}(0^-)$$

$$=s^nF(s)-\sum_{k=n-1}^{0}s^kf^{(n-1-k)}(0^-)$$

step2　代数运算求出 $Y(s)$

step3　拉氏反变换求出 $y(t)$

例. 求如下系统全响应

$$y^{(2)}(t)+3y^{(1)}(t)+2y(t)=2f^{(1)}(t)+f(t)$$

$$f(t)=e^{-3t}\varepsilon(t),\quad y(0^-)=1,\quad y^{(1)}(0^-)=1$$

解：1)对微分方程两边取拉氏变换

$$\left\{s^2Y(s)-sy(0^-)-y^{(1)}(0^-)\right\}+3\left\{sY(s)-y(0^-)\right\}+2Y(s)$$

$$=2sF(s)+F(s)$$

$$2)\Rightarrow(s^2+3s+2)Y(s)=(2s+1)F(s)+\left\{sy(0^-)+y^{(1)}(0^-)+3y(0^-)\right\}$$

$$\Rightarrow Y(s)=\underbrace{\frac{(2s+1)}{(s^2+3s+2)}F(s)}_{\text{零状态响应}}+\underbrace{\frac{sy(0^-)+y^{(1)}(0^-)+3y(0^-)}{(s^2+3s+2)}}_{\text{零输入响应}}$$

$$Y(s)=\underbrace{\frac{2s+1}{s^2+3s+2}F(s)}_{\text{零状态响应}}+\underbrace{\frac{sy(0^-)+y^{(1)}(0^-)+3y(0^-)}{s^2+3s+2}}_{\text{零输入响应}}$$

$$=\underbrace{\frac{2s+1}{s^2+3s+2}\frac{1}{s+3}}_{\text{零状态响应}}+\underbrace{\frac{s+4}{s^2+3s+2}}_{\text{零输入响应}}$$

$$3)y(t)=\underbrace{\left(-\frac{1}{2}e^{-t}+3e^{-2t}-\frac{5}{2}e^{-3t}\right)\varepsilon(t)}_{\text{零状态响应}}+\underbrace{(3e^{-t}-2e^{-2t})\varepsilon(t)}_{\text{零输入响应}}$$

$$y(t)=\frac{5}{2}e^{-t}+e^{-2t}-\frac{5}{2}e^{-3t},\quad \underline{t>0}$$

6.4 拉普拉斯变换分析电路

电路中的基本定律KCL、KVL及基本元件VAR可以用单边拉普拉斯变换形式表示出来！

KCL：$$\sum_{r=1}^{K} i_r(t)=0 \leftrightarrow \sum_{r=1}^{K} I_r(s)=0$$

KVL：$$\sum_{j=1}^{K} u_j(t)=0 \leftrightarrow \sum_{j=1}^{K} U_j(s)=0$$

基本元件的s域VAR

电阻： $u(t)=Ri(t)\leftrightarrow U(s)=RI(s)$

电感： $u(t)=L\dfrac{di(t)}{dt}\leftrightarrow U(s)=L(sI(s)-i(0^-))$

$$\Rightarrow \quad U(s)=sLI(s)-Li(0^-)$$

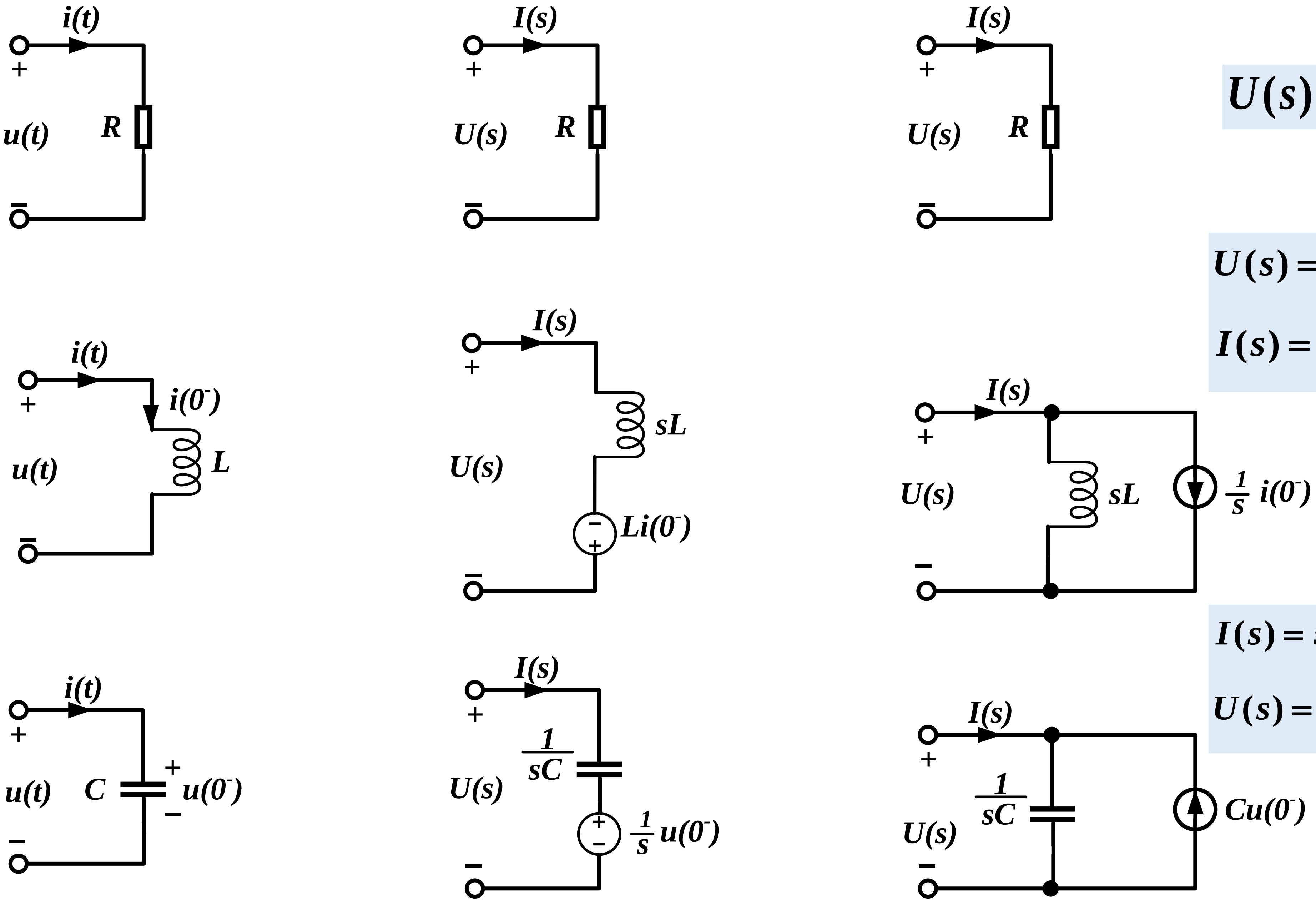
$$\Rightarrow \quad I(s)=\frac{1}{sL}U(s)+\frac{1}{s}i(0^-)$$

电容： $i(t)=C\dfrac{du(t)}{dt}\leftrightarrow I(s)=C(sU(s)-u(0^-))$

$$\Rightarrow \quad I(s)=sCU(s)-Cu(0^-)$$

$$\Rightarrow \quad U(s)=\frac{1}{sC}I(s)+\frac{1}{s}u(0^-)$$

基本元件的s域模型



$$U(s)=RI(s)$$

$$U(s)=sLI(s)-Li(0^-)$$

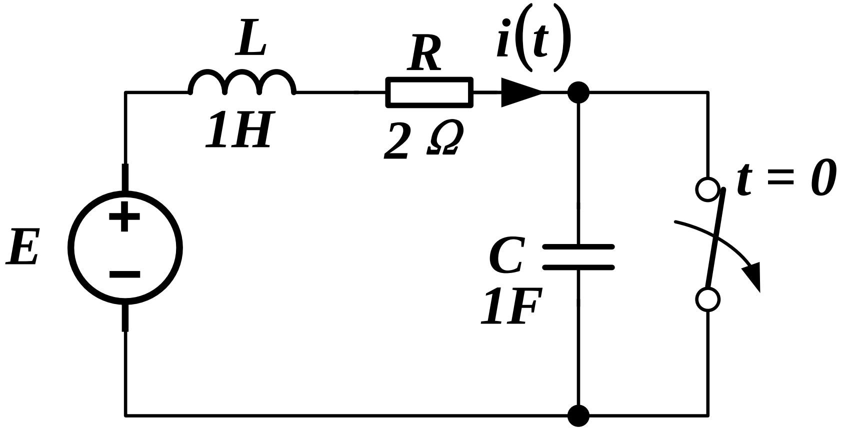
$$I(s)=\frac{1}{sL}U(s)+\frac{1}{s}i(0^-)$$

$$I(s)=sCU(s)-Cu(0^-)$$

$$U(s)=\frac{1}{sC}I(s)+\frac{1}{s}u(0^-)$$

(a) 时域模型　　(b) s域串联模型　　(c) s域并联模型

例：如图(a)所示电路，开关在$t=0$时打开，开关打开前电路已稳定，求开关打开后的电流$i(t)$。

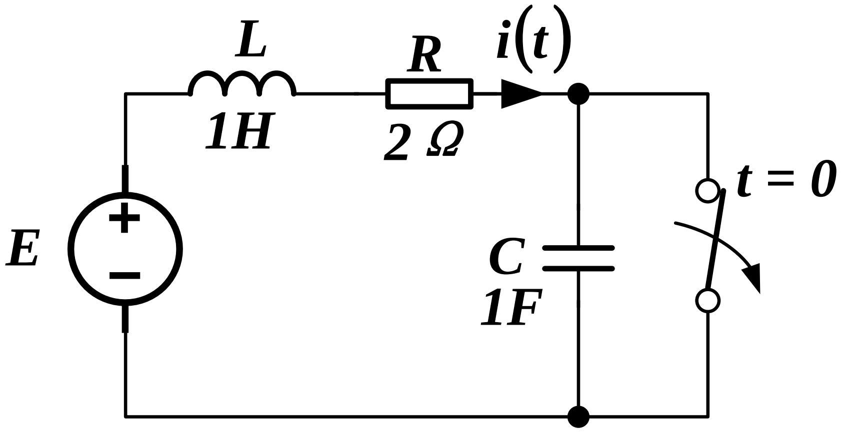


(a)时域电路

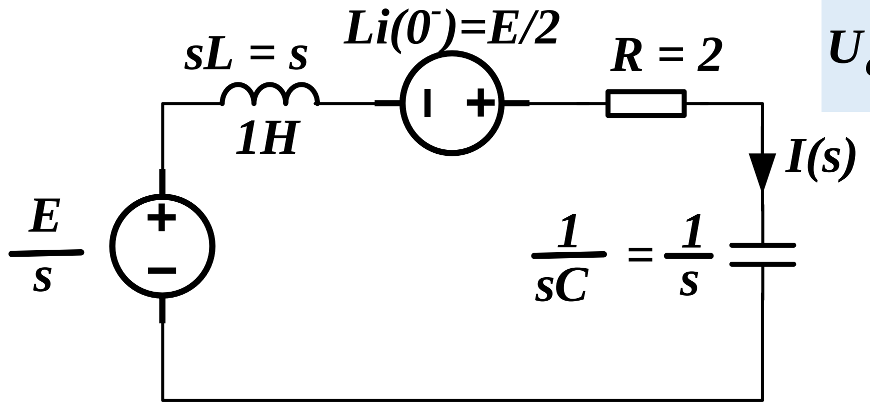
例：如图(a)所示电路，开关在t=0时打开，开关打开前电路已稳定，求开关打开后的电流$i(t)$。

$$U_L(s) = sLI(s) - Li(0^-)$$

$$U_C(s) = \frac{1}{sC}I(s) + \frac{1}{s}u(0^-)$$



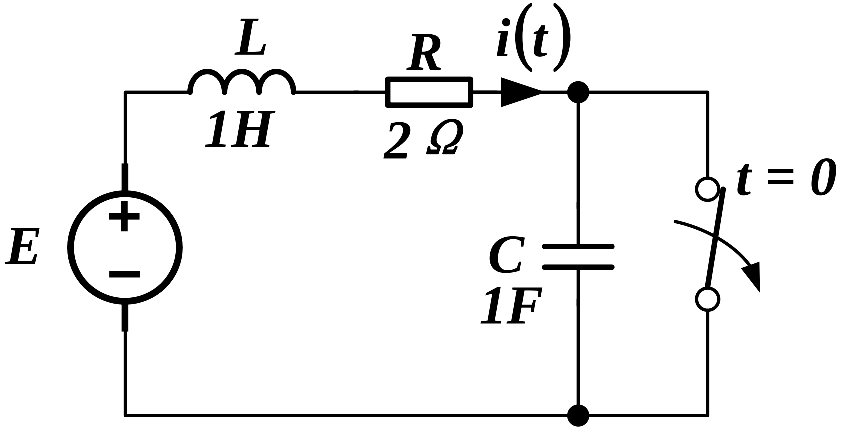
(a)时域电路



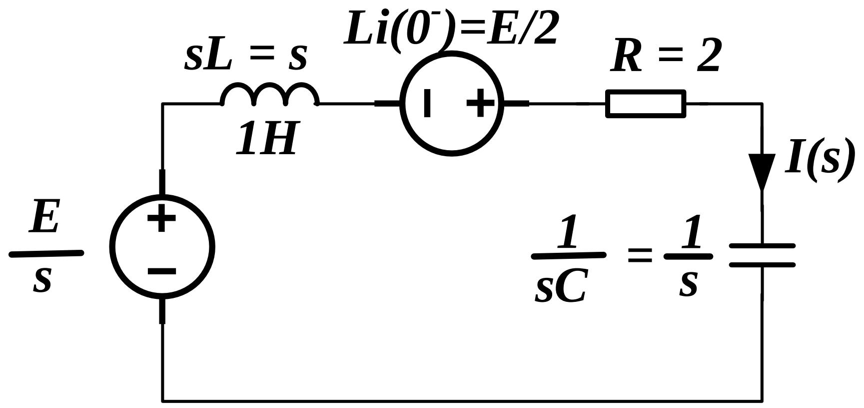
(b)s域电路

容易求得$i_L(0^-) = E/2, u_C(0^-) = 0$ 画出开关打开后的s域电路如图(b)所示。

例：如图(a)所示电路，开关在t=0时打开，开关打开前电路已稳定，求开关打开后的电流$i(t)$。



(a)时域电路



(b)s域电路

解: 容易求得$i_L(0^-)=E/2, u_C(0^-)=0$ 画出开关打开后的s域电路如图(b)所示。

列KVL方程有：$sI(s)-\dfrac{E}{2}+2I(s)+\dfrac{1}{s}I(s)=\dfrac{E}{s}$

故 $I(s)=\dfrac{E}{2}\dfrac{s+2}{s^2+2s+1}=\dfrac{E}{2}\left[\dfrac{1}{(s+1)^2}+\dfrac{1}{s+1}\right]$ $\therefore i(t)=\dfrac{E}{2}(te^{-t}+e^{-t})\varepsilon(t)$

6.5 系统函数

6.5.1 系统函数
6.5.2 系统函数的频率特性
6.5.3 系统的稳定性与因果性
6.5.4 系统函数与时域响应

6.5.1 系统函数

1. 系统函数的定义

$$G(s) := \frac{Y_{zs}(s)}{F(s)}$$

$$f(t) \longrightarrow \boxed{\text{LTI系统}} \longrightarrow y_{zs}(t)$$

2. 系统函数是其单位冲激响应的拉氏变换

$$y_{zs}(t) = f(t) * h(t) \Rightarrow Y_{zs}(s) = F(s) \cdot \mathcal{L}\left[h(t)\right]$$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{Y_{zs}(s)}{F(s)} = \mathcal{L}\left[h(t)\right] = H(s)$$

3. 求系统函数的方法

例. 求因果系统 $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=2f'(t)+f(t)$

的系统函数

解： 1)方程两边求拉氏变换(零状态)

$$s^2Y_{zs}(s)+3sY_{zs}(s)+2Y_{zs}(s)=2sF(s)+F(s)$$

$$\Rightarrow (s^2+3s+2)Y_{zs}(s)=(2s+1)F(s)$$

2) $$H(s)=\frac{2s+1}{(s+1)(s+2)}=\frac{-1}{(s+1)}+\frac{3}{(s+2)}$$

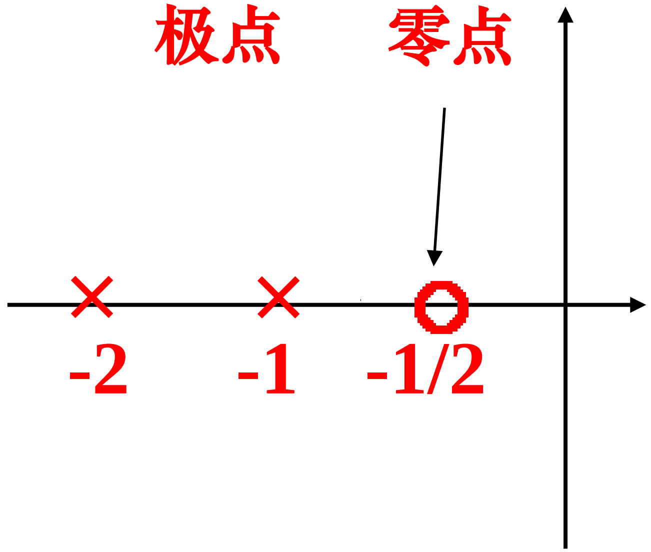
3) 进一步还可求得系统的单位冲激响应

$$\Rightarrow \quad h(t)=-e^{-t}\varepsilon(t)+3e^{-2t}\varepsilon(t)$$

4. 系统函数的零点与极点

例. 求因果系统 $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=2f'(t)+f(t)$ 的零极点

解： $H(s)=\dfrac{2s+1}{(s+1)(s+2)}$



极点： s_1=-1, s_2=-2; 零点 z_1=-1/2

极零点图：将极点、零点标记在复平面。

极点以“×”表示，零点用“o”表示

6.5.2 系统函数的频率特性

1. 频率特性的定义

$$h(t) \xleftrightarrow{FT} H(j\omega),$$

$$h(t) \xleftrightarrow{LT} H(s)$$

$$H(j\omega) = H(s)\big|_{s=j\omega}, \text{ROC含}j\omega\text{轴}$$

连续时间LTI系统

$\Updownarrow$

常系数线性微分方程

$\Updownarrow$

$h(t) \longleftrightarrow H(j\omega) \longleftrightarrow H(s) \longleftrightarrow$ 极零点图

单位冲激响应

频率响应

系统函数

2 利用极零点图分析频率特性

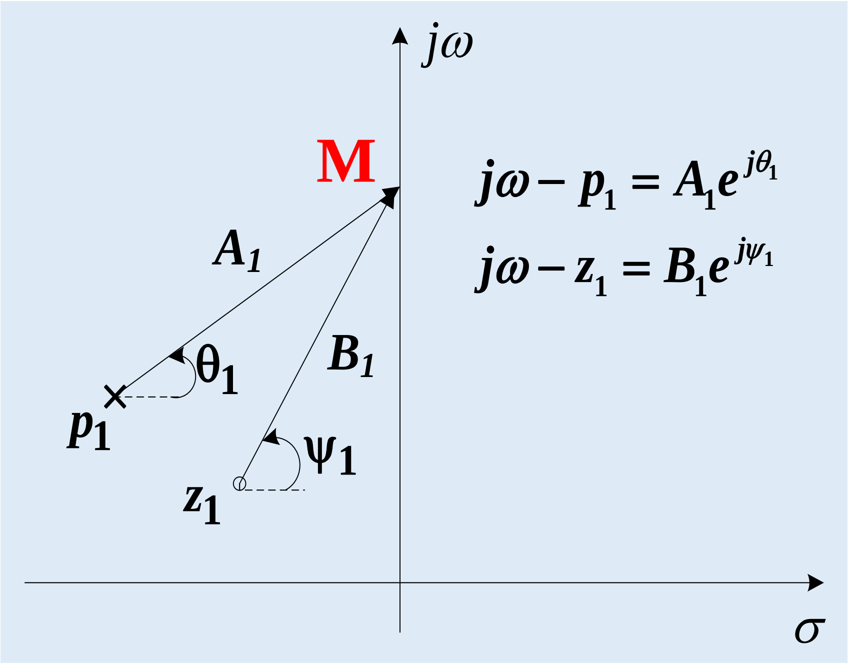
$$H(s)=K\frac{\prod_{r=1}^{M}(s-z_r)}{\prod_{k=1}^{N}(s-p_k)}$$

收敛域包含虚轴

$$\boxed{B_r e^{j\psi_r}}$$

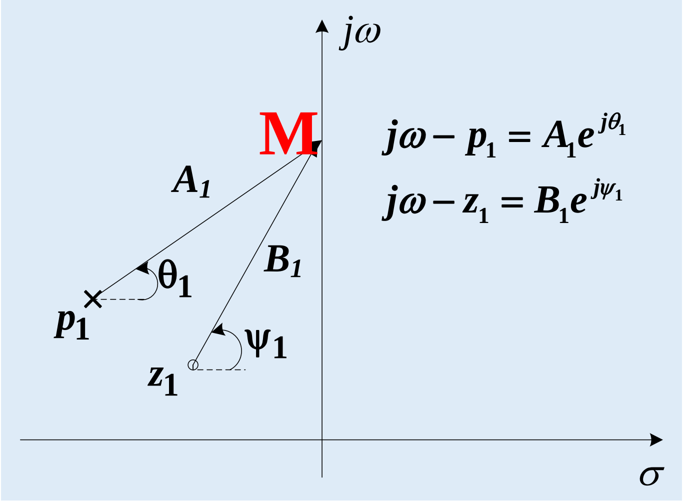
$$H(j\omega)=K\frac{\prod_{r=1}^{M}\boxed{(j\omega-z_r)}}{\prod_{k=1}^{N}\boxed{(j\omega-p_k)}}$$

$$\boxed{A_k e^{j\theta_k}}$$



$$=K\frac{\prod_{r=1}^{M}B_r e^{j\psi_r}}{\prod_{k=1}^{N}A_k e^{j\theta_k}}=K\frac{B_1e^{j\psi_1}\cdot B_2e^{j\psi_2}\cdot\ldots\cdot B_Me^{j\psi_M}}{A_1e^{j\theta_1}\cdot A_2e^{j\theta_2}\cdot\ldots\cdot A_Ne^{j\theta_N}}$$

$$H(s) = K\frac{\prod_{r=1}^{M}(s-z_r)}{\prod_{k=1}^{N}(s-p_k)}$$



$$\boxed{B_r e^{j\psi_r}}$$

$$H(j\omega) = K\frac{\prod_{r=1}^{M}\boxed{(j\omega - z_r)}}{\prod_{k=1}^{N}\boxed{(j\omega - p_k)}} = K\frac{\prod_{r=1}^{M}B_r e^{j\psi_r}}{\prod_{k=1}^{N}A_k e^{j\theta_k}}$$

$$\boxed{B_r e^{j\psi_r}}$$

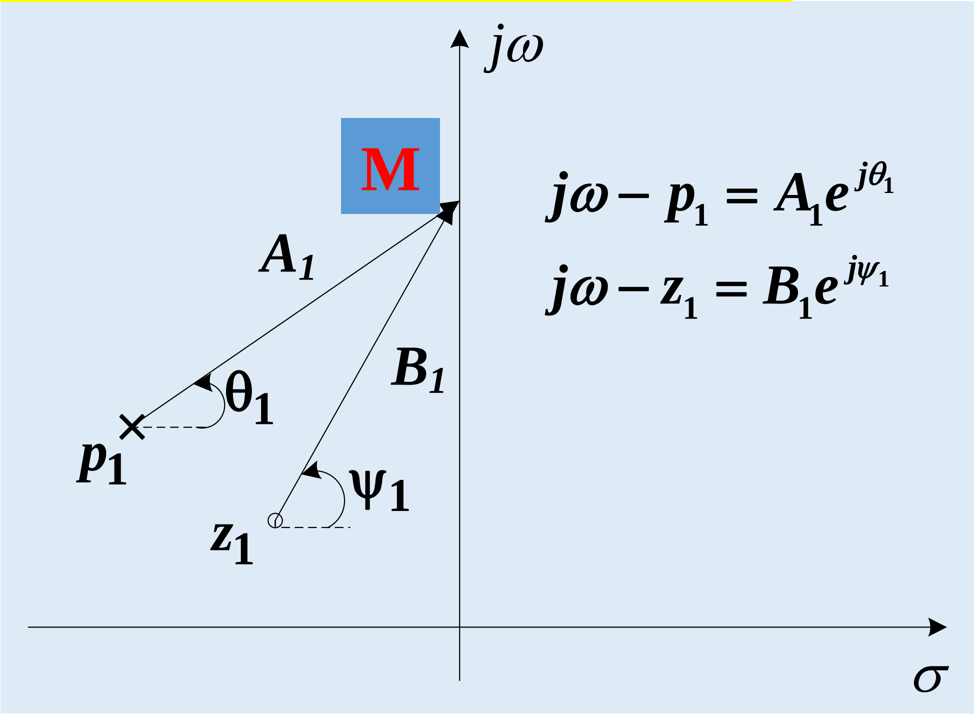
$$= K\frac{B_1 e^{j\psi_1}\cdot B_2 e^{j\psi_2}\cdot\ldots\cdot B_M e^{j\psi_M}}{A_1 e^{j\theta_1}\cdot A_2 e^{j\theta_2}\cdot\ldots\cdot A_N e^{j\theta_N}}$$

$$= K\frac{B_1\cdot B_2\cdot\ldots\cdot B_M\cdot e^{j(\psi_1+\psi_2+\ldots+\psi_M)}}{A_1\cdot A_2\cdot\ldots\cdot A_N\cdot e^{j(\theta_1+\theta_1+\ldots+\theta_N)}} = K\frac{\prod_{r=1}^{M}B_r}{\prod_{k=1}^{N}A_k}e^{j\left(\sum_{r=1}^{M}\psi_r-\sum_{k=1}^{N}\theta_k\right)}$$

$$\left|H(j\omega)\right| = \frac{\text{各零点到虚轴上的向量长度之积}}{\text{各极点到虚轴上的向量长度之积}}$$

$$\measuredangle H(j\omega) = \text{各零点到虚轴上的向量相角之和} - \text{各极点到虚轴上的向量相角之和}$$

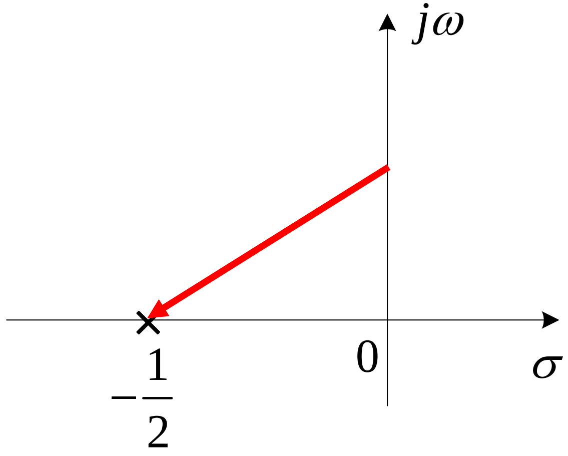
$$= \left|H(j\omega)\right| e^{j\measuredangle H(j\omega)}$$



$$\left|H(j\omega)\right| = K\frac{\prod_{r=1}^{M} B_r}{\prod_{k=1}^{N} A_k}$$

$$\measuredangle H(j\omega) = \sum_{r=1}^{M} \psi_r - \sum_{k=1}^{N} \theta_k$$

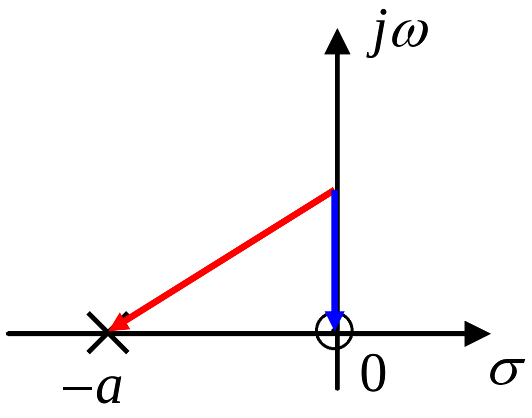
例：具有如下所示极零点图的系统，判断其滤波特性。



(1)

$$\left|H(j\omega)\right| = \frac{K}{A_1}$$

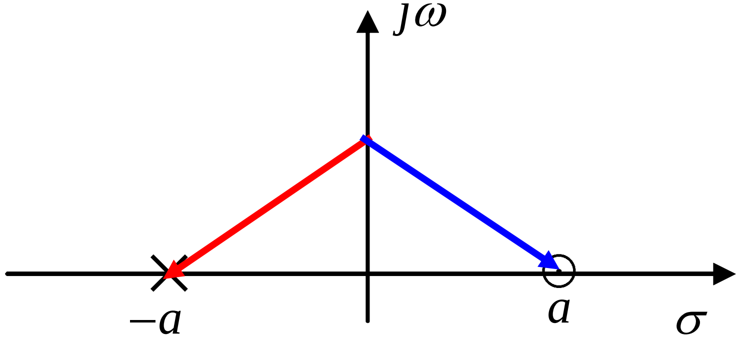
例：具有如下所示极零点图的系统，判断其滤波特性。



(2)

$$\left|H(j\omega)\right| = K\frac{B_1}{A_1}$$

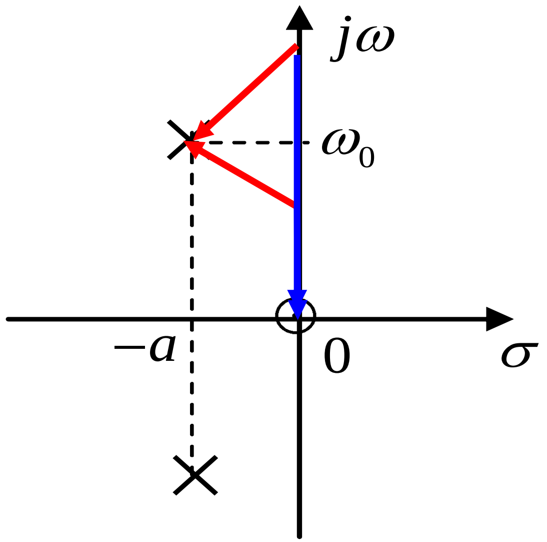
例：具有如下所示极零点图的系统，判断其滤波特性。



(3)

$$\left|H(j\omega)\right| = K\frac{B_1}{A_1} = K$$

例：具有如下所示极零点图的系统，判断其滤波特性。



(4)

$$\left|H(j\omega)\right| = K\frac{B_1}{A_1 A_2}$$

6.5.3 系统的稳定性与因果性

1. 系统因果性的定义

因果系统的定义：系统在任何时刻的输出只与当前时刻或当前时刻以前的输入有关，而与未来的输入无关。

非因果系统：输出与未来的输入有关。

2. 系统函数的收敛域与系统因果性

H(s)的收敛轴过某极点

若H(s)为因果系统，其ROC为过最右边极点的垂线的右边。

$h(t) = 0, \quad t < 0$ 因果系统的充要条件

3. 系统稳定性的定义

零状态响应

如果系统对于任意一个有界输入，输出也有界，则系统称为稳定系统。(BIBO稳定性)

4. 稳定的充要条件

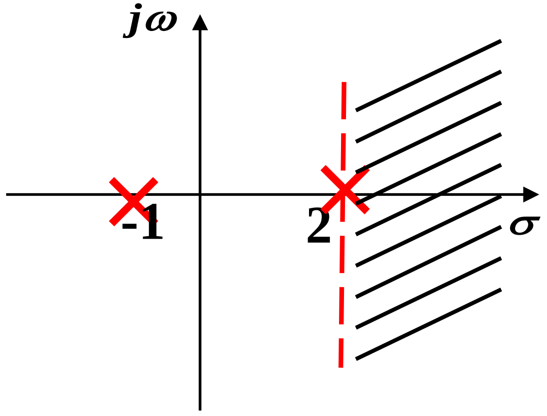
连续时间系统稳定的充分必要条件是：冲激响应 $h(t)$ 是绝对可积的

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < M \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{t\to\infty} |h(t)| = 0 \\ \lim\limits_{t\to-\infty} |h(t)| = 0 \end{cases}$$

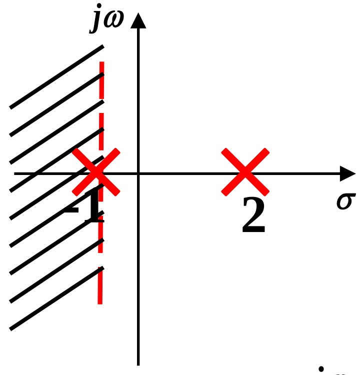
$\Leftrightarrow$H(s)的ROC含jω轴

例：$H(s)=\dfrac{s-1}{(s+1)(s-2)}$，判断系统的稳定性和因果性。

解：极点 $s_1=-1$(一阶), $s_2=2$(一阶)



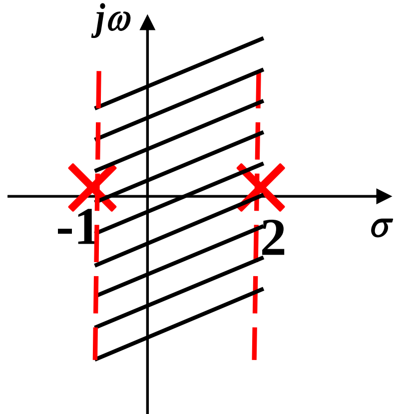
ROC有三种情况：



(1) σ>2　　　　因果非稳定

(2) σ<-1　　　　非因果非稳定

(3) -1<σ<2　　非因果稳定

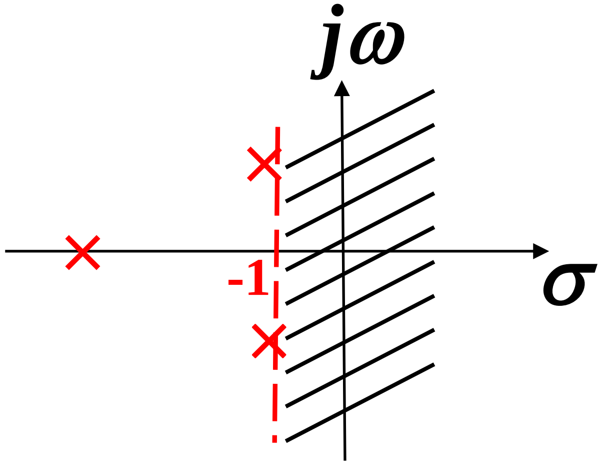


例：因果系统：$H(s)=\dfrac{s^2+s+5}{s^3+6s^2+10s+8}$，判断系统的稳定性

解：极点 s_1=-4(一阶)，s_2=－1＋j(一阶)，s_1=-1－j(一阶)

三个极点的实部均小于0，全部位于s平面的左半平面，

因此，系统是稳定的。



根据H(s)，求出极点（特征方程的特征根），

再根据收敛域的情况，来判断稳定性、因果性

6.5.4 系统函数与时域响应

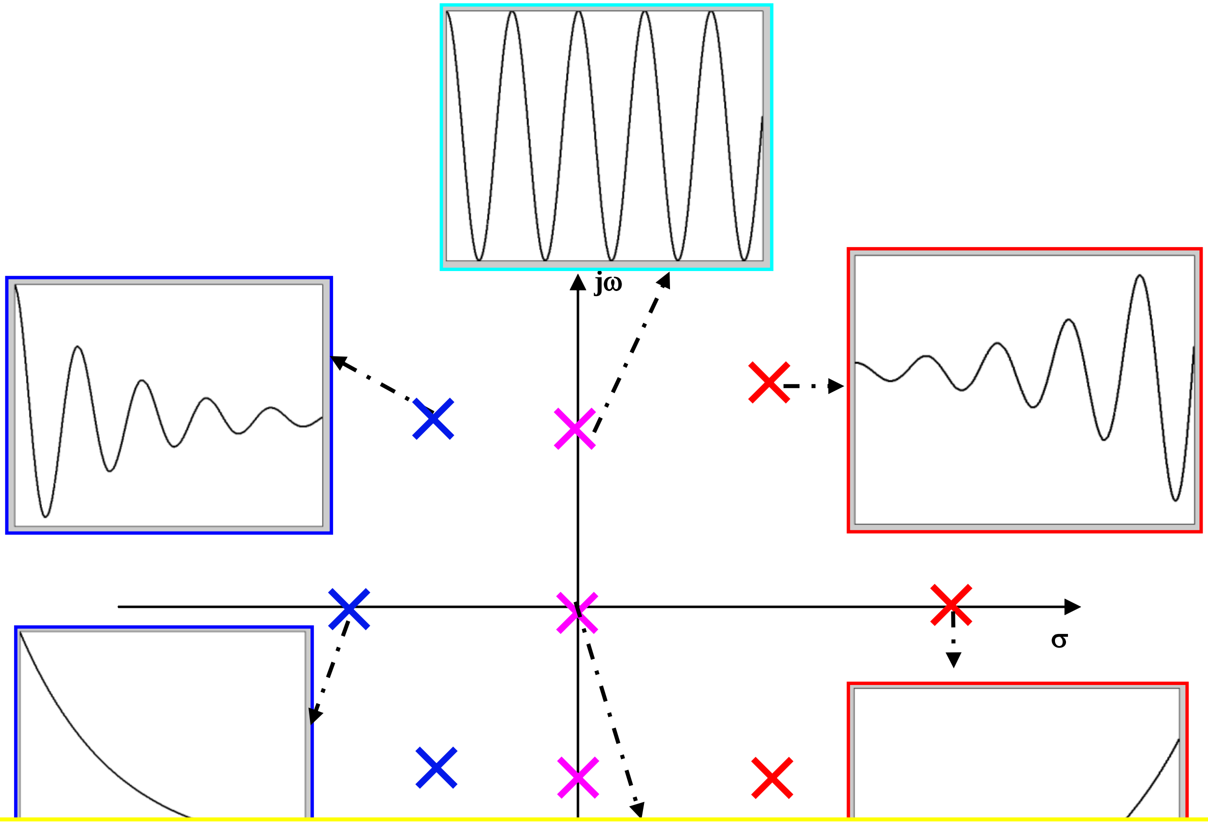
对于因果LTI系统

$$e^{at}\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s-a}$$ 极点为 a

$$\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s}$$ 极点为 0

$$\sin\omega_0 t\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$$ 极点为 $\pm j\omega_0$

$$e^{at}\sin\omega_0 t\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{\omega_0}{(s-a)^2+\omega_0^2}$$ 极点为 $a \pm j\omega_0$



$$e^{at}\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s-a}$$

$$\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s}$$

$$\sin\omega_0 t\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{\omega_0}{s^2+\omega_0^2}$$

$$e^{at}\sin\omega_0 t\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{\omega_0}{(s-a)^2+\omega_0^2}$$

对于因果系统：

左半开平面的极点对应的特征模式衰减（或振荡衰减）；

虚轴上的一阶极点对应的特征模式不随时间变化(或等幅振荡)；

右半开平面的极点对应的特征模式增长（或振荡增长）。

习题：6-6~6-14

复习课上课时间：6月19日晚19:00-20:00
授课形式：线上授课
线上授课工具：腾讯会议，会议链接会提前发布在课程QQ群
无考勤，完全自愿

信号与电路系统基础复习课

- 电路元件及特性
- 信号
- 系统
- 电路系统分析

1 电路元件及其特性

- 电阻、电感、电容
- 电源
  - 理想电压源、理想电流源
  - 受控电源
- 理想运放（虚短、虚断）
- 互感
- 理想变压器

2 信号

- 信号
  - 信号描述
    - 函数表达式
    - 波形
    - 变换域表示
  - 信号分解基本单元
    - 冲激函数----卷积
    - 正弦，指数----傅里叶变换
    - 复指数----拉普拉斯变换
  - 信号运算
    - 单信号运算——微分、积分、平移、翻折、尺度变换
    - 多信号运算——卷积、乘、加

- 电压、电流
  - u、U、$\dot{U}$、$U(j\omega)$、$U(s)$
  - i、I、 $\dot{I}$ $I(j\omega)$ $I(s)$
- 功率
  - p、P、Q、S、$\tilde{S}=P+jQ$

冲激和阶跃

$$\delta(t)=\frac{d}{dt}\varepsilon(t)$$ 微分

$$\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau$$ 积分

$$h(t)=\frac{d}{dt}g(t)$$

$$g(t)=\int_{-\infty}^{t}h(\tau)d\tau$$

冲激性质

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1$$

$$x(t)\delta(t)=x(0)\delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta(t)dt=x(0)$$

$$x(t)*\delta(t)=x(t)$$

$$x(t-t_1)*\delta(t-t_2)=x(t-t_1-t_2),\ x_1(t)*x_2(t)=\frac{d}{dt}x_1(t)*\int_{-\infty}^{t}x_2(\tau)d\tau$$

信号的变换

变换

周期：$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_1 t + \theta_n) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_1 t}$

非周期：

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt, \quad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-st} dt, \quad f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} F(s) e^{st} ds$$

关系、桥梁

- 傅里叶变换是傅里叶级数的推广
- 单频率上的傅里叶变换----相量域
- 虚轴上的拉氏变换----傅里叶变换
- 方程的特征根----系统函数的极点

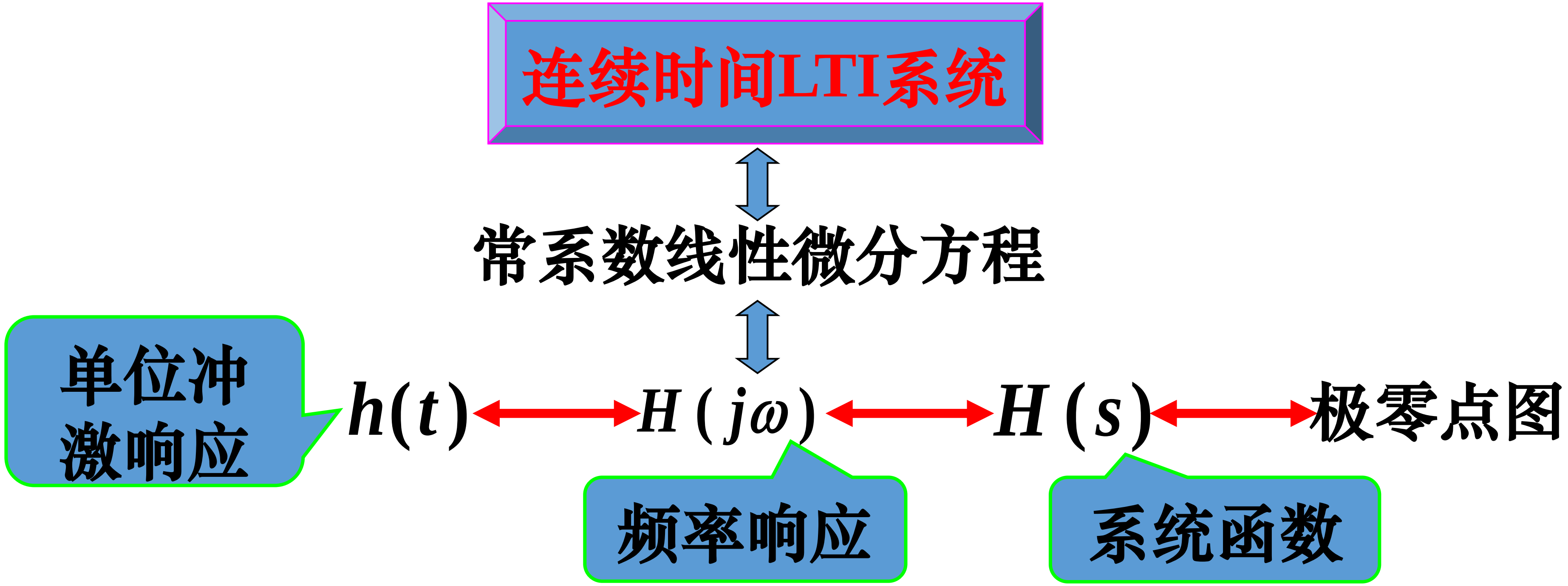
常用信号的变换及变换的性质

连续信号	傅氏变换	拉氏变换
$\delta(t)$	1	1
$\varepsilon(t)$	$\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega}$	$\frac{1}{s}$
$e^{-at}\varepsilon(t)$	$\frac{1}{j\omega+a}$	$\frac{1}{s+a}$
$te^{-at}\varepsilon(t)$	$\frac{1}{(j\omega+a)^2}$	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$G_\tau(t)$	$\tau\, Sa(\frac{\omega\tau}{2})$	

- 线性、对偶性（傅里叶变换）、尺度变换、时移、频移、时域微分/积分、变换域微分/积分、时域卷积

3 系统

系统
- 系统特性：齐次性，可加性，时不变性，因果性，稳定性
- 系统描述：
  - 方程（微分方程）
  - 函数：$h(t), H(j\omega), H(s)$
- 系统分析：输入输出法-----单输入单输出，不关心内部



4 电路系统求解

- 一般电路系统的方程列写依据
  - （推广的）欧姆定律、KCL、KVL
  - 电路变换、叠加定理、戴维南/诺顿等效、最大功率传输（功率补偿）
  - 节点电压法、回路电流法
- 动态电路

求解
- 时域
  - 经典法----齐次解，特解
  - 双零法----零输入，零状态
- 卷积：连续卷积积分——零状态响应
- 变换域求响应
  - 傅里叶变换$Y_{zs}(j\omega)=H(j\omega)X(j\omega)$
  - 单边拉氏变换：全响应

节点电压法

节点电压法方程的一般形式

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & & G_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ G_{n1} & R_{n2} & \cdots & G_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{n1} \\ u_{n2} \\ \vdots \\ u_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sn1} \\ i_{sn2} \\ \vdots \\ i_{snn} \end{bmatrix}$$

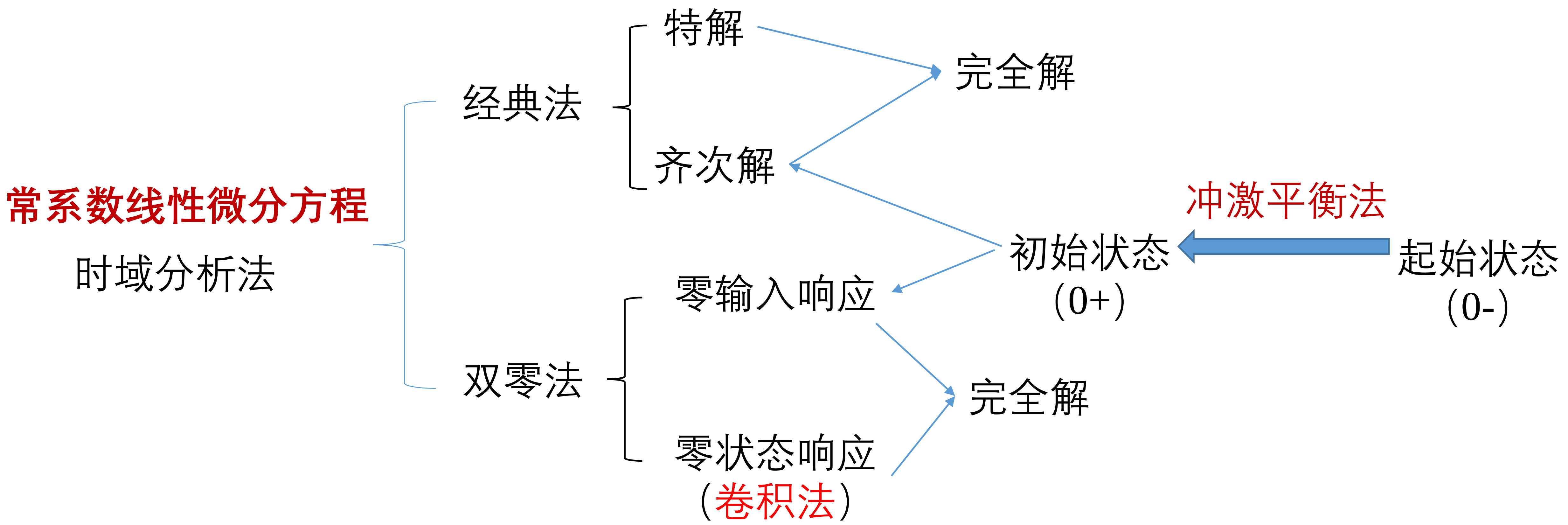
G_{jj}: 自电导

G_{ij}: 互电导，恒为负

i_{sni}: 流入第i个节点电流源（包括等效电流源）电流的代数和。

- 适用于静态电路、正弦稳态电路分析
- 含受控源支路时如何处理?
- 含独立源支路时如何处理?
- 与回路电流法的关系?

LTI连续时间系统的时间域分析方法



思考：1. 一阶动态电路的三要素法属于上述哪种分析方法？

2. 与傅里叶变换法、拉普拉斯变换法的关系？

傅里叶变换求响应

输入	系统	输出
$e^{j\omega_0 t}$		$\lvert H(j\omega_0)\rvert e^{j(\omega_0 t+\varphi_0)}$
$A\sin(\omega_0 t+\theta)$	$H(j\omega)$	$\lvert H(j\omega_0)\rvert A\sin(\omega_0 t+\theta+\varphi_0)$
$A\cos(\omega_0 t+\theta)$		$\lvert H(j\omega_0)\rvert A\cos(\omega_0 t+\theta+\varphi_0)$

$$H(j\omega)=\lvert H(j\omega)\rvert e^{j\varphi}$$

思考：与相量法的关系？

拉普拉斯功能

1、解微分方程

$$y(t) \Rightarrow Y(s) \quad y'(t) \Rightarrow sY(s) - y(0_-)$$

$$y''(t) \Rightarrow s^2Y(s) - sy(0_-) - y'(0_-)$$

2、分析电路

$$i_C(t) = C\frac{du_C(t)}{dt} \Rightarrow I_C(s) = C\left[sU_C(s) - u_C(0_-)\right]$$

$$u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow U_L(s) = L\left[sI_L(s) - i_L(0_-)\right]$$

3、稳定性分析

因果系统稳定条件：系统函数的极点都在左半平面