一、选择题

1. 设随机事件 A 与 B 互不相容，$P(A)=0.2$，则 $P(B|A)=$（　　）.

A. 0　　B. 0.2　　C. 0.4　　D. 1

2. 对于随机事件 A,B，下列运算公式（　　）成立.

A. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$　　B. $P(AB)=P(A)P(B)$

C. $P(AB)=P(B)P(B|A)$　　D. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

3. 对于任意两事件 A,B，$P(A-B)=$（　　）

A. $P(A)-P(B)$　　B. $P(A)-P(B)+P(AB)$

C. $P(A)-P(AB)$　　D. $P(A)+P(\overline{B})-P(A\overline{B})$

4. 若随机事件 $AB=\Phi$，则称 A 与 B（　　）.

A. 独立　　B. 互不相容　　C. 对立　　D. 构成一个完备事件组

5. 掷一枚质地均匀的骰子,则在出现偶数点的条件下出现 2 点的概率为(　　).

A. 1/3　　B. 2/3　　C. 1/6　　D. 3/6

6. 对于样本空间中任意两个事件 A 与 B，下列事件关系中不正确的（　　）.

A. $A-B=A\overline{B}$　　B. $A\cup B=A\cup(B-AB)$

C. $A=AB\cup A\overline{B}$　　D. $(A\cup B)-B=A$

7. 设事件 A 与 B 是互不相容，且 $P(A)>0$，$P(B)>0$，则下列式子正确的是（　　）.

A. $P(B|A)>0$　　B. $P(A|B)=P(A)$

C. $P(A|B)=0$　　D. $P(AB)=P(A)P(B)$

8. 若 A,B 为独立事件，则下列结论正确的是(　　)

A. $P(AB)=P(A)P(B)$　B. $P(B|A)=0$　C. $P(\overline{A}|B)=1$　D. $P(A\cup B)=1$

9. 事件 A,B 若满足 $P(AB)=P(A)P(B)$, 则 A,B (　　)

A. 独立　　B. 不独立　　C. 互斥　　D. 不互斥

10. 设 A,B 为对立事件，$0<P(B)<1$，则下列概率值为 1 的是(　　)

A. $P\left(\overline{A}\mid\overline{B}\right)$ B. $P\left(B\mid A\right)$ C. $P\left(\overline{A}\mid B\right)$ D. $P\left(AB\right)$

二、填空题

1. A,B,C 三个事件中至少发生一个可表示为________.

2. 设有 10 件产品，其中有 4 件次品，今从中任取出 1 件为次品的概率是________.

3. 若 $A\subset B$，且 $P(A)=0.2, P(B)=0.4$，则 $P(\overline{A}B)=$________.

4. 设 $P(A)=0.4, P(B)=0.3, P(A\cup B)=0.6$，则 $P(A\overline{B})=$________.

5. 设 A,B 为互不相容的随机事件 $P(A)=0.3, P(B)=0.5$，则 $P(A\cup B)=$______.

6. 若 A,B 相互独立，且 $P(A)=P(B)=0.5$，则 $P(\overline{A}\cup\overline{B})=$________.

7. 设 $P(A)=\dfrac{1}{4}, P(B\mid A)=\dfrac{1}{3}, P(A\mid B)=\dfrac{1}{2}$，则 $P(A\cup B)=$________.

8. 设事件 A 与 B 相互独立，且满足 $P(A\cup B)=0.8$，$P(B)=0.5$，则 $P(AB)=$

______________.

9．设事件 A,B 相互独立，且 $P(A)=0.6$，$P(B)=0.4$，则 $P(A\cup\overline{B})=$_________.

10．已知 $P(A)=0.7$，$P(B)=0.6$，$P(\overline{A}B)=0.3$，则 $P(A|B)=$_________.

11. 设事件 A 与 B 相互独立，且 $P(A\cup B)=0.7, P(B)=0.3$，则 $P(A\mid\overline{B})$

_____

12. 袋中有 6 个球，其中红球 1 个，白球 2 个，黑球 3 个，先后取两次（放回抽样），每次取 1 个，则取到 1 个白球、1 个黑球的概率=__________

三、解答题

1．设 A，B 为随机事件，且 P（A）=0.7, $P(A-B)$=0.3，求 P（$\overline{AB}$）.

2. 有甲、乙两批种子，发芽率分别为 0.8 和 0.7，在两批种子中各随机取一粒，求：

（1） 两粒都发芽的概率；（2） 至少有一粒发芽的概率；

（3） 恰有一粒发芽的概率.

3. 某产品有 40 件，其中有 3 件是次品。从中先后取两次，每次取 1 件，不放回。求下列事件的概率：

（1）取到两件次品；（2）至少取到一件次品；

（3）已知第二次取到的是次品，求第一次取到的也是次品的概率.

4．一批产品由甲乙两厂生产，已知甲厂的产品占总产量的三分之一，且甲乙两厂产品的次品率分别为 2%和 1%，现随机挑选一件。

（1）求这批产品的次品率；

（2）若取得次品，求其为甲厂生产的概率。

1. 设 $X \sim N(\mu,1)$, 则满足 $P(X>2)=P(X\le 2)$ 的参数 $\mu=$ (　　).

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

2.设 $P\{X=k\}=\frac{b}{k(k+1)}$ （$k=1,2,...$）为离散型随机变量 X 的分布律，则常数 b =（　　）

A．2　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．3

3．设随机变量 X 和 Y 相互独立，其分布函数分别为 $F_X(x)$ 与 $F_Y(y)$，则随机变量 $Z=\max(X,Y)$ 的分布函数 $F_Z(z)$ 等于 （　　）

A． $\max\{F_X(z),F_Y(z)\}$　　B． $\frac{1}{2}[F_X(z)+F_Y(z)]$

C． $F_X(z)+F_Y(z)-F_X(z)\cdot F_Y(z)$　　D． $F_X(z)\cdot F_Y(z)$

4. 设 X 服从正态分布 $N(0,1)$， X 的分布函数为 $\Phi(x)$，则对任意实数 a，下列等式成立的是（　　）

A. $\Phi(-a)=1-\Phi(a)$ B. $\Phi(-a)=-\Phi(a)$ C. $\Phi(-a)=\Phi(a)$ D. $\Phi(-a)=2\Phi(a)-1$

5. 设 X 的概率密度函数是 $f(x)$, 则 $Y=2X+1$ 的概率密度函数为（　　）

A. $f(y/2)/2$ B. $f(y/2)$ C. $f((y-1)/2)/2$ D. $f((y-1)/2)$

6. 已知随机变量 X 的密度为 $f(x)=\begin{cases} x+\alpha, & 0<x<1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$ ，则 $\alpha=$

7. 设随机变量 $X\sim\pi(\lambda)$, 且 $P(X=0)=e^{-3}$, 则 $\lambda=$

8. 已知 $X\sim N(\mu,4)$, 则 $P(X\ge\mu)=$

9. 设离散型随机变量 X 的分布律如下：

X	1	2	3
p	0.2	0.4	0.4

求随机变量 X 的分布函数.

10.设离散型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0 & x<-2\\ 0.2 & -2\le x<-1\\ 0.4 & -1\le x<1\\ 0.6 & 1\le x<2\\ 1 & x\ge 2\end{cases}$$ ，求 X 的分布律.

11.设离散随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1	2
p_k	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}a$	$\frac{1}{2}(a+1)$	$\frac{1}{8}$

求：(1) a 的值； (2) X 的分布函数；(3) $P(0\le X\le\frac{3}{2})$.

12.设二维离散型随机变量 (X,Y) 的分布律为

Y \ X	-1	0	1
0	1/8	1/4	1/8
1	1/4	1/4	1/4

(1) 计算边缘分布律;

(2) 计算 $Z=X-Y$ 的分布律；(3)计算概率 $P\{X+Y\le 4\}$，(4)计算条件概率 $P\{X+Y\le 4|Y\ge 2\}$，(5)判断 X 与 Y 是否相互独立.

13. 设 (X,Y) 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}k, 0<x<1, 0<y<x;\\ 0, \quad 其它.\end{cases}$$

（1） 求 k；（2）求关于 X 的边缘概率密度。

14.设二维随机变量（X，Y）的概率密度为

$$f（x，y）=\begin{cases}e^{-y}, & 0<x<y,\\ 0, & 其他.\end{cases}$$

求（1）边缘概率密度.（2） $P(X+Y\le 1)$.

概率论与数理统计 1-5 章练习题

一、单项选择题

1、对于样本空间中任意两个事件 A 与 B，下列事件关系中**不正确**的是（　　　　）.

(A) $A-B=A\overline{B}$　　　　(B) $A\cup B=A\cup(B-AB)$

(C) $A=AB\cup A\overline{B}$　　　　(D) $(A\cup B)-B=A$

2、设事件 A 与 B 是互不相容，且 $P(A)>0$，$P(B)>0$，则下列式子**正确**的是（　　　）.

(A) $P(B|A)>0$　　　　(B) $P(A|B)=P(A)$

(C) $P(A|B)=0$　　　　(D) $P(AB)=P(A)P(B)$

3、若随机变量 X 的概率密度为：$f(x)=\begin{cases} a/(x^2+1), & -1<x<1 \\ 0, & 其他 \end{cases}$，则 a 的取值为：（　　　）.

(A) $\dfrac{2}{\pi}$　　(B) $\dfrac{\pi}{2}$　　(C) 0　　(D) 无法确定

4、随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则随着 σ 的增大，概率 $P\{|X-\mu|<\sigma\}$（　　　）

（A）单调增大　　（B）单调减少　　（C）保持不变　　（D）增减不定

5、设离散型随机变量X 的分布律为：

X	0	2	4
p	a	0.3	b

其分布函数为$F(x)$，且$F(2.2)$=*0.8*，则 a 的值为（　　）

（A）0.2　　　　（B） 0.5

（C）0.8　　　　（D） 0.4

二、填空题

1、设事件 A 与 B 相互独立，且满足 $P(A\cup B)=0.8$，$P(B)=0.5$，则 $P(AB)=$ ____________.

2、若一批产品中 90%是合格品，检查时一个合格品被误认为是次品的概率为 0.05，一个次品被误认为是合格品的概率为 0.05，则一个经检查后被认为是合格品的产品确是合格品的概率为__________.

3、设随机变量X的分布律为：$P\{X=k\}=\dfrac{k}{10}$，$k=1,2,3,4$，则$P\{\dfrac{1}{2}<X\le\dfrac{5}{2}\}=$ ________.

4、设随机变量X服从二项分布$b(100,0.2)$，随机变量Y服从正态分布$N(5,1)$，且X与Y的相关系数$\rho_{XY}=0.25$，则$E(X-2Y+1)=$ __________，$D(X-2Y+1)=$ ___________.

5、已知随机变量$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$P\{\mu<X<5\}=P\{1<X<\mu\}$，则$\mu$ = ___________

三、 若已知幼儿中蛀牙的概率为20%，利用中心极限定理估计100个幼儿中有蛀牙的幼儿少于16个的概率。 (结果用标准正态分布函数$\Phi(x)$表示，$x>0$)

四、设离散型随机变量X数的分布函数为$F(x)=\begin{cases}0, & x<-2\\ 0.2, & -2\le x<0\\ 0.6, & 0\le x<3\\ 1, & x\ge 3\end{cases}$，

求：（1）X的概率分布律；

（2）$Y=(X-1)^2$的概率分布律。

五、设随机变量X的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}k(1-1/x^2), & 1\le x\le 2\\ 0, & 其他\end{cases}$$

（1）确定常数k；（2）求X的分布函数；（3）求$P\{1/2<X<3/2\}$

六、设随机变量(X,Y)的概率分布律为：

Y \ X	0	1	2
-1	0.1	0.1	0.4
1	0.1	0.2	0.1

求(1) 关于$Z=X+Y$的分布律；(2) 概率$P\{X+Y\le 1\}$；(3) $E(Y)$和$D(Y)$；(4) $Cov(X,Y)$.

七、设二维随机变量(X,Y)的概率函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases}Cxy, & 0<x<1, 0<y<x^2; \\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

(1) 求常数C； (2) 求关于X 和Y 的边缘概率密度；(3) 问X 和Y 是否相互独立？需说明理由； (4)求$E(XY)$.

八、设二维随机变量(X,Y)的概率密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases}8xy, 0<x<1, x<y<1 \\ 0, \quad \text{其他}\end{cases}$$

(1) 求关于X和Y 的边缘概率密度$f_X(x), f_Y(y)$

(2) 求概率$P\{X+Y\le 1\}$

(3) 求$D(X)$的值

九、市场上出售的某种商品由三个厂家同时供货，其供应量第一厂家为第二厂家的两倍，第二、第三厂家相等，且第一、第二、第三厂家的次品率依次为2%，2%，4%。若在市场上随机购买一件商品为次品，问该件商品是第一厂家生产的概率为多少？

十、 证明题

1、证明：事件A，B相互独立的充分必要条件是$P(A \mid B)=P(A \mid \bar{B})$。

2、已知$P(A)=0.9, P(B)=0.8$，试证：$P(A \mid B)\ge 0.875$。

1、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_n$ 均来自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的两个独立样本，则统计

$U=\dfrac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{\sqrt{Y_1^2+Y_2^2+\cdots+Y_n^2}}$ 的分布是（　　　）.

(A) $\chi^2(n)$　　(B) $t(n)$　　(C) $F(n,n)$　　(D) 不能确定

2、设 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自正态分布总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，其中 μ 未知，σ^2 已知，下列估计量中，关于 μ 的最有效的无偏估计量是(　　　).

(A) $T_1=\dfrac{1}{6}(X_1+X_2)+\dfrac{1}{3}(X_3+X_4)$　　(B) $T_2=\dfrac{1}{5}(X_1+2X_2+3X_3+4X_4)$

(C) $T_3=\dfrac{1}{4}(X_1+X_2+X_3+X_4)$　　(D) $T_4=\dfrac{1}{5}(X_1+2X_2+X_3+X_4)$

3、设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的一个样本，$\overline{X}$,S^2 分别为样本均值与样本方差，则 μ 的置信水平为 95%的置信区间为（　　　）.

(A) $(\overline{X}-\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_{0.025}(n-1),\overline{X}+\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_{0.025}(n-1))$　　(B) $(\overline{X}-\dfrac{S}{\sqrt{n}}Z_{0.025},\overline{X}+\dfrac{S}{\sqrt{n}}Z_{0.025})$

(C) $(\overline{X}-\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_{0.05}(n-1),\overline{X}+\dfrac{S}{\sqrt{n}}t_{0.05}(n-1))$　　(D) $(\overline{X}-\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}Z_{0.05},\overline{X}+\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}Z_{0.05})$

4、设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 σ^2 已知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为一样本，$\bar{X}$ 为样本均值，则在显著水平为 α 下的检验假设 $H_0:\mu=\mu_0$，$H_1:\mu\neq\mu_0$ 的拒绝域为

____

5、设样本 $X_1,X_2,\cdots,X_6$ 来自总体 $N(0,1)$，且

$Y=(X_1+X_2)^2+(X_3+X_4)^2+(X_5+X_6)^2$，要使变量 CY 服从 χ^2 分布，则常数 $C=$

______________.

6、设总体 X 具有概率密度 $f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}x^{(1-\theta)/\theta}, & 0<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，其中 $0<\theta<+\infty$ 是未知参数.

又 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自该总体 X 的样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为样本值.

(1)求未知参数 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$；

（2）试问 θ 的最大似然估计量 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计量？需说明理由.

（3）求未知参数θ的矩估计量$\hat{\theta}$.

7、设总体X的密度函数

$$f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{2}{\theta^2}(\theta-x), & 0<x<\theta,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

$X_1,X_2,\cdots,X_n$为其样本，试求参数θ的矩估计.

8、设总体X具有指数分布，其概率密度为$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}, x>0\\ 0, \quad x\le 0\end{cases}$，其中$\theta$是未知参数. 又$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自该总体的一个样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$为样本值. 试**分别**求未知参数$\theta$的矩估计量和最大似然估计量$\hat{\theta}$.

9、（1）设某种清漆的干燥时间（以 h 计）服从正态分布$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现随机地抽取 9 个样品，测得干燥时间的均值$\overline{x}=6$（小时），样本均方差$s=0.6$，σ^2为未知，求μ的置信水平为 95%的单侧置信上限.（$t_{0.025}(8)=2.3060$, $t_{0.025}(9)=2.2622$，$t_{0.05}(8)=1.8595$，精确到第二位小数).

（2）某产品的一项质量指标$X\sim N(160,150^2)$，现从一批产品中随机地抽取 25 件，测得该指标的均值$\overline{x}=167.3$，求该批产品的质量指标μ的置信水平为 95%的置信区间.（$t_{0.05}(23)=1.7139$，$t_{0.05}(24)=1.7109$，$t_{0.025}(23)=2.0687$，

$t_{0.025}(24)=2..639$，$Z_{0.025}=1.96$，$Z_{0.05}=1.645$）

10.（1）某厂生产的某种型号的电池，其寿命（以 h 计）长期以来服从方差$\sigma^2=5000$的正态分布，现有一批这种电池，从它的生产情况来看，寿命的波动性有所改变.现随机取 26 只电池，测出其寿命的样本方差$s^2=9200$.根据这一数据能否推断这批电池的生命的波动性较以往的有显著的变化（取$\alpha=0.02$）？

（$\chi^2_{0.01}(25)=44.314$，$\chi^2_{0.99}(25)=11.524$）

11、设测量零件的长度产生的误差 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 和 σ^2 均未知，今随机地测量 25 个零件，得样本均值 $\overline{x}=0.5$，样本均方差 $s=1.5$，求 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间.

(已知：$t_{0.025}(25)=2.0595$，$t_{0.05}(25)=1.7081$，$t_{0.025}(24)=2.0639$，$t_{0.05}(24)=1.7109$)

12、 设两位化验员 A、B 独立地对某种聚合物含氯量用相同的方法各作 10 次测定，其测定值的样本方差依次为 $S_A^2=0.5$ 和 $S_B^2=0.6$. 设 σ_A^2 和 σ_B^2 分别为 A、B 所测定的测定值总体的方差，设两个总体均为正态的，且两样本独立，问根据这些数据能否推断这种聚合物含氯量的波动性有无显著的变化. 即检验假设：$H_0:\sigma_A^2=\sigma_B^2$，$H_1:\sigma_A^2\neq\sigma_B^2$，取显著性水平 $\alpha=0.05$. (已知：$F_{0.025}(9,9)=4.00$，$F_{0.05}(9,9)=3.18$)