信号与电路系统基础

第一章 电路系统元件、信号和定律

1.1电路及电路模型

1.2电学中的基本物理量

1.3电路系统中的信号

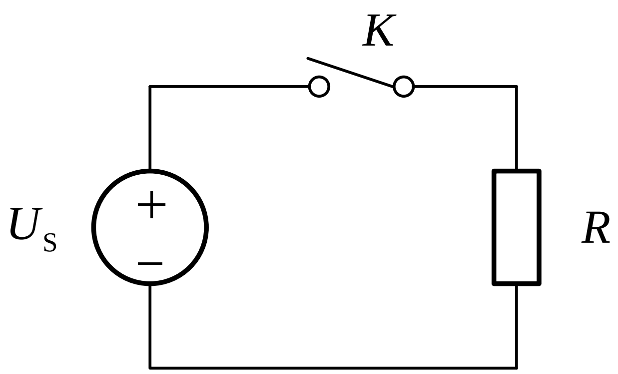
1.4电路系统中的元件

1.5基尔霍夫定律

1.6电路网络及其等效规律

1.1电路及电路模型

电路是指由导线和电气、电子部件构成并可实现特定功能的导电回路。电路按其功能不同，大致可以分为两类：一类为电力线路，用于实现对能量的输送和分配；另一类为电子线路，用于实现对电信号的检测、分析、传输、加工和处理等功能。



1.2电学中的基本物理量

1.电流（current）

电流是描述带电粒子定向运动流量和流向的宏观物理量。
电流的大小定义为单位时间内通过导体横截面的净电荷量，用i表示

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

单位为安培（A）， $1\mathrm{A} = 1\mathrm{C/s}$

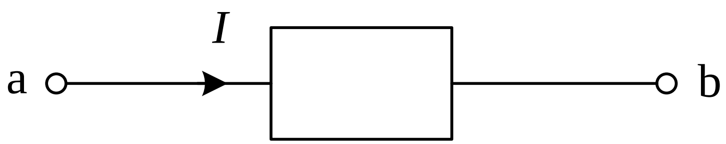
DC：I
AC：i

i也可以用来表示直流电流

1.2电学中的基本物理量

1.电流（current）

电流主要是由带负电荷的自由电子的定向运动产生的。规定自由电子移动的反方向（假想正电荷移动的方向）为电流的方向



参考方向

若I=2A，表示2A电流从a流向b；
若I=-2A，则表示-2A电流从a流向b，
或者是2A电流从b流向a

I_{ab}表示从a流向b的电流

电流数值的正负反映了实际电流方向与参考方向的关系

1.2电学中的基本物理量

2.电压和电位

电压是电路中自由电荷定向移动形成电流的原因，也称电势差或者电位差。将单位正电荷从a点移动到b点，电场力所做的功，称为a点对b点的电压，用u表示

$$u = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}q}$$

电压u的单位为伏特（V），$1\mathrm{V} = 1\mathrm{J} / \mathrm{C}$

DC：$\mathbf{U}$

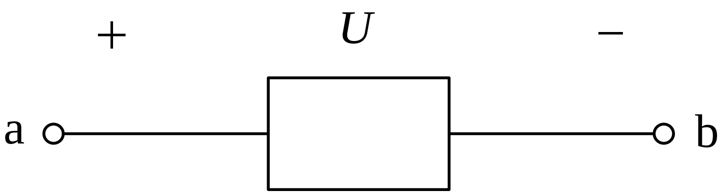
AC：u

u也可以用来表示直流电压

1.2电学中的基本物理量

2.电压和电位

若单位正电荷从a点移到b点失去能量，则a点电位高于b点电位，一般规定电位降低的方向为电压的真实方向，即a点极性为正，而b点极性为负；反之，若单位正电荷从a点移到b点获得能量，则a点电位低于b点电位，即a点极性为负，而b点极性为正



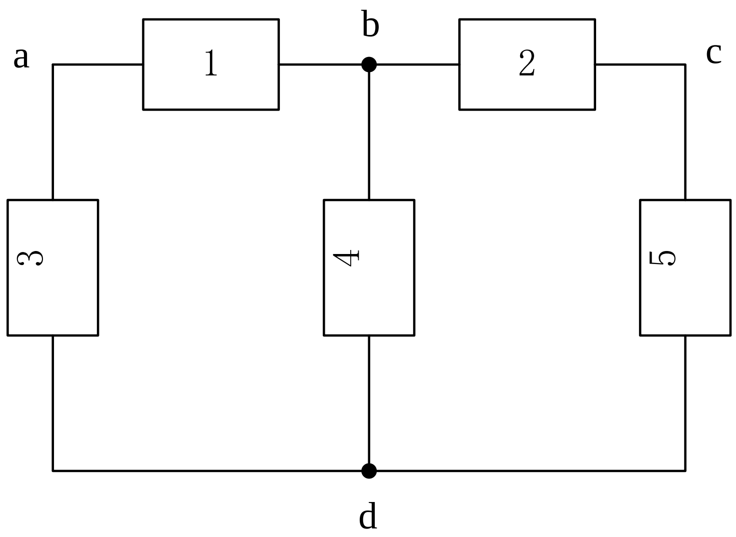
参考方向

若U=2V，表示a点到b点的压降为2V；
若U=-2V，表示a点到b点的压降为-2V，或者是b点到a点的压降为2V

U_{ab}表示从a点到b点的压降

在设定参考方向后，电压数值的正负反映了实际电压方向与参考方向的关系

例1.2-1 如图1.2-3所示电路中，选d作为参考点时，$U_a=2V$ $U_b=3V$ $U_c=1V$ 。求a点作为参考点时的 U_b U_c U_d



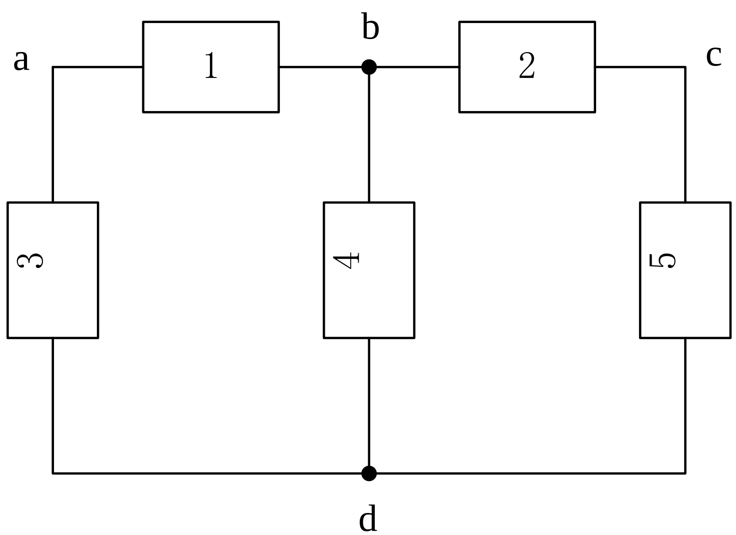
节点电位（节点电压）：

选择电路中的某一节点*O*为参考点（零电位点，一般用符号⊥表示），则其他节点相对于参考点的电压称为该节点的电位，用Un表示，其中*n*为节点符号。因此，电路中任意两点间的电压等于该两点的电位之差。

1.2电学中的基本物理量

例1.2-1 如图1.2-3所示电路中，选d作为参考点时，$U_{\mathrm{a}}=2\mathrm{V}$

$U_{\mathrm{b}}=3\mathrm{V}$ $U_{\mathrm{c}}=1\mathrm{V}$ 。求a点作为参考点时的 U_{b} U_{c} U_{d}



解 选d作为参考点情况下，有

$$U_{\mathrm{ad}}=U_{\mathrm{a}}=2\mathrm{V}$$

$$U_{\mathrm{bd}}=U_{\mathrm{b}}=3\mathrm{V}$$

$$U_{\mathrm{cd}}=U_{\mathrm{c}}=1\mathrm{V}$$

在选a点作为参考点时，有

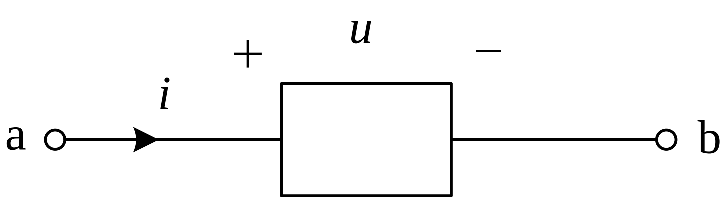
$$U_{\mathrm{b}}=U_{\mathrm{ba}}=U_{\mathrm{bd}}-U_{\mathrm{ad}}=3-2=1\mathrm{V}$$

$$U_{\mathrm{d}}=U_{\mathrm{da}}=-U_{\mathrm{ad}}=-2\mathrm{V}$$

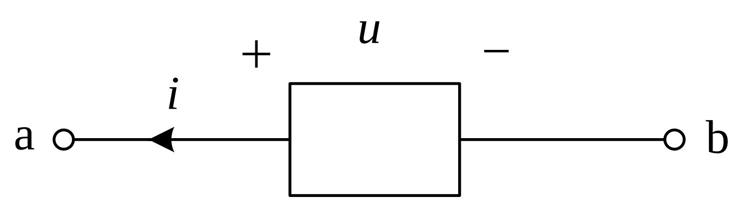
$$U_{\mathrm{c}}=U_{\mathrm{ca}}=U_{\mathrm{cd}}-U_{\mathrm{ad}}=1-2=-1\mathrm{V}$$

1.2电学中的基本物理量

关联参考方向



(a) 关联参考方向



(b)非关联参考方向

3.功率和能量

功率（瞬时功率）定义为能量随时间的变化率，用*p*表示

$$p(t)=\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}$$ 单位为瓦特（W），$1\mathrm{W}=1\mathrm{J}/\mathrm{s}$

当元件的电压和电流呈关联参考方向时

$$p(t)=\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}q}\cdot\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=ui$$

$p>0$，元件吸收功率或者消耗功率；
$p<0$，元件提供功率

若呈非关联参考方向，则元件的瞬时功率为

$$p(t)=-ui$$

1.2电学中的基本物理量

元件在时间区间(t_1,t_2)吸收的能量w为

$$w=\int_{t_1}^{t_2} p(t)\mathrm{d}t$$

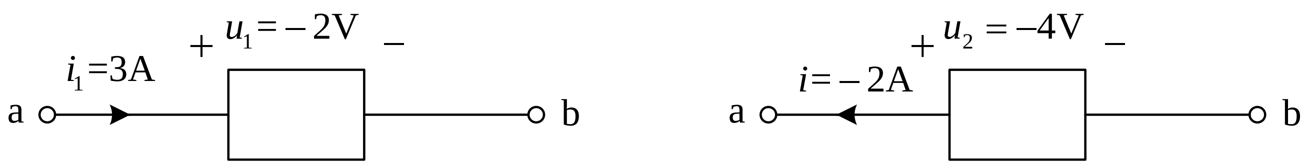
由于能量守恒定律，在任一时间区间，电路中各元件的能量的代数和为零。而功率是能量的变化率，因此，任一时刻电路中各元件的功率的代数和为零，即

$$\sum p=0$$

$$\sum p_{吸收}=\sum p_{提供}$$

1.2电学中的基本物理量

例 1.2-2 求图1.2-5所示各元件的功率，并判断各元件是吸收功率还是提供功率。



（a） （b）

解 （a）该元件的电压和电流呈关联参考方向，

$$p_1=u_1 i_1=(-2)\times 3=-6\mathrm{W}<0$$ 该元件提供6W功率。

（b）该元件的电压和电流呈非关联参考方向，

$$p_2=-u_2 i_2=-(-4)\times(-2)=-8\mathrm{W}<0$$

该元件提供8W功率。

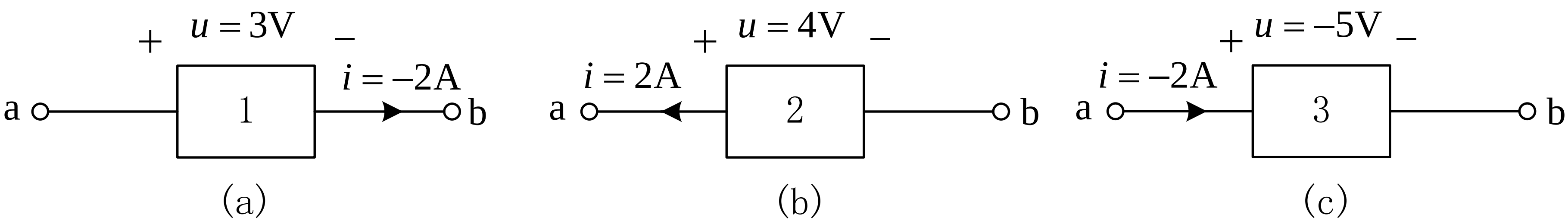
1.2电学中的基本物理量

表1.2-1 国际单位制（SI）词头

符号	名称	比例因子
G	吉（giga）	10^9
M	兆（mega）	10^6
k	千（kilo）	10^3
m	毫（milli）	10^{-3}
μ	微（micro）	10^{-6}
n	纳（nano）	10^{-9}
p	皮（pico）	10^{-12}

1.2电路及电路模型

1-1计算如题图1-1所示元件的功率。



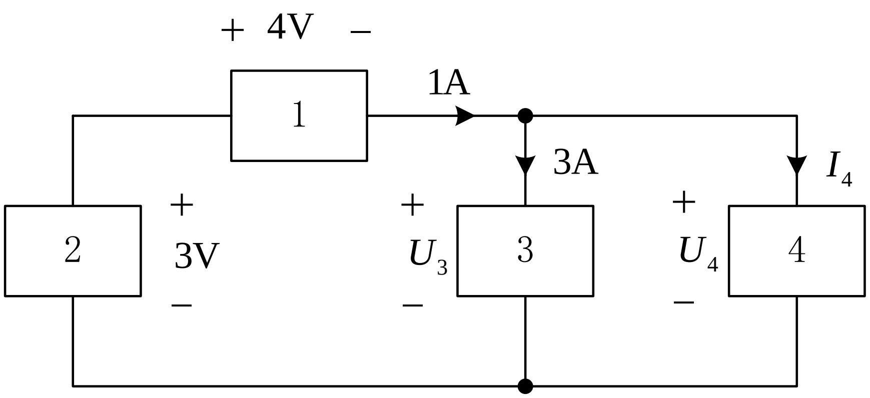
$$p_1 = ui = 3\times(-2) = -6W$$ （提供6W）

$$p_2 = -ui = -4\times 2 = -8W$$ （提供8W）

$$p_3 = ui = (-5)\times(-2) = 10W$$ （吸收10W）

1.2电路及电路模型

1.2计算题图1-2所示电路中的 U_3 U_4 I_4 并计算元件3和元件4的功率。



$$U_3 = U_4 = 3 - 4 = -1\text{V}$$

$$I_4 = 1 - 3 = -2\text{A}$$

$$p_3 = -1 \times 3 = -3\text{W}$$ （提供3W）

$$p_4 = -1 \times (-2) = 2\text{W}$$ （吸收2W）

1.3 电路系统中的信号

1.3.1信号基本概念

1.3.2信号分类

1.3.3电路中的常用信号

1.3.4信号的时域变换

1、理解：常用信号的定义。

2、理解：冲激信号和阶跃信号、基本周期的概念

3、分析：信号的周期性和基本周期；

信号的变化：$f(t) \rightarrow f(at+b)$。

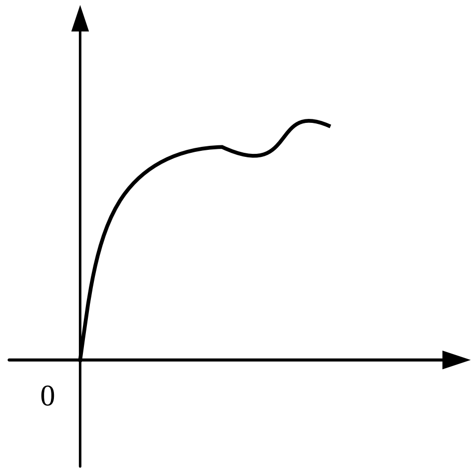
1.3.1信号基本概念

信号是信息的载体，是包含和传递信息的一种物理量，是客观事物存在状态或属性的反映，简单来说，信号是带有信息的随时间（空间）变化的物理量或物理现象。前面我们所说的电压和电流，就是两种基本的信号

描述电压、电流的基本方法是把它们写成时间函数的表达式，如

$$f(t) = \sin(t)$$

或者给出信号随时间变化的图形，即信号波形。



1.3.2信号分类

1. 按用途分

广播信号、通信信号、控制信号、雷达信号、电视信号等

2. 按信号对时间的变化规律分

确定性信号：可以用明确的数学关系式描述的信号称为确定性信号，也就是说，对于指定的某一时刻t，可确定相应的函数值f（t）来表示该信号（若干不连续点除外）。对确定性信号进行重复观测，结果相同。本课程研究确定性信号。

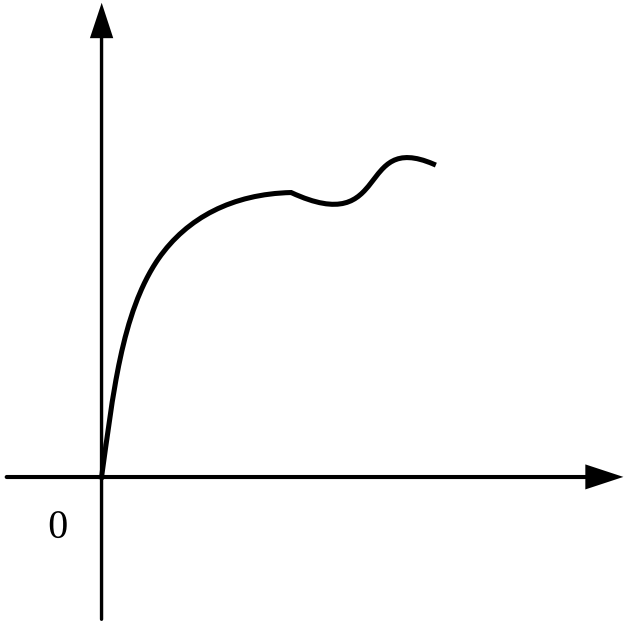
随机信号：对随机信号的每一次观测均不同

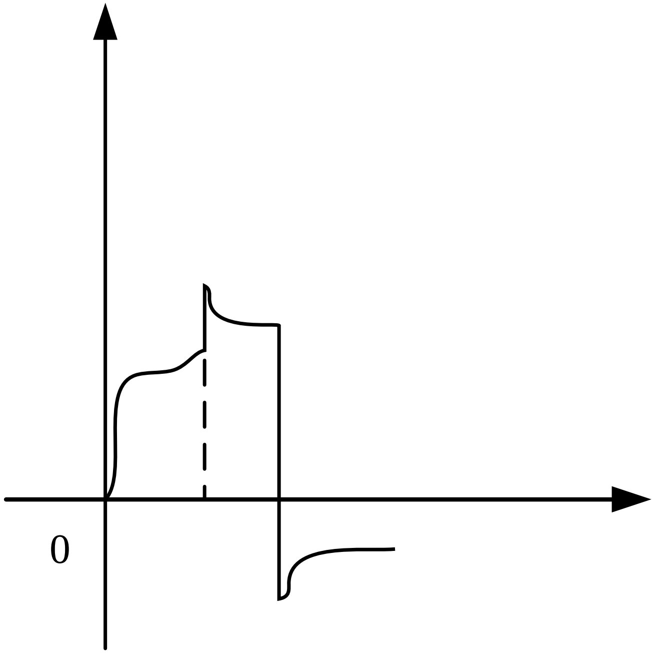
伪随机信号：伪随机信号是一类貌似随机而实际遵循严格规律产生的信号

1.3.2信号分类

3. 按信号的连续性分

在所讨论的时间范围内，如果信号对任意时间取值都有确定的函数值（允许存在有限个间断点），则称该信号为

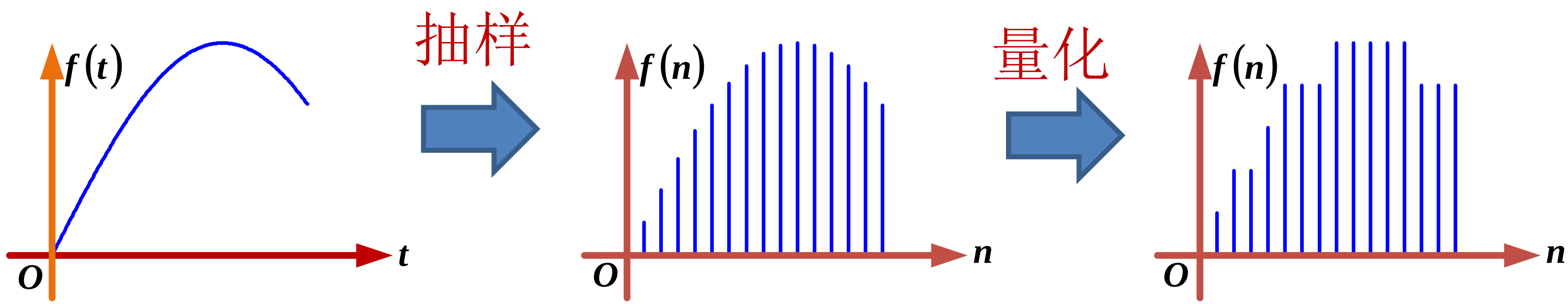




1.3.2信号分类

3. 按信号的连续性分

若信号只在某些离散时刻有确定的函数值，而在其他时间信号不存在，则称该信号为



$$\frac{v}{v_{ref}} \times (2^b - 1)$$

例1.3-1 某电压信号大小为3.2V，经参考电压为5V的16位ADC量化后的数字信号大小为

$$3.2 \times (2^{16} - 1) / 5 = 41942$$

1.3.2信号分类-4按信号的重复性

信号可以分为周期信号和非周期信号。

周期信号：是指经过一定时间间隔周而复始重复出现、无始无终的信号。

$$\forall t \in (-\infty, \infty),\ f(t) = f(t + nT) \qquad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots$$

满足上式中的最小正数T称为周期

$$T = 2\pi / \omega_1$$

ω1基波角频率，简称基频，单位为弧度/秒，或rad/s

非周期信号：时间域上不周期重复的确定性信号

1.3.2信号分类-4按信号的重复性

例1.3-7 确定下列信号是否为周期信号。如果是，求出其基本周期。

（1） $f(t)=\cos^2(2\pi t)$ $\qquad\qquad$ $f(t)=e^{-2t}\cos(2\pi t)$

解：（1）

$$f(t)=\cos^2(2\pi t)=\frac{1+\cos(4\pi t)}{2}$$

故为周期信号，周期为0.5s。

（2）非周期信号。

1.3.3电路中的常用信号

1. 直流信号：

$$f(t) = A$$

2. 正弦信号：

$$f(t) = \cos\omega t$$

3. 指数信号：

$$f(t) = e^{\sigma t}$$

4. 指数变化的正弦信号：

$$f(t) = e^{\sigma t}\cos\omega t$$

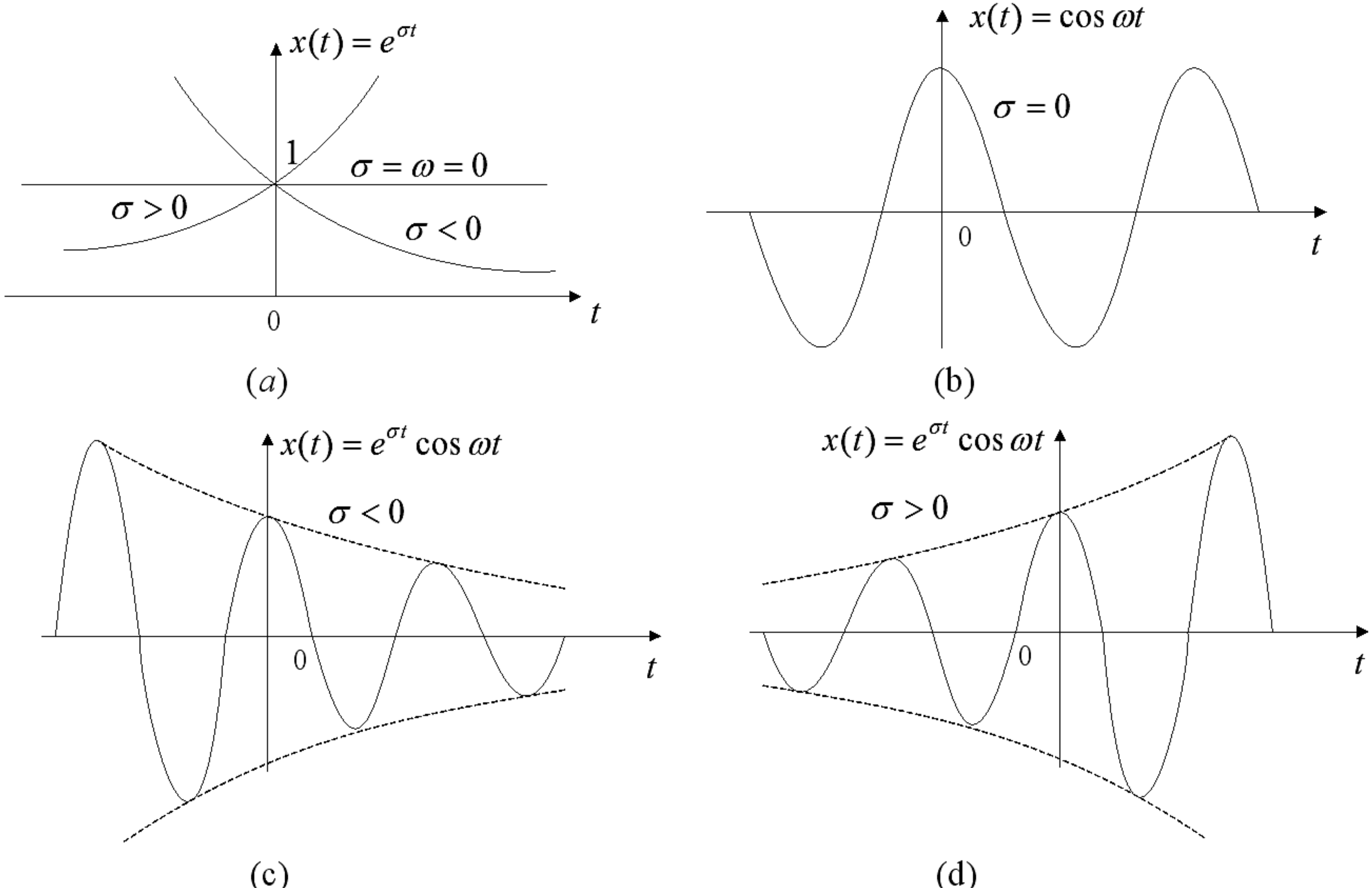
5. 复指数信号

$$f(t) = Ae^{st} = Ae^{(\sigma+\mathrm{j}\omega)t} = Ae^{\sigma t}(\cos\omega t + j\sin\omega t)$$

1.3.3电路中的常用信号

复指数信号 $f(t) = Ae^{st} = Ae^{(\sigma + j\omega)t} = Ae^{\sigma t}(\cos\omega t + j\sin\omega t)$

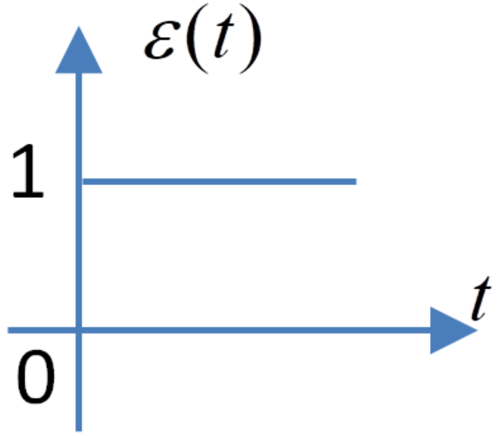
复指数信号可以派生出很多不同的实信号

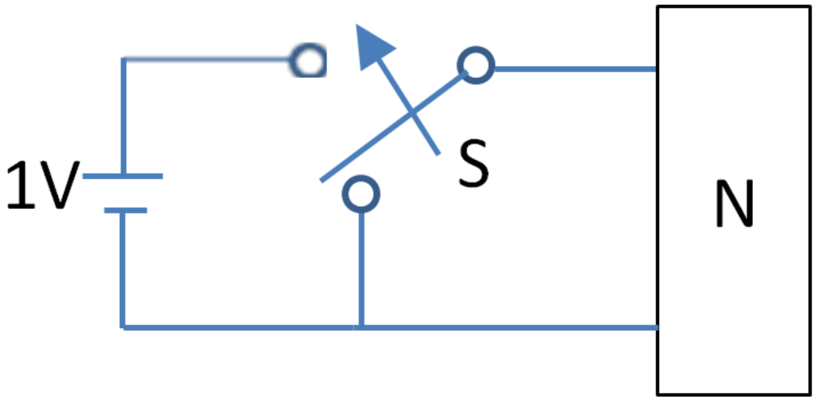


1.3.3电路中的常用信号

6. 单位阶跃信号

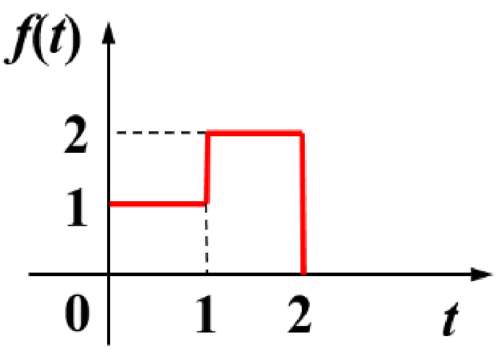
$$\varepsilon(t)=\begin{cases}0, t<0\\ 1, t>0\end{cases}$$



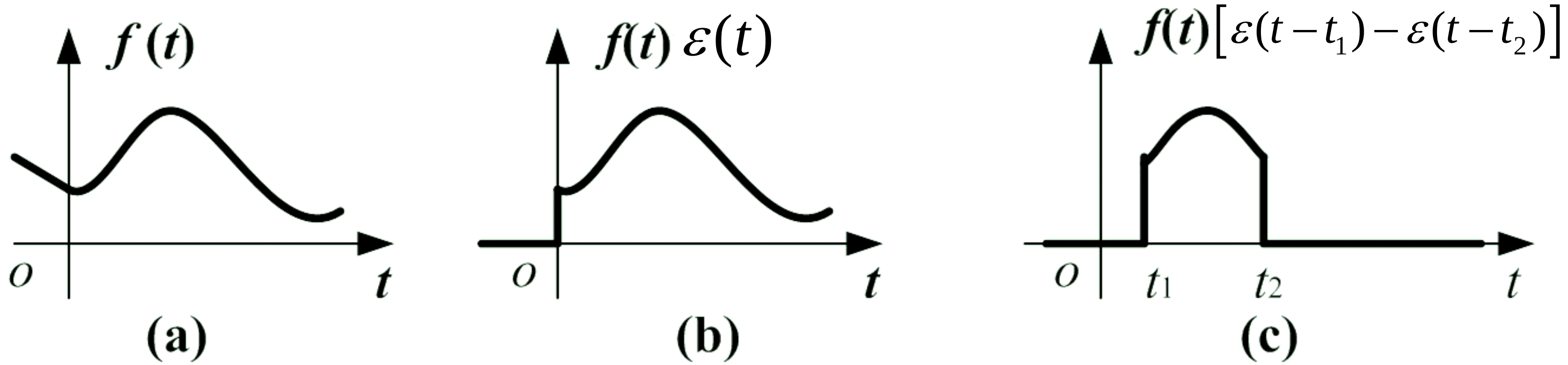


例1.3-8 用$\varepsilon(t)$ 表示如图1.3-6所示的分段函数 $f(t)$

$$x(t)=\varepsilon(t)+\varepsilon(t-1)-2\varepsilon(t-2)$$

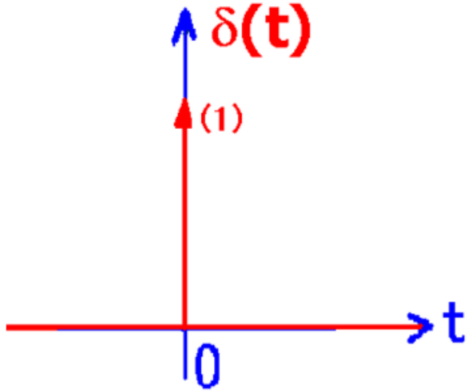


例1.3-9 如图1.3-7所示显示了可以用$\varepsilon(t)$ 来表示信号的作用区间



6. 单位冲激信号

$$\begin{cases} \delta(t)=\begin{cases}\infty, t=0\\ 0, t\neq 0\end{cases} \\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1 \end{cases}$$



$$\delta(t)=\lim_{\tau\to 0}\frac{1}{\tau}\left[\varepsilon\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-\varepsilon\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\right]$$

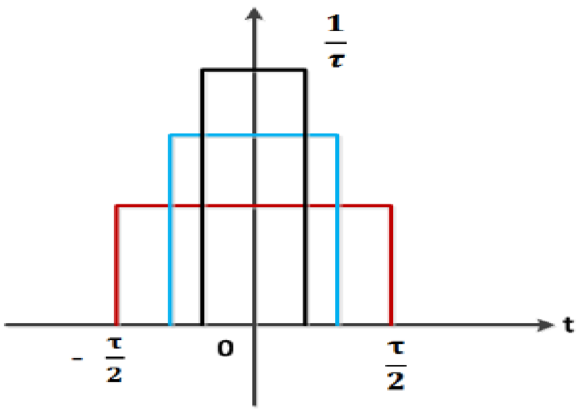
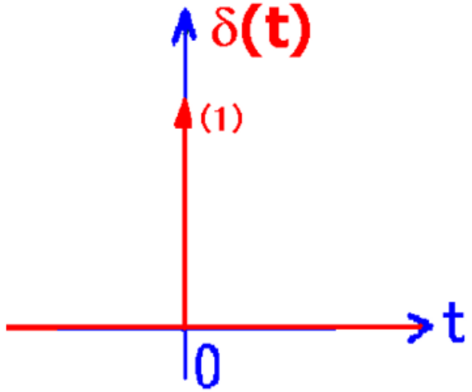


图1.3-9冲激的极限解释

1.3.3电路中的常用信号

6. 单位冲激信号

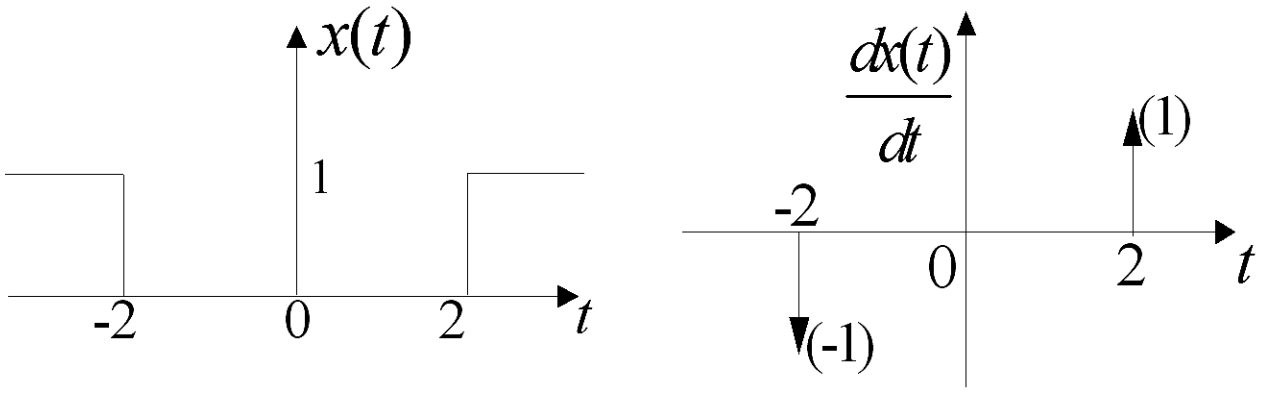
$$\begin{cases} \delta(t)=\begin{cases}\infty, t=0 \\ 0, t\neq 0\end{cases} \\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1 \end{cases}$$



$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau=\begin{cases}0, t<0 \\ 1, t>0\end{cases} \Rightarrow \int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau=\varepsilon(t)$$

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt}=\delta(t)$$

例1.3-10 画出如图1.3-10（a）所示信号的微分信号



单位冲激信号具有如下性质

1.筛选性质：

$$f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$$

2.取样性质：

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t = f(t_0)$$

3.展缩性质：

$$\delta(at-t_0)=\frac{1}{|a|}\delta(t-t_0/a)$$

$a=-1$, 时 $\delta(t)=\delta(-t)$ 偶函数

例：试计算

$$\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+3)\delta(t)\mathrm{d}t$$

7. 单位冲激偶信号

$$\delta'(t)$$

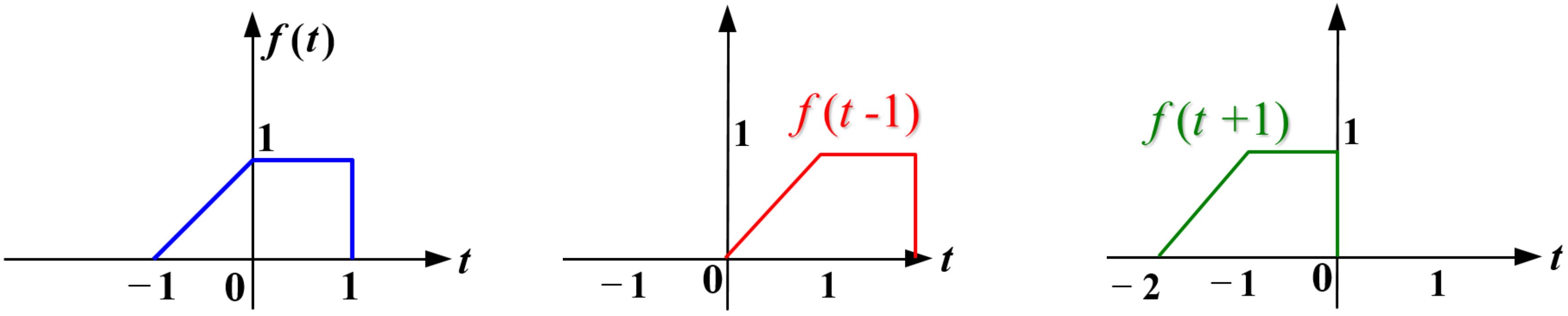
1.3.4信号的时域变换

信号的时域变换包括信号的平移、翻转与展缩

1. 信号的平移：

$$f(t) \rightarrow f(t-\tau)$$

例1.3-11



1.3.4信号的时域变换

信号的时域变换包括信号的平移、翻转与展缩

2. 信号的翻转：

$$f(t) \to f(-t)$$

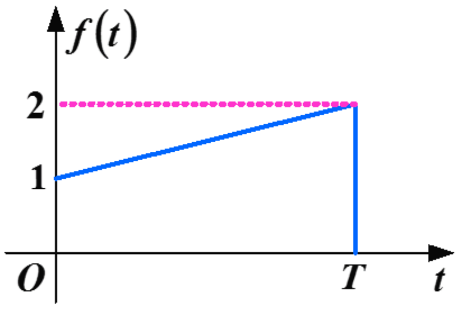
1.3.4信号的时域变换

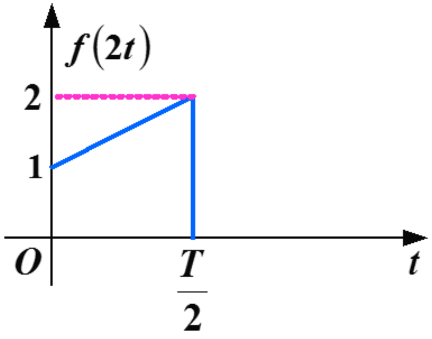
信号的时域变换包括信号的平移、翻转与展缩

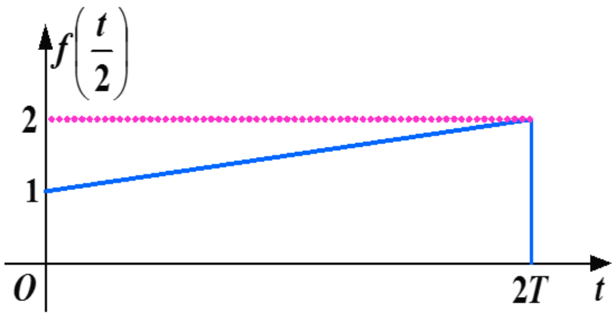
3. 信号的展缩

$$f(t) \to f(at) \qquad (a > 0)$$

例1.3-13：







1.3.4信号的时域变换

信号的时域变换包括信号的平移、翻转与展缩

4. 连续信号时间变换的一般情况

$$f(t) \to f(at+b)$$

方案一：

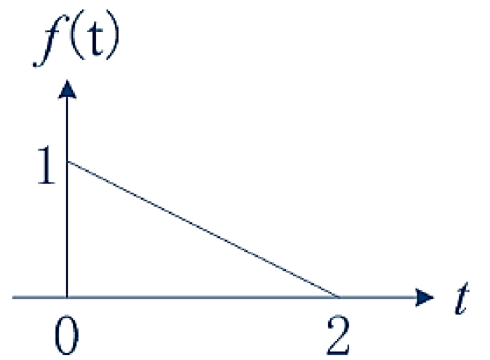
$$f(t) \xrightarrow{\text{时间轴压缩}\,1/|a|} f(|a|t) \xrightarrow{\text{若}\,a<0\,\text{则翻转}} f(at) \xrightarrow{\text{向左平移}\,b/a} f(at+b)$$

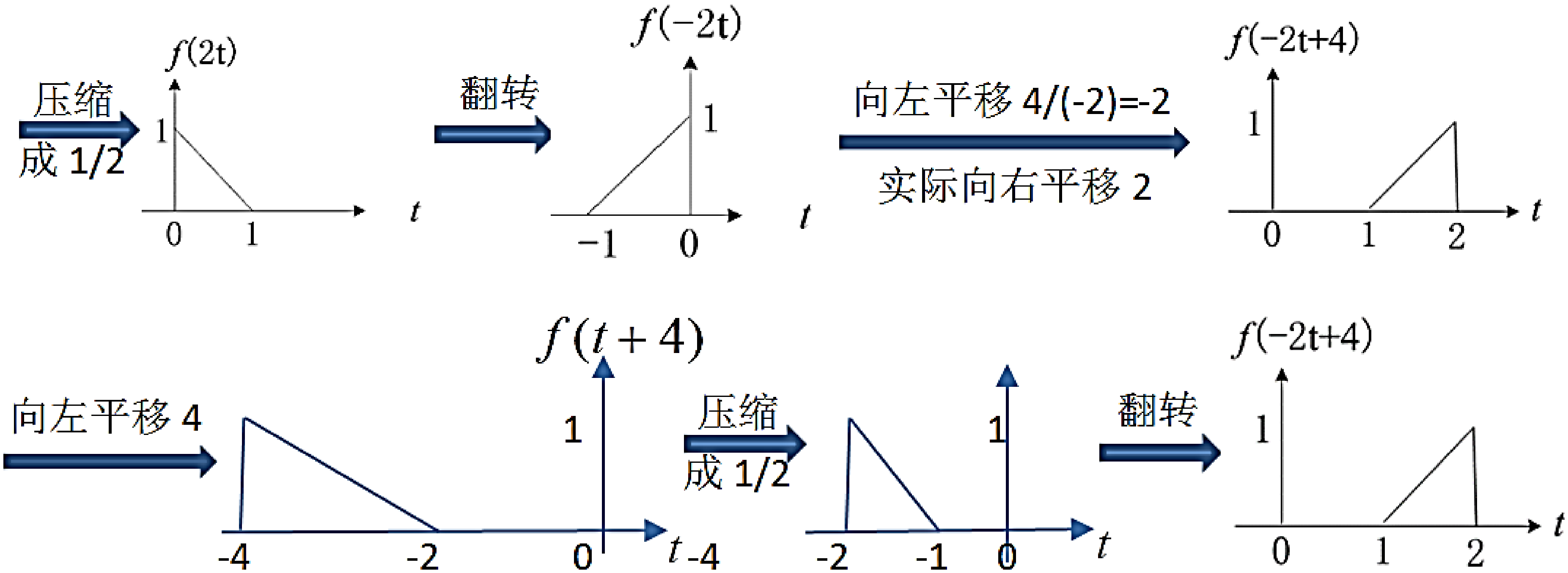
方案二：

$$f(t) \xrightarrow{\text{向左平移}\,b} f(t+b) \xrightarrow{\text{时间轴压缩}\,f(t)} f(|a|t+b) \xrightarrow{\text{若}\,a<0\,\text{则翻转}} f(at+b)$$

1.3.4信号的时域变换

例1.3-14： $f(t)$ 的波形如图1.3-14（a）所示，求 $f(-2t+4)$





1.4电路系统中的元件

1.4.1电阻器

1.4.2独立电源

1.4.3电容器元件

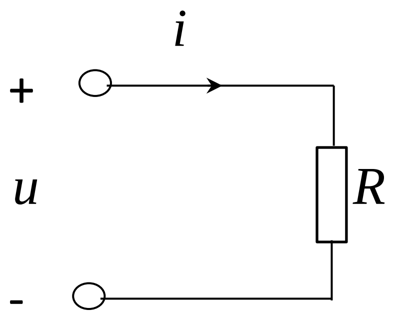
1.4.4电感器元件

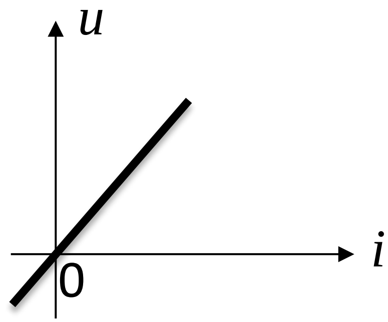
1.4.5受控源元件

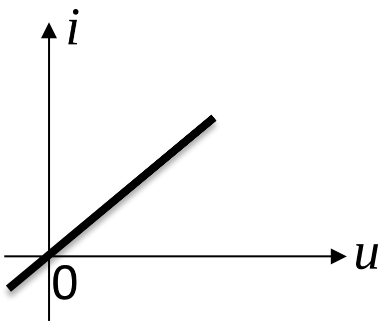
1.4.6耦合电感元件和理想变压器

1.4.1电阻器

1. 线性电阻







$$\boxed{u(t) = Ri(t)}$$

欧姆Ω

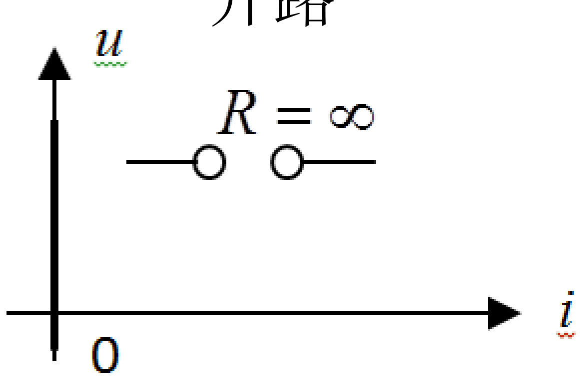
$$G = \frac{1}{R}$$

$$\boxed{i(t) = Gu(t)}$$

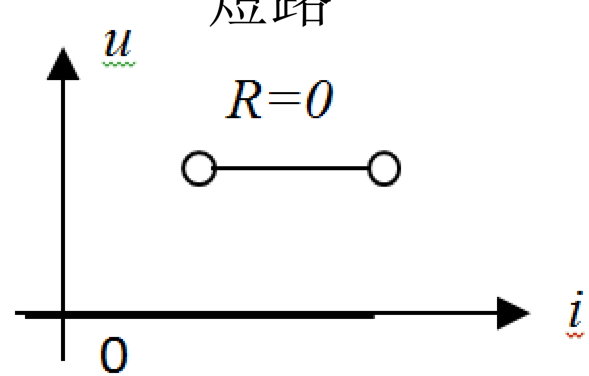
西门子S

两种特殊情况

开路

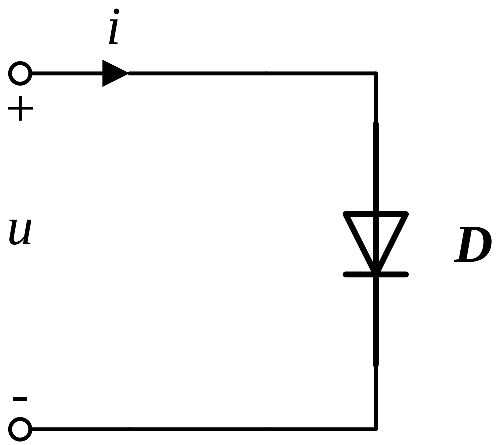


短路

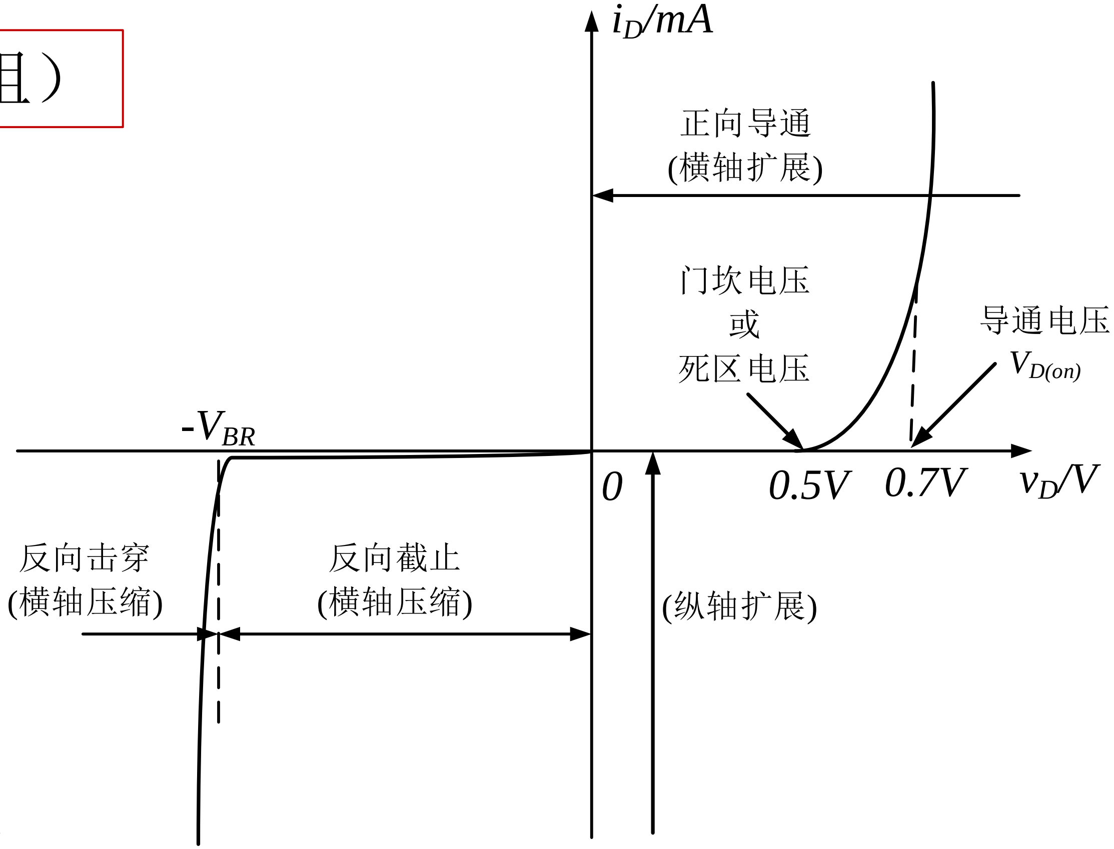


1.4.1电阻器

2. 二极管（非线性电阻）

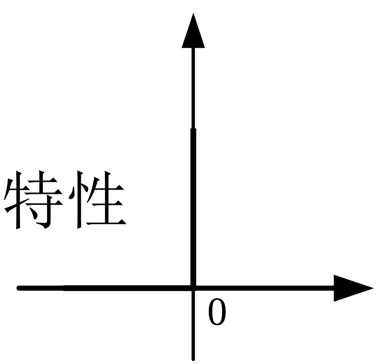


$$i_D = I_s(e^{v_D/nV_T} - 1)$$



二极管伏安特性

理想二极管伏安特性



3. 电阻器吸收功率和能量

在关联参考方向下，二端电阻器吸收的瞬时功率为其端电压与端电流瞬时值的乘积

$$p(t) = u(t)i(t)$$

电阻器从t_0到t_1的时间间隔内所吸收的能量是

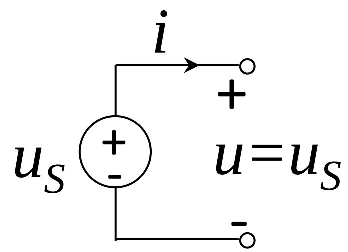
$$W(t_0, t) = \int_{t_0}^{t} p(\tau)d\tau = \int_{t_0}^{t} u(\tau)i(\tau)d\tau$$

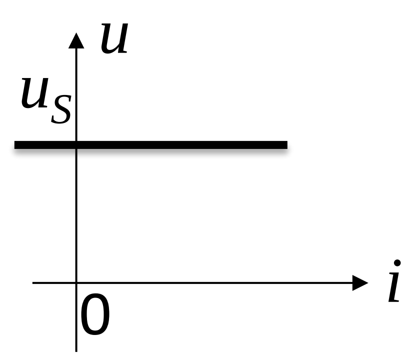
1.4.2独立电源

独立电源：能向电路独立提供电能的实际装置

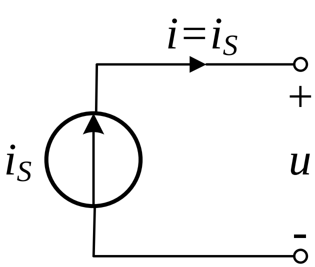
独立电源

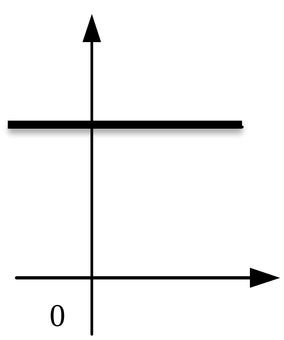
- 独立电压源





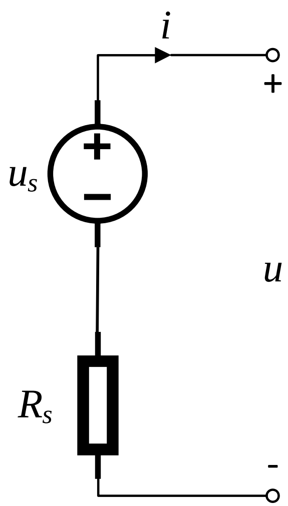
- 独立电流源



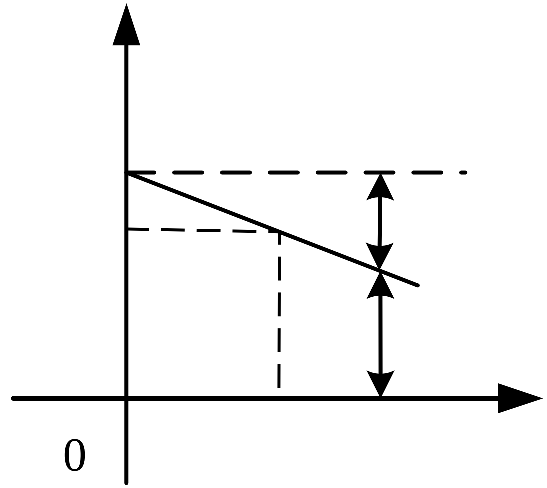


1.4.2独立电源

实际电压源可以用理想电压源和一个内阻的串联来模拟

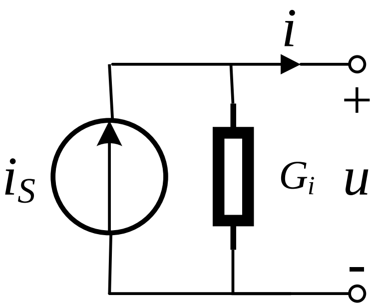


$$u = u_S - iR_s$$

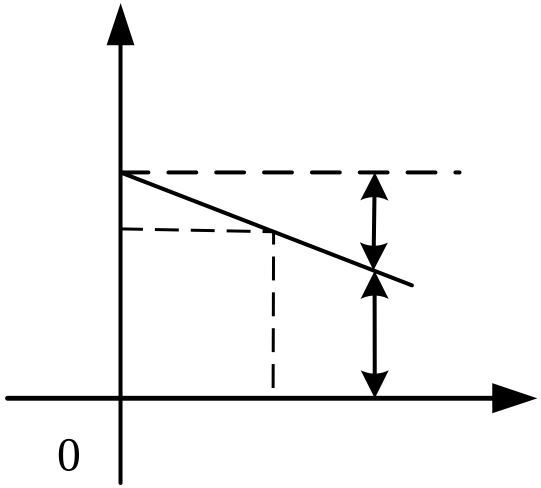


1.4.2独立电源

实际电流源可以用理想电流源和一个内电导的并联来模拟



$$i = i_S - uG_i$$

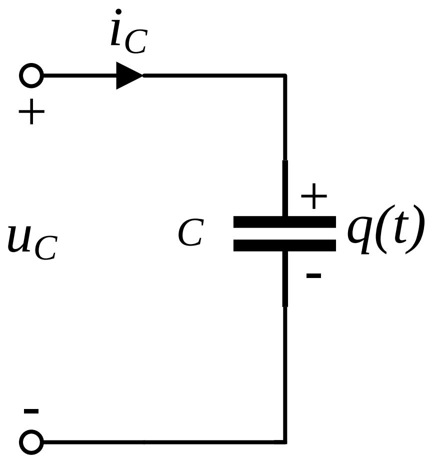


1.4.3电容器元件

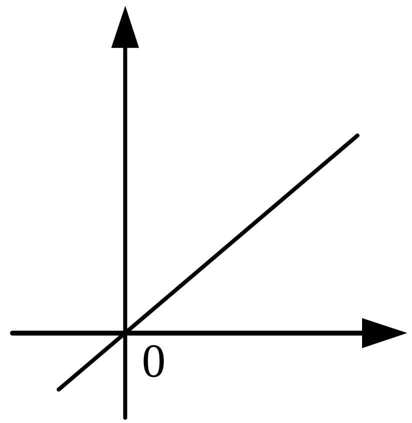
电容器（Capacitor）是一种储存电场能量的元件

1. 线性定常电容

一个电容器的库-伏特性曲线在 $q-u$ 平面上是一条通过原点且不随时间变化的直线



$$q(t)=Cu_C(t)$$

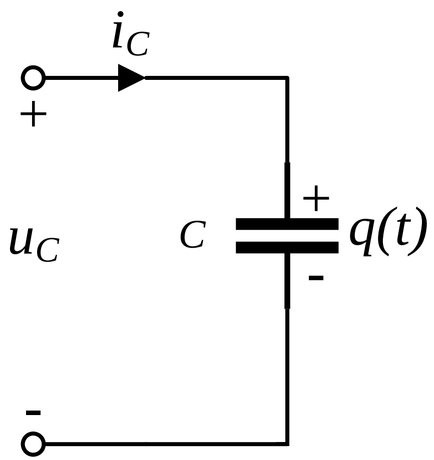


$$i_C(t)=\frac{dq(t)}{dt}=C\frac{du_C(t)}{dt}$$

隔直通交

1.4.3电容器元件

1. 线性定常电容



$$i_C(t)=C\frac{du_C(t)}{dt} \qquad u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(\tau)d\tau$$

$$u_C(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i_C(\tau)d\tau=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t_0} i_C(\tau)d\tau+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_C(\tau)d\tau$$

$$=u_C(t_0)\varepsilon(t-t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_C(\tau)d\tau$$

初始电压

$u_C(t_0)\varepsilon(t-t_0)$ 有两层意思

（1）表示初始电压对$t\geq t_0$以后电容电压的变化进程一直有影响；

（2）初始电压仅对$t\geq t_0$有意义，而对 $t<t_0$ 无效

1.4.3电容器元件

1. 线性定常电容

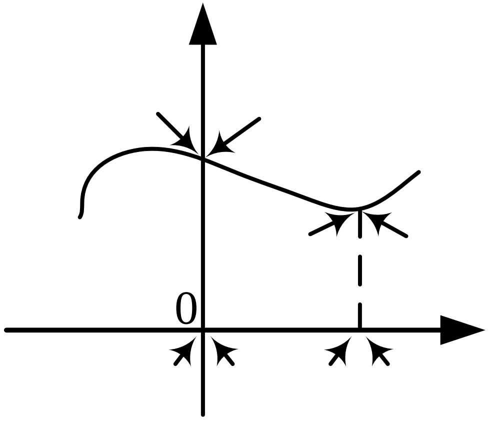
$$u_C(t_1)=u_C(t_0)\varepsilon(t-t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t_1}i_C(\tau)d\tau$$

$$u_C(t_1+dt)=u_C(t_0)\varepsilon(t-t_0)+\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t_1+dt}i_C(\tau)d\tau$$

$$u_C(t_1+dt)-u_C(t_1)=\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t_1+dt}i_C(\tau)d\tau-\frac{1}{C}\int_{t_0}^{t_1}i_C(\tau)d\tau=\frac{1}{C}\int_{t_1}^{t_1+dt}i_C(\tau)d\tau$$

$$u_C(t_1^+)=u_C(t_1^-)$$

$$q_C(t_1^+)=q_C(t_1^-)$$



1.4.3电容器元件

3. 线性定常电容器的功率和储能

$$p_C(t) = u_C(t)i_C(t) = Cu_C(t)\frac{du_C(t)}{dt}$$

$p_C(t) > 0$　表示电容器从外电路吸收功率，此时电容器储存电场能；

$p_C(t) < 0$　表示电容器对外电路输出功率，此时电容器释放电场能

1.4.3电容器元件

3. 线性定常电容器的功率和储能

$$p_C(t)=u_C(t)i_C(t)=Cu_C(t)\frac{du_C(t)}{dt}$$

$$W_C(-\infty,t)=\int_{-\infty}^{t}p_C(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t}u_C(\tau)i_C(\tau)d\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{t}u_C(\tau)\left[C\frac{du_C(\tau)}{d\tau}\right]d\tau=\int_{u_C(-\infty)}^{u_C(t)}Cu_C(\tau)du_C(\tau)$$

$$=\frac{1}{2}C\left[u_C^2(t)-u_C^2(-\infty)\right]$$

若电容器初始无充电，即 $u_C(-\infty)=0$

$$W_C(t)=\frac{1}{2}Cu_C^2(t)$$

电容器在某一时刻的储能只取决于该时刻电容器的电压值，而与电容电压过去变化过程及电容电流值均无关

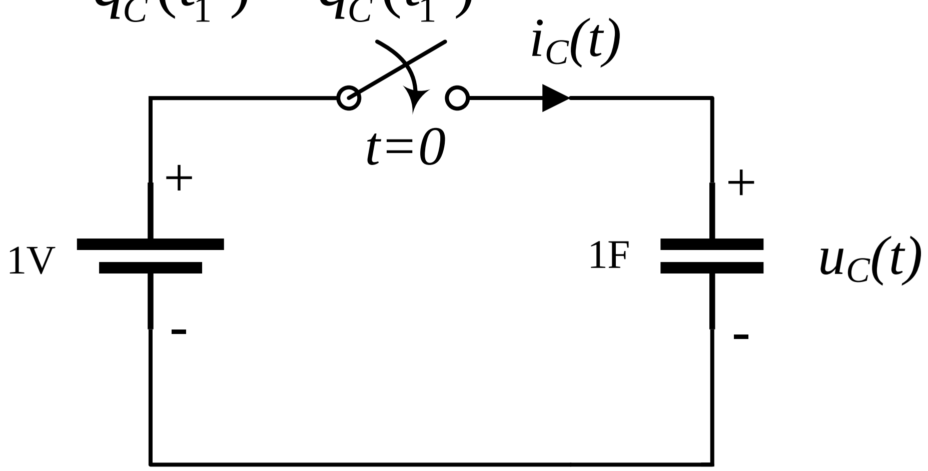
1.4.2独立电源

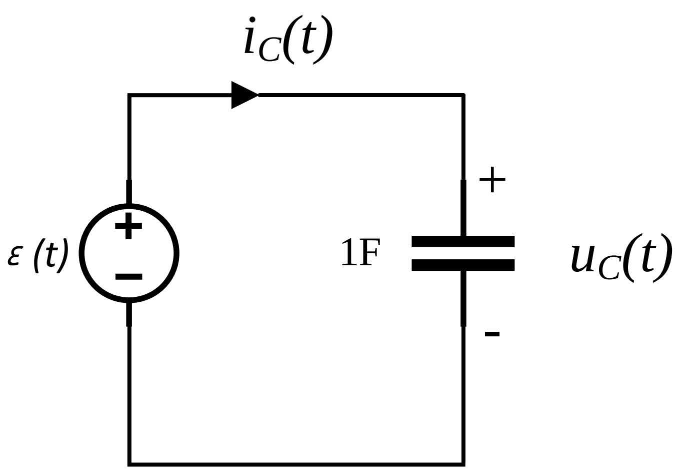
1. 线性定常电容

$$u_C(t_1^+) = u_C(t_1^-)$$

$$q_C(t_1^+) = q_C(t_1^-)$$

前提：电压和电荷不能跃变的前提是流过电容的电流为有限值

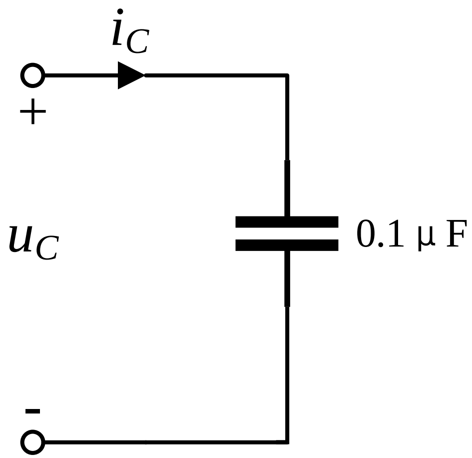


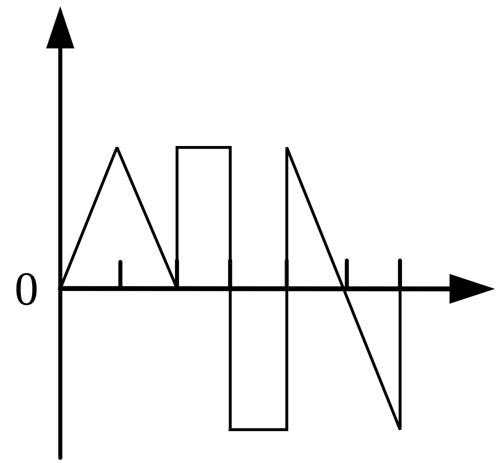


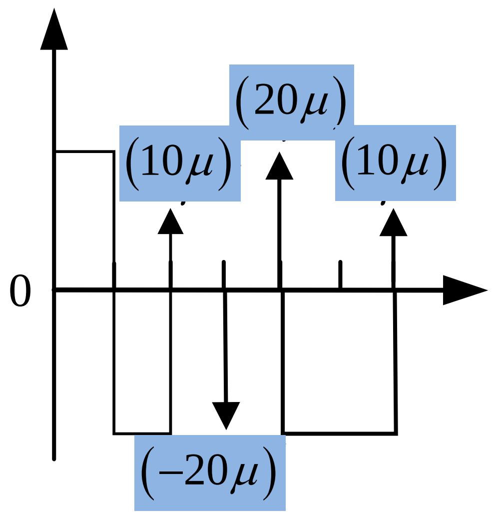
$$i_C(t) = C\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \delta(t)$$

反之，若有一单位冲激电流$\delta(t)$作用于电容，电容电压发生跳变

例1.4-1 图1.4-12（a）中线性电容的端电压波形如图1.4-10（b）所示，且已知初始电压为0，试求 $t>0$ 通过电容器的电流 $i_C(t)$



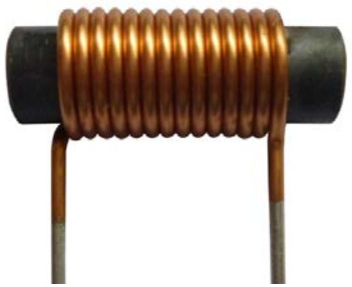




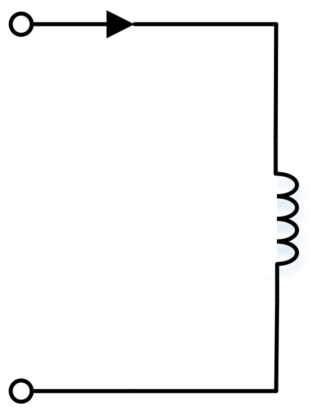
$$i_C(t)=C\frac{du_C(t)}{dt}$$

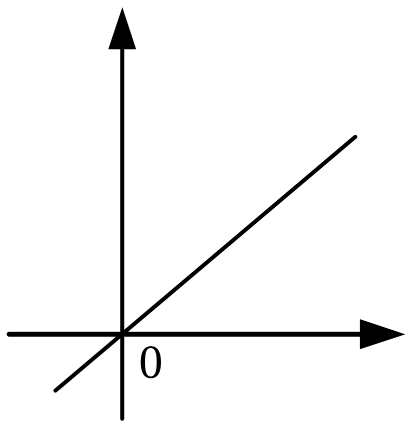
1.4.4电感器元件

1. 线性定常电感



一个电感器的特性曲线 $\psi - i$ 在平面上是一条通过原点且不随时间变化的直线





$$\psi(t) = Li_L(t)$$

$$u_L(t) = \frac{d\psi(t)}{dt}$$

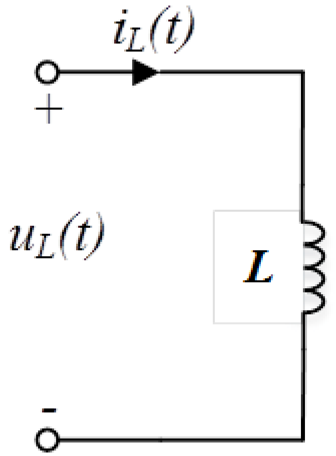
电压和电流取关联参考方向时

$$u_L(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = \frac{d[Li_L(t)]}{dt} = L\frac{di_L(t)}{dt}$$

隔交通直

1.4.4电感器元件

1. 线性定常电感



$$u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} \qquad i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u_L(\tau)d\tau$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u_L(\tau)d\tau = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t_0} u_L(\tau)d\tau + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u_L(\tau)d\tau$$

$$= i_L(t_0)\varepsilon(t-t_0) + \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} u_L(\tau)d\tau$$

初始电流

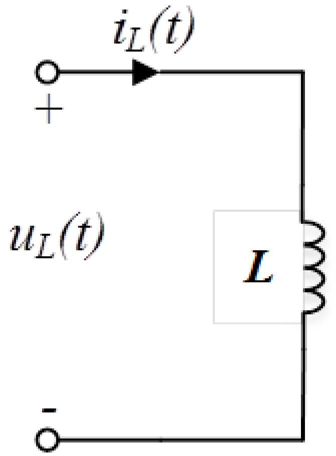
$i_L(t_0)\varepsilon(t-t_0)$ 有两层意思

（1）表示初始电流对 $t \geq t_0$以后电感电流的变化进程一直有影响

（2）初始电流仅对$t \geq t_0$有意义，而对$t < t_0$ 无效

1.4.4电感器元件

1. 线性定常电感



$$u_L(t)=L\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$i_L(t)=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u_L(\tau)d\tau$$

$$i_L(t_0^+)=i_L(t_0^-)$$

$$\psi(t_0^+)=\psi(t_0^-)$$

前提：电流和磁链不能跃变的前提是电感的电压为有限值

一个线性定常电感器，若在其两端施加冲激电压，则电感器中的电流也发生跳变

1.4.4电感器元件

2.线性定常电感器的功率和储能

$$p_L(t) = u_L(t)i_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}i_L(t)$$

$p_L(t) > 0$ 表示电感器从外电路吸收功率，此时电感器储存磁能；

$p_L(t) < 0$ 表示电感器对外电路输出功率，此时电感器释放磁能

1.4.4电感器元件

2.线性定常电感器的功率和储能

$$p_L(t)=u_L(t)i_L(t)=L\frac{di_L(t)}{dt}i_L(t)$$

$$W_L(-\infty,t)=\int_{-\infty}^{t}p_L(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t}u_L(\tau)i_L(\tau)d\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{t}\left[L\frac{di_L(\tau)}{d\tau}\right]i_L(\tau)d\tau=\int_{i_L(-\infty)}^{i_L(t)}Li_L(\tau)di_L(\tau)$$

$$=\frac{1}{2}L\left[i_L^2(t)-i_L^2(-\infty)\right]$$

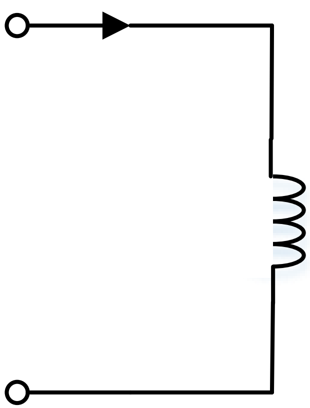
若电感器初始无储能，即 $i_L(-\infty)=0$

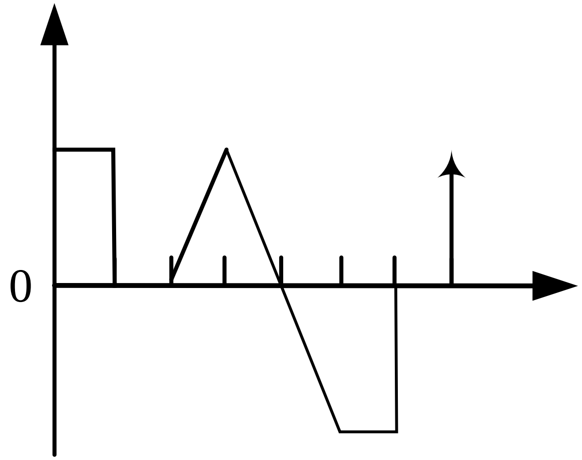
$$W_L(t)=\frac{1}{2}Li_L^2(t)$$

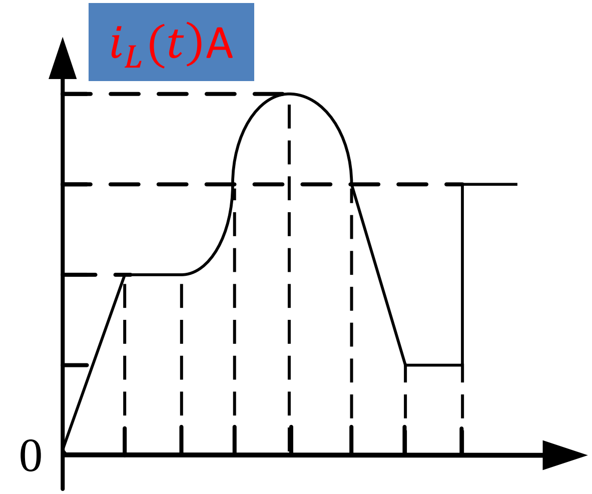
电感器在某一时刻的储能只取决于该时刻电感器的电流值，而与电感电流过去变化过程及电感电压值均无关

1.4.4电感器元件

例1.4-2 图1.4-15（a）中线性电感的端电压波形如图1.4-15（b）所示，且已知电感的初始电流为0，试求$t>0$通过电感器的电流 $i_L(t)$





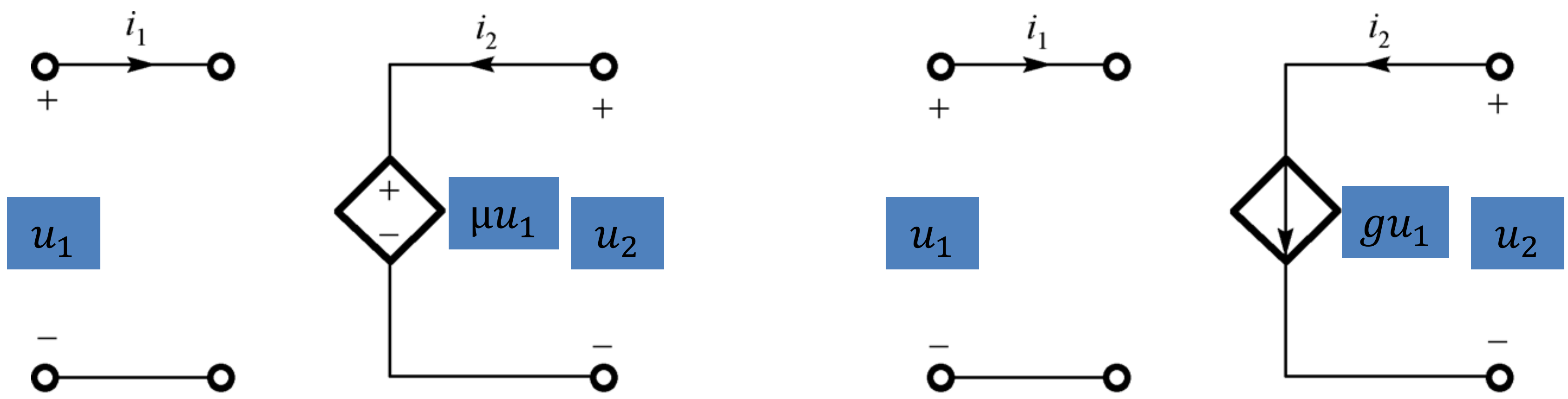


$$i_L(t)=i_L(t_0)\varepsilon(t-t_0)+\frac{1}{L}\int_{t_0}^{t}u_L(\tau)d\tau$$

1.4.5受控源元件

1. 电流控制电流源（CCCS）
2. 电压控制电流源（VCCS）
3. 电压控制电压源（VCVS）
4. 电流控制电压源（CCVS）

1.4.5受控源元件

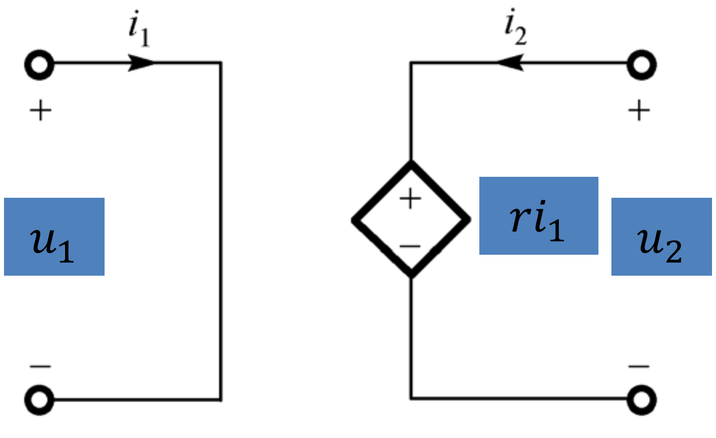


(a) VCVS (b) VCCS

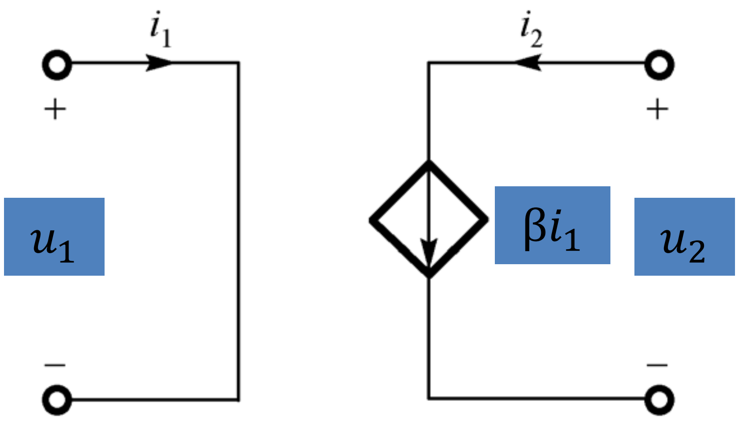
（a）VCVS：$\begin{cases} u_2 = \mu u_1 \\ i_1 = 0 \end{cases}$ 其中μ称为转移电压比，无量纲；

（b）VCCS：$\begin{cases} i_2 = g u_1 \\ i_1 = 0 \end{cases}$ 其中g称为转移电导，具有电导量纲；

1.4.5受控源元件



(c) CCVS



(d) CCCS

(c) CCVS: $\begin{cases} u_2 = ri_1 \\ u_1 = 0 \end{cases}$ 其中 r 称为转移电阻，具有电阻量纲；

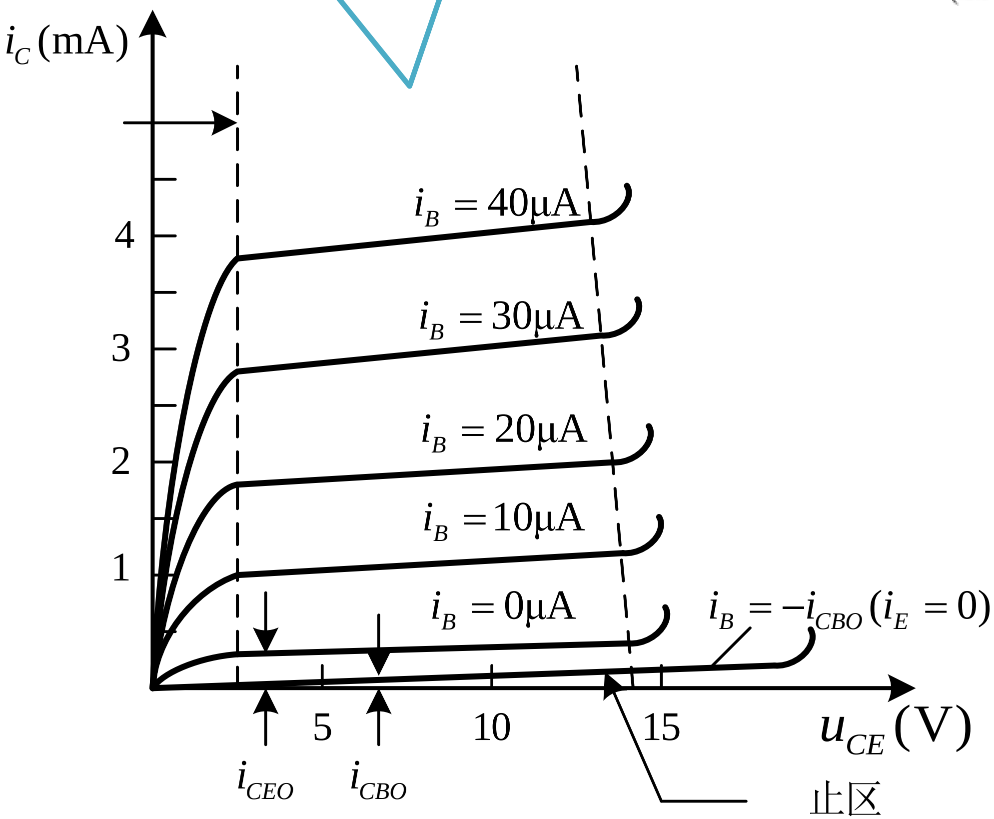
(d) CCCS: $\begin{cases} i_2 = \beta i_1 \\ u_1 = 0 \end{cases}$ 其中 β 称为转移电流比，无量纲。

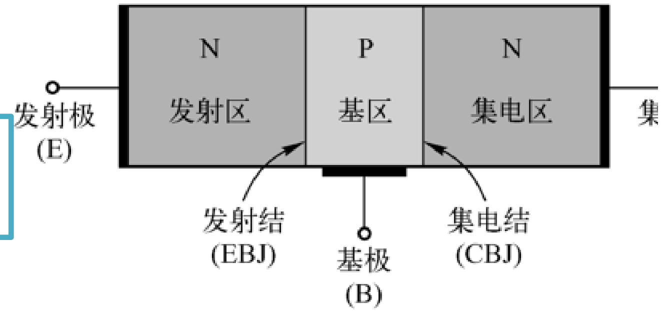
若 μ、g、r、β 是常数，则受控源为线性受控源。

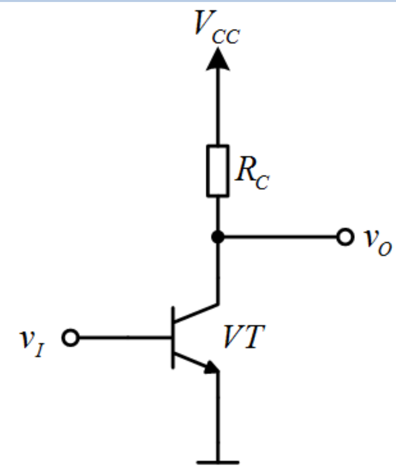
1.4.5受控源元件

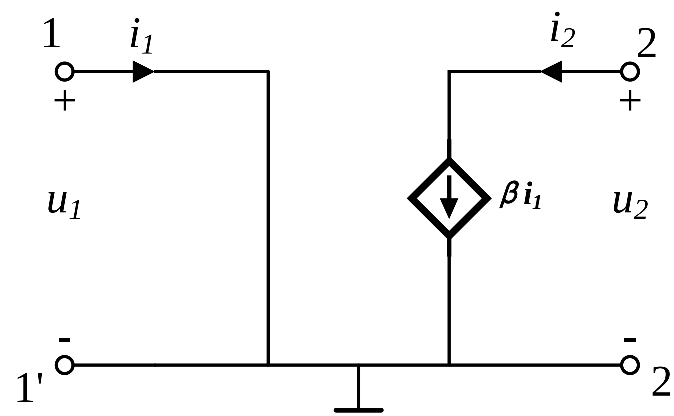
1. 电流控制电流源（CCCS）

$$i_C = \beta i_B$$





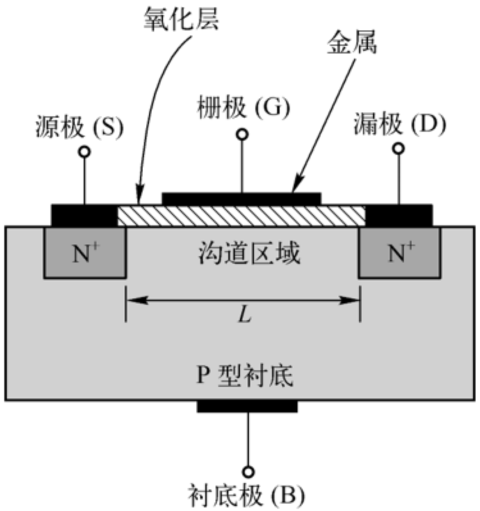


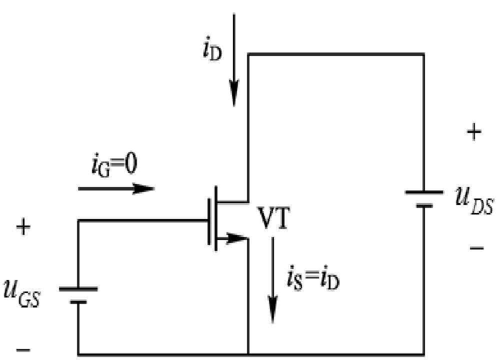


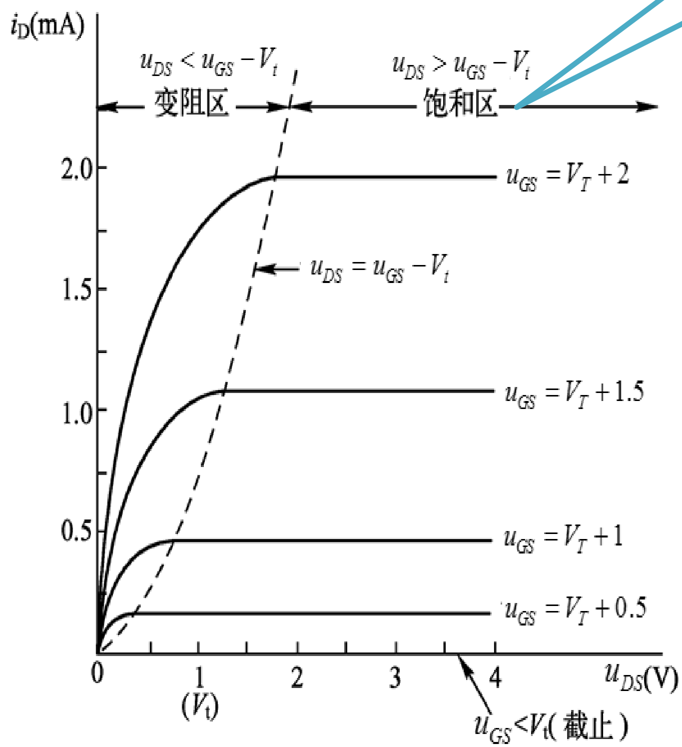
1.4.5受控源元件

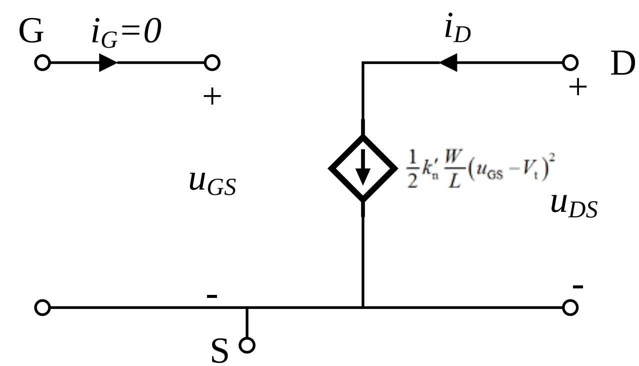
2. 电压控制电流源（VCCS）

$$i_{\rm D} = \frac{1}{2}k_{\rm n}'\frac{W}{L}(u_{\rm GS}-V_{\rm t})^2$$





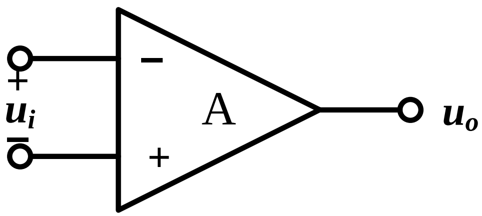


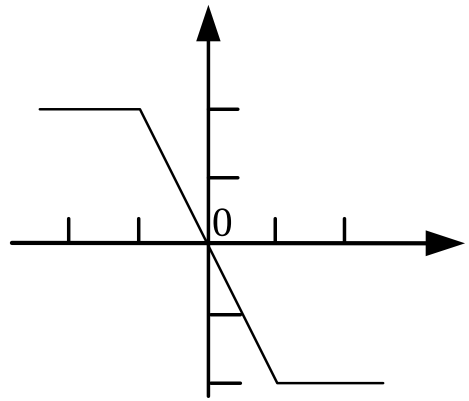


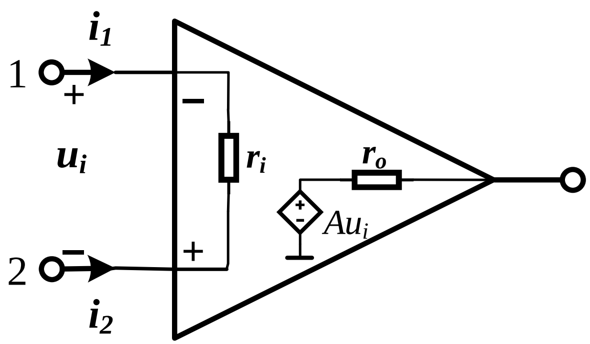
N沟道场效应管结构、电路符号与输出特性

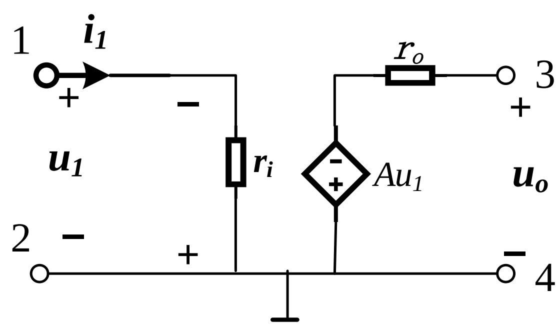
1.4.5受控源元件

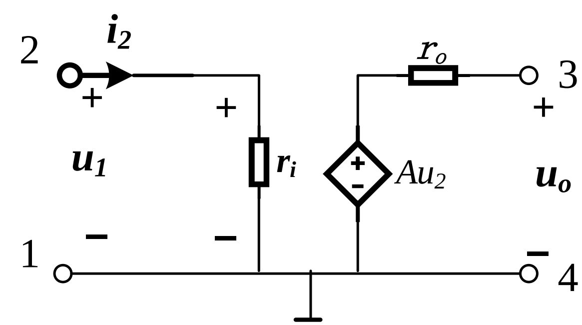
3. 电压控制电压源（VCVS）







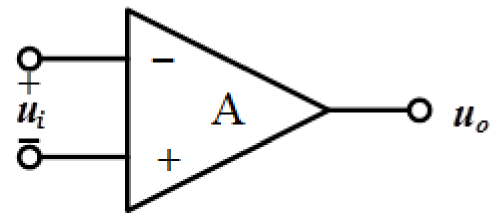




3. 电压控制电压源（VCVS）

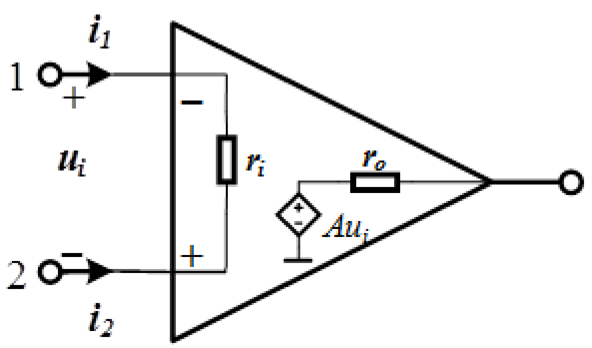
如果线性集成运放满足以下三个条件，则称之为**理想运放**

（1）输入电阻 $r_{\mathrm{i}} \to \infty$



虚断 $i_{-} \to 0 \qquad i_{+} \to 0$

（2）输出电阻 $r_{\mathrm{o}} \to 0$



运放输出的等效电压控制电压源
直接施加于负载之上

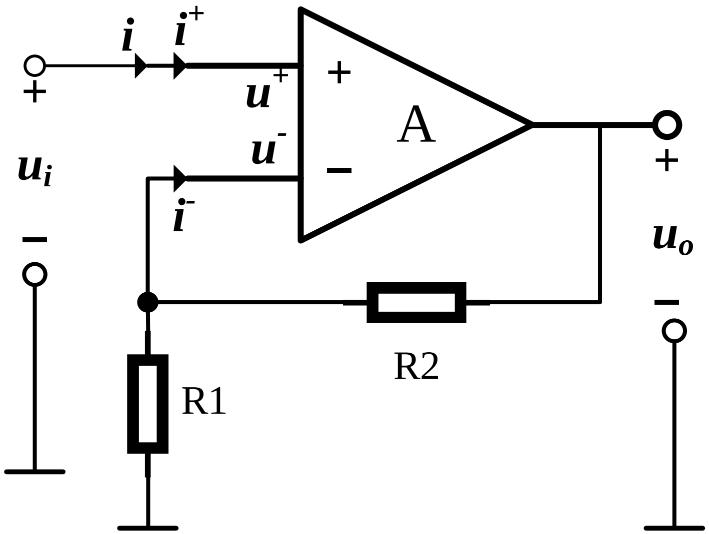
（3）开环放大倍数 $A \to \infty$

$$u_{\mathrm{i}} = u_1 - u_2 = -u_o / A \to 0$$

虚短 $(u_{-} - u_{+}) \to 0$

3. 电压控制电压源（VCVS）

例1.4-3 如图1.4-22为输入信号 u_{i} 加到运放的同相端，试求输出电压的表达式



$$i_{-} \to 0 \qquad i_{+} \to 0$$

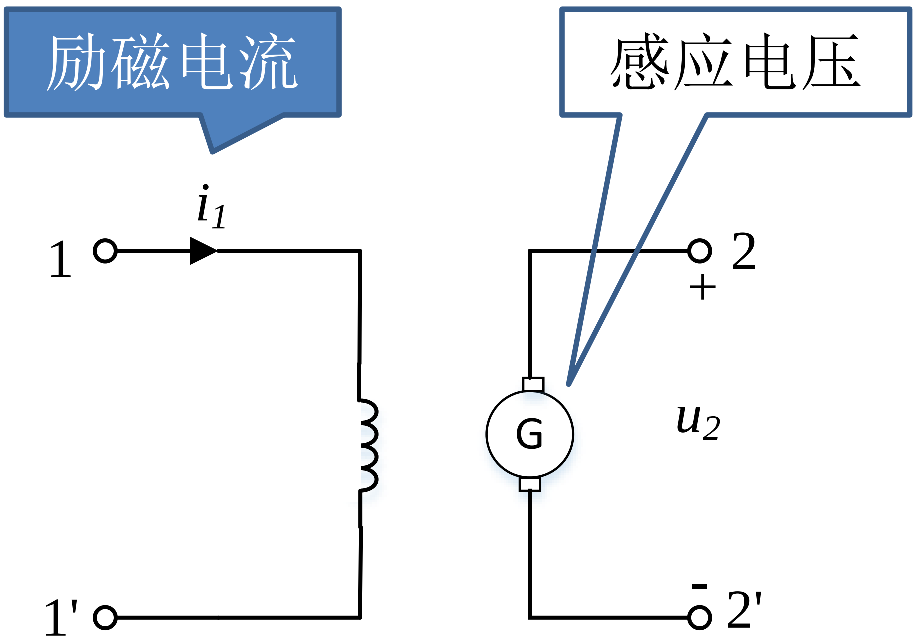
$$(u_{-} - u_{+}) \to 0$$

$$u_{+} = u_{-} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_o$$

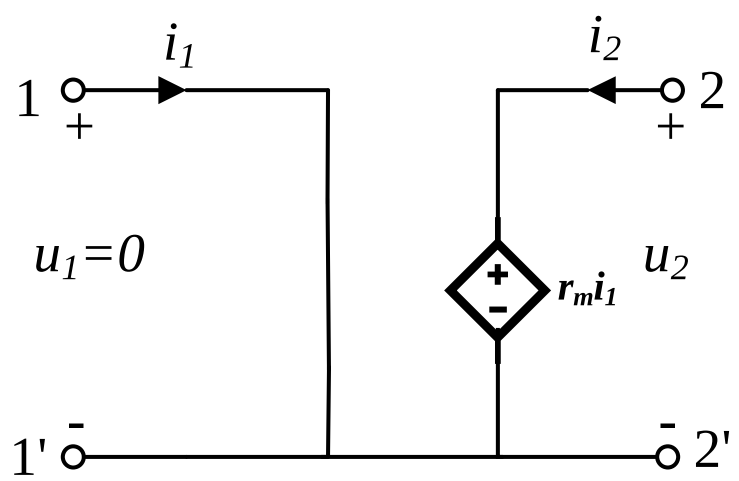
$$u_i = u_{+} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u_o$$

$$u_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) u_i$$

4. 电流控制电压源（CCVS）

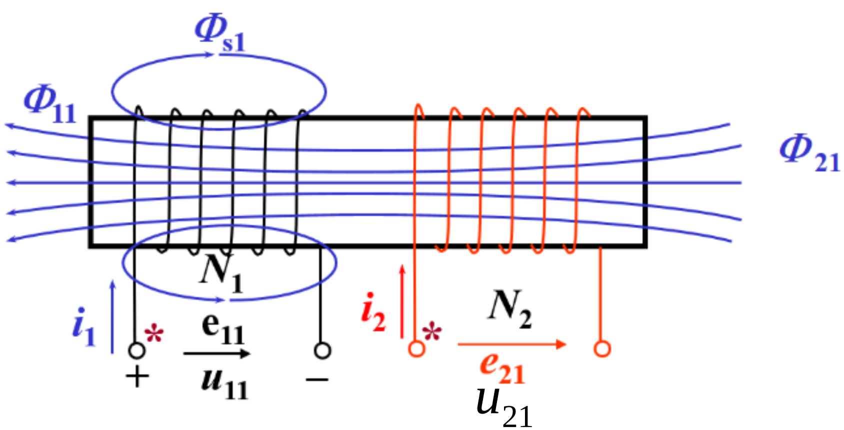


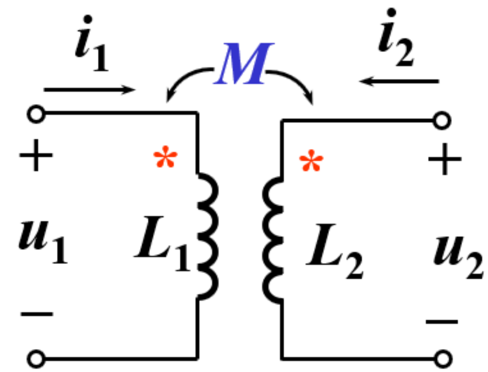
他激直流发电机



1.4.6耦合电感元件和理想变压器

1.耦合电感元件





$$M_{12}=M_{21}=M$$

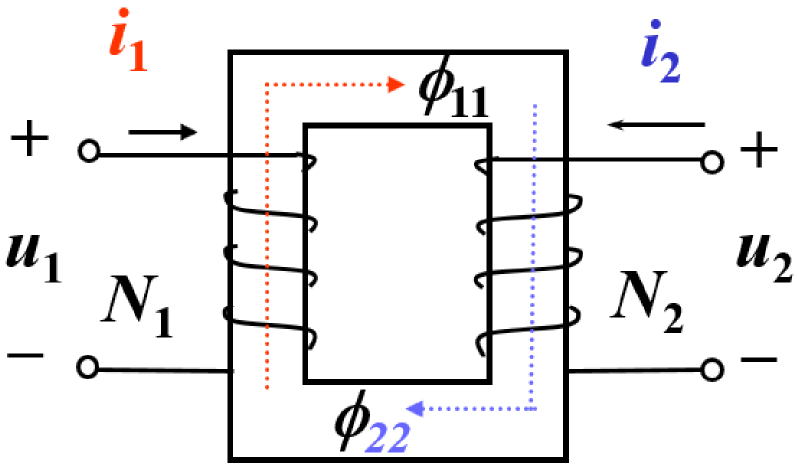
$$u_{11}=L_1\frac{di_1}{dt} \qquad u_{21}=\frac{d\psi_{21}}{dt}=M_{21}\frac{di_1}{dt} \qquad u_1=u_{11}+u_{12}=L_1\frac{di_1}{dt}+M_{12}\frac{di_2}{dt}$$

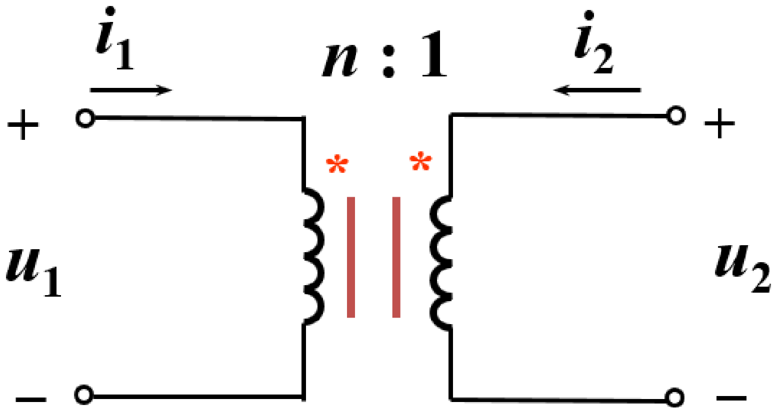
$$u_{12}=\frac{d\psi_{12}}{dt}=M_{12}\frac{di_2}{dt} \qquad u_{22}=L_2\frac{di_2}{dt} \qquad u_2=u_{22}+u_{21}=L_2\frac{di_2}{dt}+M_{21}\frac{di_1}{dt}$$

当两个电流分别从两个线圈的对应端子流入，其所产生的磁场相互加强时，则这两个对应端子称为同名端

1.4.6耦合电感元件和理想变压器

2. 理想变压器





满足以下条件：

（1）无损耗，无线圈电阻；

（2）全耦合；

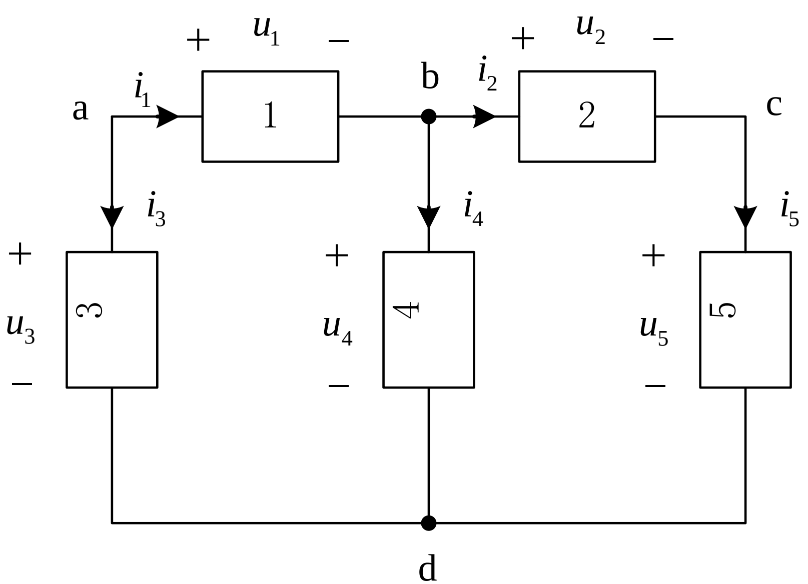
（3）磁导率 $\mu \to \infty$

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = n \qquad \frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{n}$$

1.5基尔霍夫定律

基尔霍夫电流定律（KCL）

基尔霍夫电压定律（KVL）



名词介绍：

支路

节点

回路

网孔

1.5基尔霍夫定律

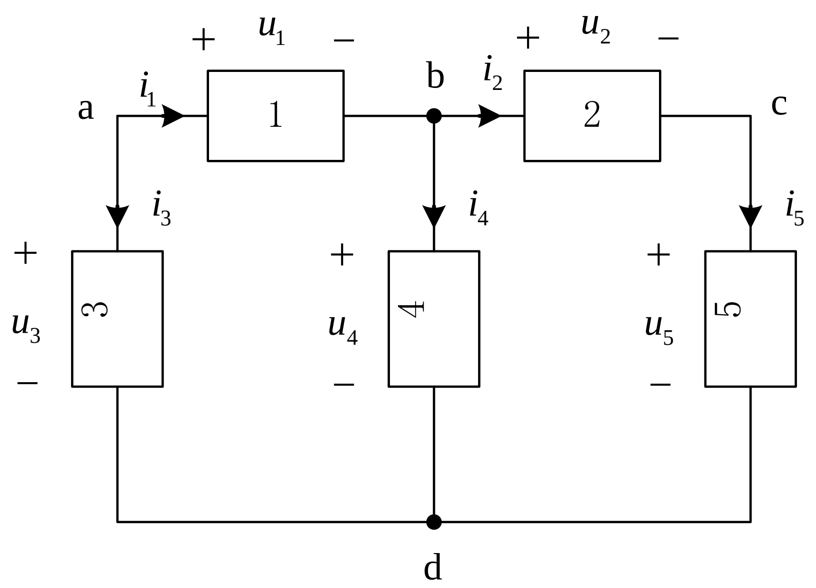
1.基尔霍夫电流定律（KCL）

反映集总参数电路中，与节点相连的各支路电流之间的约束关系

表述1： $\sum i_{出} = 0$

表述2： $\sum i_{入} = 0$

表述3： $\sum i_{出} = \sum i_{入}$



1.5基尔霍夫定律

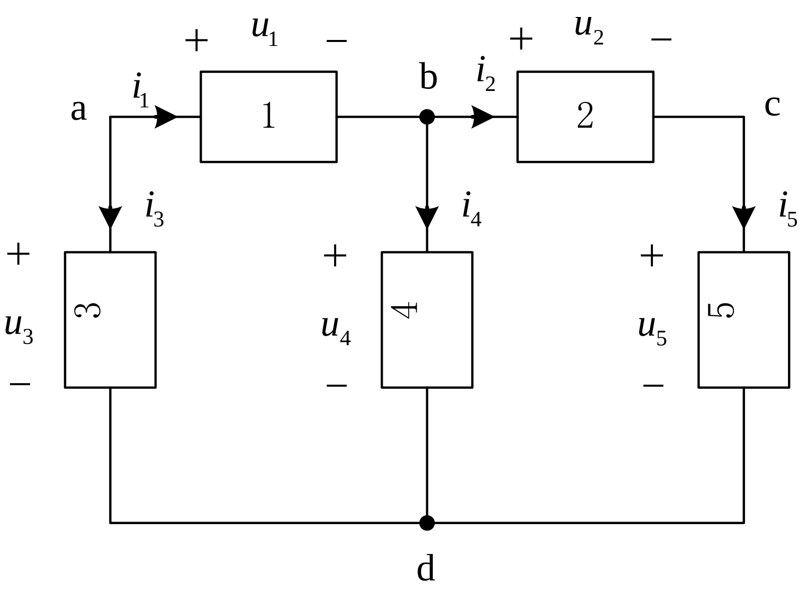
例1.5-1 利用表述2列写图1.5-1中节点a、b、c和d的KCL方程。

节点a：$-i_1 - i_3 = 0$

节点b：$i_1 - i_2 - i_4 = 0$

节点c：$i_2 - i_5 = 0$

节点d：$i_3 + i_4 + i_5 = 0$



可见，这4个方程不是独立的，可以从任何三个方程推导出第四个方程，即该电路只有3个独立的KCL方程。一般，对于n个节点的电路，可列写n-1个独立的KCL方程。

1.5基尔霍夫定律

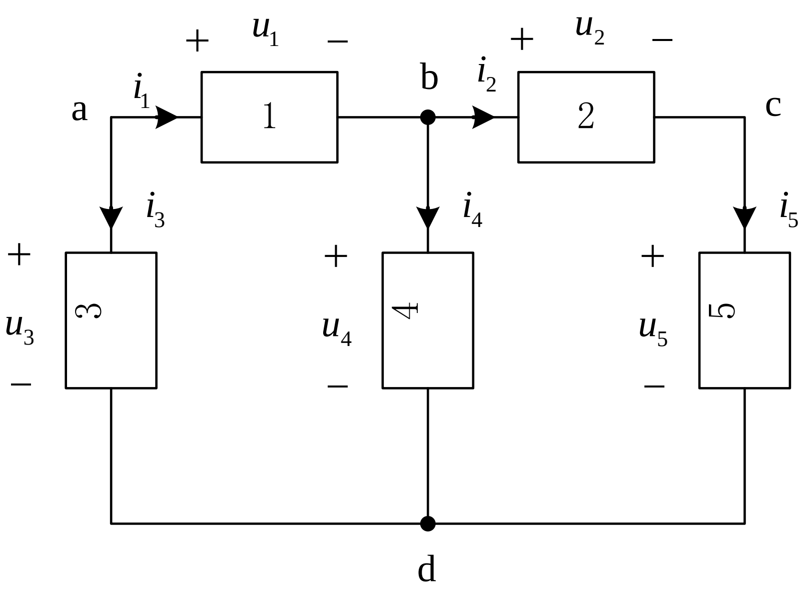
2.基尔霍夫电压定律（KVL）

反映集总参数电路中，任一回路内所有元件之间的电压约束关系

表述1： $\sum u_{降}=0$

表述2： $\sum u_{升}=0$

表述3： $\sum u_{降}=\sum u_{升}$



（先假定一回路方向）

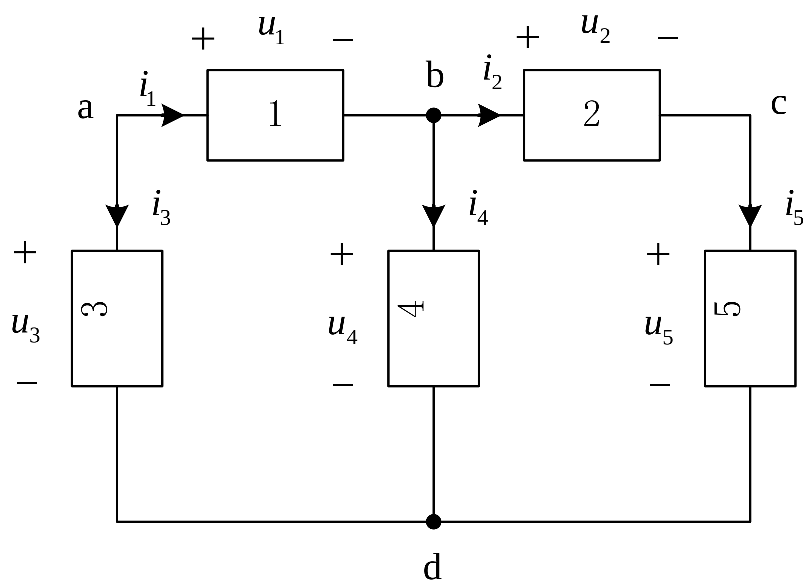
例1.5-2 利用表述3列写图1.5-1所示电路中各回路的KVL方程。

解 假定各回路方向为顺时针方向，可得

回路abda：$u_1+u_4=u_3$

回路bcdb：$u_2+u_5=u_4$

回路abcda：$u_1+u_2+u_5=u_3$



可见，这3个方程不是独立的，可以从任何两个方程推导出第三个方程，即该电路只有2个独立的KVL方程。一般，对于*n*个网孔的电路，可列写*n*个独立的KVL方程。

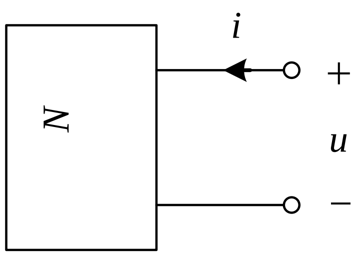
1.6电路网络及其等效规律

1.6.1 单口网络和双口网络及其等效条件

1.6.2 典型单口网络的等效化简

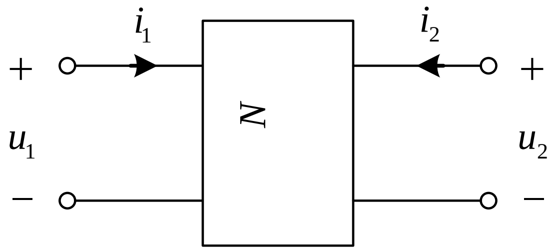
1.6.3 Y-△的等效变换

1.6.1 单口网络和双口网络及其等效条件



两个单口网络等效的条件是，端口的伏安关系（VAR）表达式完全一致。单口网络的等效，是对于端口外部电路而言是等效的，它们的内部结构和元件参数可以是不一样的。

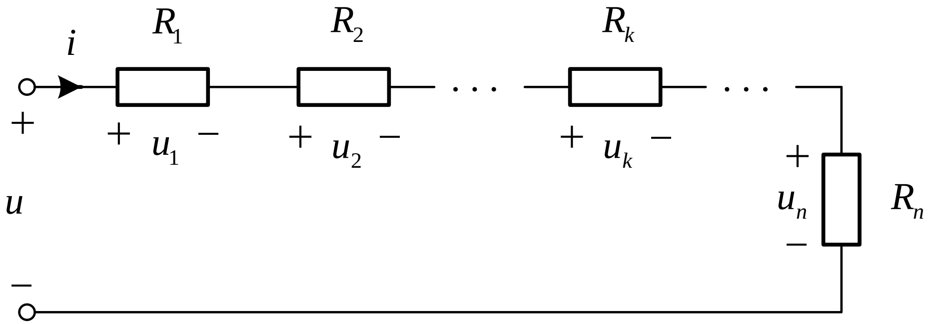
若单口网络内部不含独立源，称为无源单口网络，用N_0表示



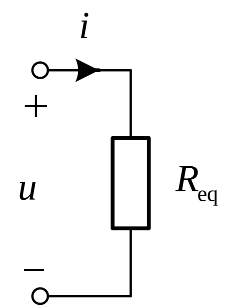
两个双口网络等效的条件是对应的两个端口的伏安关系（VAR）表达式完全一致

1.6.2典型单口网络的等效化简

1.电阻的串联



(a) 串联电阻



(b)等效电阻

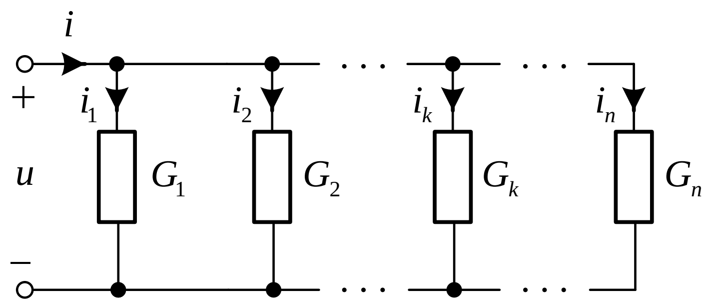
$$u = u_1 + u_2 + \cdots + u_k + \cdots + u_n = \left(R_1 + R_2 + \cdots + R_k + \cdots + R_n\right) i$$

$$u = R_{eq} i$$

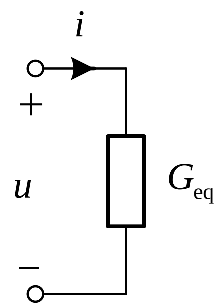
分压公式 $$u_k = \frac{R_k}{R_{eq}} u$$

1.6.2典型单口网络的等效化简

2.电阻的并联



(a)并联电阻（电导）



(b)等效电阻（电导）

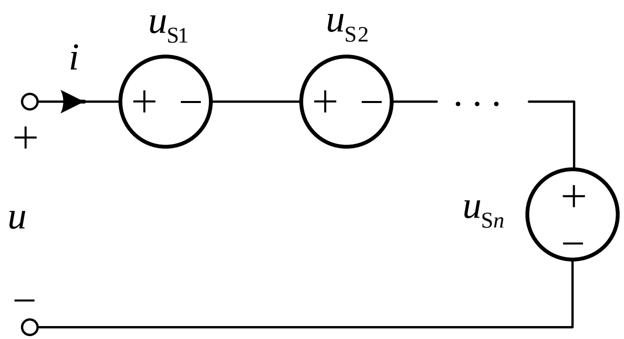
$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_k + \cdots + i_n = \left(G_1 + G_2 + \cdots + G_k + \cdots + G_n\right) u$$

$$i = G_{eq} u$$

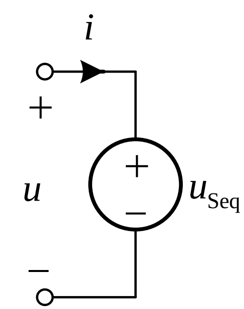
分流公式 $$i_k = \frac{G_k}{G_{eq}} i$$

1.6.2典型单口网络的等效化简

3.理想电压源的串并联

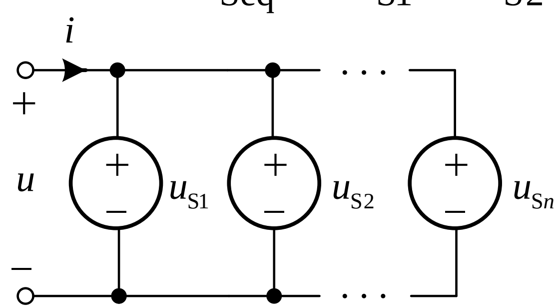


(a)理想电压源串联

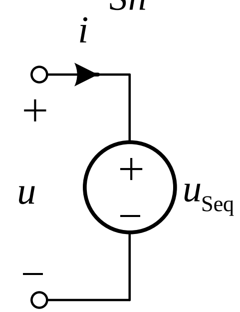


(b)等效电压源

$$u_{Seq}=u_{S1}+u_{S2}+\cdots+u_{Sn}$$



(a)理想电压源并联



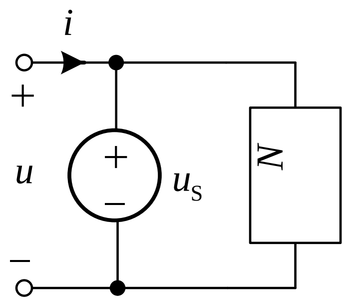
(b)等效电压源

$$u_{Seq}=u_{S1}=u_{S2}=\cdots=u_{Sn}$$

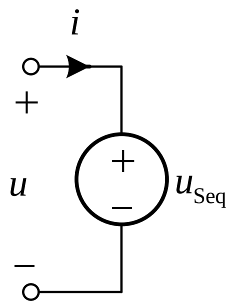
*n*个理想电压源的大小和方向必须一致

1.6.2典型单口网络的等效化简

理想电压源与单口网络的并联可以等效为一个理想电压源



（a）理想电压源与单口网络的并联

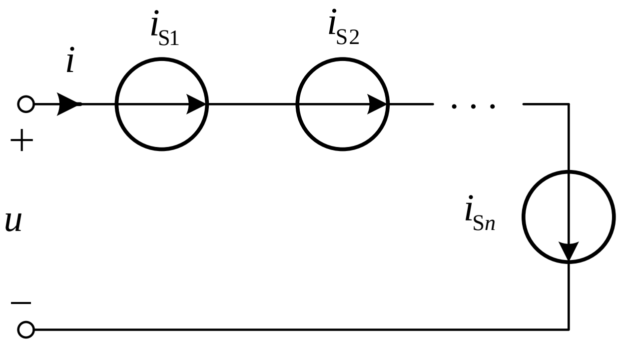


（b）等效电压源

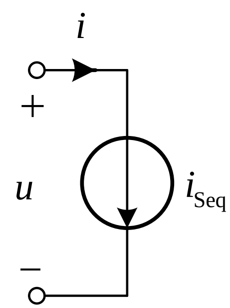
$$u_{Seq} = u_S$$

1.6.2典型单口网络的等效化简

4.理想电流源的串并联



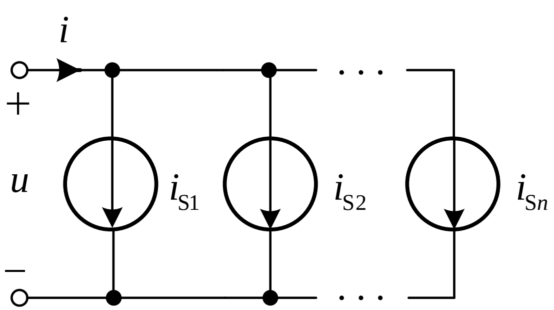
(a)理想电流源的串联



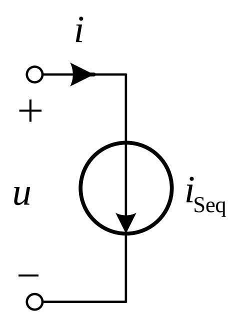
(b)等效电流源

n个电流源的大小和方向必须一致

$$i_{Seq} = i_{S1} = i_{S2} = \cdots = i_{Sn}$$



(a)理想电流源的并联

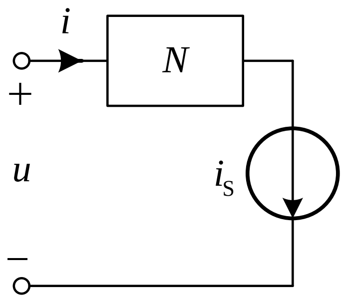


(b)等效电流源

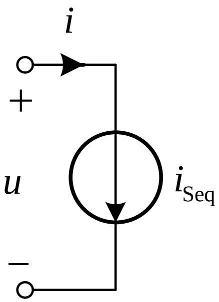
$$i_{Seq} = i_{S1} + i_{S2} + \cdots + i_{Sn}$$

1.6.2典型单口网络的等效化简

理想电流源与单口网络的串联可以等效为一个理想电流源



(a) 理想电流源与单口网络的串联

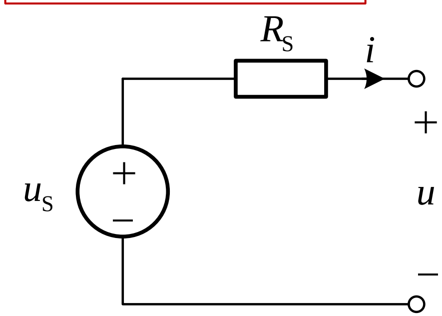


(b) 等效电流源

$$i_{Seq} = i_S$$

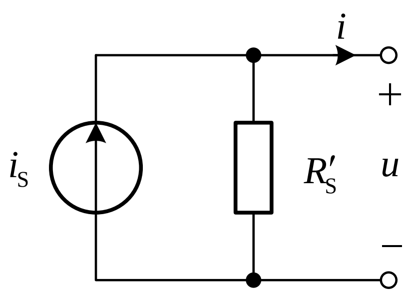
1.6.2典型单口网络的等效化简

5. 实际电源



(a) 实际电压源模型

$$u = u_S - R_S i$$



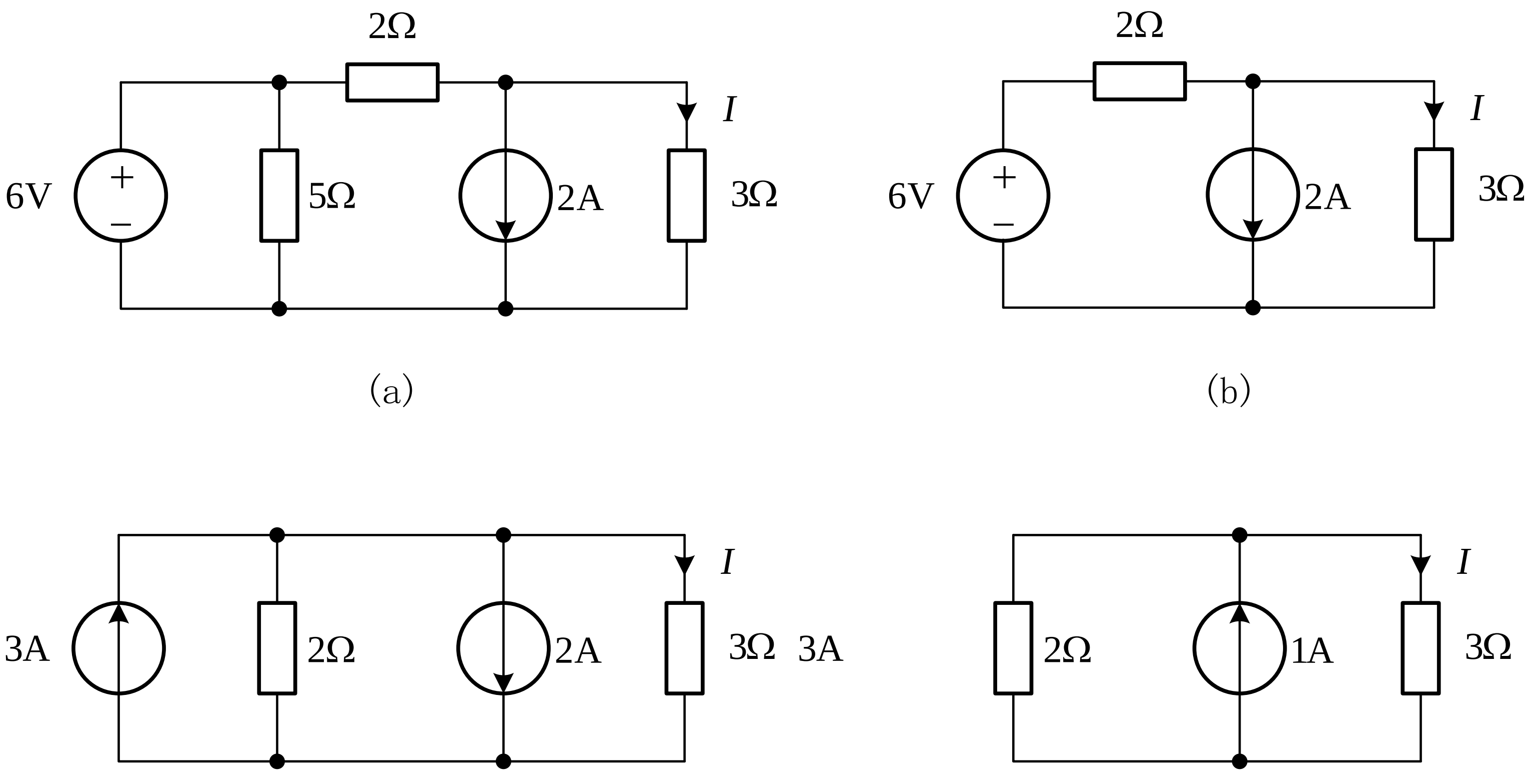
(b) 实际电流源模型

$$i = i_S - u / R_S' \quad \Rightarrow \quad u = R_S' i_S - R_S' i$$

等效条件

$$\begin{cases} R_S = R_S' \\ u_S = R_S i_S \end{cases}$$

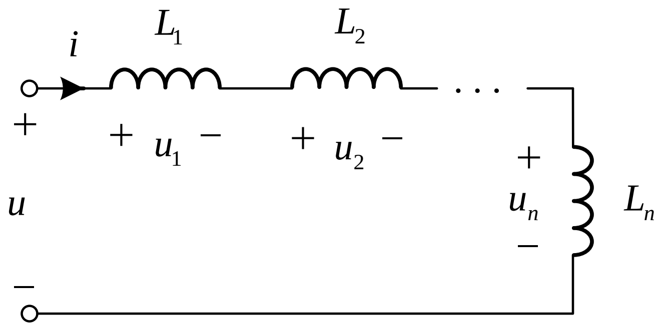
例1.6-1 利用单口网络简化计算图1.6-12（a）所示电路中的电流 I。



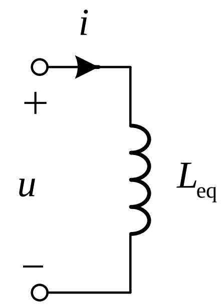
（a） （b） （c） （d）

$$I=\frac{2}{2+3}\times 1=\frac{2}{5}\text{A}$$

6. 电感的串并联



(a) 电感的串联



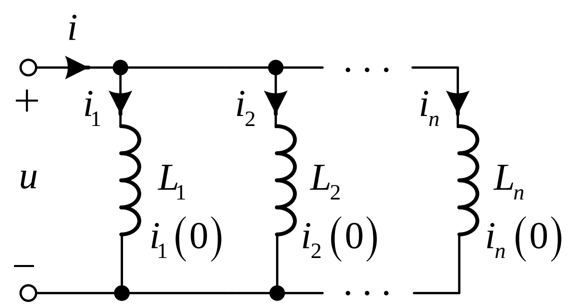
(b) 等效电感

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 + \cdots + u_n \\ &= L_1 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i + L_2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i + \cdots + L_n \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i \\ &= \left(L_1 + L_2 + \cdots + L_n \right) \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i \end{aligned}$$

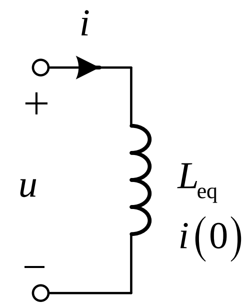
$$u = L_{eq} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} i$$

分压公式 $u_k = \dfrac{L_k}{L_{eq}} u$

1.6.2典型单口网络的等效化简



(a) 电感的并联



(b) 等效电感

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$$

$$= i_1(0) + \frac{1}{L_1}\int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau + i_2(0) + \frac{1}{L_2}\int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau + \cdots + i_n(0) + \frac{1}{L_n}\int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau$$

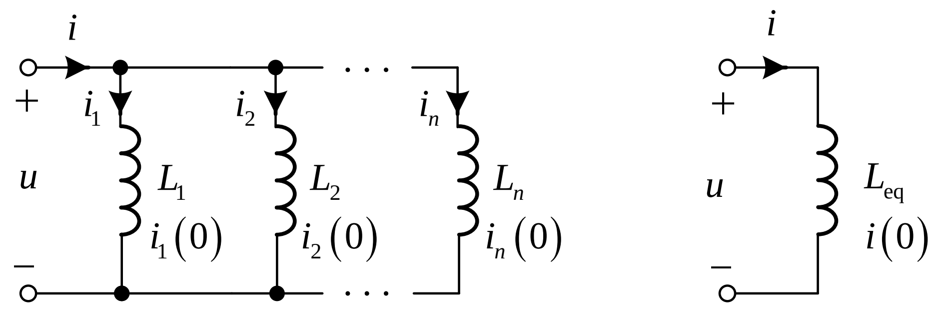
$$= i_1(0) + i_2(0) + \cdots + i_n(0) + \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_n}\right)\int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$i = i(0) + \frac{1}{L_{\mathrm{eq}}}\int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$\boxed{\text{等效的条件}}$

$$\begin{cases} i(0) = i_1(0) + i_2(0) + \cdots + i_n(0) \\ \dfrac{1}{L_{\mathrm{eq}}} = \dfrac{1}{L_1} + \dfrac{1}{L_2} + \cdots + \dfrac{1}{L_n} \end{cases}$$

1.6.2典型单口网络的等效化简

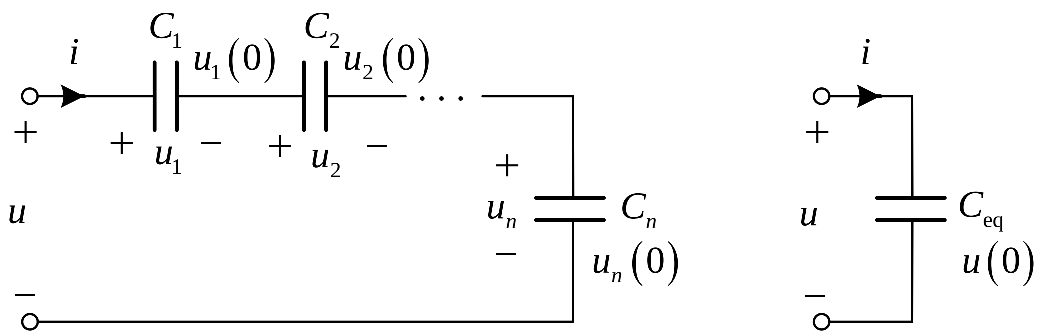


(a) 电感的并联　　(b) 等效电感

分流公式　$i_k = \dfrac{1/L_k}{1/L_{\mathrm{eq}}} i$

1.6.2典型单口网络的等效化简

7. 电容的串并联



(a) 电容的串联 (b) 等效电容

$$u = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$$

$$= u_1(0) + \frac{1}{C_1}\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau + u_2(0) + \frac{1}{C_2}\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau + \cdots + u_n(0) + \frac{1}{C_n}\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

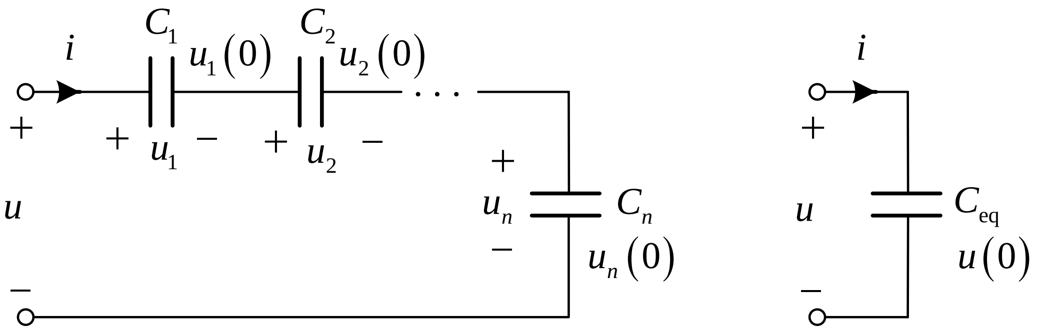
$$= u_1(0) + u_2(0) + \cdots + u_n(0) + \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}\right)\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$u = u(0) + \frac{1}{C_{\mathrm{eq}}}\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

等效的条件

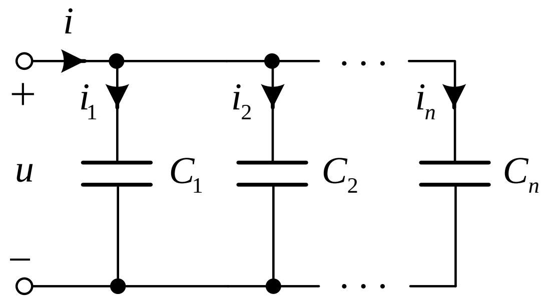
$$\begin{cases} u(0) = u_1(0) + u_2(0) + \cdots + u_n(0) \\ \dfrac{1}{C_{\mathrm{eq}}} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \cdots + \dfrac{1}{C_n} \end{cases}$$

1.5电路网络及其等效规律

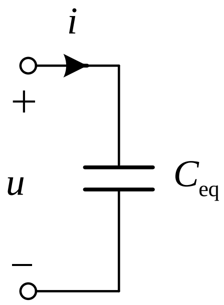


(a) 电容的串联　　(b) 等效电容

分压公式 $u_k = \dfrac{1/C_k}{1/C_{eq}} u$



(a) 电容的并联



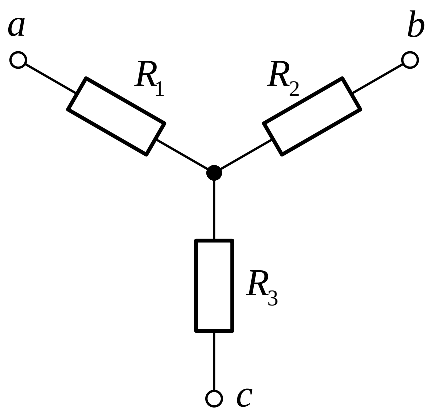
(b) 等效电容

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n$$
$$= C_1\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u + C_2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u + \cdots + C_n\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u$$
$$= (C_1 + C_2 + \cdots + C_n)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u$$
$$i = C_{\mathrm{eq}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u$$

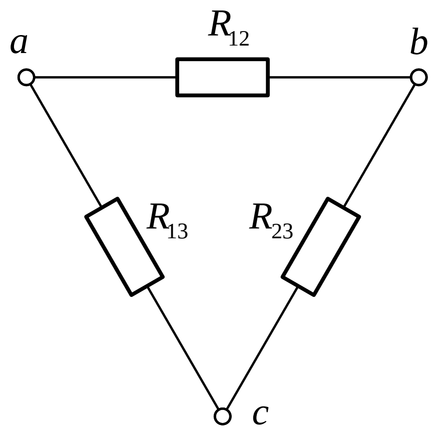
分流公式

$$i_k = \frac{C_k}{C_{\mathrm{eq}}}i$$

1.6.3 Y-△的等效变换



(a) Y连接

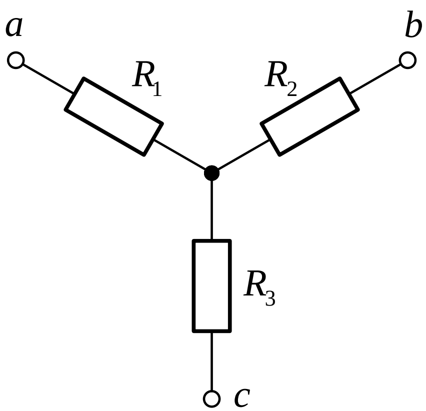


(a) △连接

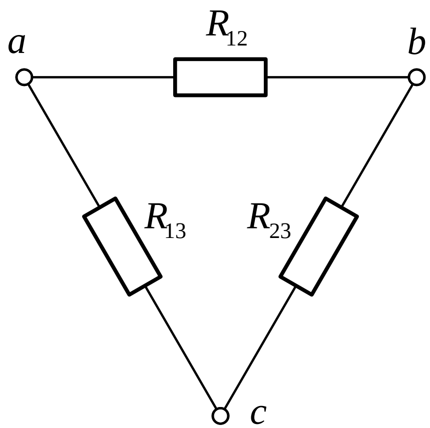
从a-b，b-c和c-a分别计算Y连接和△连接的等效电阻，并令其相等，可得

$$
\begin{cases}
R_{ab} = R_1 + R_2 = \dfrac{R_{12}\left(R_{23} + R_{13}\right)}{R_{12} + R_{23} + R_{13}} \\
R_{bc} = R_2 + R_3 = \dfrac{R_{23}\left(R_{12} + R_{13}\right)}{R_{12} + R_{23} + R_{13}} \\
R_{ca} = R_1 + R_3 = \dfrac{R_{13}\left(R_{12} + R_{23}\right)}{R_{12} + R_{23} + R_{13}}
\end{cases}
$$

1.6.3 Y-△的等效变换



(a) Y连接



(a) △连接

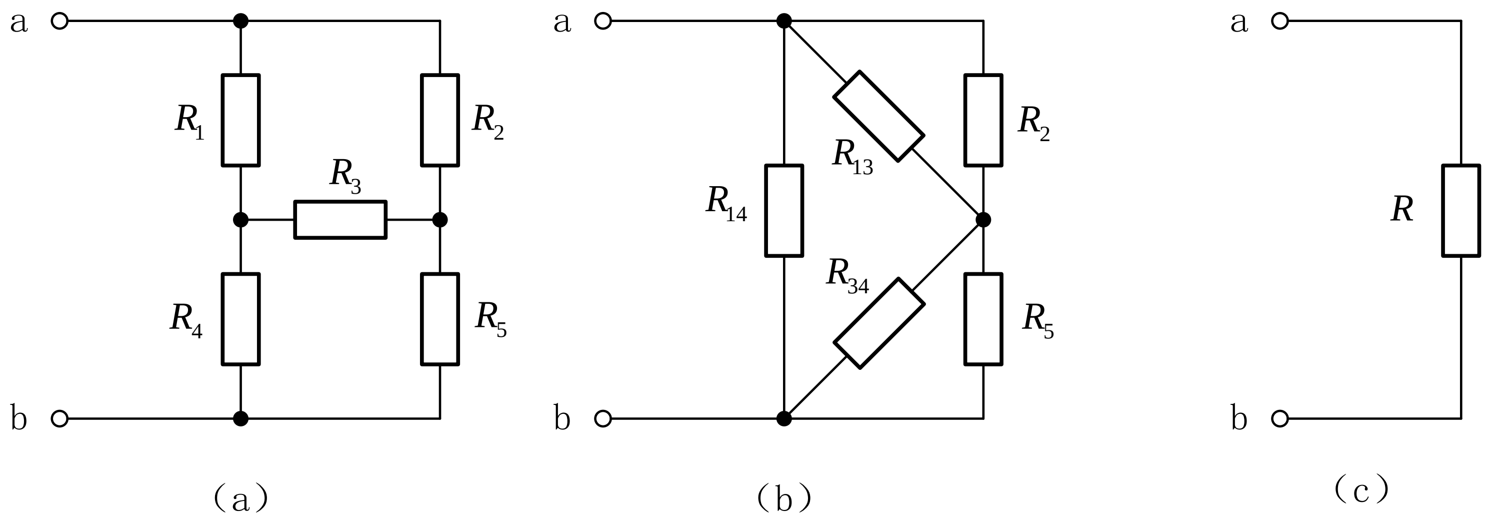
$$
\begin{cases}
R_1 = \dfrac{R_{12}R_{13}}{R_{12}+R_{23}+R_{13}} \\
R_2 = \dfrac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{13}} \\
R_3 = \dfrac{R_{13}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{13}}
\end{cases}
$$

Y连接和△连接相互等效的条件为

$$
\begin{cases}
R_{12} = \dfrac{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}{R_3} \\
R_{13} = \dfrac{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}{R_2} \\
R_{23} = \dfrac{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}{R_1}
\end{cases}
$$

1.6.3 Y-△的等效变换

例1. 6−2 求如图1.6-18（a）所示单口网络的等效电阻，已知 $R_1=R_3=5\Omega \quad R_2=R_4=R_5=10\Omega$



$$\begin{cases} R_{13}=\dfrac{R_1R_3+R_3R_4+R_1R_4}{R_4}=12.5\Omega \\ R_{14}=\dfrac{R_1R_3+R_3R_4+R_1R_4}{R_3}=25\Omega \\ R_{34}=\dfrac{R_1R_3+R_3R_4+R_1R_4}{R_1}=25\Omega \end{cases}$$

$$R=R_{14}//\left(R_{13}//R_2+R_{34}//R_5\right)$$
$$=8.421\Omega$$