杭州电子科技大学学生考试卷期末（ A）卷

考试课程	概率论与数理统计		考试日期	2009 年 01 月 05 日	成 绩	
课程号	A0702140	教师号		任课教师姓名		
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十

一、选择题，将正确答案填在括号内（每小题 3 分，共 18 分）

1．设随机事件 A,B 满足 $P(B)=P(B|A)$，则下列结论中正确的是　　　　（　　　）

A． $P(\overline{A}\,\overline{B})=P(\overline{A})P(\overline{B})$　　　　B． $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

C． A,B 互不相容　　　　D． $P(A)=P(B|A)$

2．设 X 是[0，1]上的连续型随机变量，并且 $P\{X\le 0.3\}=0.8$．记 $Y=1-X$，若要使 $P\{Y\le k\}=0.2$，则常数 $k=$（　　）.

A． 0.2　　　　B． 0.7

C． 0.8　　　　D． 0.3

3．设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)},-\infty<x<+\infty$，则 $Y=2X$ 的概率密度为

（　　）

A． $\dfrac{1}{\pi(1+y^2)}$　　　　B． $\dfrac{2}{\pi(4+y^2)}$

C． $\dfrac{1}{\pi(1+\frac{y^2}{4})}$　　　　D． $\dfrac{1}{\pi(1+4y^2)}$

4．设 (X,Y) 的联合分布律如下表所示：

X \ Y	0	1	2
-1	1/15	t	1/5
1	s	1/5	3/10

则 (s,t)=(　　　)时，X 与 Y 相互独立.

A．$(\frac{1}{5},\frac{1}{15})$；　　　　　　B．$(\frac{1}{15},\frac{1}{5})$

C．$(\frac{1}{10},\frac{2}{15})$；　　　　　　D．$(\frac{2}{15},\frac{1}{10})$

5. $X_1,X_2,\cdots,X_8$ 和 $Y_1,Y_2,\cdots,Y_{10}$ 分别来自两个正态总体 $N(-1,2^2)$ 和 $N(2,5^2)$ 的样本且相互独立，${S_1}^2$ 和 ${S_2}^2$ 分别为两个样本的样本方差，则服从 $F(7,9)$ 的统计量是（　　　）.

A．$\frac{2{S_1}^2}{5{S_2}^2}$；　　　　　　B．$\frac{5{S_1}^2}{2{S_2}^2}$

C．$\frac{4{S_2}^2}{25{S_1}^2}$；　　　　　　D．$\frac{25{S_1}^2}{4{S_2}^2}$

6．在假设检验中，记 H_0 为原假设，H_1 为备择假设，则显著性水平 α 是指（　　　）.

A．$P\{$接受 $H_0 | H_0$ 为假$\}=\alpha$；　　　B．$P\{$接受 $H_1 | H_1$ 为假$\}=\alpha$

C．$P\{$拒绝 $H_0 | H_0$ 为真$\}=\alpha$；　　　D．$P\{$拒绝 $H_1 | H_1$ 为真$\}=\alpha$

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1．从 5 双不同的鞋子中任取 4 只，这 4 只鞋子中至少有 2 只配成一双的概率是________ .

2．设 $P(A\cup B)=0.8$，$P(B)=0.4$，则 $P(A|\overline{B})=$__________ .

3．某人投篮，投中的概率为 0.6，现投了 3 次，则此人投中 2 次的概率为________ .

4．设 X 与 Y 相互独立且都服从 $N(0,1)$，则 $D(2X-3Y+1)$=_________ .

5．设随机变量 $X\sim U(-1,2)$，则由切比雪夫不等式 $P\{\left|X-\frac{1}{2}\right|\le 1\}\ge$________.

三、（本题 7 分）设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} ax+b, 0<x<1 \\ 0 \quad , else \end{cases}$，

又已知 $P\{X<\frac{1}{3}\}=P\{X>\frac{1}{3}\}$，（1）求常数 a 和 b；(2) 求 X 的分布函数 $F(x)$

四.（本题 15 分）设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} Cxy^2, 0<y<x<1 \\ 0, \text{其它} \end{cases}$

（1）求常数 C；

（2）求关于 X 和关于 Y 的边缘概率密度； 并问 X 与 Y 是否相互独立？

（3）求概率 $P\{X+Y<1\}$.

五.（本题 8 分）设随机变量(X,Y)的概率分布律为：

Y \ X	0	1	2
-1	0.3	0.1	0.2
1	0.1	0.3	0

求：（1）关于$Z=XY$的分布律；

（2）协方差$Cov(X,Y)$.

六.（本题 6 分）设各零件的重量都是随机变量，它们相互独立，且服从相同的分布，其数学期望为 0.5kg ，均方差为 0.1kg ，问 5000 只零件的总重量超过 2510kg 的概率约为多少？（结果用标准正态分布函数$\Phi(x)$表示）

七．（本题 6 分）设总体 X 具有概率密度 $f(x;\theta)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$，其中 $\theta>-1$ 是未知参数. 又 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自该总体的一个样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为样本值. 试求未知参数 θ 的最大似然估计量.

八．（本题 5 分）设某种清漆的干燥时间服从正态分布 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现随机地抽取 9 个样品，测得干燥时间的均值 $\overline{x}=6$（小时），样本均方差 $s=0.6$，σ^2 为未知，求 μ 的置信水平为 95%的置信区间．($t_{0.025}(8)=2.3060$，$t_{0.025}(9)=2.2622$，精确到第二位小数).

九.（本题 6 分）某产品的一项质量指标 $X \sim N(\mu, 0.05^2)$，现从一批产品中随机地抽取 5 件，测得样本方差 $s^2 = 0.0078$，问根据这一数据能否推断该批产品的方差较以往的有显著的变化？(取显著性水平 $\alpha = 0.05$）

（$\chi^2_{0.025}(5) = 12.833$，$\chi^2_{0.975}(4) = 0.484$，$\chi^2_{0.95}(4) = 0.711$，$\chi^2_{0.975}(5) = 0.831$

$\chi^2_{0.025}(4) = 11.143$）

十．（本题 4 分）设 $X_1, X_2 ..., X_n$ 是总体 $N(0 , 1)$ 的简单随机样本，记 $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$，

$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$，$T = \overline{X}^2 - \frac{1}{n}S^2$，证：$D(T) = \frac{2}{n(n-1)}$