为作弊！

得分	

一、填空题（请将答案填写在横线上。本题总共六小题，每题 3 分，总共 18 分）

1、$\tau(24531876)=$ ______________ ；

2、设 $f(x)=\begin{vmatrix} 5x & 1 & 2 & -3 \\ x & x & 1 & -2 \\ 1 & 2 & x & -3 \\ x & 1 & 2 & -2x \end{vmatrix}$，则 $f(x)$ 的 x^4 的系数为：______________；

3、设 3 阶方阵 A 的特征值为 2、1、-1，则 $tr(A^3-5A^2)=$ ______________；

4、实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-x_2^2+3x_3^2$ 的秩为：____，正惯性指数为：____，负惯性指数为：____；

5、设 $\alpha_1=[1,0,0]^T$，$\alpha_2=[1,1,1]^T$，$\alpha_3=[1,0,-1]^T$，____（是或否）构成向量空间 $\Re^3$ 的一组基；

6、设 A 为 4×5 矩阵，秩$(A)=3$，则齐次线性方程组 $AX=0$ 的基础解系所含向量的个数为：______

得分	

二、选择题（请将正确答案填写在括号中，在字母前勾选所得结果视为无效。本题共六小题，每题3分，共18分）

1、设 A 是 n 阶可逆方阵，则下列各式中错误的是（　　　）；

（A）$A^{*}A=AA^{*}$　　（B）$(|A|A^{*})^{-1}=\dfrac{1}{|A|}(A^{*})^{-1}$

（C）$A^{\mathrm{T}}=A^{-1}$　　（D）$(A^{-1})^{\mathrm{T}}=(A^{\mathrm{T}})^{-1}$

2、已知 A 是可逆方阵，它的一个特征值为 2，则 $(2A)^{-1}$ 有特征值为（　　　）；

（A）$\dfrac{1}{4}$　　（B）4　　（C）1　　（D）-1

3、若 n 阶矩阵 A 为正定矩阵，则下列结论不正确的是（　　　）；

（A）A 为满秩矩阵　　（B）A 可逆且 A^{-1} 是正定矩阵

（C）$|A|>0$　　（D）A 的所有元素全为正

4、设（I）α_1，α_2，…，α_n 和（II）β_1，β_2，…，β_n 是向量空间 $\mathfrak{R}^n$ 中的两组基，M 是基（I）到基（II）的过渡矩阵，α 在该两组基下的坐标分别是 X 和 Y，则下列说法正确的是（　　）；

（A）M 的第 i 列为 α_i 在基（II）下的坐标　　（B）$|M|=0$

（C）$[\beta_1\ \ \beta_2\ \ \cdots\ \ \beta_n]=[\alpha_1\ \ \alpha_2\ \ \cdots\ \ \alpha_n]M$　　（D）$Y=MX$

5、设 A 为 n 阶方阵，秩$(A)=r$，方程组 $AX=0$ 有非零解，则（　　　）；

（A）$r=n$　　（B）$|A|\neq0$　　（C）$r<n$　　（D）$r>n$

6、四阶方阵 A 的秩为2，则其伴随矩阵的秩为（　　　）；

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）4

得分	

三、试求解下列各题（本题共四小题，每题5分，共20分）

1、已知$A=\begin{bmatrix} a & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$，$|A|>0$且$|A^*|=196$，求$a$；

2、设$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{bmatrix}$，$\beta=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$，已知线性方程组$AX=\beta$有解但不唯一，求$a$；

3、判定$f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^2+6x_2^2+4x_3^2-4x_1x_2-4x_1x_3$是否为正定二次型？

4、求t，使$\alpha_1=\begin{bmatrix}0 & 1 & 1 & -t\end{bmatrix}^T$，$\alpha_2=\begin{bmatrix}2 & -1 & -t & -1\end{bmatrix}^T$，$\alpha_3=\begin{bmatrix}1 & -t-6 & 2 & -3\end{bmatrix}^T$线性相关；

得分	

四、试求解下列各题（本题共四小题，每题6分，共24分）

1、四阶矩阵 A 满足 $|3E+A|=0$，$AA^{T}=2E$，且 $|A|<0$，求 A 的伴随矩阵 A^{*} 的一个特征值；

2、已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^2+5x_2^2+cx_3^2-2x_1x_2+6x_1x_3-6x_2x_3$ 的秩为2，求参数 c 以及二次型矩阵的特征值；

3、已知$A=\begin{bmatrix}-1 & 1 & 0\\ -2 & 2 & 0\\ 4 & x & 1\end{bmatrix}$可对角化，求$x$；

4、求向量组$\alpha_1=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2 & 2\end{bmatrix}^T$，$\alpha_2=\begin{bmatrix}0 & 3 & 1 & 4\end{bmatrix}^T$，$\alpha_3=\begin{bmatrix}3 & 0 & 7 & 10\end{bmatrix}^T$，$\alpha_4=\begin{bmatrix}1 & -2 & 2 & 1\end{bmatrix}^T$的一组极大线性无关组，并写出其余向量用该组极大线性无关组表示的表达式；

得分	

五、（8分）设$A=\begin{bmatrix}-3 & 2 & 0\\ -2 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 3\end{bmatrix}$，（1）求$A$的特征值以及特征向量；（2）$A$是否能对角化；（3）求$A^n$；

得分	

六、解答题（本题共两小题，共 12 分）

1、(7 分)设 6，3，3 为实对称矩阵 A 的特征值，已知属于 6 的一个特征向量为 $\eta=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\end{bmatrix}^{T}$，求正交矩阵 U，使得 $U^{-1}AU=\wedge=\begin{bmatrix}3 & 0 & 0\\0 & 6 & 0\\0 & 0 & 3\end{bmatrix}$；

2、(5 分) 已知 n 阶方阵 A，B 满足 $AA^{T}=E$，$BB^{T}=E$，且 $|A|=-|B|$，求证 $|A+B|=0$；

得分	

一、填空题（请将答案填写在横线上。本题总共六小题，每题3分，总共18分）

1、$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 25 \\ 1 & 6 & 36 \end{vmatrix} =$ __________；

2、设$\alpha=[1\quad -2\quad 1\quad -1]^{T}$，$\beta=[-1\quad 3\quad k\quad 2]^{T}$，则$k=$ ________时α与β正交；

3、设A为3阶方阵，满足$|A|=0$，$|A+E|=0$及$tr(A)=0$，则的特征值为：______________；

4、n阶矩阵A可以对角化的充要条件是：______________________________；

5、三元二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_1x_2+6x_1x_3+4x_2^2+12x_2x_3+9x_3^2$的矩阵为：

__________________；

6、设 A 为 5×3 矩阵，秩 $(A)=2$，已知 η_1，η_2 是非齐次线性方程组 $AX=b$ 的两个不同的解，则 $AX=b$ 的全部解为：____________

得分	

二、选择题（请将正确答案填写在括号中，在字母前勾选所得结果视为无效。本题共六小题，每题3分，共18分）

1、下列说法中不正确的是（　　　）；

（A） 正定矩阵一定可逆　　（B） 过渡矩阵一定可逆

（C） 正交矩阵一定可逆　　（D） 非零矩阵一定可逆

2、已知 A 是可逆方阵，它的一个特征值为 2，则 $(\frac{1}{3}A)^{-1}$ 有特征值为（　　　）；

（A） $\frac{3}{2}$　　（B） $\frac{1}{6}$　　（C） 6　　（D） $\frac{2}{3}$

3、下列结论正确的是（　　　）；

（A） 特征值可以是零也可以是非零　　（B） A 可逆则 A 是正交矩阵

（C） 特征向量可以是零向量也可以是非零向量　　（D） A 可逆则其特征值全大于零

4、设 A 为四阶方阵，秩 $(A)=2$，则秩 $(A^*)=$（　　　）；

（A） 4　　（B） 3　　（C） 0　　（D） 1

5、设 A 为3阶方阵，$|A|=-3$，把 A 按行分块为 $A=\begin{bmatrix}A_1\\A_2\\A_3\end{bmatrix}$，其中 $A_i\ (i=1,2,3)$ 是 A 的第 i 行，

则 $\begin{vmatrix}A_1\\A_3-2A_1\\4A_2\end{vmatrix}=$（　　　）；

（A） -12　　（B） 12　　（C） 24　　（D） -24

6、对于 n 阶方阵 A，若 $AA^{\mathrm{T}}=2E$，则 $|A|=$（　　　）；

（A） ±2　　（B） $\pm\sqrt{2}$　　（C） $\pm2^n$　　（D） $\pm2^{\frac{n}{2}}$

得分	

三、试求解下列各题（本题共四小题，每题5分，共20分）

1、设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=(1-a)x_1^2+(1-a)x_2^2+2x_3^2+2(1+a)x_1x_2$的秩为2，求$a$；

2、已知矩阵$A=\begin{bmatrix}22 & 30\\ -12 & x\end{bmatrix}$有一个特征向量为$\xi=\begin{bmatrix}-5\\ 3\end{bmatrix}$，求$x$；

3、求从向量空间$\Re^2$的基$\alpha_1=[1\quad 0]^T$，$\alpha_2=[1\quad -1]^T$到基$\beta_1=[1\quad 1]^T$，$\beta_2=[1\quad 2]^T$的过渡矩阵M；

4、设$A=\begin{bmatrix}1 & x & 1\\ x & 1 & y\\ 1 & y & 1\end{bmatrix}$与$B=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$相似，求$x$、$y$的值；

得分	

四、试求解下列各题（本题共四小题，每题6分，共24分）

1、若二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+2x_3^2+2\tau x_1x_2+2x_1x_3$是正定的，求$\tau$的取值范围；

2、求向量组$\alpha_1=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2 & 4\end{bmatrix}^T$，$\alpha_2=\begin{bmatrix}0 & 3 & 1 & 2\end{bmatrix}^T$，$\alpha_3=\begin{bmatrix}3 & 0 & 7 & 14\end{bmatrix}^T$，$\alpha_4=\begin{bmatrix}2 & 1 & 5 & 6\end{bmatrix}^T$，$\alpha_5=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2 & 0\end{bmatrix}^T$（1）证明：$\alpha_1$，$\alpha_5$线性无关；（2）求向量组包含$\alpha_1$，$\alpha_5$的一个极大线性无关组

3、已知$\alpha_1=\begin{bmatrix}-2 & 1 & 3\end{bmatrix}^T$，$\alpha_2=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\end{bmatrix}^T$，$\alpha_3=\begin{bmatrix}-2 & -5 & -1\end{bmatrix}^T$，证明$\alpha_1$，$\alpha_2$，$\alpha_3$是向量空间$\Re^3$的一组基，并求向量$\alpha=\begin{bmatrix}4 & 12 & 6\end{bmatrix}^T$在这组基下的坐标；

4、已知向量组$\alpha_1=\begin{bmatrix}1+\lambda & 1 & 1\end{bmatrix}^T$，$\alpha_2=\begin{bmatrix}1 & 1+\lambda & 1\end{bmatrix}^T$，$\alpha_3=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1+\lambda\end{bmatrix}^T$，$\beta=\begin{bmatrix}0 & \lambda & \lambda^2\end{bmatrix}^T$，问$\lambda$取何值时，$\beta$可由$\alpha_1$、$\alpha_2$、$\alpha_3$线性表示并且表达式唯一；

得分	

五、（10分）已知三维向量$\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}^T$，试求非零向量$\alpha_2$、$\alpha_3$，使得$\alpha_1$、$\alpha_2$、$\alpha_3$成为正交向量组，并将其改造成一组标准正交向量组；

得分	

六、解答题（本题共两小题，共10分）

1、（5分）设ξ_1，ξ_2分别是方阵A的属于λ_1，λ_2的特征向量，若$\lambda_1 \neq \lambda_2$，证明：$\xi_1+\xi_2$不可能是A的特征向量；

2、（5分）设n阶方阵A与B相似，求证：$|\lambda E - A| = |\lambda E - B|$