## 杭州电子科技大学学生考试卷( )卷

考试课程	考试日	期	年 月	日		成 绩			
课程号	教师号		任课教师姓名		<b>5</b>				
考生姓名	学号 (8 位)		年级		Į.	手手			

填空题(本题共6小题,每小题3分,共18分)

- 1.极限  $\lim 2^n \sin \frac{x}{2^n}$ (其中x为不等于零的常数  $\lambda$ 的值等于 x .
- 2. 设函数  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ a + x, & x \ge 0 \end{cases}$  是  $(-\infty, +\infty)$  内的连续函数,则 a = 1
- 3 . 设曲线的参数方程为  $\begin{cases} x = a\cos t, \\ y = b\sin t, \end{cases}$  ,则其在  $t = \frac{\pi}{4}$ 处的切线方程为

$$bx + ay - \sqrt{2}ab = 0.$$

4 . 函数 ln(1+x) 的带佩亚诺余项的 n 阶麦克劳林公式为

$$\left|x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3-...+(-1)^{n-1}x^n+o(x^n)\right|$$

$$5 \cdot \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x} = \frac{\ln|\arcsin x| + C}{1 + C}$$

6. 函数  $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$  的拐点为  $(0,1), (\frac{2}{3}, \frac{11}{27})$ 

选择题 (本题共8小题,每小题3分,共24分)

1.函数 f(x) 在  $x_0$  处的某一领域内有界是 f(x) 在  $x_0$  处极限存在的 (B)

(A)充分但非必要条件: (B)必要但非充分条件:

(C)充分必要条件:

(D) 既非充分也非必要条件 .

2. 设函数 f(x) 在 x = a 的某个领域内有定义,则 f(x) 在 x = a 处可导的一个充分条件是

( D )

(A)  $\lim_{h \to +\infty} h[f(a+\frac{1}{h})-f(a)]$ 存在, (B)  $\lim_{h \to 0} \frac{f(a+2h)-f(a+h)}{h}$ 存在,

(C)  $\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$ 存在, (D)  $\lim_{h\to 0} \frac{f(a)-f(a-h)}{h}$ 存在.

3.设在 [0,1] 上 f''(x) > 0 ,则 f'(0), f'(1), f(1) - f(0) 或 f(0) - f(1) 这三个数的大小顺序为 (B)

$$(A) f'(1) > f'(0) > f(1) - f(0)$$
  $(B) f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$   
 $(C) f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$   $(D) f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$ 

4.  $\int f(x)dx = F(x) + C$ , 且 x = at + b则  $\int f(t)dt = ($ B

(A) 
$$F(x)+C$$
; (B)  $F(t)+C$ ; (C)  $\frac{1}{a}F(at+b)+C$ ; (D)  $F(at+b)+C$ .

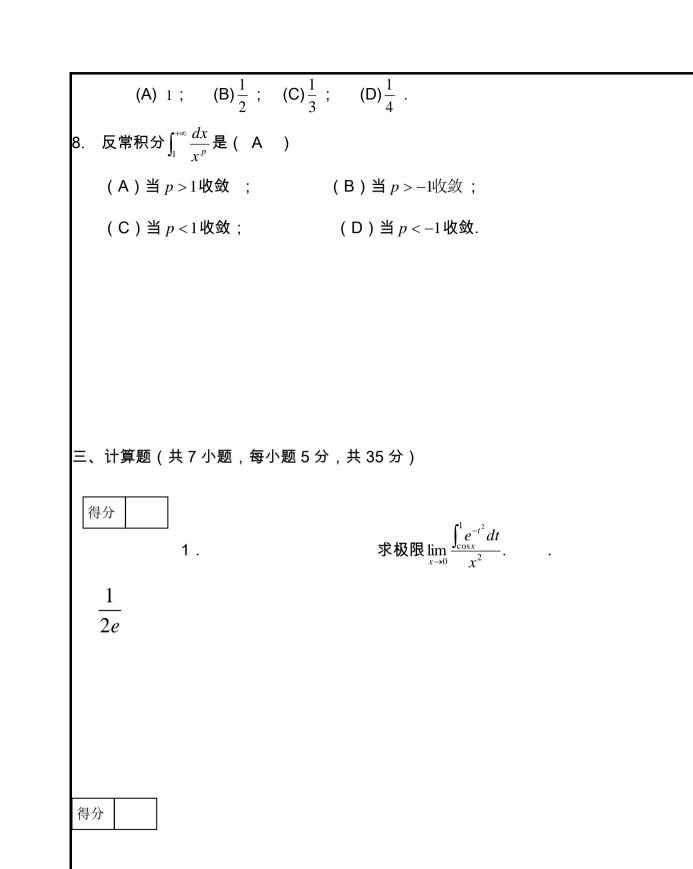
5. 已知  $y = \sin x$ ,则  $y^{(10)} = (A)$ 

(A)  $-\sin x$ ; (B)  $-\cos x$ ; (C)  $\sin x$ ; (D)  $\cos x$ .

6. 当  $x \to 0$  时,arctan3x与 $\frac{ax}{\cos x}$ 是等价无穷小,则 a 为( B )

(A) 4; (B) 3; (C) 2; (D) 1.

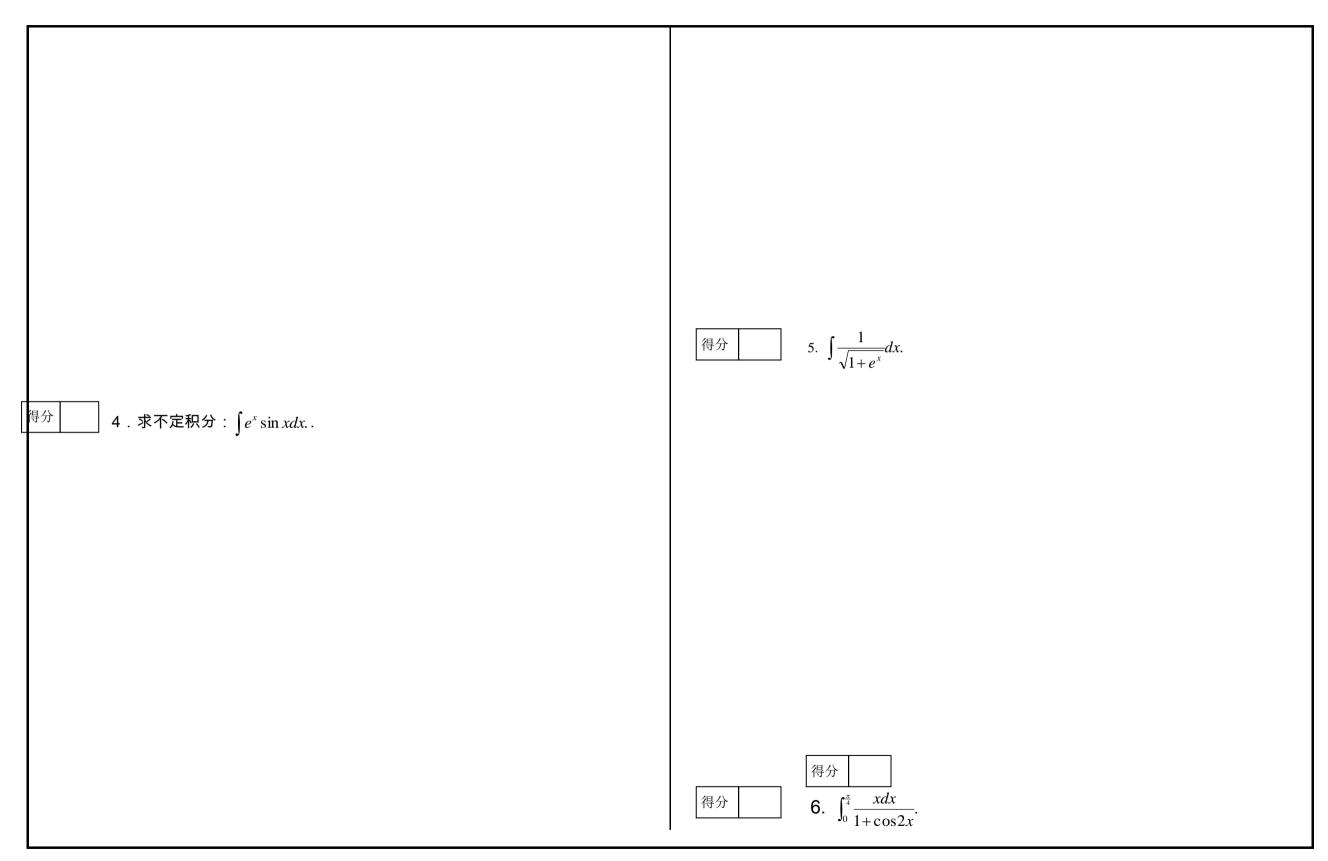
7. 由两条抛物线  $y^2 = x$  和  $y = x^2$  所围的平面图形面积为( C )



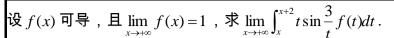
2. 求由方	程y = tan(x + y)	所确定的隐函数	的二阶 导数 $\frac{d^2}{dx}$	$\frac{y}{2}$ .	

得分

3. 计算: 设  $y = e^{\arctan\sqrt{x}}$ ,求 y'...



x=1 及坐标轴所围图形面积为 2, (1) 求函数 <sup>f(x);</sup>(4 分) (2) a 为何值时, 所围图形绕 x 轴一周所得旋转体体积最小 ? (提示考虑 $\left[\frac{f(x)}{x}\right]'=?$  ) (5 分)  $7. \int_0^a \frac{1}{x + \sqrt{a^2 - x^2}} dx. \quad (a > 0).$ 四、应用题[本题 9 分] 得分 设非负函数 f(x) 在[0,1]上满足  $x f'(x) = f(x) + \frac{3a}{2}x^2$ , 曲线 y = f(x) 与直线 五、**综合题**[本题8分] 得分



**运用积分中值定理求解**(定积分中值定理) 如果函数 f(x)在闭区间 $[a, \cdot b]$ 上连续,则在积分区间 $[a, \cdot b]$ 上至少存在一个点  $\xi$ ,使下式成立:  $\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b-a)$ .

证明 由性质 6  $m(b-a) \le \int_a^b f(x) dx \le M(b-a)$ ,各项除以 b-a 得  $m \le \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \le M$ ,

再由连续函数的介值定理,在[a,・b]上至少存在一点  $\xi$ ,使  $f(\xi) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ ,

于是两端乘以 b-a 得中值公式  $\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b-a)$ .

得分

六、证明题[本题6分]

设函数f(x)在[0,1]上连续,在(0,1)内可导,证明: 至少存在一点 $\xi \in (0,1)$ ,使  $f'(\xi) = 2\xi[f(1) - f(0)]$ .

运用柯西中值定理证明