

杭州电子科技大学软件工程学院学生考试卷（A）卷

考试课程	高等数学（上）	考试日期	年 月 日	成绩	
课程号		教师号		任课教师姓名	张善卿
考生姓名		学号（8 位）		年级	专业

一、 选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. 设 $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$, 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的 ()
- (A) 可去间断点; (B) 跳跃间断点;
(C) 第二类间断点; (D) 连续点.
2. 已知 $y = \sin x$, 则 $y^{(10)} = ()$
- (A) $\sin x$; (B) $\cos x$;
(C) $-\sin x$; (D) $-\cos x$.
3. 设 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & x < 0, \\ \ln(1+x), & x \geq 0 \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 ()
- (A) 左、右导数都存在 (B) 左导数存在, 右导数不存在
(C) 左导数不存在, 右导数存在 (D) 左、右导数都不存在
4. 若 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续, 在 (a,b) 内可导, 且 $x \in (a,b)$ 时, $f'(x) > 0$, 又 $f(a) < 0$, 则 ().
- (A) $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上单调增加, 且 $f(b) > 0$;
(B) $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上单调增加, 且 $f(b) < 0$;

- (C) $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上单调减少, 且 $f(b) < 0$;
(D) $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上单调增加, 但 $f(b)$ 的正负号无法确定.
5. 若 $\int f(x)dx = F(x) + c$, 则 $\int f(ax^2 + b)xdx = ()$
- (A) $F(ax^2 + b) + c$; (B) $\frac{1}{2a}F(ax^2 + b)$;
(C) $\frac{1}{2a}F(ax^2 + b) + c$; (D) $2aF(ax^2 + b) + c$.
6. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\arctan 3x$ 与 $\frac{ax}{\cos x}$ 是等价无穷小, 则 a 为 ()
- (A) 4; (B) 3;
(C) 2; (D) 1.
7. 已知一个函数的导数为 $y' = 2x$, 且 $x=1$ 时 $y=2$, 这个函数是 ()
- (A) $y = x^2 + C$; (B) $y = x^2 + 1$;
(C) $y = \frac{1}{2}x^2 + C$; (D) $y = x + 1$
8. 若 $f(x)$ 在 (a,b) 可导且 $f(a) = f(b)$, 则 ()
- (A) 至少存在一点 $\xi \in (a,b)$, 使 $f'(\xi) = 0$;
(B) 一定不存在点 $\xi \in (a,b)$, 使 $f'(\xi) = 0$;
(C) 恰存在一点 $\xi \in (a,b)$, 使 $f'(\xi) = 0$;
(D) 对任意的 $\xi \in (a,b)$, 不一定能使 $f'(\xi) = 0$.

二、 填空题 (本题共 6 小题 , 每小题 3 分 , 共 18 分)

1. 若 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+2x)}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a =$ _____ ;
2. 若 $\rho = \theta \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta$, 则 $\frac{d\rho}{d\theta} \Big|_{\theta=\frac{\pi}{4}} =$ _____ ;
3. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n \sin \frac{x}{2^n}$ (x 为不等于零的常数) _____ ;
4. $y = \ln(1+e^{x^2})$, 则 $dy =$ _____ ;
5. 函数 $y = x^3 - x^2 - x + 1$ 的极大值点为 _____ ;
6. 等边曲线函数 $xy = 1$ 在点 $(1, 1)$ 处的曲率为 _____ 。

三、 计算题 (共 6 小题 , 每小题 6 分 , 共 36 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{6+x} \right)^{\frac{x-1}{2}}$
2. 已知 $\begin{cases} x = e^{-t}(1 + \cos t) \\ y = e^{-t}(1 + \sin t) \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$.
3. $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx$
4. $\int e^x \cos x dx$

$$5. \int_2^3 \frac{x-3}{(x-1)(x^2-1)} dx$$

$$6. \int_1^2 \frac{x}{\sqrt{x-1}} dx$$

四、 应用题[本题 8 分]

设直线 $y = ax (0 < a < 1)$ 与抛物线 $y = x^2$ 所围成的图形的面积为 S_1 , 且它们与直线 $x = 1$ 所围成的图形的面积为 S_2 .

- (1) 试确定 a 的值, 使得 $S_1 + S_2$ 达到最小, 并求出最小值.
- (2) 求该最小值所对应的平面图形绕 x 轴旋转一周的旋转体的体积.

五、 综合题[本题 8 分]

设函数 $f(x)$ 连续, $f(1) = 1, f(2) = 2$ 且

$$\int_0^x (2x-t)f(t)dt = 5x^3 + 1,$$

求 $\int_1^2 f(x)dx = ?$ 。

六、 证明题[本题 6 分]

设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 而在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(0) = 0, f(1) = 1$, 证明对任意给定的正数 a, b 在 $(0, 1)$ 内存在不同的 ξ, η 使下式成立:

$$\frac{a}{f'(\xi)} + \frac{b}{f'(\eta)} = a + b.$$

杭州电子科技大学软件工程学院学生答题卷（ ）卷

考试课程		考试日期	年 月 日		成 绩		
课程号		教师号		任课教师姓名			
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	

--	--

--	--