



HDU 数学营

18 年杭州电子科技大学 高数下 B 期末考试题

(2018 年 6 月)

本次码字与排版, 均由知乎 ID: 她的糖 (QQ: 1138472374) 完成。由于其水平有限, 难免会出现一些编排上的小错误, 敬请各位同学批评指正。

一、选择题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. 函数 $z = x^2(1 - y^2)$ 的全微分是 () .

A. $2(1 - y^2)dx + 2x^2dy$ B. $2x(1 - y^2)dx - 2x^2ydy$

C. $2x^2ydx + 2x(1 - y^2)dy$ D. $2x(1 - y^2)dx - 2xydy$

2. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ 在 $x = -2$ 处收敛, 则此级数在 $x = 1$ 处 () .

A. 条件收敛

B. 发散

C. 绝对收敛

D. 收敛性不能确定

3. 过点 $(1, 0, 2)$ 且平行于直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{3}$ 的直线方程为 () .

A. $(x-1) - y + 2(z-2) = 0$

B. $(x-1) - 2y + 3(z-2) = 0$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{0}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{3}$

4. 设平面区域 $D: (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 1$, 若 $I_1 = \iint_D (x+y)^2 d\sigma$, $I_2 = \iint_D (x+y)^3 d\sigma$, 则 () .

A. $I_1 < I_2$

B. $I_1 = I_2$

C. $I_1 > I_2$

D. 不能比较

5. 二元函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处具有偏导数是函数在该点可微的 () .

(A) 充分非必要条件

(B) 充分必要条件

(C) 必要非充分条件

(D) 即非充分又非必要条件

6. 下列级数发散的是 () .

A. $\sum_{n=1}^n (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}$

B. $\sum_{n=1}^n \sqrt{\frac{n+1}{n}}$

C. $\sum_{n=1}^n \frac{(-1)^n}{2(n+1)}$

D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n^2}$

7. 计算 $I = \iiint_{\Omega} z dv$, 其中 $\Omega: z^2 = x^2 + y^2, z = 1$ 围成的立体, 正确的解法为 () .

A. $I = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho d\rho \int_0^1 z dz$

B. $I = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 \rho d\rho \int_{\rho}^1 z dz$

C. $I = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 dz \int_0^1 \rho d\rho$

D. $I = \int_0^1 dz \int_0^{\pi} d\theta \int_0^z \rho d\rho$

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

8. 已知两点 $M_1(0, 1, -1)$ 和 $M_2(3, -3, -1)$, 则与向量 $\overrightarrow{M_1M_2}$ 同方向的单位向量 $\vec{e} =$ _____.

9. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 3^n}$ 的收敛半径为 _____.

10. 将 $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x^2+y^2) dy$ 化为极坐标下的二次积分, 可表示为 _____.

11. 函数 $f(x, y, z) = x + 2y + 3z - x^2 - y^2 - z^2$, 计算梯度向量 $\text{grad} f(0, 0, 0) =$ _____.

12. 设 L 为 $x^2 + y^2 = 1$ 上点 $(-1, 0)$ 到 $(1, 0)$ 的上半弧段, 则对弧长的曲线积分 $\int_L 2ds$ 的值为 _____.

13. 设 $f(x) \equiv x^2, x \in [0, 1]$, 经过偶延拓后展开为余弦级数 $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\pi x, x \in (-\infty, +\infty)$, 其中

$a_n = 2 \int_0^1 f(x) \cos n\pi x dx, n = 1, 2, 3, \dots$, 则 $S\left(-\frac{1}{3}\right) =$ _____.

三、简单计算题 (本题共 4 小题, 每题 5 分, 共 20 分)

14. 已知 $z^3 - 3xyz = 2018$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

15. 求曲线 $x = t, y = 2t^2, z = t^3$ 在点 $(1, 2, 1)$ 处的切线方程.

16. 求过点 $M_0(1, 3, -2)$ 且与直线 $\begin{cases} 2x - z = -8 \\ x + y = 3 \end{cases}$ 垂直的平面方程.

17. 计算积分 $\iint_D xy d\sigma$, 其中积分区域 D 为由直线 $y=1$, $x=2$ 及 $y=x$ 所围成的区域.

四、综合计算题 (本题共 4 小题, 每题 7 分, 共 28 分)

18. 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ 的收敛域和它的和函数.

19. 求曲面 $z = x^2 + y^2$ 及 $z = 2 - x^2 - y^2$ 所围成的立体体积.

20. 求曲线积分 $\int_L \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}$, 其中 L 是沿 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 上半圆弧从点 $A(0, 1)$ 到点 $B(2, 1)$

21. 求曲面积分 $\oiint_{\Sigma} xdydz + ydzdx + zdxdy$, 其中 Σ 是由 $z=0, z=3, x^2+y^2=1$ 所围区域的整个表面的外侧.

五、综合题（本题 8 分）

22. 求椭球面 $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ 上的点到平面 $x + z - 3 = 0$ 的最短距离.

六、证明题 (本题 5 分)

22. 设数级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 收敛, 讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ 是否收敛, 若收敛, 请确定是绝对收敛还是条件收敛.