第四章 线性电路的正弦稳态分析

- 4.1 正弦交流电基本概念
- 4.2 正弦量的相量表示
- 4.3 基尔霍夫定律的相量形式
- 4.4 无源单口网络的阻抗、导纳及等效变换
- 4.5 正弦稳态电路的相量分析法
- 4.6正弦稳态电路的功率
- 4.7 磁耦合电路的正弦稳态分析

回顾

- 无源单口网络的阻抗、导纳及等效变换
- 正弦稳态电路的相量分析法

变换域：时间域$\boxed{\leftrightarrow}$相量域

微分方程$\boxed{\leftrightarrow}$代数方程

本次课学习内容

- 正弦稳态电路的功率
- 磁耦合电路的正弦稳态分析

正弦电流电路的功率

1 瞬时功率

2 平均功率

3 无功功率

4 视在功率

5 复(数)功率

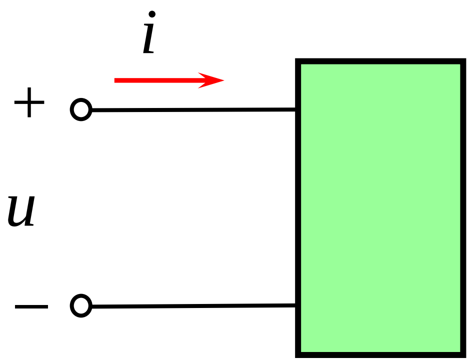
各种功率的定义是重点

1 瞬时功率 (instantaneous power)

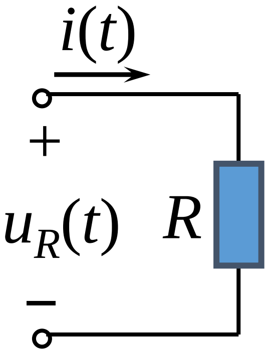
定 义

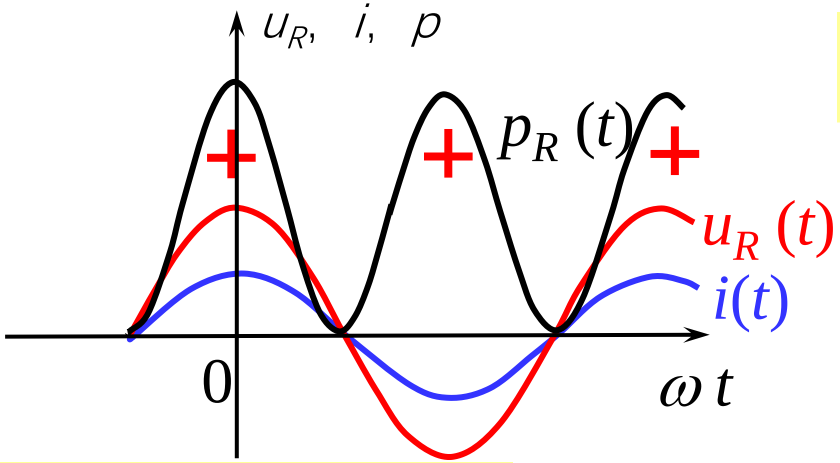
$$p_{吸} \overset{\text{def}}{=} ui$$

单位：W（瓦）

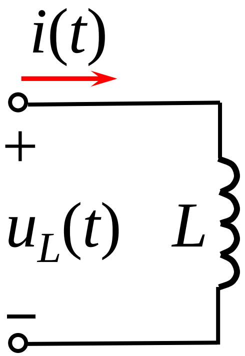


（1）正弦稳态下*RLC*元件的瞬时功率



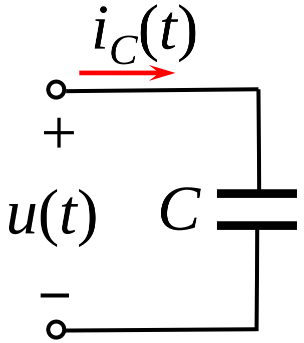


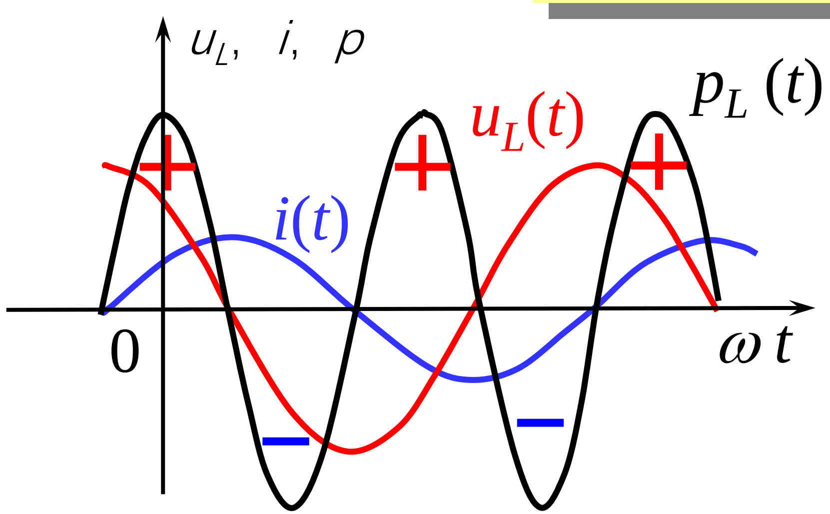
◆$p_R \geq 0$

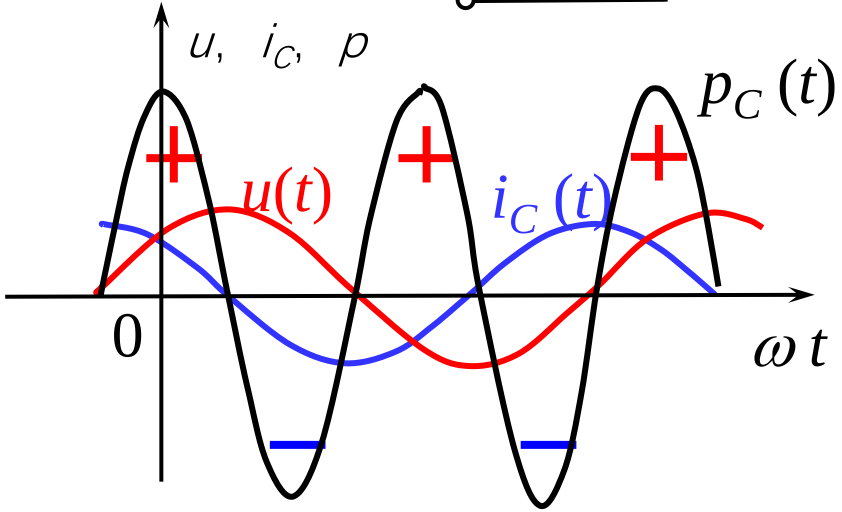


◆p_L和p_C正负振荡

◆ 瞬时功率的角频率为2ω







单选题 2分

设置

对于一个电容的两端施加50Hz工频电压，其吸收的瞬时功率的频率为：

A 0 Hz

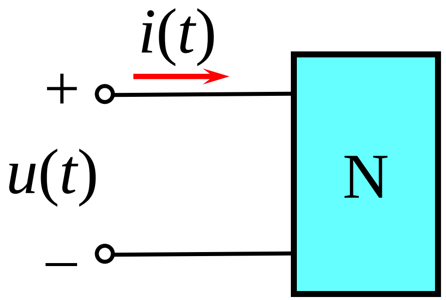
B 50 Hz

C 100 Hz

D 200 Hz

提交

（4）任意一端口网络吸收的瞬时功率



$$u(t) = \sqrt{2}U\cos\omega t$$
$$i(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t-\varphi)$$

$$p(t)=u(t)i(t)=\sqrt{2}U\cos\omega t\cdot\sqrt{2}I\cos(\omega t-\varphi)$$

$$=2UI\cos\omega t\cos(\omega t-\varphi)$$

$$2\cos\alpha\cos\beta=\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)$$

瞬时功率的第1种表示形式

$$=UI\cos\varphi+UI\cos(2\omega t-\varphi)$$

恒定部分

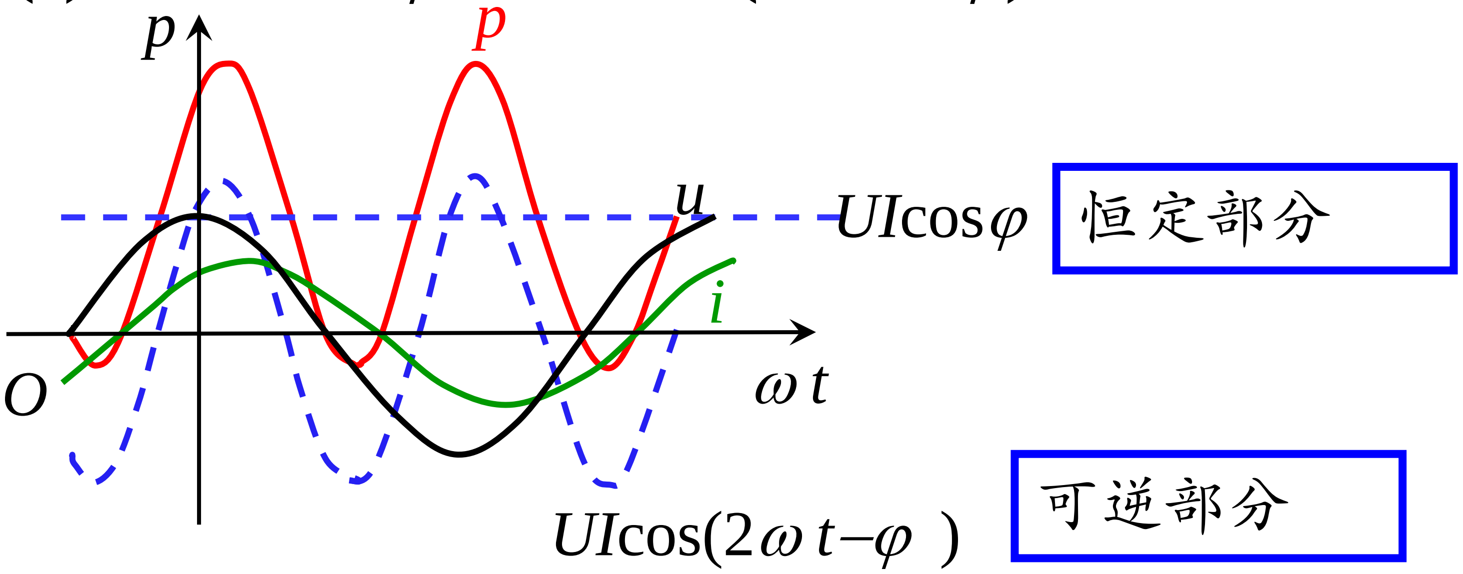
2倍频的余弦交变部分

恒定部分　　可逆部分

$$p(t) = UI\cos\varphi + UI\cos(2\omega t - \varphi)$$

$$u(t) = \sqrt{2}U\cos\omega t$$

$$i(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t - \varphi)$$



- 吸收的瞬时功率 $p(t)$有时为正，有时为负；
- $p(t) > 0$，电路在相应时间段在吸收功率；
- $p(t) < 0$，电路在该时间段在发出功率。

2 平均功率

（1） 平均功率 (average power)

$$u(t)=\sqrt{2}U\cos\omega t$$
$$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t-\varphi)$$

定义：瞬时功率的平均值。

常以符号P来表示。

$$p(t)=UI\cos\varphi+UI\cos(2\omega t-\varphi)$$

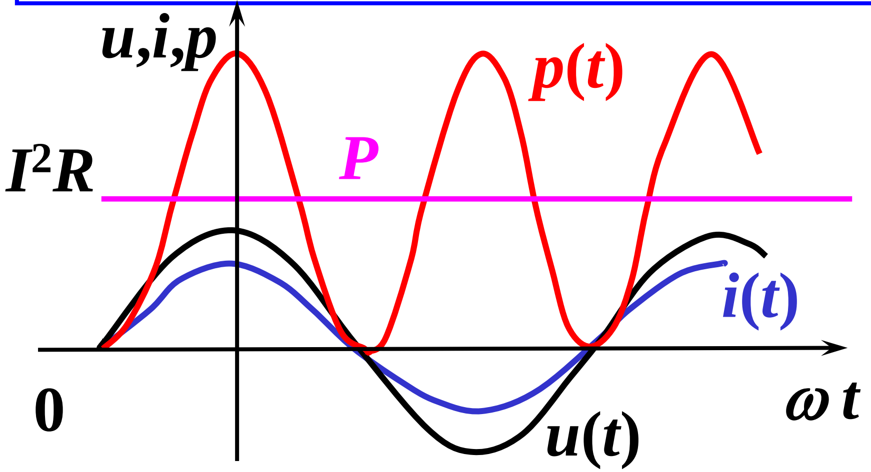
$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_0^T[UI\cos\varphi+UI\cos(2\omega t-\varphi)]\mathrm{d}t$$

$$=UI\cos\varphi$$

平均功率P的单位也是W（瓦）

平均功率守恒：电路中所有元件吸收的平均功率的代数和为零。

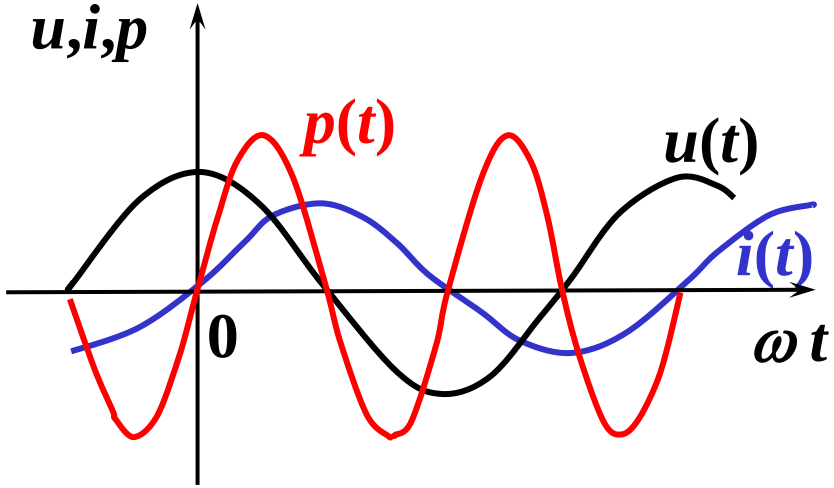
纯电阻(电阻元件或等效纯阻性网络) 条件下， $\varphi = 0^\circ$



$$P = UI\cos\varphi = UI = I^2R = U^2/R$$

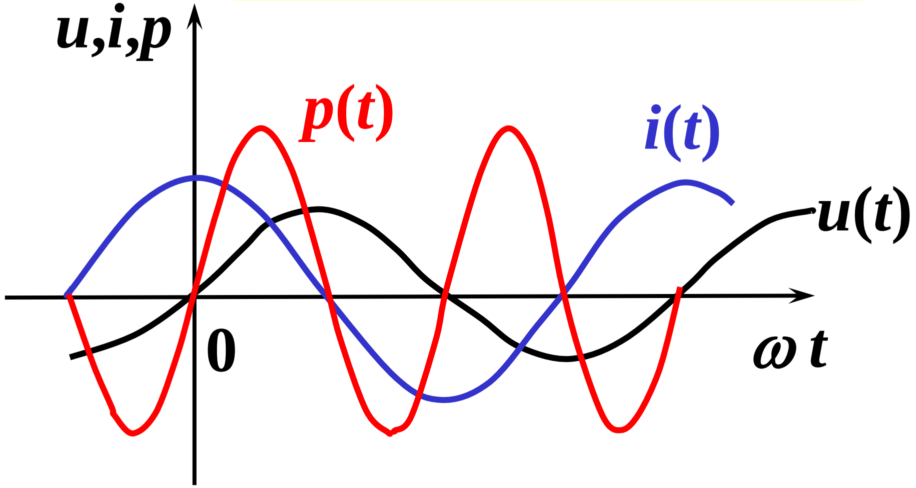
纯电感 (电感元件或等效纯感性网络) 条件下， $\varphi = 90^\circ$

$$P = UI\cos 90^\circ = 0$$



纯电容(电容元件或等效纯容性网络) 条件下， $\varphi = -\ 90^\circ$

$$P = UI\cos(-90^\circ) = 0$$



$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p\mathrm{d}t \ =UI\cos\varphi$$

$\cos\varphi$ 称为功率因数，记为λ； $\varphi=\psi_u-\psi_i$，称作功率因数角。

对于无源网络， φ即为其等效阻抗的阻抗角。

功率因数 $\cos\varphi \begin{cases} 1， & \text{纯电阻} \\ 0， & \text{纯电抗} \end{cases}$

一般地， $0\le\cos\varphi\le 1$

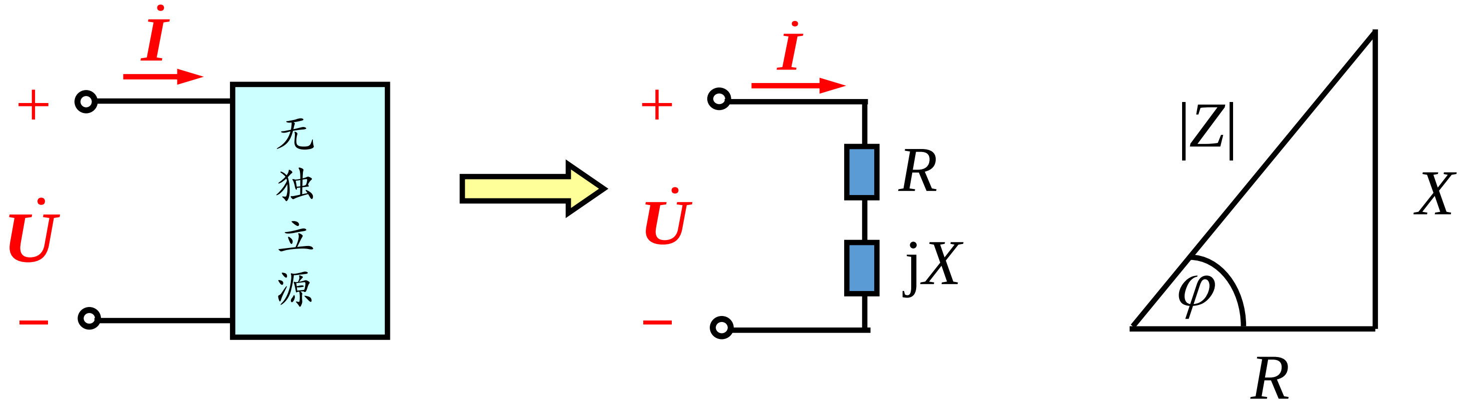
$X>0$，$\varphi>0$

感性， (电流)滞后(电压)的功率因数

$X<0$，$\varphi<0$

容性， (电流)超前(电压)的功率因数

例 $\lambda=\cos\varphi=0.5$ (滞后)， 则$\varphi=60^{\circ}$



$$P = UI\cos\varphi = |Z|\, I\, I\cos\varphi = I^2|Z|\cos\varphi = I^2R$$

平均功率就是

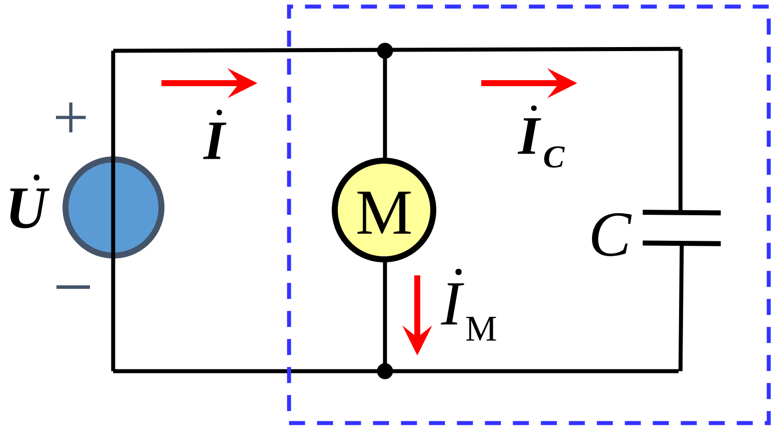
消耗在电阻上的功率。

有功功率(active power)

有功功率反映了阻抗中实部消耗的功率

有功功率守恒：电路中所有元件吸收的有功功率的代数和为零。

例 已知：U=220V，f=50Hz，
电动机 P_M=1000W， $\cos\varphi_M$=0.8（滞后），
C=30μF。
求虚线框中负载电路的功率因数



解 设 $\dot{U} = 220\angle 0^\circ \text{V}$

$$I_M = \frac{P}{U\cos\varphi_M} = \frac{1000}{220\times 0.8} = 5.68\text{A}$$

$\cos\varphi_M = 0.8$（滞后） 即：电动机电压超前电机电流

$$\varphi_M = 36.9^\circ \Longrightarrow \dot{I}_M = 5.68\angle -36.9^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \text{j}\omega C 220\angle 0^\circ = \text{j}2.08\text{A}$$

$$\dot{I} = \dot{I}_M + \dot{I}_C = 4.54 - \text{j}1.33 = 4.73\angle -16.3^\circ \text{A}$$

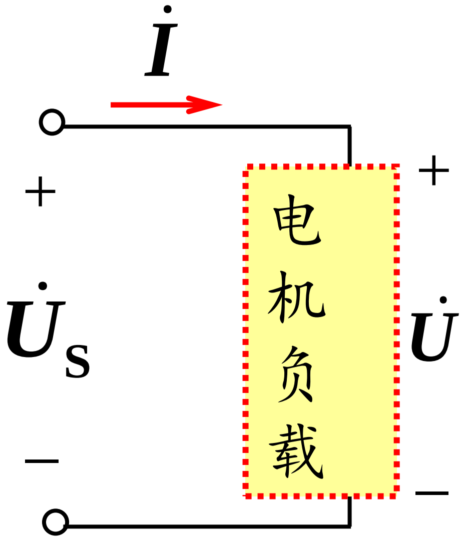
$\cos\varphi = \cos[0^\circ - (-16.3^\circ)] = 0.96$（滞后）

在并入电容前后，从电源看入，虚线框所示负载特性有什么变化?

（2）功率因数的提高

以异步电机为例： 空载$\cos\varphi$ =0.2~0.3

满载$\cos\varphi$ =0.7~0.85



需要提高功率因数!

设： 电源电压有效值 $U_S = 10\text{V}$，

负荷吸收的有功功率$P=10\text{W}$（恒定）。

- $\cos\varphi=1$ $I=1\text{A}$
- $\cos\varphi=0.5$ $I=2\text{A}$
- $\cos\varphi=0.1$ $I=10\text{A}$

$$\boxed{P = UI\cos\varphi}$$

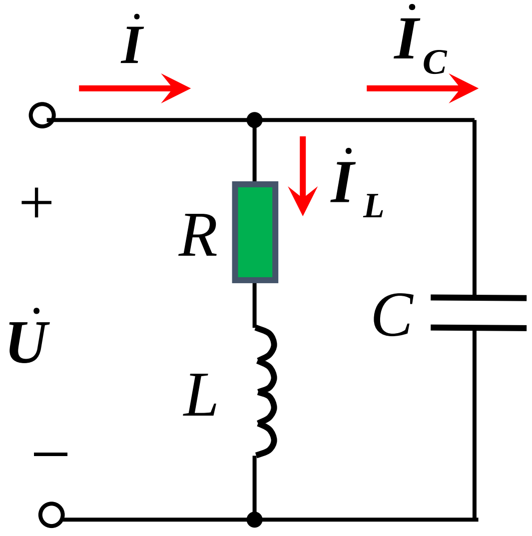
功率因数低带来的问题：

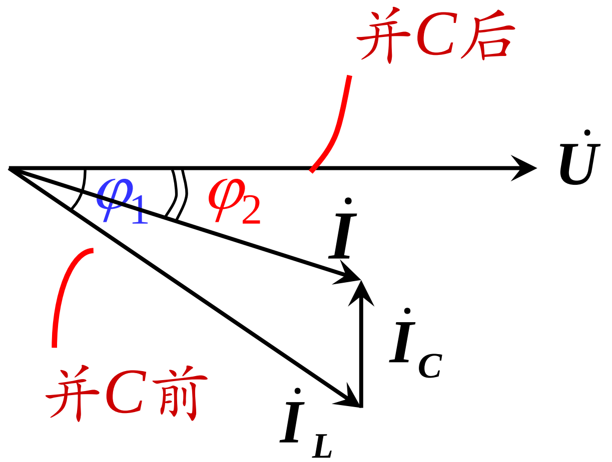
负载吸收相同有功功率时，(1)对电源提供能量的需求增加；(2)进而使传输电能、连接设备线路上的损耗随之增大。

功率因数低的用电户尤其是用电大户，必须提高功率因数。

解决办法：多数用电器呈感性，在用户端并联电容器；改造用电设备。

原理分析
(并电容)





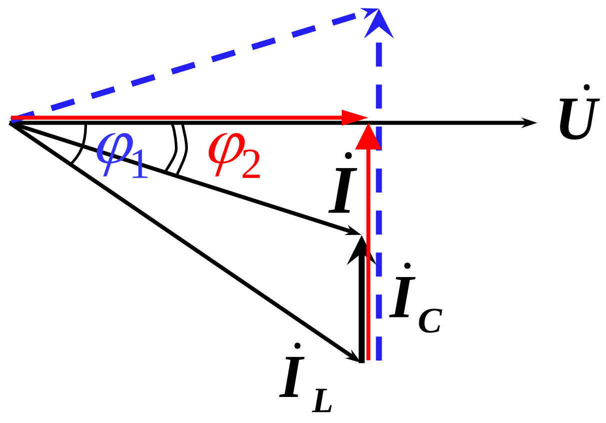
吸收的有功功率不变

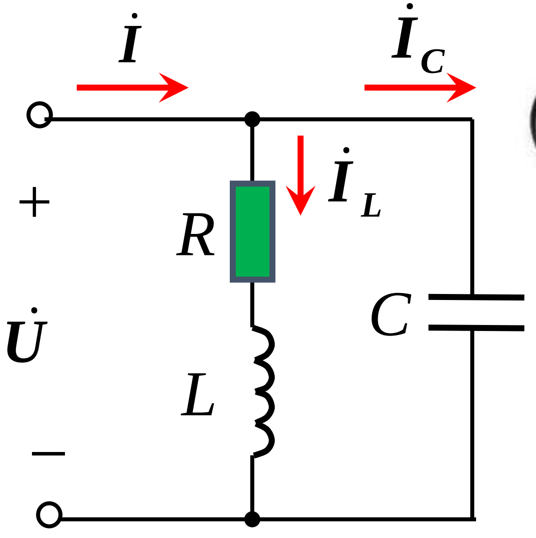
提高了功率因数

并联电容不影响感性负载的正常工作

补偿容量的确定

$$I_C = I_L \sin\varphi_1 - I\sin\varphi_2$$





$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{P}{U\cos\varphi_2} \\ I_L &= \frac{P}{U\cos\varphi_1} \end{aligned}\right\}$$ 代入上式

$$I_C = \frac{P}{U}(\mathrm{tg}\varphi_1 - \mathrm{tg}\varphi_2)$$

$$\therefore\ C = \frac{P}{\omega U^2}(\mathrm{tg}\varphi_1 - \mathrm{tg}\varphi_2)$$

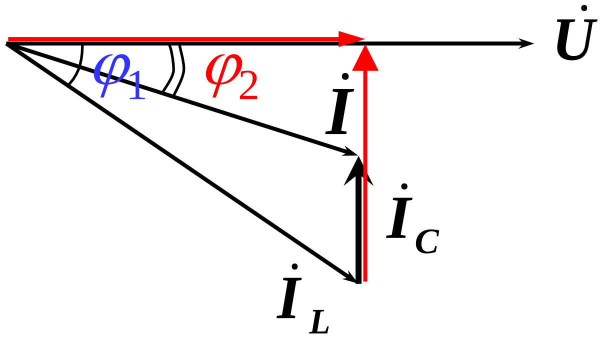
补偿容量不同：
- 欠补偿
- 全补偿
- 过补偿

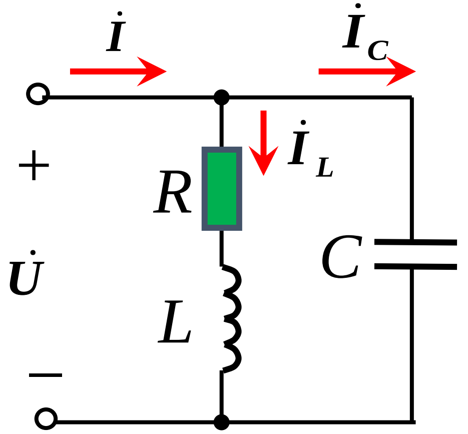
实际实施：
- 性能
- 成本

一般补偿到 $\lambda = \cos\varphi = 0.95$(滞后)

单选题 2分

如图所示电路，已知角频率为ω，若要达到全补偿，需要将功率因数提高到（ ），需要补偿电容C=（ ）。





$$C=\frac{P}{\omega U^2}(\mathrm{tg}\varphi_1-\mathrm{tg}\varphi_2)$$

A 0， $C=\frac{PL}{U^2R}$

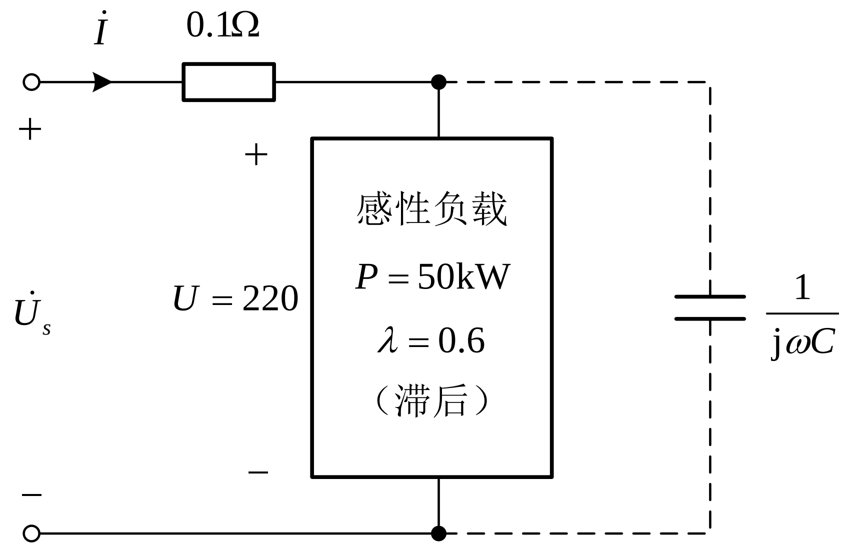
B 0， $C=\infty$

C 1， $C=\frac{PL}{U^2R}$

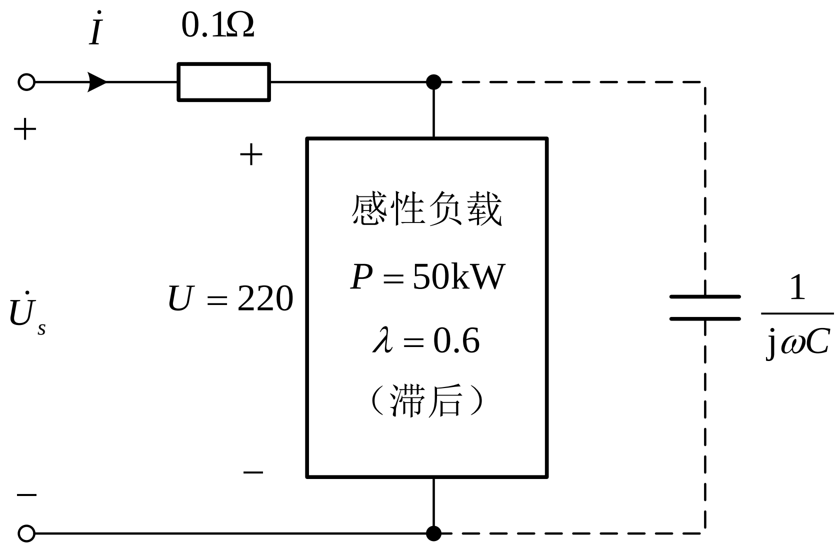
D 1， $C=-\frac{PL}{U^2R}$

提交

例4. 6−3 感性负载如图4.6-6所示，利用电阻0.1Ω 为的输电线供电，负载电压的有效值为220V，电源角频率为 $\omega = 314\text{rad/s}$ 。为使功率因数提高到0.9（滞后）需要并联多大的电容？并联电容前后输电线的功率损耗分别为多大？



例4. 6−3 感性负载如图4.6-6所示，利用电阻0.1Ω 为的输电线供电，负载电压的有效值为220V，电源角频率为 $\omega = 314\text{rad/s}$ 。为使功率因数提高到0.9（滞后）需要并联多大的电容？并联电容前后输电线的功率损耗分别为多大？



解 （1）并联电容前

$$I_{前} = \frac{P}{U\lambda} = \frac{50\times10^3}{220\times0.6} = 378.79\text{A}$$

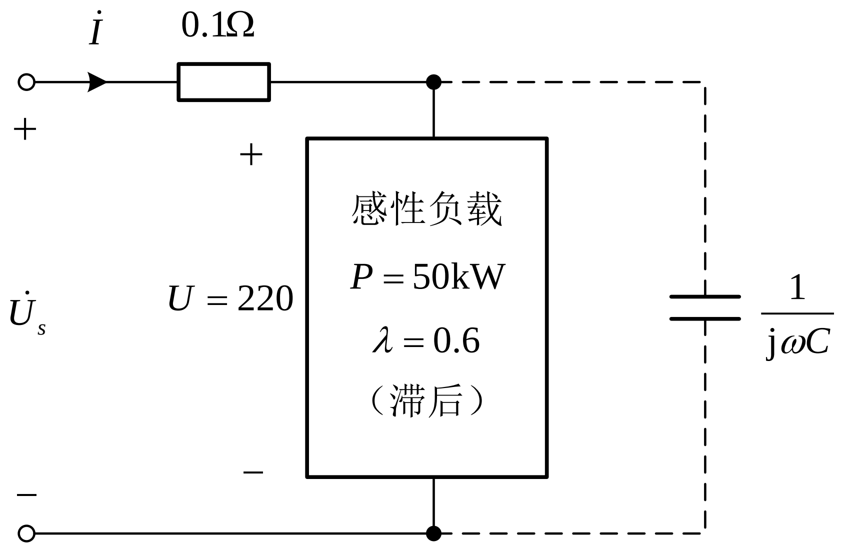
输电线的功率损耗为

$$P_{0.1前} = 0.1 I_{前}^2 = 0.1\times378.79^2 = 14.35\text{kW}$$

感性负载的功率因数角为

$$\varphi_1 = \arccos(0.6) = 53.13^\circ$$

例4. 6–3 感性负载如图4.6-6所示，利用电阻0.1Ω 为的输电线供电，负载电压的有效值为220V，电源角频率为 $\omega = 314\text{rad/s}$ 。为使功率因数提高到0.9（滞后）需要并联多大的电容？并联电容前后输电线的功率损耗分别为多大？



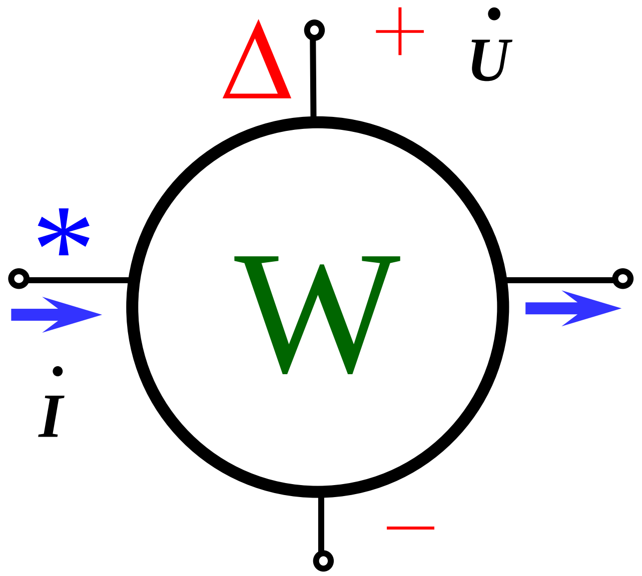
（2）并联电容后功率因数为0.9（滞后），因此，整体负载的功率因数角为

$$\varphi_2 = \arccos(0.9) = 25.84°$$

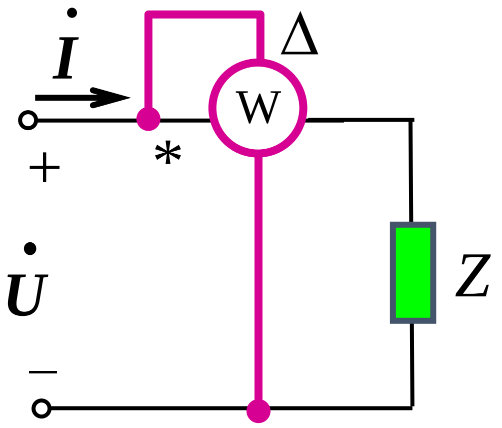
$$C = \frac{P(\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2)}{\omega U^2} = \frac{50\times10^3(\tan 53.13° - \tan 25.84°)}{314\times220^2} = 2.793\text{mF}$$

$$I_{后} = \frac{P}{U\lambda_2} = \frac{50\times10^3}{220\times0.9} = 252.53\text{A} \quad P_{0.1后} = 0.1 I_{后}^2 = 0.1\times252.53^2 = 6.38\text{kW}$$

(3) 有功功率的测量　　功率表



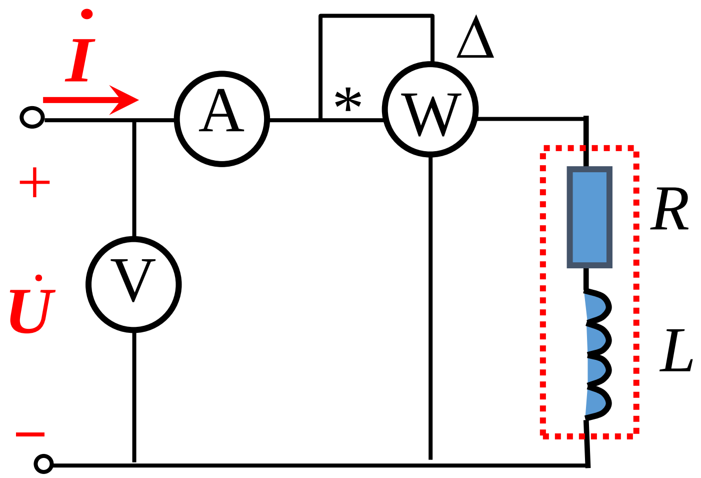
(1) 功率表接线：如果接线方式是使得电流从“*”端流入；电压线圈的“Δ”端接负载电压的正端 → 则功率表的示值反映的即为 $UI\cos(\psi_u\text{-}\psi_i)$



对于图示接法来说，该示值即为负载吸收的有功功率

(2) 功率表量程：测量有功功率时，*P*、*U*、*I* 均不能超量程。

例　求图示电路中电感线圈的参数R和L。



已知：f=50Hz，理想有效值电压表示值U=50V、理想有效值电流表示值I=1A，功率表示值P=30W。

解

$$P = I^2 R \longrightarrow R = \frac{P}{I^2} = \frac{30}{1^2} = 30\Omega$$

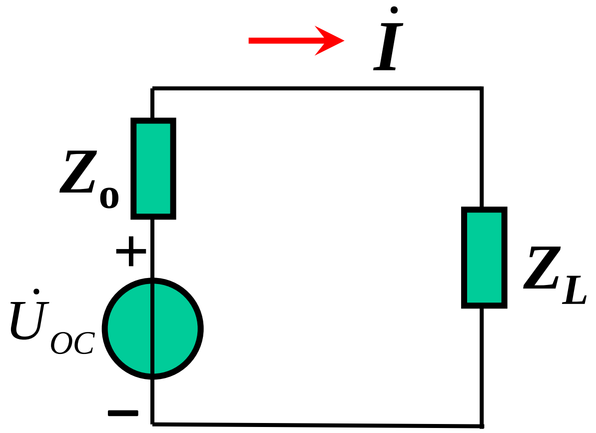
$$|Z| = \frac{U}{I} = \frac{50}{1} = 50\Omega = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$L = \frac{1}{\omega}\sqrt{|Z|^2 - R^2} = \frac{1}{314}\sqrt{50^2 - 30^2} = \frac{40}{314} = 0.127\text{H}$$

（4） 最大功率传输（maximum power transfer）

——正弦稳态电路中负载获得最大有功功率P_{Lmax}的条件

a.共轭匹配



$Z_o = R_o + jX_o$， $Z_L = R_L + jX_L$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{OC}}{Z_o + Z_L}$$

$$I = \frac{U_{OC}}{\sqrt{(R_o + R_L)^2 + (X_o + X_L)^2}}$$

负载吸收的有功功率 $P = R_L I^2 = \dfrac{R_L U_{OC}^2}{(R_o + R_L)^2 + (X_o + X_L)^2}$

负载吸收的有功功率 $P = R_L I^2 = \dfrac{R_L U_{OC}^2}{(R_o + R_L)^2 + (X_o + X_L)^2}$

$Z_L = R_L + jX_L$，实部虚部可任意独立改变（分两步进行分析）

先讨论X_L改变时，P的极值

当$X_o + X_L = 0$，即$X_L = -X_o$时，P获得极值

$$P = \frac{R_L U_{OC}^2}{(R_o + R_L)^2}$$

再讨论R_L改变时，P如何取得的最大值

$X_L = -X_o$条件下，当$R_L = R_o$时，P获得最大值(似直流电路)

$$P_{max} = \frac{U_{OC}^2}{4R_o}$$

共轭匹配

负载上获得最大功率的条件是 $\boxed{Z_L = Z_o^*}$，即 $\begin{cases} R_L = R_o \\ X_L = -X_o \end{cases}$

此结果可由P分别对X_L、R_L求偏导数得到。

单选题 2分

设置

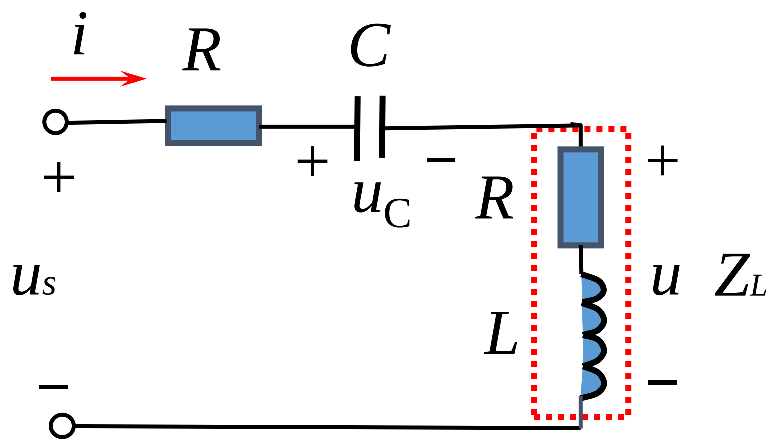
L=1H, C=1μF, 当电压频率(不是问角频率)为何值时，负载Z_L上有最大的功率？

A 1000 Hz

B 159 Hz

C 100 Hz

D 318 Hz



提交

b.模匹配

$$Z_o = |Z_o| \angle \varphi_{Z_o} \qquad Z_L = |Z_L| \angle \varphi_{Z_L}$$

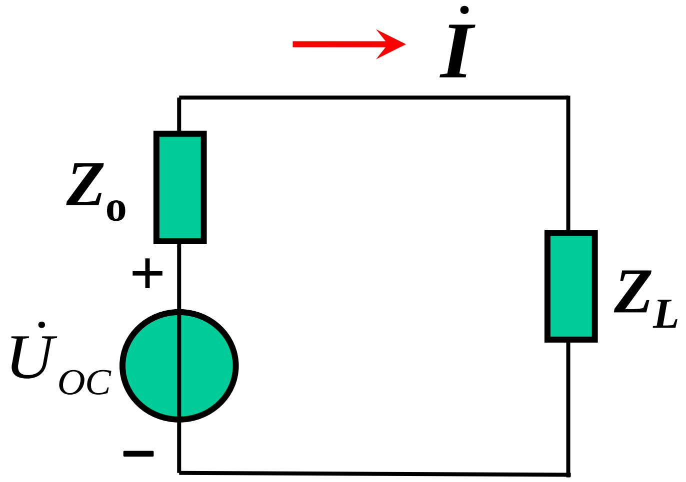
其中负载阻抗Z_L的$|Z_L|$可变，φ_{Z_L}固定

负载可以获得最大有功功率的条件为

$$|Z_L| = |Z_o|$$

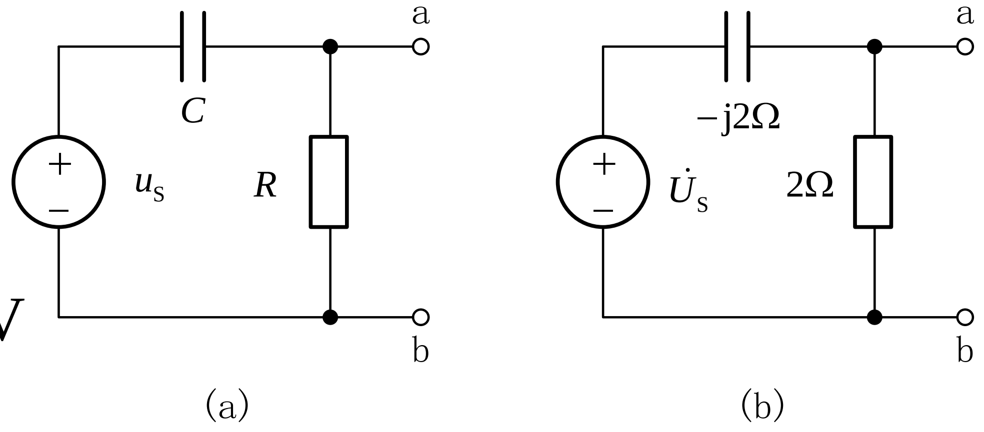
负载可获得的最大有功功率为

$$P_{L\max} = \frac{U_{OC}^2 \cos\varphi_{Z_L}}{2|Z_o|\left[1+\cos\left(\varphi_{Z_o} - \varphi_{Z_L}\right)\right]}$$



例4. 6−4 在如图4.6-8（a）所示单口网络端接负载，已知 $u_S = 10\sqrt{2}\cos(5t)\mathrm{V}$ ，$R = 2\Omega, C = 0.1\mathrm{F}$ 计算共轭匹配和模匹配（负载为纯电阻）条件及各条件下负载可以获得的最大功率。

解 相量域电路如图（b）所示



$$\dot{U}_S = 10\angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_{OC} = \frac{2}{2-\mathrm{j}2} \times 10\angle 0^\circ = 5\sqrt{2}\angle 45^\circ \mathrm{V}$$

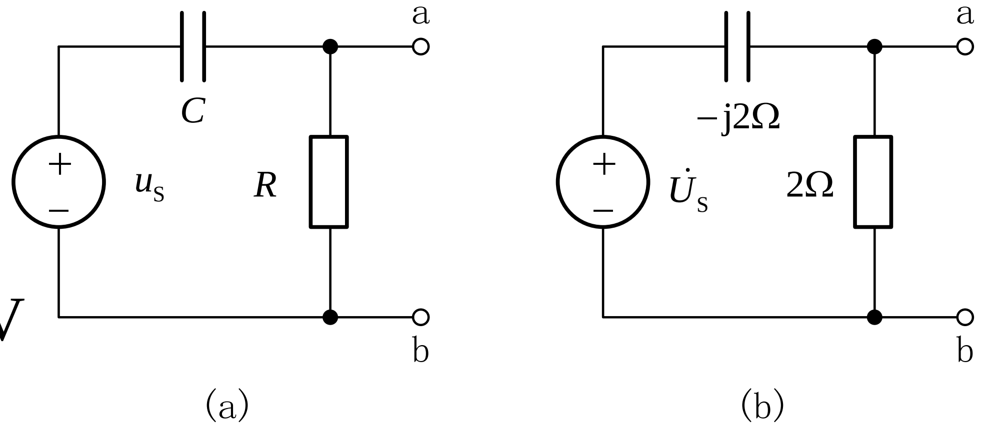
$$Z_O = 2//(-\mathrm{j}2) = \frac{2\times(-\mathrm{j}2)}{2-\mathrm{j}2} = 1-\mathrm{j} = \sqrt{2}\angle -45^\circ \Omega$$

（1）共轭匹配

$$Z_L = Z_O^* = (1+\mathrm{j})\Omega \qquad P_{L\max} = \frac{U_{OC}^2}{4R_O} = \frac{\left(5\sqrt{2}\right)^2}{4\times 1} = 12.5\mathrm{W}$$

例4. 6-4 在如图4.6-8（a）所示单口网络端接负载，已知 $u_S = 10\sqrt{2}\cos(5t)\,\mathrm{V}$，$R = 2\Omega, C = 0.1\mathrm{F}$ 计算共轭匹配和模匹配（负载为纯电阻）条件及各条件下负载可以获得的最大功率。

解 相量域电路如图（b）所示



$$\dot{U}_S = 10\angle 0°$$

$$\dot{U}_{OC} = \frac{2}{2-\mathrm{j}2} \times 10\angle 0° = 5\sqrt{2}\angle 45°\mathrm{V}$$

$$Z_O = 2//(-\mathrm{j}2) = \frac{2\times(-\mathrm{j}2)}{2-\mathrm{j}2} = 1-\mathrm{j} = \sqrt{2}\angle -45°\Omega$$

（2）模匹配 $\left|R_L\right| = \left|Z_O\right| = \sqrt{2}\Omega \qquad \varphi_{Z_L} = 0$

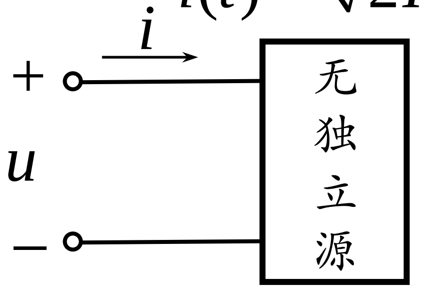
$$P_{L\max} = \frac{U_{OC}^2 \cos\varphi_{Z_L}}{2\left|Z_O\right|\left[1+\cos\left(\varphi_{Z_O} - \varphi_{Z_L}\right)\right]} = \frac{\left(5\sqrt{2}\right)^2}{2\times\sqrt{2}\left[1+\cos(-45°)\right]} = 10.36\mathrm{W}$$

3　无功功率

$$u(t)=\sqrt{2}U\cos\omega t$$

$$i(t)=\sqrt{2}I\cos(\omega t-\varphi)$$

瞬时功率的另一种分解方法



$$p(t)=UI\cos\varphi+UI\cos(2\omega t-\varphi)$$

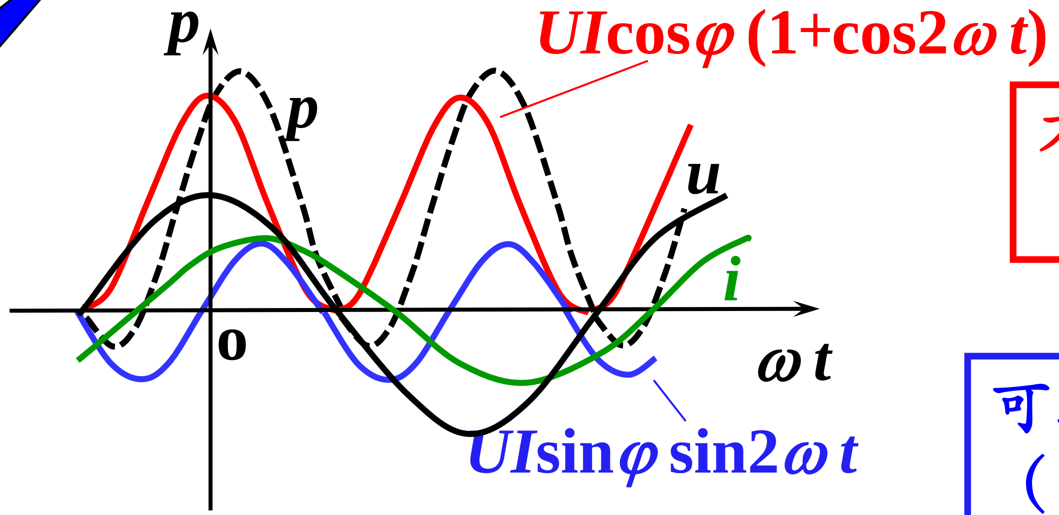
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

第1种

$$=UI\cos\varphi+UI\cos\varphi\cos 2\omega t+UI\sin\varphi\sin 2\omega t$$

第2种

$$=UI\cos\varphi(1+\cos 2\omega t)+UI\sin\varphi\sin 2\omega t$$



不可逆部分
（*R*消耗瞬时）

可逆部分
（*L*/*C*交换瞬时）

（1） 无功功率 (reactive power) Q

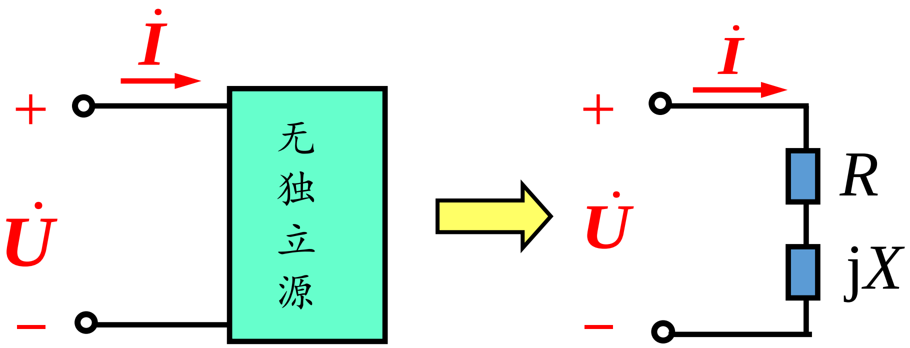
a） 定 义

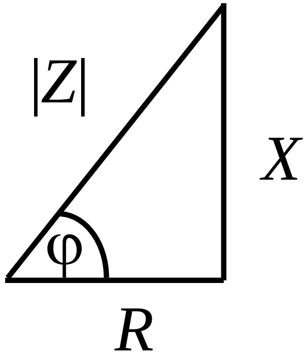
$$p(t) = UI\cos\varphi\,(1+\cos 2\omega t) + UI\sin\varphi\sin 2\omega t$$

$$\boldsymbol{Q \overset{\text{def}}{=} UI\sin\varphi}$$ 单位：var (乏)

$$= |Z|\,I\,I\sin\varphi = I^2|Z|\sin\varphi = I^2X$$

无功功率反映阻抗中虚部消耗的功率

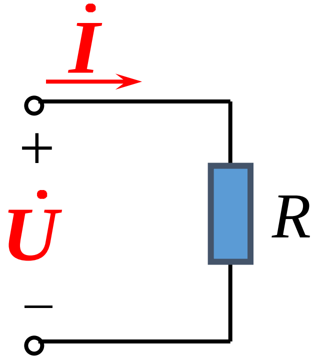




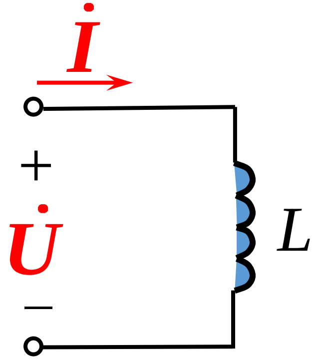
$\varphi = \psi_u - \psi_i$ 功率因数角

无功功率守恒：电路中所有元件吸收无功功率的代数和为零。

b） *R*、*L*、*C* 元件吸收的无功功率

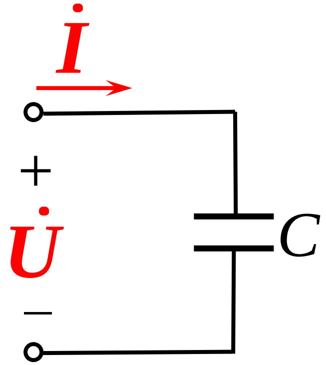


$$Q_R = UI\sin\varphi = UI\sin 0^\circ = 0$$



$$Q_L = UI\sin\varphi = UI\sin 90^\circ = UI = U^2/X_L = I^2X_L > 0$$

L永远吸收无功功率



$$Q_C = UI\sin\varphi = UI\sin(-90^\circ)$$

$$= -UI = -U^2/|X_C| = -I^2|X_C| < 0$$

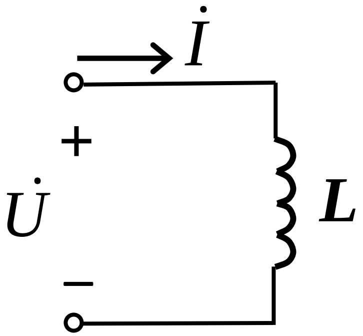
C永远发出无功功率

（2）无功功率的物理意义

$$u(t) = \sqrt{2}U\cos\omega t$$

$$i(t) = \sqrt{2}I\cos(\omega t - \varphi)$$

$$p(t) = UI\cos\varphi\,(1 + \cos 2\omega t) + UI\sin\varphi\sin 2\omega t$$



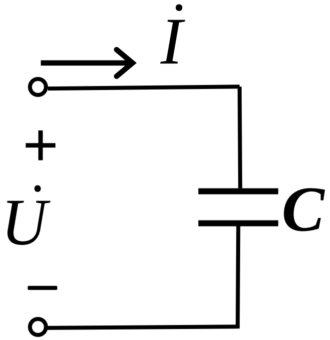
$\varphi = 90°$

$$p_L(t) = UI\sin 2\omega t$$

$Q_L = UI$

$$= Q_L\sin 2\omega t$$

电感储能变化率的最大值



$\varphi = -90°$

$$p_C(t) = -UI\sin 2\omega t$$

$Q_C = -UI$

$$= Q_C\sin 2\omega t$$

电容储能变化率的最大值

$$p(t) = \frac{\mathrm{d}w(t)}{\mathrm{d}t}$$

功率是能量的时间变化率

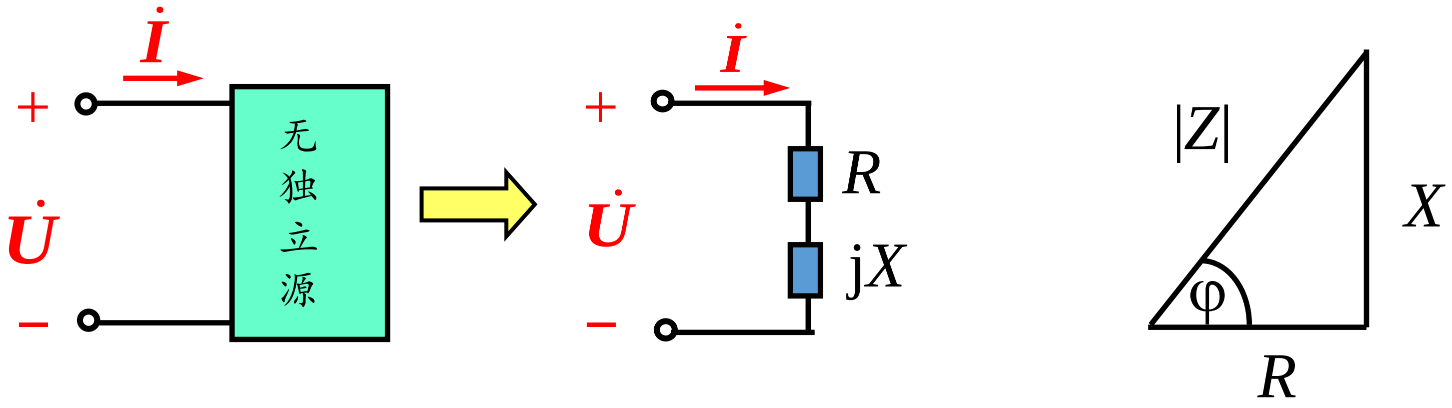
储能元件的无功功率反映其能量变化的最大速率

统一讨论负载吸收的无功功率和有功功率

$$p(t) = \underline{UI\cos\varphi(1+\cos 2\omega t)} + \underline{UI\sin\varphi\sin 2\omega t}$$

不可逆部分（R消耗瞬时）

可逆部分（L/C交换瞬时）



有功功率反映负载吸收功率的平均值(都消耗在阻抗的电阻部分)

无功功率反映阻抗中电抗部分能量交换的最大速率

4　视在功率

定义： $S \overset{\text{def}}{=} UI$

单位：VA（伏安）

表征电气设备的容量

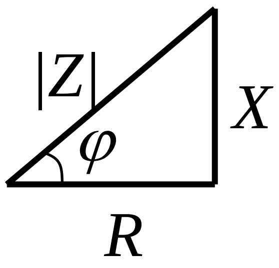
（例如发电机的发电容量）

有功功率、无功功率与视在功率的关系

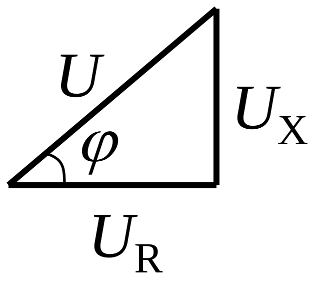
有功功率：$P=UI\cos\varphi$　　单位：W

无功功率：$Q=UI\sin\varphi$　　单位：var

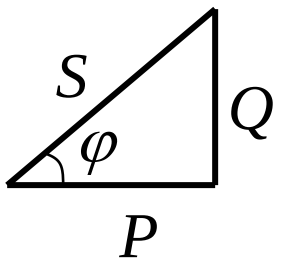
视在功率：$S=UI$　　单位：VA



阻抗三角形

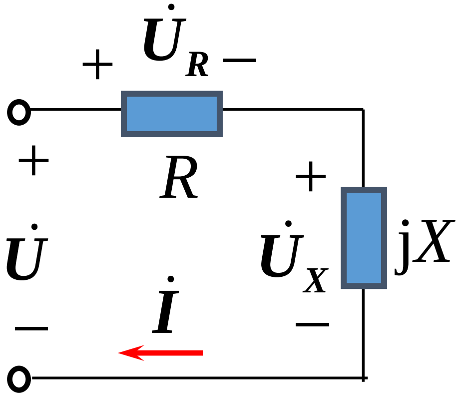


电压三角形



功率三角形

三个三角形相似



功率因数另一种定义

$$\lambda = \frac{P}{S} = \cos\varphi$$

$$\begin{cases} S = \sqrt{P^2 + Q^2} \\ P = S\cos\varphi \\ Q = S\sin\varphi \\ \varphi = \arctan\dfrac{Q}{P} \end{cases}$$

例4. 6−1 日光灯电路（含镇流器）的电压有效值为$U=220\text{V}$ 有功功率为 $P=30\text{W}$，电流有效值为$I=0.4\text{A}$，求该电路的视在功率、功率因数、无功功率。

解 $S=UI=220\times0.4=88\text{V}\cdot\text{A}$

由于镇流器为感性的，因此该电路整体呈感性，即 $\varphi>0$

$$\lambda=\frac{P}{S}=\frac{30}{88}=0.34(\text{滞后})$$

$$\varphi=\arccos 0.34=70.1^\circ$$

$$Q=S\sin\varphi=88\sin 70.1^\circ=82.7\,\text{var}$$

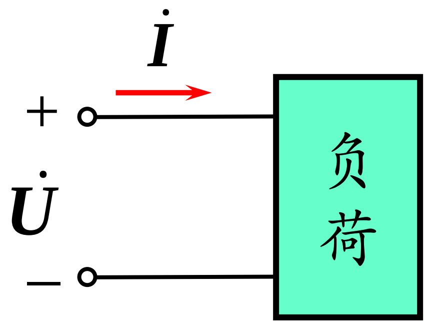
5　复(数)功率(complex power)

$$\dot U = U\angle\psi_u\ ,\qquad \dot I = I\angle\psi_i$$

$$P = UI\cos(\psi_u - \psi_i)$$

$$= UI\,\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\psi_u-\psi_i)}]$$

$$= \mathrm{Re}[\underbrace{U\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi_u}}_{\dot U}\ \underbrace{I\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\psi_i}}_{\dot I^*}]$$



$$P = \mathrm{Re}[\dot U\,\dot I^*]\qquad\qquad Q = \mathrm{Im}[\dot U\,\dot I^*]$$

记： $\tilde S = \dot U \dot I^*$　　称为复功率，单位:VA[伏安]

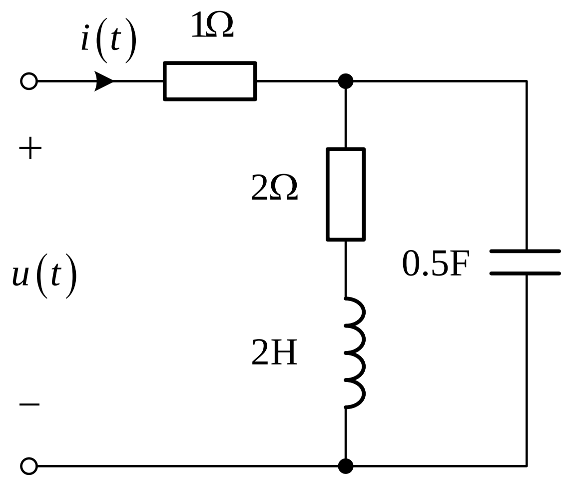
$$\tilde S = \dot U \dot I^* = UI\angle(\psi_u - \psi_i) = UI\angle\varphi = S\angle\varphi$$

$$= UI\cos\varphi + \mathrm{j}UI\sin\varphi = P + \mathrm{j}Q$$

$$\boxed{S = |\tilde S|}$$

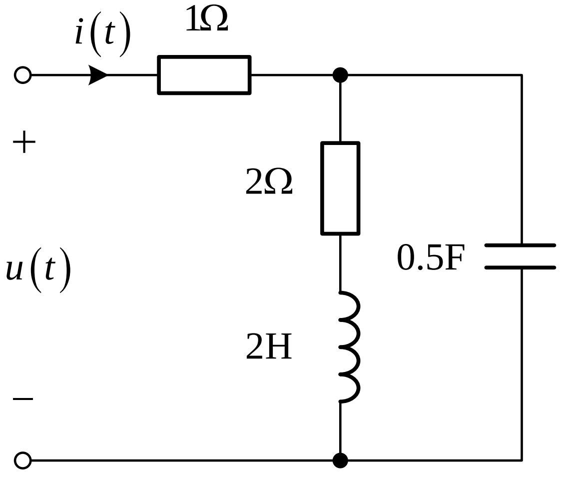
复功率守恒　　$\sum_{k=1}^{b}\tilde S_k = \sum_{k=1}^{b}\dot U_k \dot I_k^* = 0$

例4. 6−2如图4.6-3（a）所示单口网络，已知端口电压为 $u(t)=\sqrt{2}\cos(2t)\mathrm{V}$，求该单口网络的$P$、$Q$、$\tilde{S}$ 和 λ

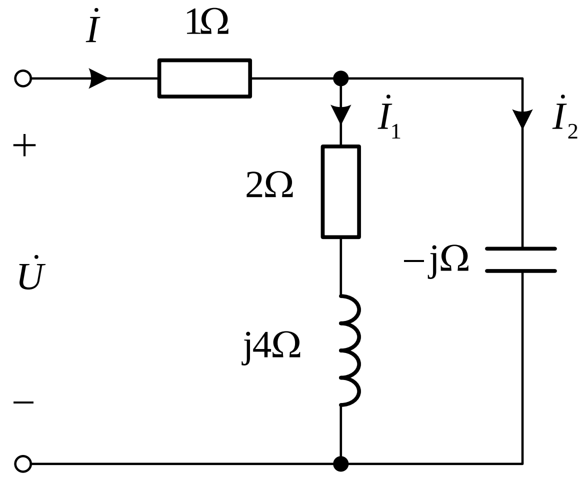


(a)

例4. 6−2如图4.6-3（a）所示单口网络，已知端口电压为 $u(t)=\sqrt{2}\cos(2t)\mathrm{V}$，求该单口网络的$P$、$Q$、$\tilde{S}$ 和 λ



(a)



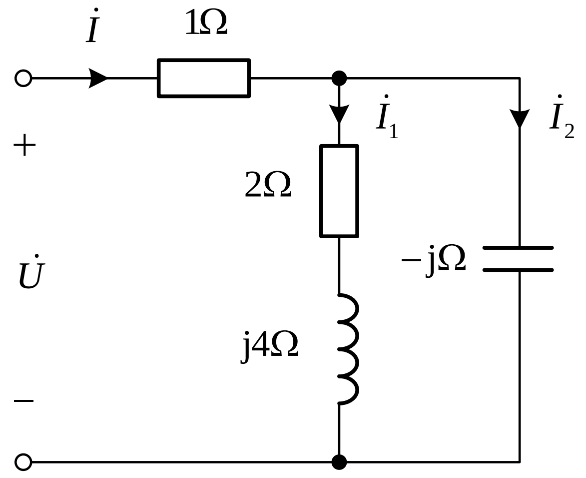
(b)

$$u(t)=\sqrt{2}\cos(2t)\mathrm{V}\leftrightarrow\dot{U}=1\angle 0°\mathrm{V}$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{1+(2+\mathrm{j}4)//(-\mathrm{j})}=\frac{1\angle 0°}{1.687\angle -46.85°}=0.593\angle 46.85°\mathrm{A}$$

例4. 6−2如图4.6-3（a）所示单口网络，已知端口电压为

$u(t)=\sqrt{2}\cos(2t)\mathrm{V}$，求该单口网络的$P$、$Q$、$\tilde{S}$ 和 λ



$$u(t)=\sqrt{2}\cos(2t)\mathrm{V}\leftrightarrow\dot{U}=1\angle 0°\mathrm{V}$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{1+(2+\mathrm{j}4)//(-\mathrm{j})}$$

$$=\frac{1\angle 0°}{1.687\angle-46.85°}=0.593\angle 46.85°\mathrm{A}$$

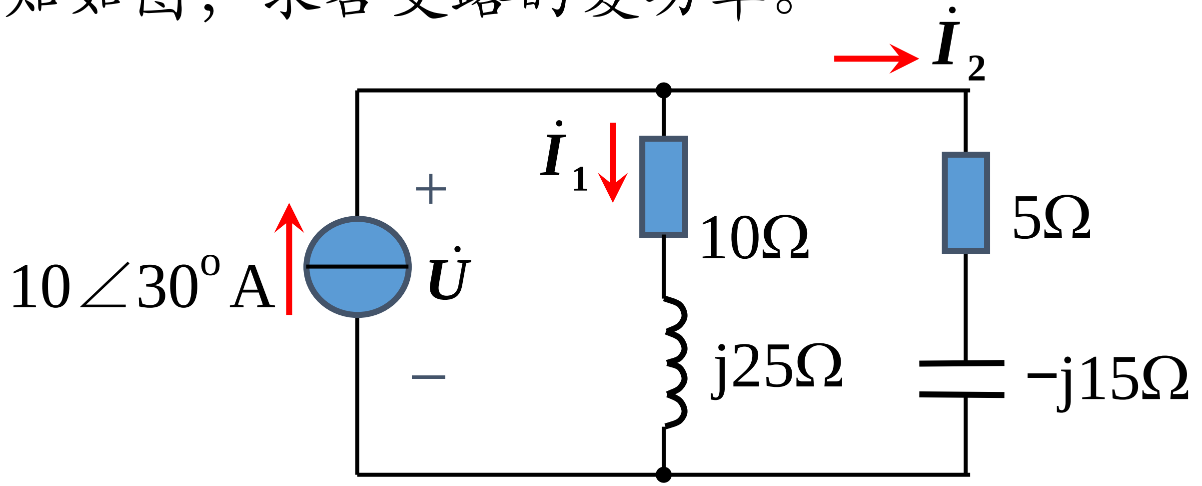
$$\tilde{S}=\dot{U}\dot{I}^{*}=1\angle 0°\times 0.593\angle-46.85°$$

$$=0.593\angle-46.85°=(0.406-\mathrm{j}0.433)\mathrm{V}\cdot\mathrm{A}$$

$$P=0.406\mathrm{W}\qquad Q=-0.433\mathrm{var}$$

$$\lambda=\frac{P}{S}=\frac{P}{|\tilde{S}|}=\frac{0.406}{0.593}=0.68(\text{超前})$$

例　已知如图，求各支路的复功率。



解

$$\dot I_1 = 10\angle 30^{\circ} \times \frac{5-\mathrm{j}15}{10+\mathrm{j}25+5-\mathrm{j}15} = 8.77\angle(-75.3^{\circ})\quad \mathrm{A}$$

$$\dot I_2 = \dot I_S - \dot I_1 = 14.94\angle 64.5^{\circ}\quad \mathrm{A}$$

$$\dot U = 10\angle 30^{\circ} \times [(10+\mathrm{j}25) \,\|\, (5-\mathrm{j}15)] = 236\angle(-7.1^{\circ})\quad \mathrm{V}$$

电流源 $\tilde S_{吸} = -236\angle(-7.1^{\circ}) \times 10\angle(-30^{\circ}) = -1882 + \mathrm{j}1424 \quad \mathrm{VA}$

支路1 $\tilde S_{1吸} = 236\angle(-7.1^{\circ}) \times 8.77\angle(75.3^{\circ}) = 769 + \mathrm{j}1923 \quad \mathrm{VA}$

支路2 $\tilde S_{2吸} = 236\angle(-7.1^{\circ}) \times 14.94\angle(-64.5^{\circ}) = 1116 - \mathrm{j}3348 \quad \mathrm{VA}$

- 瞬时功率：电路在瞬时吸收的功率，单位：W

$$p(t)=u(t)i(t)$$

- 有功功率：单位时间内实际发出或消耗的交流电能量，是周期内的平均功率，单位：W

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T p(t)\mathrm{d}t=UI\cos\varphi$$

- 无功功率：阻抗中电抗部分能量交换的最大速率，单位：var

$$Q = UI\sin\phi$$

- 视在功率：表示交流电器设备容量的量，单位：VA，即衡量一个用电设备对上级供电设备的供电功率需求

$$S \overset{\text{def}}{=} UI$$

$$\begin{cases} S=\sqrt{P^2+Q^2} \\ P=S\cos\varphi \\ Q=S\sin\varphi \\ \varphi=\arctan\dfrac{Q}{P} \end{cases}$$

- 复(数)功率：辅助计算量，单位：VA

$$\tilde{S}=\dot{U}\dot{I}^*$$

$$=P+\mathrm{j}Q$$

习题：4-13, 4-14, 4-15。截止时间：本周五（5月14日早8点）