

单元自测练习题 (8)

第八章 向量代数与空间解析几何

一、选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

- 1、向量 $\vec{a} = (6, -1, 2)$ 在向量 $\vec{b} = (7, -4, 4)$ 上的投影为 ()
(A) 3; (B) 6; (C) -2; (D) -4.
- 2、原点关于平面 $x - 2y + 3z + 21 = 0$ 的对称点是 ()
(A) $(-3, 6, -9)$; (B) $(-4, 7, -8)$ (C) $(-3, 12, -9)$ (D) $(1, -2, 3)$.
- 3、已知 $L_1: \begin{cases} y = 1 - x \\ z = 2 + x \end{cases}, L_2: \begin{cases} x = 1 + y \\ 2y + z = 3 \end{cases}$, 则 L_1 与 L_2 的位置关系为 ()
(A) 垂直; (B) 平行; (C) 相交; (D) 异面.
- 4、设空间直线 $\frac{x}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$, 则该直线过原点且 ()
(A) 垂直于 ox 轴; (B) 垂直于 oy 轴, 但不平行于 ox 轴;
(C) 垂直于 oz 轴, 但不平行于 ox 轴; (D) 平行于 ox 轴.
- 5、母线平行于 x 轴, 且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16 \\ x^2 - y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$ 的柱面方程是 ()
(A) 椭圆柱面 $3x^2 + 2z^2 = 16$; (B) 椭圆柱面 $x^2 + 2y^2 = 16$;
(C) 双曲柱面 $3y^2 - z^2 = 16$; (D) 抛物柱面 $3y^2 - z = 16$.

二、基本解答题 (每题 6 分, 共 48 分)

- 6、设 $\vec{c}_1 = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{c}_2 = k\vec{a} + \vec{b}$, 其中 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 求
(1) k 为何值时, $\vec{c}_1 \perp \vec{c}_2$? (2) k 为何值时, 以 \vec{c}_1 与 \vec{c}_2 为邻边的三角形面积为 3.
- 7、已知 $|\vec{a}| = \sqrt{3}, |\vec{b}| = 1, (\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = \frac{\pi}{6}$, 求向量 $\vec{a} + \vec{b}$ 和 $\vec{a} - \vec{b}$ 的夹角.
- 8、设点 $A(1, 0, -1)$, 向量 \overrightarrow{AB} 的方向角 $\alpha = 60^\circ, \beta = 45^\circ$, 且 $|\overrightarrow{AB}| = 10$, 求
(1) 方向角 γ ; (2) 点 B 的坐标.

9、求点 $A(4,1,-2)$ 到直线 $\begin{cases} x-y+z+5=0 \\ 2x+z-4=0 \end{cases}$ 的距离.

10、求过点 $(-1,-2,-5)$ 且和三个坐标平面都相切的球面方程.

11、求曲线 $\begin{cases} x^2+4y^2-z^2=16 \\ 4x^2+y^2+z^2=14 \end{cases}$ 在 xOy 坐标面上的投影方程.

12、求点 $A(4,-3,1)$ 在平面 $x+2y-z-3=0$ 的投影点的坐标.

13、设一个平面经过原点及 $A(6,-3,2)$, 且与平面 $4x-y+2z=8$ 垂直, 求此平面方程.

三、综合解答题 (14-16 每题 7 分 , 17-18 每题 8 分 , 共 37 分)

14、已知动点 $M(x,y,z)$ 到 xOy 平面的距离与 M 到点 $(1,-1,2)$ 的距离相等, 求点 M 的轨迹方程.

15、求过原点且含直线 $\begin{cases} x=3-t \\ y=1+2t \\ z=t \end{cases}$ 的平面方程.

16、求过点 $A(2,3,1)$ 且与两直线 $L_1: \begin{cases} x+y=0 \\ x-y+z+4=0 \end{cases}$ 和 $L_2: \begin{cases} x+3y-1=0 \\ y+z-2=0 \end{cases}$ 相交的直线方程.

17、在一切过直线 $L: \begin{cases} x+y+z+1=0 \\ 2x+y+z=0 \end{cases}$ 的平面中找出一个平面, 使得它与原点的距离最长.

18、求球面 $x^2+y^2+z^2=4z$ 和圆锥面 $3z^2=x^2+y^2$ 上侧(即锥面上的法向量朝上的那一侧, 法向量与 z 轴正方向夹角小于 $\pi/2$)所围成的立体在 xOy 面内的投影区域.