线代2011有答案

1. 填空题 （每小题4分，共20分）

1. 设矩阵*A*为3阶方阵，且|*A*|=，则|2*A*|= 4 ；

2. 设三元线性方程组的两个特解为，且, 则的通解为为任意数）；

3. 二次型的标准形是

4. 设三阶方阵的特征值为0,-1,1, 且,则= 3 .

5. 设二次型，则二次型的矩阵为 

二、单项选择题（每小题5分，共20分）

1.设都是阶方阵，下列命题正确的是 （ D ）

（A） （B） 

(C)  （D） 

2. 设是矩阵，是3维列向量，.则方程组 （ A ）

（A）必定有解 (B)未必有解 （C）必定无解 （D）必有唯一解

3.矩阵相似于 （ C ）

（A）  （B） （C） （D）

4. 设二次型，

则为正定的充要条件是满足（ B ）

（A） （B）  （C）  （D）

三、下列各题（本题共6小题，每小题6分，共36分）

1． 计算行列式;

**解：**原式==（4分）=（1分） = （1分）

1. 求矩阵的逆矩阵；

**解：**用初等变换法

（2分）



所以（4分）

3. 求齐次线性方程组的通解

（用特解和基础解系的形式表示）；

（2分）

与原方程组同解方程，得特解，

对应的齐次线性方程组的基础解系，（3分）

方程组的通解为为任意数）（1分）

4.已知矩阵方程，求矩阵。其中

， 

解 由得

因为，所以可逆

于是 （2分）

由于



因此 。（4分）

5.已知矩阵与相似，

求*x*与*y*的值 .

**解：**因为与相似， （2分），

于是有 ，化简得（2分）

解得：（2分）

6. 已知方阵***A***的属于特征值的特征向量是和，又向量，求。

解 已知，所以

 （3分）

=4+2=6 （3分）

四、[本题10分] 已知矩阵.

（1）求的特征值和相应的特征向量；

（2）若与对角矩阵相似,试求可逆矩阵, 使为对角矩阵,并求对角矩阵.

解 （1）因为的特征多项式为



故的特征值为（二重）,  （2分）

将代入特征方程组得

,

其基础解系为



故矩阵的属于特征值的所有特征向量为 (不全为0).

（2分）

将代入特征方程组得

,

其基础解系为



故矩阵的属于特征值的所有特征向量为 ().（2分）

（2）因有3个线性无关的特征向量, 故可相似对角化. （1分）

令，,

则为可逆矩阵, 且为对角矩阵. （3分）

五、[本题10分]

设二次型，用正交变换把化成标准型，并判断它是否是正定二次型？

**解：**（1）二次型对应的矩阵（1分）



解得的特征值 （1分）

将代入特征方程得



得方程组 基础解系

单位化得（1分）

将代入特征方程得



得方程组

基础解系为单位化 （1分）

将代入特征方程得

 得方程组

基础解系，单位化（1分）

令，得正交变换（2分）

的标准型

（1分）

由于有特征值，所以二次型不是正定二次型。（2分）

六、证明题(本题4分)

已知二阶正交矩阵满足 且，计算行列式。

**解** 因为，所以有特征值2。（1分）

又知是正交矩阵且，所以的另一个特征值为，（1分）

因此的特征值分别是。

设，则，，（1分）

所以 （1分）