互联配电网多时间尺度供电恢复策略

摘要：在全球能源转型进程中，分布式光伏（Photovoltaic, PV）与储能系统（Energy Storage System, ESS）的规模化并网已成为配电网发展的重要趋势，这一转变推动配电网从传统单一供电模式向“源-网-荷-储”多元协同的复杂系统演进。然而，配电网普遍存在线路结构薄弱、设备老化等问题，导致故障（如线路短路、主变故障等）频发。故障引发的拓扑异常不仅会破坏配电网固有的辐射性结构，还会直接打破系统功率平衡，引发节点电压越限、支路潮流过载等连锁问题，严重威胁供电连续性与安全性。

配电网故障恢复优化面临多重技术挑战：其一，拓扑状态由二进制开关变量描述，该变量与连续的潮流变量、储能调度变量形成强耦合的混合整数非线性规划（Mixed-Integer Nonlinear Programming, MINLP）问题，直接求解时计算复杂度呈指数级增长，难以满足工程实时性要求；其二，储能荷电状态（State of Charge, SOC）的多时段动态约束进一步增加了问题的时间维度耦合性，使得跨时段优化协调难度大幅提升；其三，大规模配电网的集中式优化方法存在可扩展性差、隐私保护不足等缺陷，无法适应分布式能源广泛接入的场景。

针对上述问题，本文提出一种基于交替方向乘子法（Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM）的互联配电网多时间尺度供电恢复优化框架，实现故障情形下配电网拓扑重构、潮流调节与源荷储协同调度的一体化优化。首先，基于配电网故障影响范围，将系统划分为“正常网”与“故障网”两个子网，引入松弛二进制开关变量描述拓扑状态，并设计指数移动平均平滑策略，有效抑制离散变量迭代过程中的震荡，提升求解稳定性；其次，构建包含二阶锥规划（Second-Order Cone Programming, SOCP）潮流松弛、光伏出力削减、储能充放电调度及多时段 SOC 耦合约束的混合整数优化模型，通过 SOCP 松弛技术将非线性潮流约束转化为凸约束，降低求解难度；最后，构建空间 ADMM 解耦机制，外层 ADMM 通过边界功率、电压等共识变量协调两个子网间的交互优化，内层 ADMM 则专门处理储能 SOC 的多时段耦合约束，实现空间维度与时间维度优化精度的双重保障；最后，在 IEEE33 节点配电网算例中开展数值验证。

实验结果表明，所提方法具有显著优势：在收敛性方面，该方法可在 35 次迭代内原始残差与对偶残差均达到收敛阈值，且无明显震荡；在优化性能方面，能够快速生成满足电压（0.9-1.1pu）、潮流约束的拓扑重构方案与源荷储调度策略，相较于独立求解方法，负荷削减量减少 30%，光伏消纳率提升 25%，网络损耗降低 12%；在计算效率方面，总求解时间仅为集中式方法的 30%、传统混合整数规划方法的 10.6%，兼顾了工程实用性与优化精度，为故障情形下配电网的安全可靠运行提供了有效技术支撑。

关键词： 互联配电网；多时段耦合；交替方向乘子法（ADMM）；供电恢复；

1 引言（Introduction）

1.1 研究背景及意义

随着“双碳” 目标的推进，分布式能源（尤其是光伏与储能）已成为配电网转型的核心力量。据《中国电力行业发展报告 2024》统计，截至 2023 年底，我国分布式光伏装机容量突破 1.5 亿千瓦，储能在配电网中的渗透率年均增长 20% 以上。分布式能源的广泛接入不仅提升了配电网的清洁能源消纳能力，还为系统提供了灵活的调节资源，但同时也使配电网的运行特性呈现出 “强不确定性”“多变量耦合”“拓扑动态变化” 等新特征，对故障情形下的安全运行与供电恢复提出了更高要求。

配电网作为电力系统与用户直接连接的关键环节，其故障会直接影响用户用电体验与社会经济活动。数据显示，中低压配电网故障占电力系统总故障的 70% 以上，其中线路短路、主变故障等拓扑异常类故障占比超过 50%。此类故障会导致局部区域供电中断，若恢复不及时，可能引发负荷损失、光伏弃电等问题 —— 以某省级配电网为例，2023 年单次主变故障平均造成 2.3 万千瓦负荷中断，光伏弃电量达 0.8 万千瓦时，直接经济损失超 50 万元。因此，如何快速实现故障后配电网的拓扑重构与源荷储协同调度，成为保障供电可靠性的核心议题。

当前配电网故障恢复优化面临三大核心挑战：

第一，**混合整数与连续变量的强耦合难题**。拓扑重构依赖二进制开关变量，而潮流计算、储能调度涉及连续变量，二者形成的 MINLP 问题具有非凸性，传统求解方法（如分支定界法）在节点规模超过 30 时，计算时间会超过 1 小时，无法满足故障恢复的 “分钟级” 实时要求；

第二，**多时段时间耦合的协调难题**。储能 SOC 的动态变化（如 SOC＝ 前一时段 SOC＋ 充电功率 × 效率 - 放电功率 / 效率）使优化问题跨越多个时段，若忽略时间维度的耦合约束，可能导致储能过充 / 过放，影响设备寿命与系统稳定性；

第三，**大规模系统的分布式协同难题**。传统集中式优化需收集全系统数据，不仅存在数据隐私泄露风险，还会因变量维度激增导致求解器 “维度灾难”—— 例如，50 节点配电网的变量数超过 1000 个，集中式求解器难以在有效时间内得到可行解。

此外，现有研究在故障场景适应性方面仍存在不足：多数拓扑优化方法针对正常运行场景设计，未充分考虑故障导致的节点电压骤降、支路功率转移等特殊工况；部分分布式算法虽能降低计算复杂度，但未有效处理二进制开关变量的离散特性，导致迭代收敛不稳定。因此，开发一种兼具实时性、可行性与分布式特性的配电网故障恢复优化方法，具有重要的理论意义与工程价值。

1.2 研究目标与主要贡献

本文的核心研究目标是：提出一种适用于含光伏与储能的配电网故障场景的分布式优化方法，实现拓扑重构、潮流调节与源荷储调度的协同优化，在满足电压、潮流、SOC 等约束的前提下，最小化负荷削减量、网络损耗与光伏弃电量，提升故障后配电网的供电可靠性与运行经济性。

为实现上述目标，本文的主要贡献如下：

1) **提出配电网时空分解的 ADMM 分布式框架**：将配电网划分为 n 个子问题，各配电网间通过边界功率、电压等共识变量协调子网间交互。基于多个时间段统一优化决策，寻求不同时间段的最优解。该框架不仅降低了单个子问题的规模，还实现了数据隐私保护，显著提升了算法的可扩展性；

2) **提出离散变量松弛与平滑策略**：将二进制开关变量（β，共 36 个）松弛为[0,1]区间的连续变量，纳入 SOCP 模型求解；同时引入指数移动平均平滑公式，抑制离散变量迭代过程中的震荡。对比无平滑策略的方法，该策略使收敛迭代次数减少 20%，残差震荡幅度降低 60%，有效提升了求解稳定性；

3) **构建内外层 ADMM 协同机制**：外层 ADMM 处理子网间的空间维度协同，内层 ADMM 处理储能 SOC 的时间维度耦合。这种“空间-时间”双维度协同机制，既满足了多时段 SOC 动态约束，又保证了子网间的功率平衡。

全局目标函数：

$$
\begin{aligned}
&\min \sum_{m=1}^{N_{\mathrm{DN}}} f_{\mathrm{D},m}\left(x_{\mathrm{D},m}\right)+f_{\mathrm{F}}\left(x_{\mathrm{F}}\right)\\
&\text{s.t. } m=1,\dots,\boldsymbol{N}_{\mathrm{DN}}\\
&\quad x_{\mathrm{D},m}\in X_m, G_{\mathrm{D},m}\left(x_{\mathrm{D},m}\right)\le 0\\
&\quad x_{\mathrm{F}}\in X_{\mathrm{F}}, G_{\mathrm{F}}\left(x_{\mathrm{F}}\right)\le 0\\
&\quad H_m\left(x_{\mathrm{B}}^{\mathrm{D},m}, x_{\mathrm{B}}^{\mathrm{F},m}\right)=0
\end{aligned}
$$

式中，$f_{\mathrm{D},m}(\cdot)$ 与 $f_{\mathrm{F}}(\cdot)$ 分别为正常配网子区 m 与故障配网子区的目标函数；$x_{\mathrm{D},m}$ 与 x_{F} 分别为正常配网子区 m 和故障配网子区的优化变量；N_{DN} 表示正常配网子区的数量；$G_{\mathrm{D},m}(\cdot)$ 和 $G_{\mathrm{F}}(\cdot)$ 分别表示正常配网子区 m 与故障配网子区的运行约束条件；X_m 和 X_{F} 分别表示正常配网子区 m 和故障配网子区的优化变量集合；$H_m(\cdot)$ 为正常配网子区 m 与故障配电网的边界等式约束条件，$x_{\mathrm{B}}^{\mathrm{D},m}$ 为正常配网

子区 m 的边界变量，$x_{\mathrm{B}}^{\mathrm{F},m}$ 表示与正常配网子区 m 相连的故障配网子区的边界变量。

正常配电网目标函数：

正常配电网子区以分布式光伏有功损失成本、网损成本、以及储能运行成本之和最小为优化目标，则正常配网子区目标函数 $f_{\mathrm{D},m}$ 为：

$$\min f_{\mathrm{D},m}=c_{\mathrm{PV}}\sum_{i\in \boldsymbol{N}_{\mathrm{D},m}}P_{i,t,\mathrm{dec}}^{\mathrm{PV}}+c_{\mathrm{P}}\sum_{i\in \boldsymbol{N}_{\mathrm{D},m},j\in\boldsymbol{\pi}(i)}I_{ij,t}^{2}R_{ij}+c_{\mathrm{E}}\sum_{t=1}^{\mathrm{T}}\sum_{i\in \boldsymbol{N}_{\mathrm{D},m}}P_{i,t}^{ESS}$$

式中，$\boldsymbol{N}_{\mathrm{D},m}$ 表示正常配网子区 m 的节点集合；$R_{l,m}$ 表示配电网线路 l 的电阻；$I_{ij,t}$、$I_{l,m,t}$ 表示配电网线路 ij、l 在 t 时刻流过的电流；$\alpha_{l,m,t}$ 表示配电网线路 l 在 t 时刻的开关状态变量，$\alpha_{l,m,0}$ 表示配电网线路 l 的初始开关状态变量。

故障配电网目标函数：

故障配网子区以负荷失电成本、分布式光伏有功损失成本、网损成本、开关动作成本以及储能运行成本之和最小为优化目标，则故障配网子区目标函数 f_{F} 为：

$$\begin{aligned}\min f_{\mathrm{F}}=&\tau\sum_{t=1}^{\mathrm{T}}\sum_{i\in \boldsymbol{N}_{\mathrm{F}}}\omega_{i,t}P_{i,t}+c_{\mathrm{P}}\sum_{t=1}^{\mathrm{T}}\sum_{i\in \boldsymbol{N}_{\mathrm{F}},j\in\boldsymbol{\pi}(j)}R_{ij}\frac{P_{ij,t}^{2}+Q_{ij,t}^{2}}{v_{\mathrm{b},t}}\\&+c_{\mathrm{s}}\sum_{t=1}^{\mathrm{T}}\sum_{ij\in \boldsymbol{N}_{\mathrm{F}}^{\mathrm{S}}}\left|\alpha_{ij,t}-\alpha_{ij,t}^{0}\right|+c_{\mathrm{PV}}\sum_{t=1}^{\mathrm{T}}\sum_{i\in \boldsymbol{N}_{\mathrm{F}}}P_{i,t,\mathrm{dec}}^{\mathrm{PV}}+c_{\mathrm{E}}\sum_{t=1}^{\mathrm{T}}\sum_{i\in \boldsymbol{N}_{\mathrm{F}}}P_{i,t}^{ESS}\end{aligned}\tag{7}$$

式中，$\boldsymbol{N}_{\mathrm{F}}$ 表示故障配网子区的节点集合；$\boldsymbol{N}_{\mathrm{F}}^{\mathrm{S}}$ 为馈线开关集合；τ 为负荷停电成本；$\omega_{i,t}$ 为配电网节点 i 负荷在 t 时刻的拾取状态，$\omega_{i,t}=1$ 表示在 t 时刻负荷未拾取，$\omega_{i,t}=0$ 表示负荷恢复供电；$P_{i,t}$ 表示在 t 时刻配电网节点 i 的净负荷有功功率；c_{P} 表示配电网有功功率的上网电价；c_{s} 表示开关动作成本；c_{PV} 表示光伏的弃光惩罚成本；c_{E} 表示储能运行成本；R_{ij} 为配电网线路 ij 的电阻；$P_{ij,t}$ 和 $Q_{ij,t}$ 分别表示在 t 时刻从配电网节点 i 流向配电网节点 j 的有功和无功功率；v_{b} 为配电网根节点电压幅值的平方；$\alpha_{ij,t}$ 为在 t 时刻馈线开关的状态变量，

$\alpha_{ij,t}=1$表示在 t 时刻馈线开关闭合，$\alpha_{ij,t}=0$表示在 t 时刻馈线开关断开；$\alpha_{ij,0}$表示馈线开关的初始状态变量；$P_{i,t,\mathrm{dec}}^{\mathrm{PV}}$表示 t 时刻配电网节点 i 处光伏的有功功率缩减量；$P_{i,t}^{\mathrm{ESS}}$为 t 时刻配电网节点 i 处储能的充放电功率。

约束条件：正常配网子区约束条件包括配电网安全运行约束（式(11)-(13)）、分布式光伏运行约束（式(14)）、储能运行状态约束、辐射状拓扑约束（式(15)、(16)）和潮流等式约束；

1）Distflow 潮流约束

$$\begin{cases}\sum_{k\in\tau(j)}P_{jk,t}-\sum_{i\in\pi(j)}(P_{ij,t}-R_{ij}I_{ij,t}^2)-P_{j,t}=P_{j,t}^{\mathrm{ESS}}-P_{j,t}^{\mathrm{PV}}\\ \sum_{k\in\tau(j)}Q_{jk,t}-\sum_{i\in\pi(j)}(Q_{ij,t}-X_{ij}I_{ij,t}^2)-Q_{j,t}=Q_{j,t}^{\mathrm{ESS}}-Q_{j,t}^{\mathrm{PV}}\\ \tilde{V}_{j,t}=\tilde{V}_{i,t}-2\left(R_{ij}P_{ij,t}+X_{ij}Q_{ij,t}\right)+\left(R_{ij}^2+X_{ij}^2\right)\tilde{I}_{ij,t}\end{cases}$$

式中，$\tau(j)$为首端节点的支路末端节点集合；$\pi(j)$为以 j 为末端节点的支路首端节点集合；$\tilde{V}_{i,t}$和$\tilde{V}_{j,t}$分别为 t 时刻节点 i、j 电压幅值的平方；$P_{j,t}$和$Q_{j,t}$分别为 t 时刻节点 j 注入的有功功率和无功功率；R_{ij}和X_{ij}分别为支路 ij 的电阻和电抗值；$\tilde{I}_{ij,t}$为在 t 时刻从节点 i 流向节点 j 的电流幅值的平方；$P_{ij,t}$和$Q_{ij,t}$分别为 t 时刻从节点 i 流向节点 j 的有功功率和无功功率；$P_{j,t}^{\mathrm{PV}}$、$P_{j,t}^{\mathrm{ESS}}$分别为 t 时刻 j 节点处配电网光伏发电功率和储能充放电功率。

上述潮流约束存在二次约束为典型非凸模型，为保证实现有效且高效求解，式（）引入二阶锥规划（SOCP）理论将原始的二次约束转化为凸的二阶锥约束。

$$\left\|\begin{matrix}2P_{ij,t}\\ 2Q_{ij,t}\\ \tilde{I}_{ij,t}-\tilde{V}_{i,t}\end{matrix}\right\|\le\tilde{I}_{ij,t}+\tilde{V}_{i,t}$$

对于含馈线开关的支路，需要使用大 M 法对支路电压等式方程进行松弛，如下式：

$$\begin{cases}\tilde{V}_{j,t} \le \tilde{V}_{i,t} - 2\left(R_{ij}P_{ij,t} + X_{ij}Q_{ij,t}\right) + \mathrm{M}\left(1-\alpha_{ij,t}\right) \\ \tilde{V}_{j,t} \ge \tilde{V}_{i,t} - 2\left(R_{ij}P_{ij,t} + X_{ij}Q_{ij,t}\right) - \mathrm{M}\left(1-\alpha_{ij,t}\right)\end{cases}$$

式中，M 表示一个值很大的常数。

2）安全运行约束

$$\begin{cases}-\alpha_{ij}P_{ij,\max} \le P_{ij,t} \le \alpha_{ij}P_{ij,\max} \\ -\alpha_{ij}Q_{ij,\max} \le Q_{ij,t} \le \alpha_{ij}Q_{ij,\max} \\ v_{\min} \le v_{i,t} \le v_{\max}\end{cases}$$

$$P_{ij,t}^2 + Q_{ij,t}^2 \le S_{ij,\max}^2$$

式中，$P_{ij,\max}$ 和 $Q_{ij,\max}$ 分别表示配电网线路 ij 允许传输的最大有功与无功功率；$\tilde{V}_{\min}$ 与 $\tilde{V}_{\max}$ 分别表示配电网安全运行的节点电压下限与上限平方；$S_{ij,\max}$ 表示配电网线路 ij 的最大传输容量。

3）储能约束

$$0 \le P_{\mathrm{ch},i,t} \le \delta_{\mathrm{ch},i,t}P_{\mathrm{ch}}^{\max}$$
$$0 \le P_{\mathrm{dis},i,t} \le \delta_{\mathrm{dis},i,t}P_{\mathrm{dis}}^{\max}$$
$$\delta_{\mathrm{ch},i,t} + \delta_{\mathrm{dis},i,t} \le 1$$

$$E_{i,t+1}^{\mathrm{ESS}} = E_{i,t}^{\mathrm{ESS}} + \eta_{\mathrm{ch},i}P_{\mathrm{ch},i,t} - \frac{1}{\eta_{\mathrm{dis},i}}P_{\mathrm{dis},i,t}$$
$$\underline{E}_{i,t}^{\mathrm{ESS}} \le E_{i,t}^{\mathrm{ESS}} \le \overline{E}_{i,t}^{\mathrm{ESS}}$$

式中，$P_{\mathrm{ch},i,t}$ 和 $P_{\mathrm{dis},i,t}$ 分别表示在 t 时刻储能 i 的充、放电功率；$\delta_{\mathrm{ch},i,t}$、$\delta_{\mathrm{dis},i,t}$ 分别表示在 t 时刻储能 i 的充、放电状态，若 $\delta_{\mathrm{ch},i,t}$=1，$\delta_{\mathrm{dis},i,t}$=0，则表示充电，反之则放电；$E_{j,t+1}^{\mathrm{ESS}}$ 表示 t+1 时储能的荷电状态；$\eta_{\mathrm{ch},i}$ 和 $\eta_{\mathrm{dis},i}$ 分别表示储能 i 的充、放电效率，且小于 1；$\underline{E}_{i,t}^{\mathrm{ESS}}$ 和 $\overline{E}_{i,t}^{\mathrm{ESS}}$ 分别表示储能荷电状态的上下限。

4）光伏约束

$$\begin{cases}0 \le P_{i,\mathrm{dec}}^{\mathrm{PV}} \le P_i^{\mathrm{PV}} \\ \left|Q_i^{\mathrm{PV}}\right| \le \left(P_i^{\mathrm{PV}} - P_{i,\mathrm{dec}}^{\mathrm{PV}}\right)\tan\delta_{\mathrm{PV}} \\ \left(Q_i^{\mathrm{PV}}\right)^2 \le \left(S_i^{\mathrm{PV}}\right)^2 - \left(P_i^{\mathrm{PV}} - P_{i,\mathrm{dec}}^{\mathrm{PV}}\right)^2\end{cases}$$

式中，δ_{PV} 表示光伏逆变器的功率因数角，$\delta_{\mathrm{PV}} = \cos^{-1} PF_{\min}$，功率因数最小值 $PF_{\min}$ 设定为 0.95； S_i^{PV} 是配电网节点 i 处光伏的装机容量。

5）辐射拓扑约束

$$\begin{cases}\beta_{ij}, \beta_{ji}, \alpha_{ij} \in \{0,1\} \\ \beta_{ij} + \beta_{ji} = \alpha_{ij} \\ \sum\limits_{j \in \xi(i)} \beta_{ij} = 1,\ \beta_{0j} = 0\end{cases} \tag{D4}$$

式中， β_{ij} 和 β_{ji} 表示节点间上下游关系， $\beta_{ij} = 1$ 表示 j 是 i 的父节点， $\beta_{ji} = 1$ 表示 i 是 j 的父节点； $\xi(i)$ 表示所有与节点 i 存在上下游关系的边界节点集合；

6）故障与正常配网子区边界约束

$$\begin{cases}v_{\mathrm{B},n}^{\mathrm{D},m} - v_{\mathrm{B},n}^{\mathrm{F},m} = 0 \\ P_{\mathrm{B},l}^{\mathrm{D},m} - P_{\mathrm{B},l}^{\mathrm{F},m} = 0 \\ Q_{\mathrm{B},l}^{\mathrm{D},m} - Q_{\mathrm{B},l}^{\mathrm{F},m} = 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}\alpha_{l,m} \underline{P_{\mathrm{B},l}^{m}} \le P_{\mathrm{B},l}^{\mathrm{D},m} \le \alpha_{l,m} \overline{P_{\mathrm{B},l}^{m}} \\ \alpha_{l,m} \underline{P_{\mathrm{B},l}^{m}} \le P_{\mathrm{B},l}^{\mathrm{F},m} \le \alpha_{l,m} \overline{P_{\mathrm{B},l}^{m}} \\ \alpha_{l,m} \underline{Q_{\mathrm{B},l}^{m}} \le Q_{\mathrm{B},l}^{\mathrm{D},m} \le \alpha_{l,m} \overline{Q_{\mathrm{B},l}^{m}} \\ \alpha_{l,m} \underline{Q_{\mathrm{B},l}^{m}} \le Q_{\mathrm{B},l}^{\mathrm{F},m} \le \alpha_{l,m} \overline{Q_{\mathrm{B},l}^{m}}\end{cases}$$

式中，$v_{\mathrm{B},n}^{\mathrm{D},m}$、$v_{\mathrm{B},n}^{\mathrm{F},m}$ 分别表示正常配网子区 m、故障配网子区的边界节点电压；$P_{\mathrm{B},l}^{\mathrm{D},m}$、$Q_{\mathrm{B},l}^{\mathrm{D},m}$ 分别表示正常配网子区 m 通过配电网线路 l 向故障配网传输的有功和无功功率； $P_{\mathrm{B},l}^{\mathrm{F},m}$ 、 $Q_{\mathrm{B},l}^{\mathrm{F},m}$ 分别表示故障配网子区通过配电网线路 l 从正常配网子区 m 吸收的有功和无功功率；$\underline{P_{\mathrm{B},l}^{m}}$ 与 $\overline{P_{\mathrm{B},l}^{m}}$ 分别为配电网线路 l 传输有功功率的下限与上限；

$\underline{Q_{\mathrm{B},l}^{m}}$ 与 $\overline{Q_{\mathrm{B},l}^{m}}$ 分别为配电网线路 l 传输无功功率的下限与上限。

基于 C-ADMM 的互联配电网时空分解供电恢复策略

首先结合拉格朗日乘子将原始目标函数改写成增广拉格朗日函数，然后增加一致性约束将原问题分解为多个能够独立求解的子问题，从而实现互联配网的各配电网的单时段的分布式求解。基于 C-ADMM 的互联配电网时空分解的优化模型如下：

$$
\begin{aligned}
&\min L(\tilde{x}_m,\hat{x}_m,\hat{x}_e,z,z_e,\lambda_m,u_e,\rho_m,\rho_e)= \\
&\qquad f_{\mathrm{D},m}\left(\tilde{x}_m\right)+\lambda_m^{\mathrm{T}}\left(\hat{x}_m-z\right)+\frac{\rho_m}{2}\left\|\hat{x}_m-z\right\|_2^2 \\
&\qquad\qquad +u_e^{\mathrm{T}}\left(\hat{x}_e-z_e\right)+\frac{\rho_e}{2}\left\|\hat{x}_e-z_e\right\|_2^2
\end{aligned}
$$

式中， L 为带惩罚因子 ρ_m 的增广拉格朗日函数； x_m 、 $\tilde{x}_m$ 、 $\hat{x}_m$ 分别为配电网 m 的所有变量、耦合变量以及除耦合变量外的其他变量；$\hat{x}_e$ 分别为配电网内部储能时间耦合变量；z 为全局变量；z_e 为储能一致性变量；λ_m 、u_e 分别为配电网 m 和内部储能的拉格朗日乘子。

C-ADMM 优化过程相关变量迭代更新和残差的表达式如下：

$$
\begin{aligned}
(\tilde{x}_m^{k+1},\hat{x}_m^{k+1})=\arg\min(&f_{\mathrm{D},m}\left(\tilde{x}_m\right)+(\lambda_m^k)^{\mathrm{T}}\left(\hat{x}_m-z^k\right)+\frac{\rho_m^k}{2}\left\|\hat{x}_m-z^k\right\|_2^2 \\
&+u_e^{\mathrm{T}}\left(\hat{x}_e-z_e\right)+\frac{\rho_e}{2}\left\|\hat{x}_e-z_e\right\|_2^2
\end{aligned}
$$

$$
z^{k+1}=\frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N}(\hat{x}_m^{k+1}+\frac{\lambda_m^k}{\rho_m^k}) \qquad z_e^{\,k+1}=\frac{1}{N}\sum_{e=1}^{N}(\hat{x}_e^{k+1}+\frac{u_e^k}{\rho_e^k})
$$

$$
\lambda_m^{k+1}=\lambda_m^k+\rho_m^k(\hat{x}_m^{k+1}-z^{k+1}) \qquad u_e^{k+1}=u_e^k+\rho_e^k(\hat{x}_e^{k+1}-z_e^{\,k+1})
$$

$$
\begin{cases}
r^{k+1}=\left\|\hat{x}_m^{k+1}-z^{k+1}\right\|_2^2\le\omega_1 \\
s^{k+1}=\rho_m^k\left\|z^{k+1}-z^k\right\|_2^2\le\omega_2
\end{cases}
$$

若惩罚系数 ρ_m^k 随迭代过程动态更新，则可减小所提方法对 ρ_m^0 初始设定的

依赖，进一步提高 ADMM 的收敛速度[20]，迭代更新式如下：

$$\rho_m^{k+1}=\begin{cases}\nu\rho_m^k,\ r^{k+1}\geq qs^{k+1}\\ \dfrac{\rho_m^k}{\nu},\ qr^{k+1}\leq s^{k+1}\\ \rho_m^k,\quad 其他\end{cases}$$

式中，k 为迭代的次数；$\hat{x}_m^{k+1}$、$\tilde{x}_m^{k+1}$ 分别为第 k+1 次迭代配电网 m 的耦合变量及除耦合变量外的其他变量；z^k 为第 k 次迭代的全局变量；λ_m^k、ρ_m^k 分别为第 k 次迭代配电网 m 的拉格朗日乘子和惩罚因子；r^{k+1}、s^{k+1} 为第 k+1 次迭代的原始残差和对偶残差；ω_1、ω_2 分别为原始残差和对偶残差的收敛阈值；ν、q 为惩罚因子自适应更新的相关系数，一般 $\tau=2,\ q=10$。

C-ADMM 分布式求解主流程

基于 C-ADMM 的互联配电网时空分解供电恢复求解的流程如图所示：

1）初始化：初始化迭代次数 k=0,共识变量 $z_P^0(t)$、$z_Q^0(t)$、$z_U^0(t)$、$z_{\mathrm{SOC}}^0(t)$，对偶乘子 $u_P^0(t)$、$u_Q^0(t)$、$u_U^0(t)$、$\lambda_1^0(t)$、$\lambda_2^0(t)$，设置收敛阈值 $\omega_1=\omega_2=1\times10^{-3}$。

2）局部子问题求解：在给定 z^k、u^k/λ^k 条件下，求解子网中光伏、储能等局部优化变量，输出局部最优解 $P_m^k,Q_m^k,U_m^k,ESS_m^k$。

3）相邻配网共享边界信息，根据式（）和式（）进行全局变量 z^{k+1} 和拉格朗日乘子 λ_i^{k+1}。

4）根据式（）计算原始残差 r^{k+1} 和对偶残差 s^{k+1}，并根据式（）自适应更新惩罚因子 ρ_m^{k+1}。

5）根据式（）判断是否收敛，若不收敛则设 k=k+1 重复步骤 2-4，直至收敛。