热力学统计物理第一周

1.1 试求理想气体的体胀系数 α , 压强系数 β 和等温压缩系数 κ_T .

1.2 证明任何一种具有两个独立参量 T , p 的物质, 其物态方程可由实验测得的体胀系数 α 及等温压缩系数 κ_T , 根据下述积分求得:

$$\ln V = \int (\alpha \ \mathrm{d}T - \kappa_T \ \mathrm{d}p)$$

如果 $\alpha = \dfrac{1}{T}$, $\kappa_T = \dfrac{1}{p}$, 试求物态方程.

1.3 在 $0\,^\circ\mathrm{C}$ 和 $1\,\mathrm{p_n}$ 下, 测得一铜块的体胀系数和等温压缩系数分别为 $\alpha = 4.85 \times 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$ 和 $\kappa_T = 7.8 \times 10^{-7} \mathrm{p_n^{-1}}$. α 和 κ_T 可近似看作常量. 今使铜块加热至 $10\,^\circ\mathrm{C}$. 问:

(a) 压强要增加多少 p_n 才能使铜块的体积维持不变?

(b) 若压强增加$100\,\mathrm{p_n}$, 铜块的体积改变多少?

1.4 简单固体和液体的体胀系数 α 和等温压缩系数 κ_T 数值都很小, 在一定温度范围内可以把它们看作常数. 试证明简单固体和液体的物态方程可以近似为

$$V(T,p) = V_0\,(T_0,0)\,[1 + \alpha\,(T - T_0) - \kappa_T p]$$

1.5 描述金属丝的几何参量试长度 L , 力学参量是张力 $\mathscr{T}$, 物态方程是

$$f\,(\mathscr{T}, L, T) = 0$$

实验通常在 $1\,\mathrm{p_n}$ 下进行, 其体积变化可以忽略.

线胀系数定义为

$$\alpha=\frac{1}{L}\left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_{\mathscr{T}}$$

等温杨氏模量定义为

$$Y=\frac{L}{A}\left(\frac{\partial \mathscr{T}}{\partial L}\right)_{T}$$

其中 A 是金属丝的截面积. 一般来说, α 和 Y 是 T 的函数, 对 $\mathscr{T}$ 仅有微弱的依赖关系. 如果温度变化范围不大, 可以看作常量. 假设金属丝两端固定. 试证明, 当温度由 T_1 降为 T_2 时, 其张力的增加为

$$\Delta \mathscr{T}=YA\alpha\left(T_2-T_1\right)$$

1.6 一理想弹性线的物态方程为

$$\mathscr{T}=bT\left(\frac{L}{L_0}-\frac{L_0^2}{L^2}\right)$$

其中 L 是长度, L_0 是张力 $\mathscr{T}$ 为零时的 L 值, 它只是温度 T 的函数,b 是常数, 试证明:

(a) 等温杨氏模量为

$$Y=\frac{bT}{A}\left(\frac{L}{L_0}+\frac{2L_0^2}{L^2}\right)$$

在张力为零时, $Y_0=\dfrac{3bT}{A}$. 其中 A 是弹性线的截面面积.

(b) 线膨胀系数

$$\alpha=\alpha_0-\frac{1}{T}\frac{L^3/L_0^3-1}{L^3/L_0^3+2}$$

其中 $\alpha_0=\dfrac{1}{L_0}\dfrac{\mathrm{d}L_0}{\mathrm{d}T}$.