

理论力学第二章作业

2 如自半径为 a 的球上, 用一与球心相距为 b 的平面, 切出一球形帽, 求此球形帽的质心.

5 半径为 a , 质量为 m 的薄圆片, 绕垂直于圆片并通过圆心的竖直轴以匀角速 ω 转动, 求绕此轴的动量矩.

7 质量为 M , 半径为 a 的光滑半球, 其底面放在光滑的水平面上. 有一质量为 m 的质点沿此半球面滑下, 设质点的初位置与球心的连线和竖直向上直线间所成角为 θ 时 $\dot{\theta}$ 的值.

10 质量为 m_2 的光滑球用一不可伸长的绳系于固定点 A , 另一质量为 m_1 的球以与绳成 θ 角的速度 v_1 与 m_2 正碰. 试求 m_1 及 m_2 碰后开始运动的速度大小 v'_1 及 v'_2 . 设恢复系数 e 为已知.

14 一条柔软、无弹性、质量均匀的绳索, 竖直地自高处下落至地板上. 如绳索的长度等于 l , 每单位长度的质量等于 σ . 求当绳索剩在空中的长度等于 x ($x < l$) 时, 绳索的速度及它对地板的压力. 设开始时, 绳索的速度为零, 它的下端离地板的高度为 h .

16 雨滴下落时, 其质量的增加率与雨滴的表面积成正比例, 求雨滴速度与时间的关系.

18 原始总质量为 m_0 的火箭, 喷漆速度为 2074 m s^{-1} , 单位时间内所消耗的燃料为原始火箭总质量的 $\frac{1}{60}$, 并以相对速度 v 喷射. 已知火箭本身的质量为 m , 求证只有当 $\alpha v >$ 时, 火箭才能上升; 并证明能达到的最大速度为

$$v \ln \frac{m_0}{m} - \frac{g}{\alpha} \left(1 - \frac{m}{m_0} \right)$$

能达到的最大高度为

$$\frac{v^2}{2g} \left(\ln \frac{m_0}{m} \right)^2 + \frac{v}{\alpha} \left(1 - \frac{m}{m_0} - \ln \frac{m_0}{m} \right)$$