热力学统计物理第一周

- **1.1** 试求理想气体的体胀系数 α , 压强系数 β 和等温压缩系数 κ_T .
- **1.2** 证明任何一种具有两个独立参量 T , p 的物质, 其物态方程可由实验测得的体胀系数 α 及等温压缩系数 κ_T , 根据下述积分求得:

$$\ln V = \int \left(\alpha \, dT - \kappa_T \, dp \right)$$

如果 $\alpha = \frac{1}{T}$, $\kappa_T = \frac{1}{p}$, 试求物态方程.

- **1.3** 在 0°C 和 1 p_n 下, 测得一铜块的体胀系数和等温压缩系数分别为 $\alpha = 4.85 \times 10^{-5} \; \mathrm{K}^{-1}$ 和 $\kappa_T = 7.8 \times 10^{-7} p_n^{-1}$. α 和 κ_T 可近似看作常量. 今 使铜块加热至 10°C. 问:
 - (a) 压强要增加多少 p_n 才能使铜块的体积维持不变?
 - (b) 若压强增加100 pn, 铜块的体积改变多少?
- **1.4** 简单固体和液体的体胀系数 α 和等温压缩系数 κ_T 数值都很小, 在一定温度范围内可以把它们看作常数. 试证明简单固体和液体的物态方程可以近似为

$$V(T,p) = V_0 (T_0,0) \left[1 + \alpha (T - T_0) - \kappa_T p \right]$$

1.5 描述金属丝的几何参量试长度 L, 力学参量是张力 \mathcal{I} , 物态方程是

$$f(\mathcal{T}, L, T) = 0$$

实验通常在 1pn 下进行, 其体积变化可以忽略.

线胀系数定义为

$$\alpha = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_{\mathcal{T}}$$

等温杨氏模量定义为

$$Y = \frac{L}{A} \left(\frac{\partial \mathcal{T}}{\partial L} \right)_T$$

其中 A 是金属丝的截面积. 一般来说, α 和 Y 是 T 的函数, 对 \mathcal{T} 仅有微弱的依赖关系. 如果温度变化范围不大, 可以看作常量. 假设金属丝两端固定. 试证明, 当温度由 T_1 降为 T_2 时, 其张力的增加为

$$\Delta \mathcal{T} = Y A \alpha \left(T_2 - T_1 \right)$$

1.6 一理想弹性线的物态方程为

$$\mathscr{T} = bT \left(\frac{L}{L_0} - \frac{L_0^2}{L^2} \right)$$

其中 L 是长度, L_0 是张力 $\mathcal I$ 为零时的 L 值, 它只是温度 T 的函数, b 是常数, 试证明:

(a) 等温杨氏模量为

$$Y = \frac{bT}{A} \left(\frac{L}{L_0} + \frac{2L_0^2}{L^2} \right)$$

在张力为零时, $Y_0 = \frac{3bT}{A}$. 其中 A 是弹性线的截面面积.

(b) 线膨胀系数

$$\alpha = \alpha_0 - \frac{1}{T} \frac{L^3 / L_0^3 - 1}{L^3 / L_0^3 + 2}$$

其中 $\alpha_0 = \frac{1}{L_0} \frac{\mathrm{d}L_0}{\mathrm{d}T}$.