二.线性表

2.1线性表的定义和基本操作

线性表是具有相同数据类型的n(n>0)个数据元素的有限序列。

(其中n为表长, 当n=0时线性表是一个空表。若用L命名线性表,则其一般表示为) L=(a₁,a₂,...,a_i,a_n,)

1. 特点:

- 存在惟一的第一个元素。
- 存在惟一的最后一个元素。
- 除第一个元素之外,每个元素均只有一个直接前驱。
- 除最后一个元素之外,每个元素均只有一个直接后继

2. 几个概念:

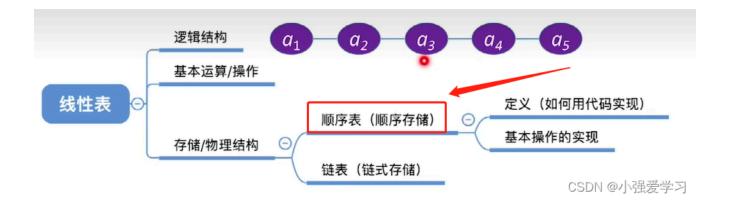
- a;是线性表中的"第i个"元素线性表中的位序。a₁是表头元素;a_n是表尾元素。
- 除第一个元素外,每个元素有且仅有一个直接前驱:除最后一个元素外,每个元素有且仅有一个直接后继。

3. 存储结构:

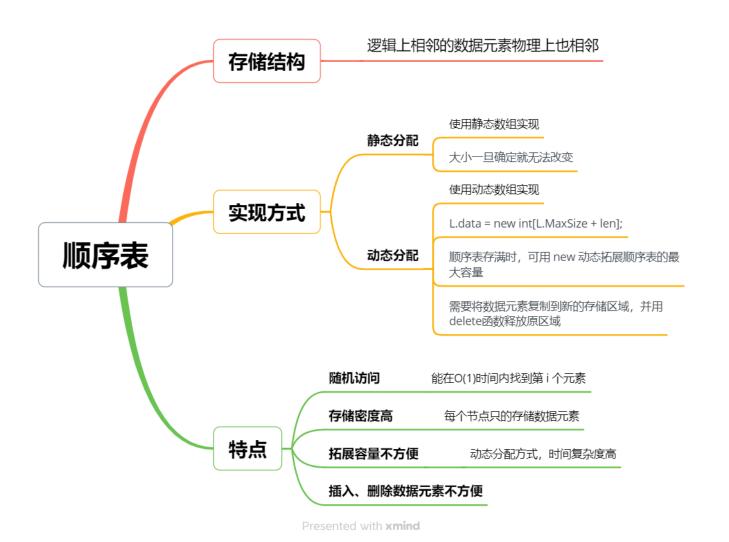
顺序存储结构:顺序表链式存储结构:链表

4. 基本操作

- InitList(&L):初始化表。构造一个空的线性表L,分配内存空间。
- DestroyList(&L): 销毁操作。销毁线性表,并释放线性表L所占用的内存空间。
- ListInsert(&L;i,e): 插入操作。在表L中的第i个位置上插入指定元素e。
- ListDelete(&L,i,&e): 删除操作。删除表L中第i个位置的元素,并用e返回删除元素的值。
- LocateElem(L,e):按值查找操作。在表L中查找具有给定关键字值的元素。
- GetElem(L,i): 按位查找操作。获取表L中第i个位置的元素的值。
- Length(L): 求表长。返回线性表L的长度,即L中数据元素的个数。
- PrintList(L): 输出操作。按前后顺序输出线性表L的所有元素值。
- Empty(L): 判空操作。若L为空表,则返回true,否则返回false。



2.2顺序表的定义和基本操作



顺序表的静态分配

顺序表的动态分配

```
struct SeqList {
   int *data; // 指示动态分配数组的指针
   int MaxSize; // 顺序表的最大容量
   int length; // 顺序表的当前长度
};
void InitList(SeqList &L) {
                                   // 初始化
   // 用new 函数申请一片连续的存储空间
   L.data = new int[InitSize];
   L.length = 0;
   L.MaxSize = InitSize;
}
void IncreaseSize(SegList &L, int len) { // 增加动态数组的长度
   int *p = L.data;
   L.data = new int[L.MaxSize + len];
   for (int i = 0; i < L.length; i++) {
      L.data[i] = p[i]; // 将数据复制到新区域
   }
   L.MaxSize = L.MaxSize + len; // 顺序表最大长度增加len
                    // 释放原来的内存空间
   delete[] p;
}
int main() {
   SeqList L; // 声明一个顺序表
   InitList(L); // 初始化顺序表
   IncreaseSize(L, 5); // 增加顺序表的长度
   return 0;
}
```

顺序表的插入操作

ListInsert(&L,i,e):插入操作。在表L中的第i个位置上插入指定元素e。

```
#define MaxSize 10 //定义最大长度
struct SqList {
   int data[MaxSize]; //用静态的数组存放数据
   int length;
                   //顺序表的当前长度
              //顺序表的类型定义
};
bool ListInsert(SqList &L, int i, int e) {
   if (i < 1 | | i > L.length + 1) //判断i的范围是否有效
      return false;
   if (L.length >= MaxSize) //当前存储空间已满,不能插入
      return false;
   for (int j = L.length; j >= i; j--) { //将第i个元素及其之后的元素后移
      L.data[j] = L.data[j - 1];
   }
   L.data[i - 1] = e; //在位置i处放入e
   L.length++; //长度加1
   return true;
}
void InitList(SqList &L) {
   L.length = 0;
}
• 时间复杂度
  最好情况:新元素插入到表尾,不需要移动元素 (i = n+1,循环0次),最好时间复杂度=O(1)
  最坏情况: 新元素的插入到表头, 需要将原有的n个元素全部向后移动(i=1, 循环n次), 最坏时
  间复杂度=O(n)
  平均情况:假设新元素插入到任何一个位置的概率相同,即i=1,2,3,...,length+1的概率都是p=1,2,3,...,length+1的概率都是
  \frac{1}{n+1} •
  i=1,循环n次;i=2,循环n-1次;...;i=n+1,循环0次。平均循环次数 =np+(n-1)p+...+1*p=
  \frac{n(n+1)}{2} \frac{1}{n+1} = \frac{n}{2} ->平均时间复杂度 = O(n)
```

顺序表的删除操作

```
// 删除顺序表i位置的数据并存入e
bool ListDelete(SqList &L, int i, int &e) {
   if (i < 1 || i > L.length) // 判断i的范围是否有效
      return false;
   e = L.data[i-1]; // 将被删除的元素赋值给e
   for (int j = i; j < L.length; j++) //将第i个位置后的元素前移
      L.data[j-1] = L.data[j];
   L.length--;
   return true;
}
int main() {
   SqList L;
   InitList(L);
   int e = -1;
   if (ListDelete(L, 3, e))
      cout << "已删除第3个元素, 删除元素值为" << e << endl;
   else
      cout << "位序i不合法, 删除失败" << endl;
   return 0;
}
• 时间复杂度
  最好情况: 删除表尾元素, 不需要移动其它元素 (i=n,循环0次),最好时间复杂度=O(1)
  最坏情况:删除表头元素,需要将后续的n-1个元素全部向前移动(i=1,循环n-1次),最坏时间复
  杂度=O(n)
 平均情况:假设删除任何一个元素的概率相同,即i=1,2,3,...,length的概率都是p=\frac{1}{n}。
 i=1,循环n-1次;i=2,循环n-2次;...;i=n,循环0次。平均循环次数 =(n-1)p+(n-2)p...+1*p=
  \frac{n(n-1)}{2}\frac{1}{n} = \frac{n-1}{2} ->平均时间复杂度 = O(n)
```

代码中要注意位序i和数组下标的区别

顺序表的查找

• 按位查找 GetElem(L,):按位查找操作。获取表L中第i个位置的元素的值

```
ElemType GetElem(SqList L, int i) {
        return L.data[i-1];
}
/*时间复杂度: 0(1)
```

由于顺序表的各个数据元素在内存中连续存放。因此可以根据起始地址和数据元素大小立即找到第i个元素--"随机存

• 按值查找

LocateElem(L,e): 按值查找操作。在表L中查找具有给定关键字值的元素

基本数据类型: int、char、double、float等可以直接用运算符"=="比较。

结构类型的比较: 定义一个函数

时间复杂度:

最好情况:目标元素在表头,O(1) 最坏情况:目标元素在表尾,O(1)

平均情况:目标元素出现在任何一个位置的概率相同,为 $\frac{1}{n}$ 。目标元素在第n位,循环n次。平均循环次

数=1 $\frac{1}{n}$ +2 $\frac{1}{n}$...+n* $\frac{1}{n}$ = $\frac{n(n+1)}{2}$ $\frac{1}{n}$ = $\frac{n+1}{2}$

2.3链表的定义和基本操作

单链表

- 单链表:用链式存储实现了线性结构。一个结点存储一个数据元素,各结点间的前后关系用一个指针表示。
- 优点:不要求大片连续空间,改变容量方便。

缺点:不可随机存取,要耗费一定空间存放指针。

- 实现方式:
 - 。 带头结点,写代码更方便。头结点不存储数据,头结点指向的下一个结点才存放实际数据。

不带头结点,对第一个数据结点与后续数据结点的处理需要用不同的代码逻辑;对空表和非空表的处理需要用不同的代码逻辑;头指针指向的结点用于存放实际数据;

2.3.1定义一个单链表

```
typedef struct LNode
                    //定义单链表结点类型
                   //数据域
    ElemType data;
     struct LNode *next;//指针域
 }LNode, *LinkList;
 //typedef <数据类型> <别名>
上述代码其实等价于
 struct LNode{
    ElemType data;
    struct LNode *next;
 };
 typedef struct LNode LNode;
 typedef struct LNode *LinkList;
强调这是一个单链表--使用 LinkList
强调这是一个结点--使用 LNode*
(实际上 LinkList只是LNode * 的别名)
```

不带头节点的单链表

```
//初始化一个空的单链表
bool InitList(LinkList &L){
    L = NULL; //空表, 暂时还没有任何结点
    return true;
}

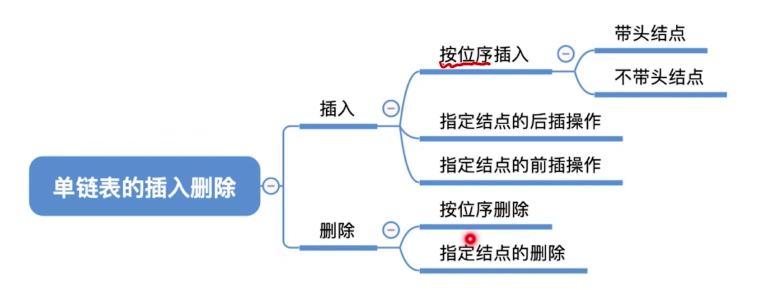
void test(){
    LinkList L; //声明一个指向单链表的头指针
    //初始化一个空表
    InitList(L);
    ...
}

//判断单链表是否为空
bool Empty(LinkList L){
    return (L==NULL)
}
```

带头节点的单链表

```
// 初始化一个单链表(带头结点)
bool InitList(LinkList &L) {
   L = new \ LNode; // 头指针指向的结点—分配一个头结点 (不存储数据)
                       //内存不足,分配失败
   if (L == NULL)
      return false;
                       //头结点之后暂时还没有结点
   L -> next = NULL;
   return true;
}
void test() {
   LinkList L; //声明一个指向单链表的指针: 头指针
   //初始化一个空表
   InitList(L);
   //...
}
//判断单链表是否为空(带头结点)
bool Empty(LinkList L) {
   if (L->next == NULL)
      return true;
   else
      return false;
}
```

2.3.2单链表的插入删除



按位序插入 (带头结点)

ListInsert(&Li,e): 插入操作。在表L中的第i个位置上插入指定元素e 找到第i-1个结点(前驱结点),将新结点插入其后;其中头结点可以看作第0个结点,故i=1时也适用。 平均时间复杂度:O(n)

```
// 在第i个位置插入元素e(带头结点)
bool ListInsert(LinkList &L, int i, ElemType e) {
   // 判断i的合法性, i是位序号(从1开始)
   if (i < 1)
      return false;
   LNode *p; // 指针p指向当前扫描到的结点
   int j = 0;
              // 当前p指向的是第几个结点
              // p和L指向头结点,头结点是第0个结点(不存数据)
   p = L;
   // 循环找到第i-1个结点
   while (p != NULL && j < i - 1) { // 如果i>lengh, 经此循环p最后会等于NULL
                                // p指向下一个结点
      p = p->next;
      j++;
   }
   if (p == NULL)
      return false:
   // 在第i-1个结点后插入新结点
   LNode *s = new LNode;
                               // 申请一个结点
   s->data = e;
   s->next = p->next;
                                // 将结点s连到p后,后两步千万不能颠倒
   p \rightarrow next = s;
   return true;
}
```

平均时间复杂度: O(n)

按位序插入 (不带头结点)

不存在"第0个"节点,当i=1时,插入、删除第一个元素时,需要更改头指针L。写代码不方便,推荐用带头节点

```
bool ListInsert(LinkList &L, int i, ElemType e) {
   if (i < 1)
      return false;
   // 插入到第1个位置时的操作有所不同!
   if (i == 1) {
      LNode *s = new LNode;
      s->data = e;
      s->next = L;
      L = s; // 头指针指向新结点
     return true;
   }
   // i>1的情况与带头结点一样! 唯一区别是j的初始值为1
   LNode *p; // 指针p指向当前扫描到的结点
   int j = 1; // 当前p指向的是第几个结点
               // L指向头结点,头结点是第0个结点(不存数据)
   p = L;
   // 循环找到第i-1个结点
   while (p != NULL && j < i - 1) { // 如果i>lengh, p最后会等于NULL
                                // p指向下一个结点
      p = p->next;
      j++;
   }
   if (p == NULL)
                                // i值不合法
      return false;
   // 在第i-1个结点后插入新结点
   LNode *s = new LNode;
                                // 申请一个结点
   s\rightarrow data = e;
   s->next = p->next;
   p \rightarrow next = s;
   return true;
}
```

指定结点的后插操作

InsertNextNode(LNode *p, ElemType e);

给定一个结点p,在其之后插入元素e;根据单链表的链接指针只能往后查找,故给定一个结点p,那么p之后的结点我们都可知,但是p结点之前的结点无法得知

```
bool InsertNextNode(LNode *p, ElemType e)
   if(p == NULL){
      return false;
   }
   LNode *s = new LNode();
   //某些情况下分配失败,比如内存不足
   if(s == NULL)
      return false;
                 //用结点s保存数据元素e
   s->data = e;
   s->next = p->next;
                //将结点s连到p之后
   p->next = s;
   return true;
}
                     //平均时间复杂度 = 0(1)
```

指定结点的前插操作

设待插入结点是s,将s插入到p的前面。我们仍然可以将s插入到*p的后面。然后将p->data与s->data交换,这样既能满足了逻辑关系,又能是的时间复杂度为O(1)

按位序删除 (带头结点)

按位序删除节点

ListDelete(&L, i, &e): 删除操作, 删除表L中第i个位置的元素, 并用e返回删除元素的值;头结点视为"第0个"结点;

思路: 找到第i-1个结点,将其指针指向第i+1个结点,并释放第i个结点

平均时间复杂度: O(n)

```
bool ListDelete(LinkList &L, int i, ElenType &e){
   if(i<1) return false;</pre>
             //指针p指向当前扫描到的结点
   LNode *p;
             //当前p指向的是第几个结点
   int j=0;
             //L指向头结点,头结点是第0个结点(不存数据)
   p = L;
   //循环找到第i-1个结点
   while(p!=NULL && j<i-1){ //如果i>lengh, p最后会等于NULL
                        //p指向下一个结点
      p = p->next;
     j++;
   }
   if(p==NULL)
      return false;
   if(p->next == NULL) //第i-1个结点之后已无其他结点
      return false;
                     //令q指向被删除的结点
   LNode *q = p->next;
                       //用e返回被删除元素的值
   e = q->data;
                      //将*q结点从链中"断开"
   p->next = q->next;
                        //释放结点的存储空间
   delete q
   return true;
}
```

指定结点的删除

单链表的局限性:无法逆向检索,有时候不太方便

2.3.3单链表的查找

单链表不具备"随机访问"特性,只能依次扫描

单链表的按位查找

GetElem(L, i): 按位查找操作,获取表L中第i个位置的元素的值;平均时间复杂度O(n)

单链表的按值查找

LocateElem(L, e):按值查找操作,在表L中查找具有给定关键字值的元素; 平均时间复杂度:O(n)

求单链表的长度

2.3.4单链表的建立

Step 1:初始化一个单链表 Step 2:每次取一个数据元素,插入到表头/表尾

尾插法

每次将新节点插入到当前链表的表尾,所以必须增加一个尾指针r,使其始终指向当前链表的尾结点。好处:生成的链表中结点的次序和输入数据的顺序会一致。

```
LinkList List_TailInsert(LinkList& L) {
    int x; // 设ElemType为整型int
    L = new LNode; // 建立头结点(初始化空表)
    LNode* s, * r = L; // r为表尾指针
    cin >> x; // 输入要插入的结点的值
    while (x != 9999) { // 输入9999表示结束
        s = new LNode;
        s -> data = x;
        r -> next = s;
        r = s; // r指针指向新的表尾结点
        cin >> x;
    }
    r -> next = NULL; // 尾结点指针置空
    return L;
}
```

头插法

循环对头结点进行后插操作

重要应用:链表的逆置

链表的逆置

双链表



双链表中节点类型的描述

双链表的初始化 (带头结点)

```
//初始化双链表
bool InitDLinkList(DLinklist &L) {
   L = new DNode;
                   //分配一个头结点
   if (L == NULL)
                                       //内存不足,分配失败
      return false;
   L->prior = NULL; //头结点的prior指针永远指向NULL
   L->next = NULL; //头结点之后暂时还没有结点
   return true;
}
void testDLinkList() {
   //初始化双链表
   DLinklist L;
                   // 定义指向头结点的指针L
   InitDLinkList(L); //申请一片空间用于存放头结点,指针L指向这个头结点
   //...
}
//判断双链表是否为空
bool Empty(DLinklist L) {
   if (L->next == NULL) //判断头结点的next指针是否为空
      return true;
   else
      return false;
}
```

双链表的插入

后插操作,InsertNextDNode(p, s): 在p结点后插入s结点

```
bool InsertNextDNode(DNode *p, DNode *s){ //将结点 *s 插入到结点 *p之后
    if(p==NULL || s==NULL) //非法参数
        return false;

s->next = p->next;
    if (p->next != NULL) //p不是最后一个结点(p有后继结点)
        p->next->prior = s;
    s->prior = p;
    p->next = s;

return true;
}
```

双链表的删除

删除p节点的后继节点

```
// 删除p结点的后继结点
bool DeletNextDNode(DNode *p) {
   if (p == NULL) return false;
   DNode *q = p->next;
                             // 找到p的后继结点q
   if (q == NULL) return false; // p没有后继结点;
   p->next = q->next;
                             // q结点不是最后一个结点
   if (q->next != NULL)
       q->next->prior = p;
   delete q;
   return true;
}
// 销毁一个双链表
bool DestoryList(DLinklist &L) {
   // 循环释放各个数据结点
   while (L->next != NULL) {
       DeletNextDNode(L); // 删除头结点的后继结点
      delete L; // 释放头结点
       L = NULL; // 头指针指向NULL
   }
}
```

双链表的遍历

前向遍历

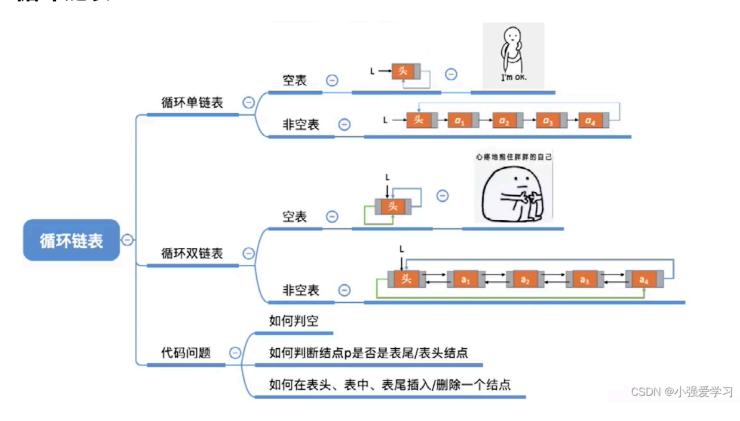
```
while(p!=NULL){
    //对结点p做相应处理, eg打印
    p = p->prior;
}
```

后向遍历

```
while(p!=NULL){
    //对结点p做相应处理, eg打印
    p = p->next;
}
```

双链表不能随机存取,按位查找、按值查找操作都只能用遍历的方式实现,时间复杂度O(n)

循环链表



循环单链表

最后一个结点的指针不是NULL,而是指向头结点

```
// 初始化一个循环单链表
bool InitList(LinkList &L) {
   L = new LNode; //分配一个头结点
   if (L == NULL) //内存不足,分配失败
       return false;
   L->next = L; //头结点next指针指向头结点
   return true;
}
// 判断循环单链表是否为空(终止条件为p或p->next是否等于头指针)
bool Empty(LinkList L) {
   if (L->next == L)
       return true; //为空
   else
       return false;
}
// 判断结点p是否为循环单链表的表尾结点
bool isTail(LinkList L, LNode *p) {
   if (p\rightarrow next == L)
       return true;
   else
       return false;
}
```

- 单链表和循环单链表的比较:
- 单链表:
 - 。 从一个结点出发只能找到该结点后续的各个结点;
 - 。 对链表的操作大多都在头部或者尾部;
 - 。 设立头指针,从头结点找到尾部的时间复杂度=O(n),即对表尾进行操作需要O(n)的时间复杂度;
- 循环单链表:
 - 。 从一个结点出发,可以找到其他任何一个结点;
 - 。 设立尾指针,从尾部找到头部的时间复杂度为O(1),即对表头和表尾进行操作都只需要O(1)的时间复杂度;

循环双链表

表头结点的prior指向表尾结点,表尾结点的next指向头结点。

```
// 初始化空的循环双链表
bool InitDLinkList(DLinklist &L) {
   L = new DNode; //分配一个头结点
   if (L == NULL) //内存不足,分配失败
       return false;
   L->prior = L; //头结点的prior指向头结点
   L->next = L; //头结点的next指向头结点
}
// 判断循环双链表是否为空
bool Empty(DLinklist L) {
   if (L->next == L)
       return true;
   else
       return false;
}
// 判断结点p是否为循环双链表的表尾结点
bool isTail(DLinklist L, DNode *p) {
   if (p->next == L)
       return true;
   else
       return false;
}
```

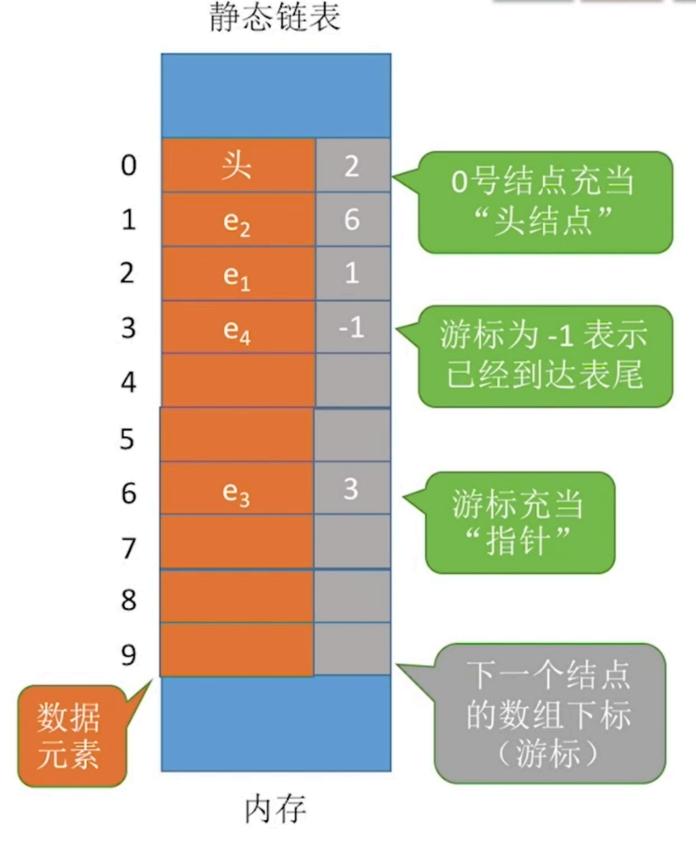
循环双链表插入

```
//在p结点之后插入s结点
bool InsertNextDNode(DNode *p, DNode *s){
    s->next = p->next;
    p->next->prior = s;
    s->prior = p;
    p->next = s;
```

循环双链表删除

```
//删除p的后继结点q
bool DeletNextDNode(DNode *p){
    p->next = q->next;
    q->next->prior = p;
    delete q;
}
```

(静态链表)



• 单链表:各个结点散落在内存中的各个角落,每个结点有指向下一个节点的指针(下一个结点在内存中的地址);

静态链表:用数组的方式来描述线性表的链式存储结构:分配一整片连续的内存空间,各个结点集中安置,包括了数据元素and下一个结点的数组下标(游标)

插入位序为i的结点

- 找到一个空的结点, 存入数据元素
- 从头结点出发找到位序为i-1的结点
- 修改新结点的next
- 修改i-1号结点的next

删除某个结点

- 从头结点出发找到前驱结点
- 修改前驱结点的游标 -被删除结点next设为-2

顺序表v.s.链表

- 【逻辑结构】
 - 。 顺序表和链表都属于线性表, 都是线性结构
- 【存储结构】
 - 。 顺序表: 顺序存储

优点: 支持随机存取, 存储密度高

缺点: 大片连续空间分配不方便, 改变容量不方便

。 链表: 链式存储

优点: 离散的小空间分配方便, 改变容量方便

缺点:不可随机存取,存储密度低

• 【基本操作】

1. 创建

- 顺序表:需要预分配大片连续空间。若分配空间过小,则之后不方便拓展容量;若分配空间过大,则浪费内存资源;
- 静态分配: 静态数组, 容量不可改变
- 动态分配: 动态数组,容量可以改变,但是需要移动大量元素,时间代价高 (malloc(),free())
- 链表: 只需要分配一个头结点或者只声明一个头指针

2. 销毁

• 静态数组: 系统自动回收空间

• 动态分配: 动态数组——需要手动delete

3. 增/删

- 顺序表:插入/删除元素要将后续元素后移/前移;时间复杂度=O(n),时间开销主要来自于移动元素;
- 链表:插入/删除元素只需要修改指针;时间复杂度=O(n),时间开销主要来自查找目标元素

4. 杳

顺序表

按位查找: O(1)

按值查找: O(n), 若表内元素有序, 可在 $O(log_2^n)$ 时间内找到

链表

按位查找: O(n) 按值查找: O(n)