
研究

教育数学研究

走进新时代的教育数学

文/王卿文 杨鸿燕

受访者：王卿文，上海大学二级教授、博士生导师，上海大学伟长学者，上海领军人才，中国高等教育学会教育数学专业委员会理事长

访谈者：杨鸿燕，《新课程评论》杂志编辑

《新课程评论》：王教授您好！非常感谢您接受我们的访谈。我们都知道，教育数学已有多年研究，近年来也还有许多科研工作者在不断探索。您能分享一下目前教育数学有哪些最新研究成果吗？

王卿文：是的，目前教育数学研究又有了一些新的研究成果。其中一个最新成果是《新思路数学》读本。由张景中院士任名誉主编、李尚志教授任主编的《新思路数学》读本于近几年由湖南科技出版社陆续出版，并在全国百余所

中学进行实践。此套读本注重运用旧知识来解决新问题，在解决问题的过程中生成新概念、新结论、新方法，建立更多知识之间的联系。读本对初中数学的教学内容、讲述方式以及体例做了较大的改革，将学生在学习过程中会遇到但教材又没讲到的问题都讲清楚了。如以运算律为主线将代数知识点串联起来，强调推理过程，讲清“道理”，减少人为“规定”；以菱形面积引入正弦函数，降低了三角函数的学习门槛，可以让学生尽早接触，以便将代数、几何、三角联

系起来；以面积法为重点讲述几何知识，把一些难题变得容易，甚至使初中生能够掌握两角和的正弦公式，并解决一些高考几何难题或者竞赛题。另外，每一章结束时都有“上下求索”一栏，引导学生深入思考，进一步提高。

《新思路数学》读本经过整合编排，到九年级上册就讲完了其他版本教材初中三个年级的全部内容，在节省了一个学期课时量的同时，讲清楚了正余弦定理涉及的相关知识，并运用于通过代数计算证明三角全等相似，让学生在三角全等相似这一重点内容上不但有几何直观的理解，而且能够代数入微。节省出来的一学期对应九年级下册，主要用来梳理前面的知识，进一步建立知识之间的联系。读本自2020年9月起用于16个省40多个地市进行的初中教育数学实验。到2023年6月，参与教育数学实验的学校共106所，其中29所学校43个班级完成第一轮初中三年教学改革实验，绝大部分学校都取得了积极成效，一些班级在七年级时成绩并不靠前，到中考时却能排前二。总体来说，参与实践的师生思想更活跃，教学更有生气，有更多的思考讨论空间，学生学习效率大幅提升。

初中阶段，教育数学理念的新进展主要体现在《新思路数学》读本中。该读本设法以类似科研工作者做科学的过程来展开关键性的内容，不向学生“呈现”知识，而是向他们提出问题。问题的内容有趣易懂，让学生尝试去解决，

在解决问题的过程中引入所需的概念，建立一套理论和方法，从而得出所需掌握的结论。尽管这样的概念、理论和方法是由一个具体问题引入，但它不依赖于这个例子的特殊性质，而且可以推广到更一般的情形。这有助于培养学生严谨的学习态度和创新思维，并能够把更多的知识串联在一起，厘清知识之间的逻辑结构。

对于高中数学阶段的内容，张景中院士领衔主编、李尚志教授任执行主编的湘教版高中数学教材，进行了大量富有成效的创新，引入了向量法，大幅降低了立体几何题目的难度，减轻了教学负担。教材中渗透了教育数学思想，分不同主线纵向串连数学知识，并建立不同主线之间的横向联系，尽可能地让分散的知识连接在一起，从而达到教育数学“易教易学”的宗旨，以培育学生核心素养。例如，运用向量沟通代数与几何，线性方程组中的每个方程可看作与系数组成的向量，是这个方程所代表的直线或平面的法向量，这样一来，点到直线、点到平面的距离可运用点到直线或平面上任意一点的距离在法向量上的投影来求，直线与平面、平面与平面的夹角也可运用法向量来求，曲线或函数在某点的切线方程也可运用在这点的法向量来求等。打造好向量这一桥梁，沟通代数与几何，可在减轻学生负担的同时，加强其对相关多个知识点的理解。

对于大学数学阶段的内容，张景中院士多年前推出的不用极限的微积分，

很大程度上降低了微积分的学习难度。目前也进行了若干次实践，取得了很好的效果，在中国大学慕课上已能学习到相应的教学视频。

以教育数学为指导的教材建设方面也取得了长足的进展。譬如，由笔者和合作者共同完成、高等教育出版社出版的首批国家一流本科课程教材《线性代数》就体现了教育数学的指导思想和实践效果。此教材涵盖了国内现行线性代数课程的所有内容，内容顺序和处理方法与传统教材既有所不同，又兼容并蓄，凸显方法简捷、观点高远、趋向前沿、反映现代的特点，力图使教师好教，学生易学；着重阐述知识的来龙去脉，引领读者用已有知识和方法去“发现”后面要学习的知识；突出数学思想和方法的运用，力图以最简捷的方式展现线性代数的核心理论和方法，兼顾知识的深度、广度和应用度，以适合不同层次的读者；突出线性代数与中学数学的有机衔接与融通，引入研究新成果，为学有余力的读者提供同类教材不易讲授的内容；注重数学文化和科研方法的渗透。譬如，建立了线性方程组迄今最简捷的解法，给出了 Sylvester 惯性定理的非常简洁的证明。而李尚志教授于 2022 年出版的数学核心素养研究丛书之一——《大学视角下的中学数学》也充分展现了教育数学理论指导下的大学数学与中学数学的衔接与融通。该书依靠运算律、三角形面积公式两个“武器”，在大学视角和想法的指挥下解决各种问题，所向披

靡。利用具体的案例展示了教育数学思想在核心素养培养方面的魅力与威力。

近几年来，通过中国高等教育学会教育科学研究规划课题设立“教育数学教学改革与实践”课题，也取得了不少优秀的成果。除了上述主要成果外，教育数学思想指导下的个性化学习路径推荐也值得一提。随着人工智能技术的发展，一些研究者开始探索如何利用这些技术为学生提供个性化的学习路径推荐。通过分析学生的学习数据、学习风格和偏好，智能系统能够为学生推荐最适合他们的学习资源和路径，从而提高学习效果和满意度。

《新课程评论》：从您的讲述中可以看出，教育数学在初中、高中乃至大学都有非常多新的研究成果，并逐渐改变了数学教育教学方式。那么，您认为教育数学与常规数学最大的不同是什么？如果要比较好地理解教育数学，应该把握哪几个要点？

王卿文：张景中院士于 1979 年开始在中科大研究数学教学改革，围绕“教什么”与“怎么教”进行了理实结合的探索，1989 年在专著《从数学教育到教育数学》中创造性地提出“教育数学”理论。与数学教育主要研究教材教法不同，教育数学是对数学原创成果和教材内容的再创造，更适宜教与学。传统的数学教育考虑的是如何把已有的数学知识教给学生，强调的是教学方法；教育数学是通过改造现有的数学知识，把它变得更容易，使之更适合教学，强调的

是对现有数学知识的缺陷进行改进。

张景中院士曾把学数学比作吃核桃，核桃仁美味而富有营养，但要砸开才能吃到它。有些核桃，外壳与核仁紧密相依，如若砸不得法，砸开了还很难吃到。数学教育要研究的，就是如何砸核桃吃核桃仁。教育数学呢，则要研究改良核桃的品种，让核桃更美味，更营养，更容易被砸开吃净。张景中院士还提到，教育数学有三个要点，即“教育数学三原理”。第一条原理是，在学生头脑里找概念；第二条原理是，从概念里产生方法；第三条原理是，方法要形成模式。

如果要比较好地理解教育数学，教师应该尝试以学习者为中心，从已熟练掌握的知识出发，在引导学生解决新问题的过程中生成新概念、新结论、新方法，同时巩固对新旧知识之间的联系，力求使学生在解决问题的过程中体会到数学概念引进的必要性和必然性，让学生有自己探索发现的体验，从而认识数学知识发生发展的有趣过程，让学生更喜欢数学。此外，常规数学主要关注数学理论、公式、定理、证明等方面的学习，旨在培养学生的数学思维和解题能力。教育数学除了上述目标外，更强调数学教育的实践性和应用性，注重通过数学教学来培养学生的逻辑思维、创新思维和问题解决能力。常规数学通常采用讲授、练习、测试等传统的教学方式，学生往往被动接受和机械记忆知识。教育数学则更加注重学生的主体性和参与性，采用启发式、探究式、合作式等多

样化的教学方法，鼓励学生主动思考、积极探索和合作交流。同时，教育数学也积极引入信息技术、虚拟现实等现代教学手段，为学生提供更加丰富、生动的学习体验。

《新课程评论》：如您所说，教育数学是对数学知识进行改造，使之更适合学生学习，其实也是更加关注学生在学习过程中的探究和体验。这让我想起，近年来教育部提出要全面提升学生的科学素养，强调科学探究。您认为教育数学对于培育学生的科学素养有哪些价值？

王卿文：教育数学不是向学生“呈现”知识，而是提出问题让学生尝试去解决，在解决问题的过程中引入所需的概念、建立一套理论和法则。这其实是科研工作者做科学研究的过程，教育数学设法以这种方式来展开关键性的内容，也是为了让学生经历这样的思维探究过程。科学素养的培养同样注重这一过程，因此，教育数学思想指导下的知识习得过程符合科学素养的培育要求。此外，教育数学注重知识体系的构建，注重“一线贯通”过程中的严谨逻辑，严谨的态度和思维习惯不但是数学素养的表现，也是科学素养的表现。

《新课程评论》：我们知道，您所在的上海大学数学科学实践工作站曾在上海四所中学建立了实践点，以教育数学思想为指导，激发学生数学学习兴趣，促进中学生创新能力的培养。请问，教育数学在拔尖创新人才培养方面有哪些优势？中学教师要如何以教育数学培育

学生创新实践能力？

王卿文：我认为教育数学与拔尖创新人才培养之间是存在着紧密联系的。教育数学想的是教育，做的是数学，是为了教育而改良数学。改良也需要创新，这包括提出新定义新概念、建立新方法新体系、发掘新问题新技巧、寻求新思路新趣味。教育数学是以创新为标志，是数学研究与数学教学的有机结合。另外，教育数学不仅关注数学知识的传授，更重视数学思维的培养、数学文化的弘扬以及数学建模等实践能力的锻炼，这些都是拔尖创新人才所必需的核心素养。因此，教育数学在拔尖创新人才培养中扮演着关键角色，它通过多方面的教育实践，为学生提供一个全面发展的平台，使他们能够在数学学科的基础上，培养出创新思维和解决复杂问题的能力。

中学教师要鼓励学生进行探究式学习，引导学生通过提问、猜想和探索来学习数学，引导学生运用已掌握的旧知识来解决问题、证明猜想；鼓励学生对自己的解题方法和学习过程进行反思、总结和优化，建立知识之间的联系；引导学生对数学概念、定理、结论进行深入思考和质疑，并与同伴相互交流探讨，从而不断发现新知识，形成新思维，最终培养其创新能力。

《新课程评论》：您在前文提到教育数学强调内容一线贯通，新课标也强调学段之间的衔接。那么，一线教学应如何运用教育数学破解中学数学教育和大学数学教育的断层，实现两者的贯通

衔接？

王卿文：近年来，中国高等教育学会教育科学规划课题组设立了“教育数学教学改革与实践”课题，很多大学、中学老师积极申请参与中学数学与大学数学衔接的实践研究，并已取得一定成效。

中学数学与大学数学衔接，不是把大学数学的结论拿过来让学生记住并使用，而是把大学数学的知识或思想方法进行教育数学的加工，转化为与中小学数学相关的问题，引导中学生运用中学数学知识来解决。这需要我们的中学老师对大学数学内容有着很好的理解，并通晓其逻辑结构。例如，大学线性代数中要讲的行列式，我们可以在中学中引导学生求以同起点的两个向量为两邻边的平行四边形或三角形的面积，这样一来，学生一方面在未来很容易理解行列式这一抽象概念，另一方面在当下也可以用来解决三点共线问题。李尚志教授2022年出版的数学核心素养研究丛书之一——《大学视角下的中学数学》一书就非常好地体现了教育数学思想下大学数学与中学数学的衔接融通。

中学数学与大学数学衔接，除了知识层面的衔接，还需注重学生处理问题的思维方法的衔接。大学学习更需要发现式，学生需将每个概念的来源、每个结论成立的理由都吃透，而教育数学思想正符合这一点。教育数学注重知识的生成过程，注重在这个过程中让学生掌握的学习方法、数学思想、逻辑结构。

这样的学习，不但让中学能用，还能让大学乃至终生都能适用。因此，在中学进行教育数学教学，学生的中学学习和大学学习就自然而然地贯通了。

《新课程评论》：看来，教育数学不但能促进中学的数学学习，更对大学的数学学习大有助益，它打通了两者之间的壁垒，实现了中学数学和大学数学的一线贯通。目前教育数学已经进行了多方位的教学实践，您认为在一线教学实践中，大家对教育数学的理解是否还存在误区？应该如何调整？

王卿文：是的，一线教学实践已经取得较好的实践成果，但我们观察后发现，也还存在着一些理解误区影响老师们的实践。主要表现在两方面：一是很多人认为，数学创造的活动已经集中在数学发展的前沿，现有数学教学体系中的数学知识已经定型了，经过至少好几百年的传承，内容已经很经典，除非另起炉灶，否则内容不会有大的变动；二是认为经过数百年的教学实践，数学知识体系和教学方法已经相当完善，能发现的问题基本已经解决了，也没有改进的余地了。这样的思维定式导致教学改革仅仅局限于对教材的取舍和教法的改进及测评方式的变化，而没有考虑数学知识本身的改进，这是数学教育长期以来难以破解“难教难学”现象的症结所在。因此，改变理念，认识到教育数学是以数学教育为目的，为了数学的传承研究数学，对数学的成果进行再创造，改造数学的内容、体系及呈现形式使之更适

于教和学是教师进行实践的基础。

《新课程评论》：是的，看来要先转变理念，才能真正认识到教育数学的价值。最后还想请问您，随着科技不断发展，我们逐渐步入人工智能时代，教育教学方式也面临大变革，您认为教育数学对促进人工智能与数学教育的融合有哪些价值？

王卿文：确实，人工智能在教育中的应用正在改变学生的学习方式，对提供个性化学习体验带来机遇和挑战。而教育数学在理论指导下，寻求信息技术和课程内容结合后，可以开发数学教学软件，在课程教学、课程网站、数学实验等层面满足不同学生的需求。教育数学的宗旨是使数学更易于教师教授和学生理解，这种理念在促进人工智能与数学教育的融合中发挥着重要的作用，具体体现在以下几个方面：

其一，优化和改造教学内容和形式。教育数学强调教学内容的可教性和学生的可学性，通过改造和优化教学内容，使其更符合学生的认知规律和学习特点。在人工智能与数学教育的融合中，这种改造优化后的教学内容可以更容易地被人工智能系统理解和处理，从而更高效地为学生提供个性化的学习路径和资源。

其二，增强教学互动和反馈。教育数学注重教学过程中的互动和反馈，通过有效的师生互动和及时的反馈，能帮助学生更好地理解和掌握数学知识。在人工智能的助力下，可以进一步增强这种互动和反馈的实时性和准确性。例如，

智能教学系统可以根据学生的学习情况实时调整教学策略，提供个性化的辅导和反馈，从而更高效地促进学生的数学学习。

其三，提供个性化学习支持。教育数学的目标之一是使每个学生都能根据自己的学习特点和需求进行个性化的学习。人工智能技术的应用可以为学生提供更为精准的个性化学习支持。通过分析学生的学习数据，智能教学系统可以识别学生的学习风格和偏好，为他们推荐合适的学习资源和学习路径，从而提高学习效果和满意度。

其四，促进跨学科融合。教育数学强调数学与其他学科的融合，通过跨学科的学习和研究，培养学生的综合能力和创新思维。在人工智能与数学教育的融合中，可以进一步促进数学与人工智能、计算机科学、数据科学等领域的跨学科融合。通过跨学科的课程设计和项目实践，帮助学生建立更为全面和深入的知识体系，培养他们在人工智能领域的应用能力和创新精神。

其五，推动教育创新和改革。教育数学作为一种教育理念和方法，其本身就具有创新性和前瞻性。在人工智能与

数学教育的融合中，可以进一步推动教育创新和改革。例如，通过人工智能技术构建智能教学平台、开发新型教学资源、创新教学模式等，有助于打破传统教育的局限性和束缚，为数学教育注入新的活力和动力。

简言之，教育数学旨在为了教育改造数学，使之更适宜教和学，改造后内容的呈现更有利于人工智能技术的融入，为技术与教学的融合创新提供内容基础。另外，教育数学通过研发各种智能数学技术，实现数学知识可视化和动态化，揭示数学知识的产生过程和本质，进而“把数学变容易”，这些智能数学技术的研发与应用践行了人工智能技术赋能数学教育创新。

《新课程评论》：王教授，您对教育数学最新研究成果、核心特征的分享让我们加深了对教育数学的理解。您还清晰地阐释了如何运用教育数学培养学生科学素养，培育拔尖创新人才，并与人工智能融合实现数学教育的进一步优化，相信这些对一线的教育教学实践一定大有助益。谢谢您的分享，再次感谢您接受我们的访谈！