基于课程标准的高中数学“创智课堂”教学实践研究

200092　上海市杨浦区教师进修学院　王国江

通过多年的课堂教学实践，可知数学教学的核心就是课堂教学的有效性，即“有效课堂、有效学习、有效训练”是教师顺利完成教学任务、培养学生的能力、发展学生智力、提高教学质量的保证.使学生以自主、合作、探究的方式进行学习，拓展学习空间、改进学习过程，使学生知识迁移的能力，预测、观察、分析、解决问题能力和推理能力，批判性思维和创造性思维能力等得到充分发展，正是“创智课堂”所要破解的难题，更是数学教师追求的境界.高中数学教学是否得法，说到底是教师的教育教学理念决定的.教师要以组织者、引导者、合作者、促进者的身份充分捕捉学生的心声，点拨学生的探究思路，助燃学生的探索热情，促使双方达成共识，形成“共鸣”，这是高中数学“创智课堂”所要达到的目的.

一、数学创智课堂的内涵界定

数学教学课堂不仅是一门科学，其中的课堂组织、引导、合作等教学活动更是一门艺术.“高中数学创智课堂”是指：通过师生关系的重建、教与学方式的变革、课堂文化的营造、学生潜能的开发，建设激活学生的潜力和思维活力的数学课堂.创智课堂即创生数学智慧的课堂，旨在超越把学生当作数学课堂的纯粹客体、单纯灌输数学知识的教学实践，走向启迪智慧、进行创造的新型数学课堂.高中数学创智课堂的构建不是单纯地改变教学环境，也不是简单地转变教学模式、改变学习方式，更不是以设计新奇的数学教学活动为取向，而是综合高中数学课程实施、资源开发、教学活动、教学评价及教学环境等诸多教育要素，并使这些要素交互发挥作用的全方位变革.正如怀特海所言：“把教育从死的知识和无活力的概念中解放出来.”让学生“在知识面前获得自由”，能够“转识成智”.

正确理解“高中数学创智课堂”的内涵，需要纠正两点认识.一是避免仅仅从心理学的角度理解智慧，使其与“智力”同义，单纯指向人的聪明才智或批判性思维、创造性思维；而是还需要从社会学和哲学的角度理解智慧的整体内涵，将符合人性的存在方式和自由自觉的发展状态纳入其中.二是避免将创智课堂理解为一套供教师认知、照搬和实施的新教学理论、策略、方法和技术，要意识到创智课堂即是教师基于自身体验、反思、实践形成教学智慧的过程，其本身即代表着教育的本质和优秀性.

二、数学创智课堂的教学实践

1. 再现“思辨”过程的课堂

《全日制义务教育数学课程标准》提倡鼓励学生提出不同意见，提倡发扬教学民主，这种提法很有合理性、科学性和可操作性.教学中，学生对某个问题的回答有时可能是粗糙的，甚至带有某些错误，经过不同意见的思辨，错误答案会得到很好的纠正.正如苏霍姆林斯基所说：“在人的内心深处总有一种根深蒂固的需要，就是希望自己是一个发现者、研究者、探索者，而在儿童的精神世界，这种需要特别强烈.”

例1　求过点(0,1)的直线，使它与抛物线 $y^2=2x$ 仅有一个交点.

某生解法：设所求的过点(0,1)的直线为 $y=kx+1$，则它与抛物线的交点为

$\begin{cases} y=kx+1 \\ y^2=2x \end{cases}$，消去 y 得 $(kx+1)^2-2x=0$.

整理得 $k^2x^2+(2k-2)x+1=0$. ∵直线与抛物线仅有一个交点，

∴$\Delta=0$，解得 $k=\frac{1}{2}$. ∴所求直线为 $y=\frac{1}{2}x+1$.

上述解法是否正确？为什么？

引导学生思辨1：设所求直线为 $y=kx+1$ 时，没有考虑 $k=0$ 与斜率不存在的情形，实际上就是承认了该直线的斜率是存在的，且不为零，这是不严密的；

引导学生思辨2：题中要求直线与抛物线只有一个交点，它包含相交和相切两种情况，而上述解法没有考虑相切的情况，只考虑相交的情况.原因是对于直线与抛物线“相切”和“只有一个交点”的关系理解不透；

引导学生思辨3：将直线方程与抛物线方程联立后得一个一元二次方程，要考虑它的判别式，所以它的二次项系数不能为零，即 $k\neq0$，而上述解法没作考虑，表现出思维不严密.

通过“思辨”学生感悟到：当所求直线斜率不存在，即直线垂直 x 轴时，因为过点(0,1)，所以 $x=0$，即 y 轴，它正好与抛物线 $y^2=2x$ 相切.当所求直线

基于数学实验为探究手段的高考数学命题新视角

200092 上海市杨浦区教师进修学院 王国江

从2000年以来,上海高中可使用规定的计算器进行数学问题探究,相应地,高考数学题中也出现了对数学实验的思想方法、能力的考查.例如:借助计算器对数学问题进行验证、探究,以及折纸实验等都在高考题中得到了不同的体现.所谓数学实验是指:为获得某种数学理论,验证某个数学猜想,解决某类数学问题,实验者运用一定的工具,在思维活动的参与下,在典型的实验环境中或特定的实验条件下所进行的一种数学探索活动.在高考中以数学实验为探究手段的命题新视角也逐步形成.

一、展示数学直观形象的“解释性数学实验”

解释性数学实验能更好地将抽象的数学问题具体化、直观化、形象化,在某些数学领域,解释性实验具有常规思维方法不可替代的优越性,它能将问题的切入点直观地展示在学生面前.学生通过对实物、模型的观察和实验操作可以“实实在在”地体验思维的形成过程和“看到”其实验结果.例如,图1所示,是一个两节圆形管焊接而成的弯管,其中每一节都是斜截圆柱而成.如果把其中一个斜截圆柱的侧面沿着AA_1剪开并摊平,曲线A_1BCDA_1'是什么曲线?学生可能会猜想是圆弧或抛物线段等二次曲线的一部分.让学生模拟纸片围住水杯,观察其相应展开图的形状,如图2所示,学生惊讶:是正弦曲线或余弦曲线!再根据图1中所给条件(图中单位:cm),问加工这一圆形弯管,约需要多少面积的材料.

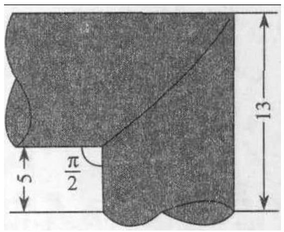

图1

$\left(\frac{1}{m}-\frac{1}{m+1}\right)+\left(\frac{1}{m+1}-\frac{2}{m+2}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{m+n-1}-\frac{1}{m+n}\right)=\frac{1}{m}-\frac{1}{m+n}=\frac{n}{m(m+n)}$.故对任意正整数$m$、$n$,不等式$\frac{1}{\ln(m+1)}+\frac{1}{\ln(m+2)}+\cdots+\frac{1}{\ln(m+n)}>\frac{n}{m(m+n)}$恒成立.

例3 证明:$\frac{\ln 2}{3}+\frac{\ln 3}{4}+\frac{\ln 4}{5}+\cdots+\frac{\ln n}{n+1}<\frac{n(n-1)}{4}(n\in\mathbf{N}^*且n>1)$.

证明:当$n\geqslant 2$时,记$a_n=\frac{\ln n}{n+1}$,$b_n=\frac{n(n-1)}{4}-\frac{(n-1)(n-2)}{4}=\frac{n-1}{2}$.

原问题现转化为:当$n\in\mathbf{N}^*$且$n>1$时,证明原命题的充分条件$\frac{\ln n}{n+1}<\frac{n-1}{2}$成立,即证明$2\ln n<n^2-1$.

设$f(x)=2\ln x-x^2+1$,则$f'(x)=\frac{2}{x}-2x=\frac{2(1+x)(1-x)}{x}$.当$x>1$时,$f'(x)<0$恒成立,函数$f(x)$在$(1,+\infty)$上单调递减,因此$f(x)<f(1)=0$,即$2\ln x<x^2-1$,从而$\frac{\ln x}{x+1}<\frac{x-1}{2}(x>1)$.分别令$x=2,3,4,\cdots,n$,相加即得$\frac{\ln 2}{3}+\frac{\ln 3}{4}+\frac{\ln 4}{5}+\cdots+\frac{\ln n}{n+1}<\frac{n(n-1)}{4}(n\in\mathbf{N}^*且n>1)$.