

doi: 10.3969/j.issn.1008-1399.2017.01.013

以线性代数观点看常用多项式插值方法

龚佃选, 刘春凤

(华北理工大学 理学院, 河北 唐山 063009)

摘要 数学各分支之间存在很多共同的思想和方法. 本文结合线性代数中关于线性空间的相关理论及观点来看数值分析中常用的多项式插值方法. 一方面借助线性空间的基与坐标理论将常用多项式插值方法统一起来, 并借助过渡矩阵给出了不同插值方法之间的通用转换公式. 另一方面还可以通过构造特殊基函数组来产生新的多项式插值方法.

关键词 空间的基; Lagrange 插值; Newton 插值; Taylor 公式; 过渡矩阵

中图分类号 O241.3, O151.2

文献标识码 A

文章编号 1008-1399(2017)01-0042-04

Polynomial Interpolation in View of Linear Algebra

GONG Dianxuan, LIU Chunfeng

(College of Sciences, North China University of Science and Technology, Tangshan 063009, PRC)

Abstract There are many common ideas and methods between the branches of mathematics. We reinterpret the polynomial interpolations of numerical analysis via the related theory of linear space. Specifically, we unify different polynomial interpolations with the basis and coordinate theory of linear space, and give a general conversion formula between different interpolation methods with transition matrices. We also demonstrate that new polynomial interpolations can be obtained by constructing special basis functions.

Keywords vector basis, Lagrange Interpolation, Newton Interpolation, Taylor Formula, transition matrix

1 引言

已知函数 $y=\varphi(x)$ 在 $n+1$ 个互不相同的点处的函数值 $y_i=\varphi(x_i)$, $i=1, 2, \dots, n$, 要构造一个多项式函数 $y=f(x)$, 使得

$$f(x_i)=y_i, i=1, 2, \dots, n.$$

这种方法称作多项式插值方法. 常用的多形式插值方法包括待定系数法、Lagrange 插值法、Newton 插值法等^[1]. 魏尔斯特拉斯逼近定理告诉我们,

闭区间上的连续函数可以用多项式一致逼近. 本文将利用线性代数理论中线性空间的基与维数理论把这几种常用的多项式插值方法统一起来. 不仅可以把各种方法理解为对应函数空间的不同基底的表达形式, 还利用过渡矩阵给出了各种不同形式之间的相互转换公式. 另外, 利用我们所得出结论, 可以通过构造不同的基函数组来产生新的多项式插值方法, 从而满足各种情形下的特殊需求.

本文安排如下: 第二节简述线性空间相关理论; 第三节回顾多项式插值的几种常用方法; 第四节介绍多项式插值法在线性空间理论框架下的统一, 并给出各种方法之间的转换公式; 最后用一个实例验证相关结论.

收稿日期: 2014-10-13 修改日期: 2015-01-08

基金项目: 中国自然科学基金项目(61170317, 11601151), 河北省自然科学基金项目(A2013209295, A2015209189), 《数值计算方法》国家级精品资源共享课建设项目.

作者简介: 龚佃选(1981—), 男, 河北唐山人, 博士, 副教授, 主要研究方向为计算几何, Email: dxgong@NCST.edu.cn.