

线性代数习题课设计 ——以实对称矩阵正交相似定理的应用为例

王卿文, 刘龙生, 张崇权

(上海大学 数学系, 上海 200444)

摘要 基于实对称矩阵的正交相似对角化定理, 引领学生逐步思考, 轻松发现实对称矩阵正交相似对角化的应用.

关键词 实对称; 正定; 正交相似对角化

中图分类号 O151.2

文献标识码 A

文章编号 1008-1399(2023)01-0089-03

On the Design of Exercise Course in Linear Algebra —Examplified by Applications of the Orthogonal Similarity Theorem of Real Symmetric Matrices

WANG Qingwen, LIU Longsheng, and ZHANG Chongquan

(Department of Mathematics, Shanghai University, Shanghai 200440, China)

Abstract Based on the theorem of orthogonal similar diagonalization of real symmetric matrices, this paper enlightens students to think gradually and leads them to the applications of orthogonal similar diagonalization of real symmetric matrices.

Keywords real symmetric, positive definite, orthogonal similarity diagonalization

1 引言

实对称矩阵正交相似对角化定理在整个线性代数中发挥着重要作用, 譬如, 可将一个实对称矩阵化为结构简单、特征明显、运算方便的对角矩阵, 可将一个正定矩阵分解为另一个正定矩阵的方幂形式等. 本文以实对称矩阵正交相似对角化定理的应用为例, 引领学生逐步思考, 轻松发现实对称矩阵正交相似对角化的多种应用, 以此展现如何基于高阶性、创新性和挑战度设计线性代数习题课.

收稿日期: 2021-10-11 修改日期: 2022-10-17

基金项目: 中国高等教育学会高等教育科学研究规划课题(22SX0101),

高等学校大学数学教学研究与发展中心教改项目
(CMC20210503)和 2020 年上海高校本科重点教改项目.

作者简介: 王卿文 (1964—), 男, 博士, 教授, 主要研究矩阵代数、

量子计算、四元数统计, Email: wqw@shu.edu.cn;

刘龙生 (1991—), 男, 博士在读, 主要研究: 矩阵代数.

Email: liulongsheng@shu.edu.cn;

张崇权 (1995—), 男, 博士在读, 主要研究: 矩阵代数.

Email: cqzhang@shu.edu.cn.

2 习题课设计总体目标

知识目标 利用实对称矩阵正交相似对角化定理, 发现其多种应用 实对称矩阵低秩分解, 正定矩阵方幂分解以及两个实对称矩阵同时对角化等.

过程与方法 通过设计问题, 引领学生观察、思考、猜测、发现、论证.

达成目标: 通过引领学生逐步探究与发现实对称矩阵正交相似对角化的应用, 提高学生对知识的应用能力, 进一步激发学生热爱数学的兴趣, 充分体验轻松发现数学之旅, 培养学生的高阶思维和创新能力.

3 习题课设计过程

提问 前面我们学习了实对称矩阵的相关知识, 那么实对称矩阵的最重要的性质是什么?

请同学回答并确认.

回答: 实对称矩阵最重要的性质 实对称矩阵可通过正交矩阵化为对角阵, 即下面的

定理(实对称矩阵正交相似对角化定理) 设 A 为实对称矩阵, 则存在正交矩阵 Q , 使得