0）基本对象（Quantum ULF Setting）

定义 Q0（量子态）
人生状态以密度算符表示：

$$\hat{\rho}(t) \in \mathcal{D}(\mathcal{H}), \hat{\rho} \geq 0, \mathrm{Tr}(\hat{\rho}) = 1.$$

定义 Q1（量子动力学）
状态随时间演化满足开放系统主方程：

$$\dot{\hat{\rho}}(t) = \mathcal{L}_{u_t}(\hat{\rho}(t)).$$

定义 Q2（量子幸福）

给定幸福算符 $\hat{G} = \hat{G}^{\dagger}$，瞬时幸福为

$$h_Q(t) = \mathrm{Tr}(\hat{\rho}(t)\hat{G}).$$

定义 Q3（量子韧性）
给定参考态 $\hat{\rho}^*$，量子韧性定义为

$$R_Q[\hat{\rho}] := -D(\hat{\rho} \parallel \hat{\rho}^*).$$

1）量子正加速度公理（Q-Axiom-Acc）

公理 Q-Axiom-Acc（量子正加速度）
若存在区间 $[t_0, t_1]$使得量子幸福加速度严格为正：

$$a_Q(t) := \frac{d^2}{dt^2} h_Q(t) > 0, \forall t \in [t_0, t_1],$$

则在该区间内系统处于**加速增长态**，其幸福增长速度

$$v_Q(t) := \frac{d}{dt} h_Q(t)$$

满足严格单调上升：

$$\frac{d}{dt}v_Q(t) > 0.$$

推论（长期版本）
若长期平均加速度满足

$$\bar{a_Q} := \liminf_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T a_Q\,(t)\,dt > 0,$$

则系统在长期呈**持续加速上升趋势**。

2） 量子吸引子公理（Q-Axiom-Att）

公理 Q-Axiom-Att（量子吸引子）
给定生成元 $\mathcal{L}_u$，若存在量子态 $\hat{\rho}_\infty$满足固定点方程

$$\mathcal{L}_u(\hat{\rho}_\infty) = 0,$$

并且对一类初态集合 $\Omega \subset \mathcal{D}(\mathcal{H})$有

$$\lim_{t\to\infty}\hat{\rho}(t) = \hat{\rho}_\infty, \forall \hat{\rho}(0) \in \Omega,$$

则称 $\hat{\rho}_\infty$为系统的**量子吸引子**，Ω 为其吸引域。

补充（多吸引子）
若存在 $\left\{\hat{\rho}_\infty^{(k)}\right\}_{k=1}^m$满足

$$\mathcal{L}_u(\hat{\rho}_\infty^{(k)}) = 0,$$

且各自吸引域非空，则系统存在**多稳态吸引子结构**（多吸引子并存）。

3）量子相变公理（Q-Axiom-Phase）

公理 Q-Axiom-Phase（量子相变）
设动力学生成元依赖参数 λ：

$$\dot{\hat{\rho}} = \mathcal{L}_{\lambda,u}(\hat{\rho}).$$

若存在临界点 λ_c，使系统长期结构在 λ_c附近发生下述任一突变：

(i) 稳态结构突变（吸引子数改变）

$$\#\{\hat{\rho}_\infty : \mathcal{L}_{\lambda,u}(\hat{\rho}_\infty) = 0\} \text{ 在 } \lambda_c \text{ 处改变},$$

则称在 λ_c处发生**结构相变**。

(ii) 临界减速（谱隙闭合）

令 $\mathcal{L}_{\lambda,u}$的谱隙为

$$\Delta(\lambda) := -\max_{\mu \neq 0} \operatorname{Re}(\mu(\lambda)),$$

若

$$\Delta(\lambda) \to 0 (\lambda \to \lambda_c),$$

则称在 λ_c处发生**动力学相变**（临界减速/临界点）。

注：该公理刻画“量子系统从一种稳态结构跃迁到另一种稳态结构”的数学判据。

4) 量子坏稳定态推论（Q-Cor-BadEq）

推论 Q-Cor-BadEq（坏稳定态存在性）
在多稳态系统中，可存在如下情形：

存在两个不同吸引子态 $\hat{\rho}_a, \hat{\rho}_b$满足

$$\mathcal{L}_u(\hat{\rho}_a) = 0, \mathcal{L}_u(\hat{\rho}_b) = 0,$$

但其在 QULF 局部效用密度意义下满足严格次优关系：

定义瞬时“量子 ULF 密度”

$$J_Q(\hat{\rho}) := \alpha\, \mathrm{Tr}(\hat{\rho}\hat{G}) - \beta\, D(\hat{\rho} \parallel \hat{\rho}^*),$$

若

$$J_Q(\hat{\rho}_a) < J_Q(\hat{\rho}_b),$$

则称 $\hat{\rho}_a$为**坏稳定态**：

动力学稳定（长期停留），但目标意义下次优（ULF 劣化）。

意义（压缩表达）

$$\text{稳定} \not\Rightarrow \text{最优}, \exists\ \text{吸引子: 稳定且劣化}.$$

一句话总压缩

- Q-Axiom-Acc： 正加速度 ⇒ 增长速度提升。
- Q-Axiom-Att： $\mathcal{L}(\hat{\rho}) = 0 \Rightarrow$ 可能成为长期吸引子。
- Q-Axiom-Phase： 参数跨临界 ⇒ 吸引子结构/谱隙突变。
- Q-Cor-BadEq： 存在“稳定但次优”的坏吸引子。