

# 基于 SSA – VMD – MCKD 的强背景噪声环境下滚动轴承故障诊断

任 良, 甄龙信, 赵 云, 董前程, 张云鹏

(燕山大学 河北省特种运载装备重点实验室 河北 秦皇岛 066004)

**摘 要:** 为在强背景噪声环境下有效提取滚动轴承微弱故障特征并准确诊断故障, 提出奇异谱分析( singular spectrum analysis, SSA)、变分模态分解( variational mode decomposition, VMD) 和最大相关峭度解卷积( maximum correlated kurtosis deconvolution, MCKD) 结合的滚动轴承故障诊断方法。首先, 利用 SSA 算法将故障信号分解, 根据时域互相关准则对分解信号筛选重构; 其次, 利用鲸鱼优化算法( whale optimization algorithm, WOA) 分别优化 VMD 的参数  $\alpha$ 、 $K$  以及 MCKD 的参数  $L$  和  $M$ , 利用参数优化的 VMD 对重构信号进行分解, 根据峭度指标从分解所得的本征模态函数( intrinsic mode function, IMF) 中提取故障特征信号; 再次, 利用参数优化的 MCKD 算法增强故障特征; 最后, 通过频谱包络进行故障诊断。仿真和试验表明, 所提方法能在强噪声干扰下有效提取并诊断轴承故障。

**关键词:** 奇异谱分析( SSA); 变分模态分解( VMD); 最大相关峭度解卷积( MCKD); 鲸鱼仿生优化算法( WOA); 轴承故障诊断

中图分类号: TH133.33

文献标志码: A

DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2023.03.026

## Fault diagnosis of rolling bearing under strong background noise based on SSA – VMD – MCKD

REN Liang, ZHEN Longxin, ZHAO Yun, DONG Qiancheng, ZHANG Yunpeng

(Hebei Key Laboratory of Special Carrier Equipment, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**Abstract:** Here, to effectively extract weak fault features of rolling bearing and accurately diagnose faults under strong background noise, a rolling bearing fault diagnosis method combining singular spectral analysis( SSA), variational mode decomposition( VMD) and maximum correlated kurtosis deconvolution( MCKD) was proposed. Firstly, SSA algorithm was used to decompose fault signal, and decomposed signals were screened and reconstructed according to the time domain cross-correlation criterion. Secondly, the whale optimization algorithm( WOA) was used to optimize parameters  $\alpha$ ,  $K$  of VMD and  $L$  and  $M$  of MCKD, respectively. The VMD with optimized parameters was used to decompose the reconstructed signal, and fault feature signals were extracted from intrinsic mode functions( IMFs) obtained with decomposition according to the kurtosis index. Thirdly, the MCKD with optimized parameters was used to enhance fault characteristics. Finally, fault diagnosis was performed using spectrum envelope. Simulation and tests showed that the proposed method can effectively extract and diagnose bearing faults under strong noise interference.

**Key words:** singular spectral analysis( SSA); variational mode decomposition( VMD); maximum correlation kurtosis deconvolution( MCKD); whale optimization algorithm( WOA); bearing fault diagnosis

滚动轴承是机械设备的关键部件, 应用非常广泛, 实际生产中其产生的故障往往会造成非常严重的后果<sup>[1]</sup>, 其工作环境通常比较恶劣, 故障信号特征往往被背景噪声和机械转动信号覆盖, 不易提取<sup>[2]</sup>, 因此, 需要发展在强背景噪声干扰下的故障诊断方法。

滚动轴承故障信号通常呈现非线性、非平稳的特点且表现为周期性冲击特征。随着信号处理技术的发

展, 滚动轴承故障诊断的研究取得一定成效。文献[3]利用经验小波分解( empirical wavelet transform, EWT) 提取故障特征, 再通过独立分量分析( independent component analysis, ICA) 算法降噪并成功进行轴承故障诊断。文献[4]利用小波分解与 FastICA 算法对轴承信号联合降噪, 然而这种经典降噪算法存在小波基难以选择的问题, 且实际操作中 FastICA 算法用于轴承信号降噪的效果一般。经验模态分解( empirical mode decomposition, EMD) 是由 Huang 等<sup>[5]</sup>提出的一种自适应分解的时频分析方法, 但其存在模态混叠的缺陷, 为减弱这种缺陷, 文献[6]提出集成经验模态分解

基金项目: 国家自然科学基金( 51675462)

收稿日期: 2021-12-06 修改稿收到日期: 2022-01-25

第一作者 任良 男, 硕士生, 1996 年生

通信作者 甄龙信 男, 博士, 教授, 硕士生导师, 1971 年生

(ensemble empirical mode decomposition, EEMD)。文献[7]先采用最大相关峭度解卷积(maximum correlated kurtosis deconvolution, MCKD)算法降噪,再用EEMD分解,成功提取柔性薄壁轴承故障特征信号。文献[8]提出变分模态分解(variational mode decomposition, VMD)算法,相比EMD缺乏严格的理论推导,VMD具有严格的数学理论支持且可避免模态混叠的产生。文献[9]将VMD成功应用于提取轴承故障信号。然而VMD的二次惩罚因子 $\alpha$ 和分解层数 $K$ 等参数取值对VMD分解结果影响较大,故文献[10]采用相对熵最小化作为目标函数对VMD进行参数优化,优化思路为先设定一个 $\alpha$ 寻最优 $K$ 值,再利用最优的 $K$ 值寻最优 $\alpha$ 值,该算法存在难以找到全局最优参数的弊端。

文献[11]提出MCKD算法,该算法通过构建和寻找最优滤波器以突出信号中的连续周期脉冲信号,但滤波器长度 $L$ 、移位数 $M$ 等参数对MCKD算法的效果影响较大,文献[12]采用粒子群算法对MCKD和VMD进行参数优化,并成功提取了滚动轴承早期微弱故障特征。文献[13]提出一种处理非线性非平稳信号的新方法——奇异谱分析(singular spectrum analysis, SSA),通过对信号轨迹矩阵的奇异值分解,将信号重构成不同趋势的分量,奇异值分解可有效将信号和噪声分量分开,故该算法可用于信号降噪<sup>[14-15]</sup>。

为充分利用SSA、VMD、MCKD在降噪和特征提取方面的优势,本文提出将三者结合用于强背景噪声环境下的滚动轴承早期故障诊断,为提高诊断准确性,以包络熵极小值为目标函数,利用鲸鱼优化算法(whale optimization algorithm, WOA)优化VMD和MCKD参数。

## 1 相关理论

### 1.1 SSA算法

SSA是一种处理非线性非平稳时间序列信号的方法,可实现信号的去噪、动态重构和特征提取。本文利用SSA进行信号去噪,其核心在于利用奇异值分解原理将特征信号与噪声分离,主要步骤为如下。

步骤1 输入一维时域信号 $[s_1, s_2, s_3, \dots, s_n]$ 。

步骤2 确定合适窗口长度 $l$ ,得到如下轨迹矩阵

$$S = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \cdots & s_{n-l+1} \\ s_2 & s_3 & \cdots & s_{n-l+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_l & s_{l+1} & \cdots & s_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

步骤3 进行奇异值分解,将 $S$ 分解为如下形式

$$S = \alpha \Sigma V^T \quad (2)$$

式中: $\alpha$ 为 $l \times l$ 的矩阵; $\Sigma$ 为 $l \times (n-l+1)$ 的矩阵; $V$ 为 $(n-l+1) \times (n-l+1)$ 的矩阵。

计算轨迹矩阵的协方差矩阵

$$C = SS^T \quad (3)$$

求得 $C$ 的特征值: $\lambda_1 > \lambda_2 > \cdots \lambda_l \gg 0, \sqrt{\lambda_i} (i=0, \dots, l)$ 为信号的奇异值,其值越大表明所占特征信号越多,值小则视为是噪声,对应的特征向量为: $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_L]$ ,故轨迹矩阵可被表示为

$$C = \sum_{i=1}^l C_i = \sum_{i=1}^l \sqrt{\lambda_i} \alpha_i V_i^T \quad (4)$$

步骤4 分解所得的 $l$ 个分量代表着不同的趋势成分,本文通过求 $l$ 个分量与源信号的互相关系数进行筛选重构。

### 1.2 VMD算法

VMD算法将信号 $x(t)$ 分解成 $K$ 个互不相关的稀疏子信 $u_k(t)$ ,具体分解步骤如下。

步骤1 首先定义本征模态函数(intrinsic mode function, IMF)

$$u_k(t) = A_k(t) \cos[\varphi_k(t)] \quad k=1, 2, \dots \quad (5)$$

式中: $A_k(t)$ 为瞬时幅值; $w_k(t) = \varphi'_k(t)$ 为瞬时频率。

步骤2 将 $u_k(t)$ 进行Hilbert变换得到单边谱

$$\left[ \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right]^* u_k(t) \quad (6)$$

式中: $\delta(t)$ 为狄利克雷分布函数;\*为卷积。

步骤3 将信号频谱移频至基带上

$$\left\{ \left[ \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right]^* u_k(t) \right\} e^{jw_k t} \quad (7)$$

步骤4 基于梯度二范数的平方估计各个 $u_k(t)$ 的带宽,保证所有IMF带宽之和最小

$$\min_{\{u_k\}, \{w_k\}} \left\{ \sum_k \left\| \left[ \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right]^* u_k(t) \right\|_2^2 \right\} \quad (8)$$

s. t.  $\sum_k u_k = x(t)$

$$L(\{u_k\}, \{w_k\}, \lambda) = \alpha \cdot$$

$$\sum_k \left\| \left[ \left( \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right)^* u_k(t) \right] e^{-jw_k t} \right\|_2^2 + \left\| x(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 + \langle \lambda(t), x(t) - \sum_k u_k(t) \rangle \quad (9)$$

式中: $\alpha$ 为二次惩罚因子; $\eta(t)$ 为拉格朗日乘子。

步骤5 引进交替方向乘子算法对式(8)、式(9)进行迭代寻优,可得 $K$ 个IMF,如式(10)所示

$$\hat{u}_k^{n+1}(w) = \frac{\hat{f}(w) - \sum_{i \neq k} \hat{u}_i(w) + \hat{\lambda}(w)/2}{1 + 2\alpha(w - w_k)^2},$$

$$\hat{w}_k^{n+1} = \frac{\int_0^\infty w |\hat{u}_k(w)|^2 dw}{\int_0^\infty |\hat{u}_k(w)|^2 dw} \quad (10)$$

由式(5)可知 $K$ 影响瞬时频率的预估,不恰当的 $K$ 取值将导致模态混叠的产生,由式(9)和式(10)可知 $\alpha$ 值会影响IMF的带宽,故参数 $\alpha$ 和 $K$ 的值对VMD分解效果影响较大<sup>[16]</sup>。

### 1.3 MCKD 算法

MCKD 算法能有效提取周期性冲击脉冲分量, 算法的本质是在构建最合适的滤波器用于突出被噪声掩盖的特征信号。假设产生周期性冲击脉冲信号  $s = [s_1, s_2, \dots, s_n]$ , 信号在传递过程中会混有各类噪声。观测信号的表达式为

$$x = h \cdot s + n \quad (11)$$

式中:  $x$  为观测信号;  $s$  为原始周期脉冲信号;  $h$  为系统传递函数;  $n(t)$  为噪声。

构建滤波器  $f = [f_1, f_2, \dots, f_L]$ , 以相关峭度最大为目标函数, 寻找最优滤波器, 用于分离出原始周期脉冲信号, 先忽略噪声, 则表达式为

$$s(t) = f \cdot x = \sum_{k=1}^L f_k x_{n-k+1} \quad (12)$$

式中  $L$  为滤波器长度。

相关峭度的表达式为

$$CK_M(T) = \frac{\sum_{n=1}^N \left( \prod_{m=0}^M s_{n-mT} \right)^2}{\left( \sum_{n=1}^N s_n^2 \right)^{M+1}} \quad (13)$$

式中:  $T$  为冲击信号周期;  $M$  为移位数。

为了求得最大的相关峭度, 对式(13)进行求导即

$$\frac{dCK(T)}{df_k} = 0 \quad k = 1, \dots, L \quad (14)$$

从式(14)中解得最优滤波器  $f$

$$f = \frac{\|s\|^2}{2\|\beta\|^2} (X_0 X^T)^{-1} \sum_{m=0}^M X_m T \alpha_m \quad (15)$$

其中

$$\beta = \begin{bmatrix} s_1 & s_{1-T} & \cdots & s_{1-mT} \\ s_2 & s_{2-T} & \cdots & s_{2-mT} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_n & s_{n-T} & \cdots & s_{n-mT} \end{bmatrix},$$

$$X_m T = \begin{bmatrix} x_{1-mT} & x_{2-mT} & x_{3-mT} & \cdots & x_{n-mT} \\ 0 & x_{1-mT} & x_{2-mT} & \cdots & x_{n-1-mT} \\ 0 & 0 & x_{1-mT} & \cdots & x_{n-2-mT} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x_{n-l-mT+1} \end{bmatrix}_{L \times n},$$

$$\Psi_m = \begin{bmatrix} s_{1-mT}^{-1} [s_1^2 s_{1-T}^2 \cdots s_{1-mT}^2] \\ s_{2-mT}^{-1} [s_2^2 s_{2-T}^2 \cdots s_{2-mT}^2] \\ \vdots \\ s_{n-mT}^{-1} [s_n^2 s_{n-T}^2 \cdots s_{n-mT}^2] \end{bmatrix}$$

算法的流程如下。

步骤1 输入参数  $L, M$  和  $T$ 。

步骤2 计算观测信号的  $X_0 X^T$  和  $X_m T$ 。

步骤3 求得经滤波器输出的信号  $s$ 。

步骤4 由  $s$  计算出  $\beta$  和  $\Psi_m$ 。

步骤5 更新滤波器  $f$ 。

步骤6 若信号相关峭度值  $CK_M(T)$  达到最大值, 则停止迭代, 否则重复步骤3~步骤5, 直至满足  $CK_M(T)$  最大为止并输入此时对应的  $s$  值。

显然, 参数  $L, T$  和  $M$  的取值对 MCKD 算法结果影响较大,  $M$  的取值大于7时会使得分解精度降低, 一般取1~7。 $T$  可通过式(16)确定

$$T = \frac{f_s}{f_i} \quad (16)$$

式中:  $f_s$  为采样频率;  $f_i$  为故障特征率。

### 1.4 基于 WOA 算法的 VMD 和 MCKD 参数优化

本文利用 WOA<sup>[17]</sup> 寻找 VMD 的参数  $\alpha$  和  $K$  以及 MCKD 算法的参数  $L$  和  $M$  的最优值, 均以包络熵极小值为目标函数, 包络熵越小则代表信号中含特征信号越多。

信号  $x(i)$  的包络熵  $E_p$  的计算如式(17)所示

$$\begin{cases} E_p = - \sum_{i=1}^N \varepsilon(i) \lg \varepsilon(i) \\ \varepsilon(i) = \frac{a(i)}{\sum_{i=1}^N a(i)} \end{cases} \quad (17)$$

式中:  $a(i)$  为原信号  $x(i)$  经 Hilbert 解调后的包络信号;  $\varepsilon(i)$  为  $a(i)$  的归一化形式;  $N$  为信号  $x(i)$  的长度。

鲸鱼群体狩猎时, 鲸鱼个体有两种捕食策略: 一种是直接包围猎物; 另一种是环形游动并产生气泡形成气泡网驱赶猎物至气泡网中心, 算法流程如下。

步骤1 鲸鱼种群个体数量、位置、进化代数等参数初始化, 第  $i$  个鲸鱼个体位置为

$$X_i = r \cdot (ub - lb) + lb \quad (18)$$

式中:  $r \in [0, 1]$ ;  $X_i$  的取值范围为  $[lb, ub]$ ,  $lb$  为待寻优参数的下边界,  $ub$  为上边界。

步骤2  $p < 0.5$  且  $|A| < 1$  时, WOA 按照式(19)搜索

$$\begin{cases} X = |C \cdot X^*(t) - X(t)| \\ X(t+1) = X^*(t) - A \cdot D \\ A = 2a \cdot r_1 - a_1 \\ C = 2 \cdot r_2 \\ a = 2 - 2(t/t_{\max}) \end{cases} \quad (19)$$

式中:  $r_1, r_2, p$  为  $[0, 1]$  的随机数;  $t$  为迭代次数;  $t_{\max}$  为最大迭代次数;  $X(t)$  为当前解位置;  $X^*(t)$  为当前最优解位置;  $A, C$  为系数。

步骤3 当  $p < 0.5$  且  $|A| \geq 1$  时, WOA 根据式(20)进行随机搜索迭代更新

$$\begin{cases} X(t+1) = X_{\text{rand}} - A \cdot D \\ D = |C \cdot X_{\text{rand}} - X(t)| \\ A = 2a \cdot r_1 - a_1 \\ C = 2 \cdot r_2 \\ a = 2 - 2(t/t_{\max}) \end{cases} \quad (20)$$

式中  $X_{\text{rand}}$  为随机选取鲸鱼个体位置。

步骤4 当  $p \geq 0.5$  时,WOA 根据式(21)进行螺旋收缩方式迭代更新

$$\begin{cases} X(t+1) = D \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + X^*(t) \\ D = |X^*(t) - X(t)| \end{cases} \quad (21)$$

式中:  $D$  为个体与猎物之间的距离;  $b$  为螺旋常数;  $l \in [-1, 1]$  且为随机数。

步骤5 若  $t > t_{\max}$  则迭代停止,输出最优寻优结果,若不满足则返回步骤2。

WOA 优化 VMD 和 MCKD 算法时,目标函数  $O$  为包络熵  $E_p$  极小值,即作为 WOA 算法的适应度函数。表达式如下

$$o = \min\{E_p\} \quad (22)$$

参数优化的表达式如下

$$\begin{cases} \min\{o\} \\ \text{s. t. } lb \leq \alpha, L \leq ub \\ \text{s. t. } lb \leq K, M \leq ub \end{cases} \quad (23)$$

式中  $lb$  和  $ub$  为待优化的参数的取值边界。

具体流程如图1所示。

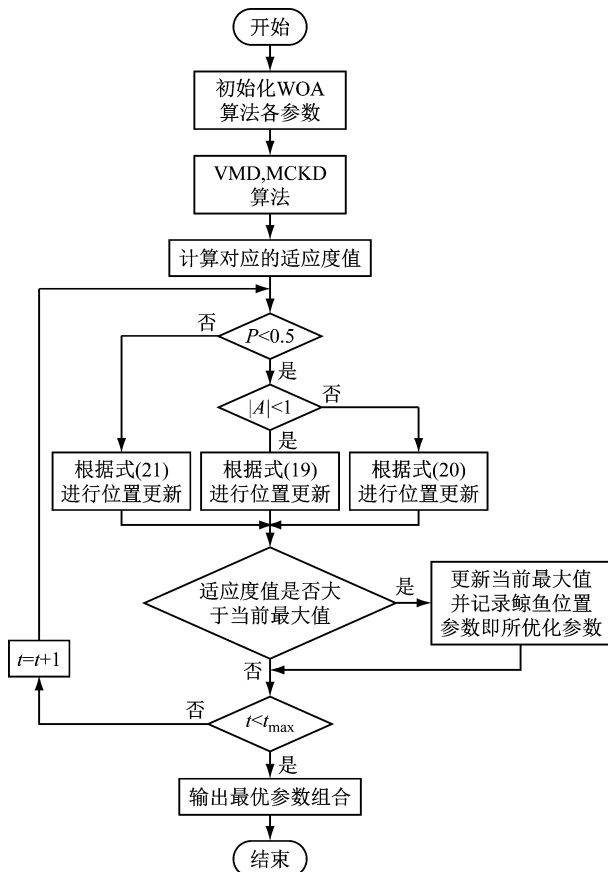


图1 WOA 优化 VMD, MCKD 流程图

Fig. 1 Flow chart of WOA optimizing VMD and MCKD

## 2 故障诊断流程

本文提出采用 SSA - VMD - MCKD 方法提取强背景噪声干扰下的滚动轴承微弱故障信号特征并进行故

障诊断,步骤如下。

步骤1 先将信号经 SSA 分解降噪,采用时域互相关准则将分解产生的不同趋势的子信号筛选重构。时域互相关准则是衡量两个时域信号相关程度的有效指标,计算公式如下

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^g (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^g (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^g (y_i - \bar{y})^2}} \quad (24)$$

式中:  $x, y$  为时域信号;  $\bar{x}, \bar{y}$  为信号  $x, y$  的均值;  $g$  为信号长度。

步骤2 重构信号经 WOA 优化的 VMD 分解提取故障特征,WOA 优化时设定的参数大小为:种群规模为 100,最大迭代次数为 10,  $\alpha$  的寻优范围为 [0, 10 000],  $K$  的寻优范围为 [2, 10]。采用峭度准则,将分解产生的 IMF 筛选重构,通常轴承正常运转时信号的峭度值接近 3,大于 3 时则认为含有较多的冲击成分,故本文选择值大于 3 的 IMF 进行重构,峭度值计算公式如下

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^d \left( \frac{x_i - u}{\sigma} \right)^4 \quad (25)$$

式中:  $d$  为信号长度;  $u$  为信号均值;  $\sigma$  为标准差。

步骤3 对重构信号包络解调,确定最大幅值所对应的特征频率视为  $f_i$ ,根据式(16)计算 MCKD 的参数  $T$ ,重构信号经 WOA 优化的 MCKD 分析,以加强故障特征从而确定故障。WOA 优化时设定的参数为:种群规模为 100,最大迭代次数为 10,  $L$  的寻优范围为 [20, 500],  $M$  的寻优范围为 [1, 7]。

步骤4 对经 MCKD 处理的信号进行包络解调,诊断故障。

总结以上诊断步骤,绘制故障诊断流程图如图2所示。

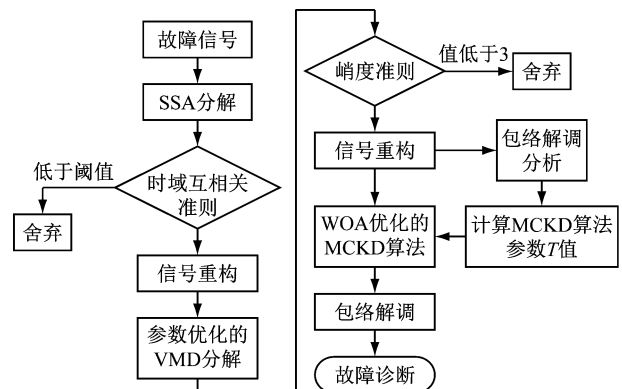


图2 基于参数优化的 SSA - VMD - MCKD 的故障诊断步骤

Fig. 2 Fault diagnosis steps of SSA - VMD - MCKD based on parameter optimization

## 3 仿真信号分析

### 3.1 单一轴承仿真信号故障诊断

为验证本文所提方法的有效性,构建单一轴承周

周期性冲击故障仿真信号表达式如下

$$\begin{cases} y(t) = s(t) + n(t) \\ s(t) = \sum_i e^{-2\pi f_n g t_0} \cdot A_0 \sin[2\pi f_n \sqrt{(1-g^2)} \cdot t_0] \end{cases} \quad (26)$$

式中:  $s(t)$  为周期性冲击故障信号分量;  $f_n$  为固有频率;  $A_0$  为位移常数;  $g$  为阻尼系数;  $n(t)$  为高斯白噪声信号。

取  $f_n = 1\ 600$ ,  $A_0 = 0.8$ ,  $g = 0.12$ , 冲击故障的时间

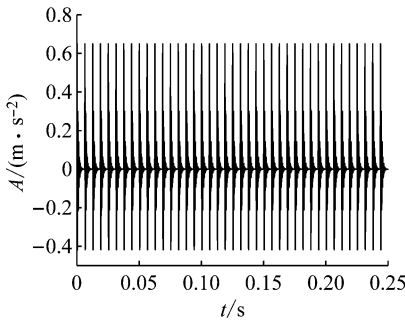


图3 单一冲击信号时域图

Fig. 3 Time domain diagram of single impact signal

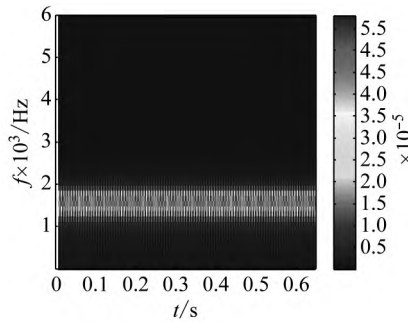


图4 单一冲击信号时频图

Fig. 4 Time frequency diagram of single impulse signal

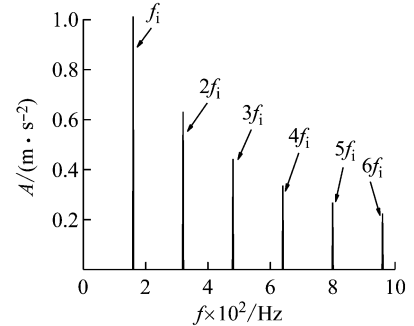


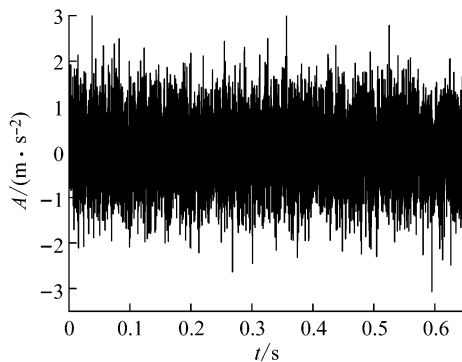
图5 单一冲击信号包络谱图

Fig. 5 Envelope spectrum of single shock signal

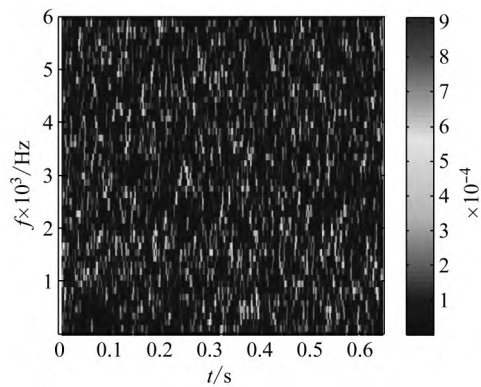
为模拟强背景噪声环境,添加 -14 dB 的高斯白噪声干扰。添加 -14 dB 噪声后的故障信号的时域图,如图 6(a) 所示。与图 3 相比,可知信号特征已被噪声严重污染。强背景噪声轴承信号的时频图,如图 6(b) 所

间隔  $T$  为 0.006 25 s, 故特征频率  $f_i = 1/T = 160$  Hz, 采样频率为 12 kHz, 采样点数为 7 800。未添加高斯白噪声的故障信号的时域图,如图 3 所示。由图 3 可看出明显的周期冲击特征,采用短时傅里叶分析,画出信号的时频图,如图 4 所示,可知图 4 不存在零星的噪点,表明不含噪声。冲击故障的包络谱图,如图 5 所示。由图 5 可清晰看出故障特征频率  $f_i$  及其倍频。

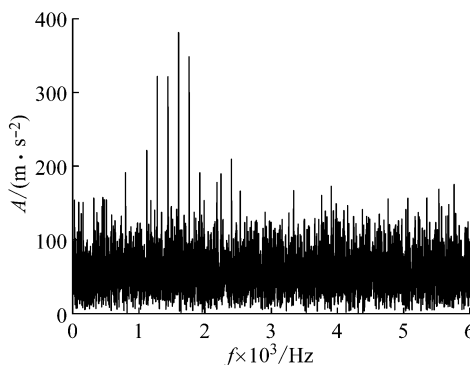
示。可以看到图中存在大量噪点,故障信号的频谱图和包络谱图,如图 6(c)、图 6(d) 所示。显然,信号特征频率及其倍频已被强背景噪声掩盖无法识别。



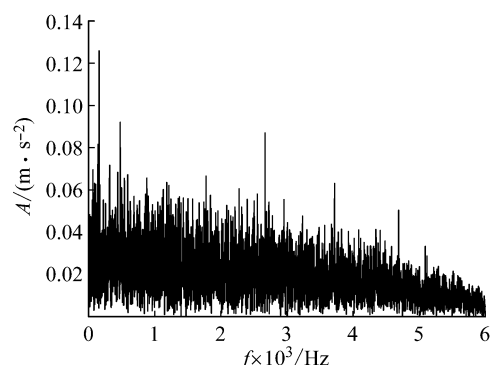
(a) 添加 -14 dB 噪声的冲击信号时域图



(b) 仿真信号时频图



(c) 仿真信号频谱图



(d) 仿真信号包络谱图

图6 仿真信号时域图、谱图和时频图

Fig. 6 Time domain diagram, spectrum diagram and time-frequency diagram of simulation signal

采用本文所提 SSA - VMD - MCKD 方法对仿真故

障信号进行处理,先将信号进行 SSA 分解,窗口长度  $l$

值越大,算法运行的时间越长且不适取的取值会破坏故障特征,经多次验证窗口长度  $l=13$  时算法的效率较好,即将信号分解成 13 个不同趋势的子信号,计算每个子信号与原信号的时域互相关系数,结果如图 7 所示。通常相关系数大于 0.5 表示与原信号相似性较高,为避免故障特征信号丢失,本文设置阈值为 0.5,故选取子信号 2、信号 4、信号 5、信号 7、信号 8、信号 11 进行信号重构。再利用 WOA 优化算法寻找 VMD 的  $\alpha$  和  $K$  的最优值,WOA 优化算法的种群规模设为 100,最大迭代次数为 10,参数优化的目标函数即适应度函数为包络熵极小值, $\alpha$  的寻优范围为  $[0, 10\ 000]$ , $K$  的寻优范围为  $[2, 10]$ ,计算机参数为 Intel (R) Core (TM) i5-10300H CPU@2.50 GHz,运行内存为 16 GB,利用 MATLAB2014a 处理,寻得最优参数组合为  $[12\ 4]$ ,故设定 VMD 分解的  $\alpha=12$ , $K=4$ ,对重构信号利用 VMD 分解以提取故障特征,分解所得 IMF 的峭度值如图 8 所示。由图 8 可知 IMF1 和 IMF4 峭度值大于 3,故选取这两个信号进行重构。

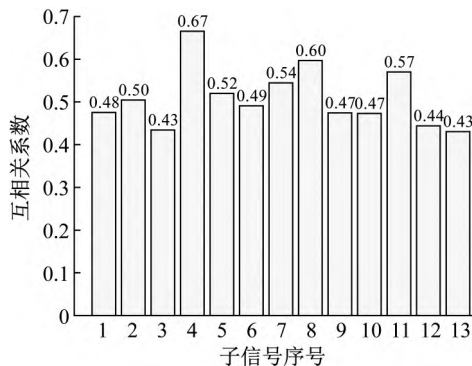


图7 SSA分解各子信号的互相关系数统计图

Fig. 7 Statistical diagram of cross-correlation coefficient of each sub signal decomposed by SSA

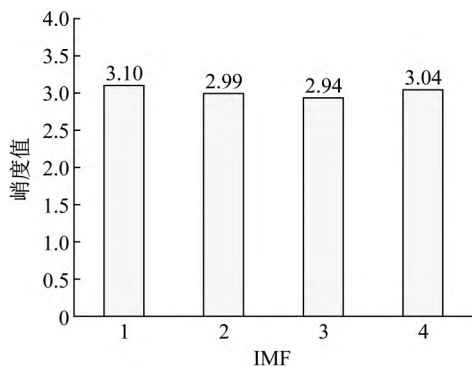


图8 IMF的峭度统计图

Fig. 8 Kurtosis statistics of IMF

重构信号的时域图和频谱图如图 9(a)、图 9(b) 所示,与图 6(a)、图 6(c) 对比可知经 SSA-VMD 分解后信号中的毛刺和噪声频带减少很多,表明降噪效果明显,为了更直观看降噪效果,作出时频图,如图 9(c) 所示,对比图 6(b) 可知时频图上的中高频噪点消除很

多,即大部分中高频噪声被滤除,但仍存在少量噪声。经参数优化的 VMD 分解后的重构信号的包络谱图,如图 9(d) 所示。选择图中最大峰值处频率作为特征频率  $f_i$ ,故  $f_i=160$  根据式(16)计算出 MCKD 算法的参数  $T=75$ ;采用 WOA 优化算法优化 MCKD 的参数  $L$  和  $M$ ,WOA 算法的种群数设为 100,最大迭代次数为 10,参数优化的目标函数即适应度函数为包络熵值极小值,参数  $L$  的寻优范围为  $[20, 500]$ , $M$  的范围为  $[1, 7]$ ,寻得最优参数为  $[231, 4]$ ,故设定 MCKD 算法的参数  $L=231$ , $M=4$ , $T=75$ 。再将 VMD 分解后的重构信号经 MCKD 算法分析以加强故障特征,最后对信号进行包络解调,诊断故障。最终所得信号的包络谱图,如图 10 所示。显然,图中特征谱线十分突出,可轻易识别故障的特征频率  $f_i$  及其 2 倍~6 倍频,从而证实了所提诊断方法的有效性。

### 3.2 验证所提方法的合理性与必要性

为了验证采用 WOA 算法优化 MCKD 的参数  $L$  和  $M$  的合理性,现改变  $L$  的参数,保持  $M$  不变观察结果,即随机令  $L=142$ , $M$  值不变,经 MCKD 算法分析的信号包络谱图,如图 11 所示。从图 11 可以看出,特征频率及其倍频周围存在较多谱线干扰,且 5 倍频未成功提取。再保持  $L$  值不变,改变  $M$  值,即随机取  $M=1$ , $L$  值不变,经 MCKD 算法分析的信号包络谱图,如图 12 所示。图 12 已无法发现故障特征频率及其倍频,表明本文采用 WOA 优化 MCKD 的参数  $L$  和  $M$  结果的合理性。

Sugita 等已证明 VMD 与 MCKD 结合的合理性,为证明强背景噪声下 SSA 与 VMD-MCKD 结合的必要性,现将仿真信号直接通过 WOA 优化的 VMD 和 MCKD 算法进行分析,为了使对比试验更具对比性及说服力,WOA 优化的种群规模、最大迭代次数以及 VMD 和 MCKD 的参数寻优范围均与之前设置相同。经参数优化 VMD-MCKD 算法分析的信号包络谱图,如图 13 所示。显然,图 13 突出的谱线频率为 146 Hz,并非故障特征频率,表明强背景噪声下,以包络熵为目标函数,直接通过参数优化的 VMD-MCKD 算法分析,故障特征提取效果不佳,故间接证明了本文采用 SSA 结合参数优化的 VMD-MCKD 的必要性,强背景噪声干扰下,本文采用 SSA 分解的目的是降低噪声以便于特征提取。

## 4 实测信号分析

### 4.1 实测轴承信号故障诊断

采用凯斯西储大学公开的滚动轴承故障模拟平台试验数据进行分析。试验平台如图 14 所示,电机驱动端安装 SKF6205-2RS 型深沟球轴承,其参数如表 1 所

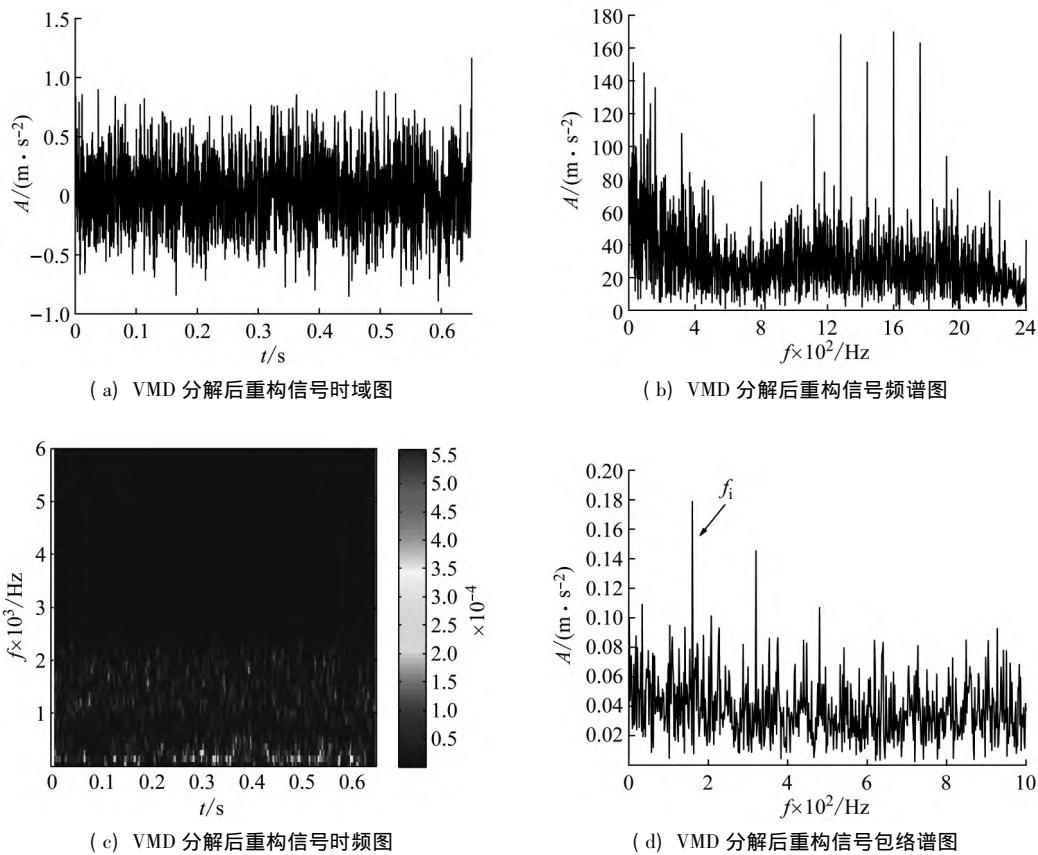


图9 VMD 分解后重构信号时域图、谱图和时频图

Fig. 9 Time domain diagram , spectrum diagram and time-frequency diagram of reconstructed signal after VMD decomposition

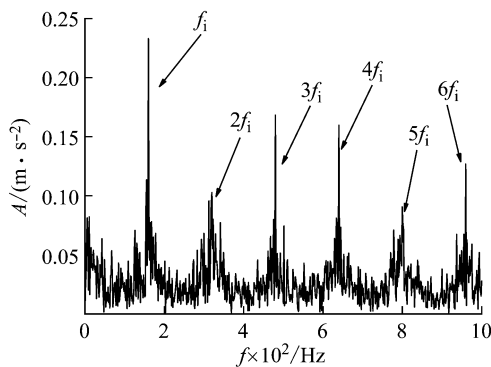


图10 本文方法处理后信号包络谱图

Fig. 10 The envelope spectrum of signal processed by this method

示。采用电火花加工技术设置故障,电机转速为 1 772 r/min,采样频率为 12 kHz,本文选取 7 800 点进行分析。电机的转频  $f_r$  及内圈故障特征频率  $f_i$  的计算公式如下

$$\begin{cases} f_r = \frac{n}{60} \\ f_i = 0.5Z\left(1 + \frac{d}{D}\cos\beta\right)f_r \end{cases} \quad (27)$$

式中  $n$  为电动机转速。

依据表 1 参数,由式(27)可计算故障特征频率的理论值为  $f_i = 159.93$  Hz。

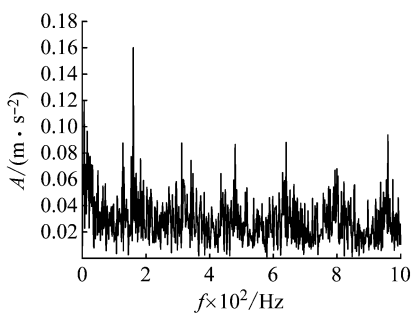


图11 改变 MCKD 参数  $L$  后的包络谱图  
Fig. 11 Envelope spectrum after changing MCKD parameter  $L$

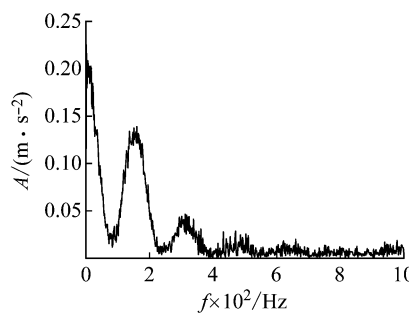


图12 改变 MCKD 参数  $M$  后的包络谱图  
Fig. 12 Envelope spectrum after changing MCKD parameter  $M$

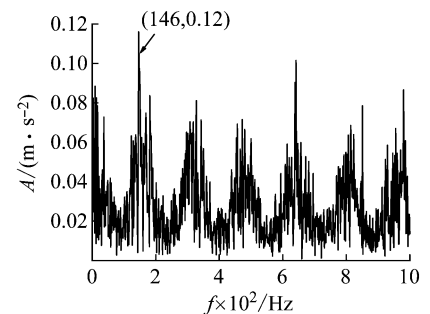


图13 参数优化 VMD - MCKD 算法处理的包络谱图

Fig. 13 Envelope spectrum processed by parameter optimization VMD - MCKD algorithm

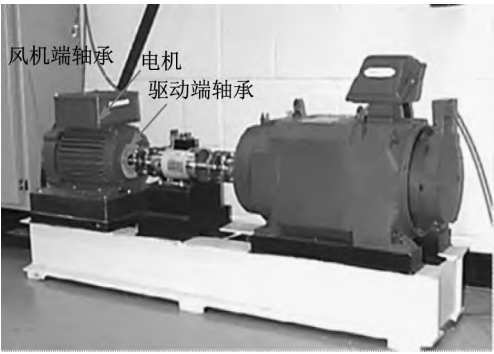


图 14 滚动轴承故障模拟试验平台

Fig. 14 Rolling bearing fault simulation test platform

为了模拟强背景噪声环境,将试验信号中再添加

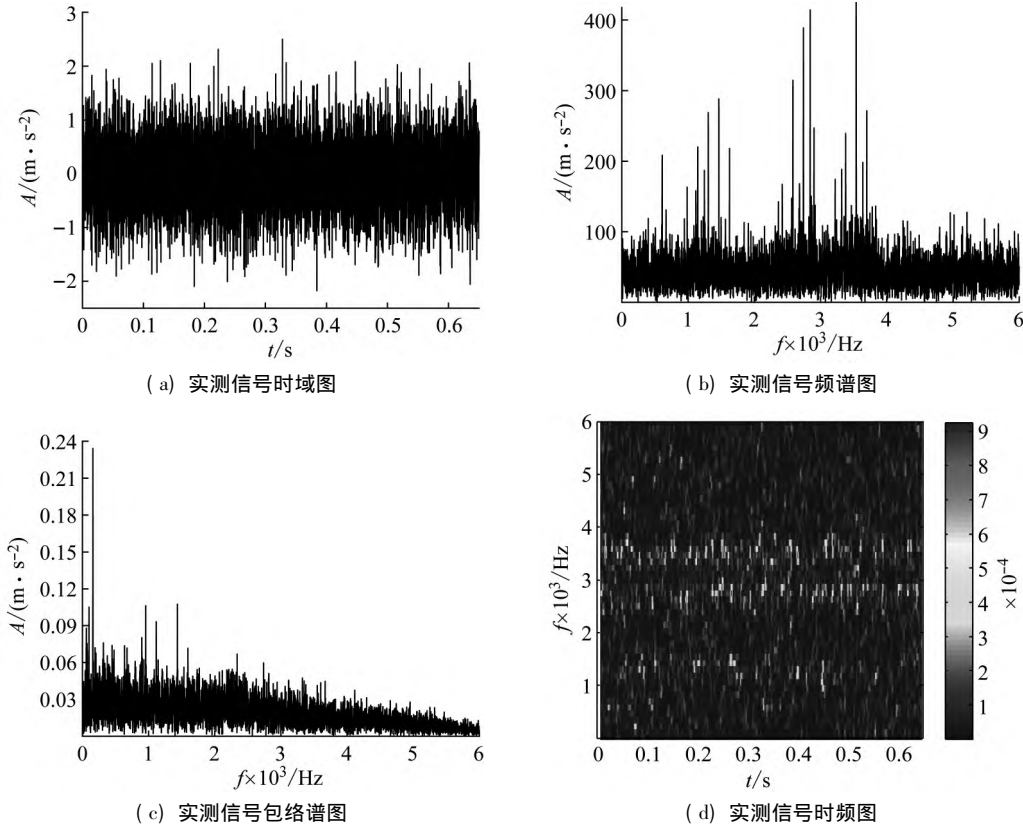


图 15 实测信号时域图、谱图和时频图

Fig. 15 Time domain diagram , spectrum diagram and time-frequency diagram of measured signal

采用本文所提方法,先将信号经 SSA 分解,窗口长度  $l$  设为 13,分解所得子信号与原故障信号的时域互相关系数如图 16 所示。取相关系数大于 0.5 的子信号重构,即取子信号 1、信号 2、信号 3、信号 4、信号 6、信号 7 进行信号重构。采用 WOA 优化 VMD 参数  $\alpha$  和  $K$ ,计算机参数与 3.1 节相同,WOA 的种群规模设为 100,最大迭代次数为 10,参数优化的目标函数即适应度函数为包络熵极小值, $\alpha$  的寻优范围  $[0, 10\ 000]$ , $K$  的寻优范围为  $[2, 10]$ ,最优参数组合为  $[2\ 017\ 5]$ ,故设置  $\alpha = 2\ 017$ , $K = 5$ ,将重构信号通过 VMD 分解,分解所得的各个 IMF 的峭度值如图 17 所示,可知选取 IMF1,IMF2,IMF3,IMF5 进行信号重构。

-5 dB 的高斯白噪声。信号的时域图、频谱图和包络谱图,如图 15( a ) ~ 图 15( c ) 所示。由图可知故障特征无法辨别且特征频率及其倍频已完全被转频及其倍频以及噪声干扰频带掩盖无法进行故障诊断。故障信号的时频图,如图 15( d ) 所示。可观察到图中噪点密布,表明含噪较多。

表 1 滚动轴承结构参数

Tab.1 Structural parameters of rolling bearing				
轴承型号	轴承节径 $D/\text{mm}$	滚动体直 径 $d/\text{mm}$	滚动体 个数 $Z$	接触角 $\beta/(\text{^\circ})$
SKF6205-2RS	39.04	7.94	9.00	0

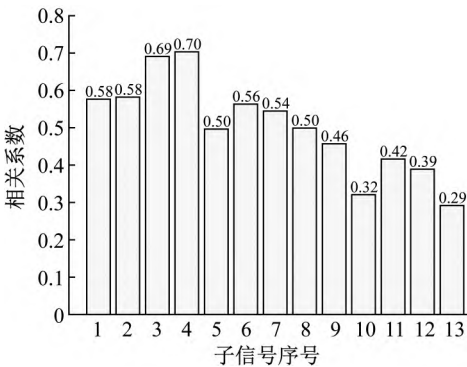


图 16 SSA 分解各子信号的相关系数统计图

Fig. 16 Statistical diagram of cross-correlation coefficient of each sub signal decomposed by SSA



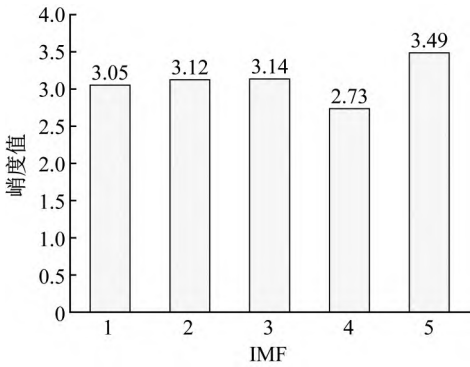
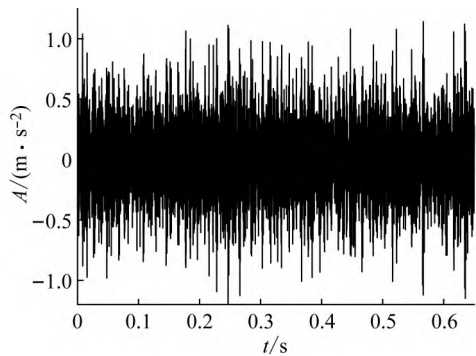
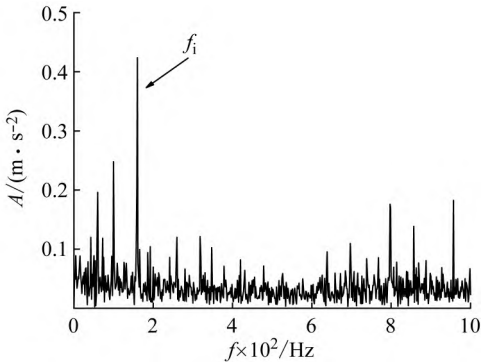


图 17 IMF 的峭度统计图  
Fig. 17 Kurtosis statistics of IMF

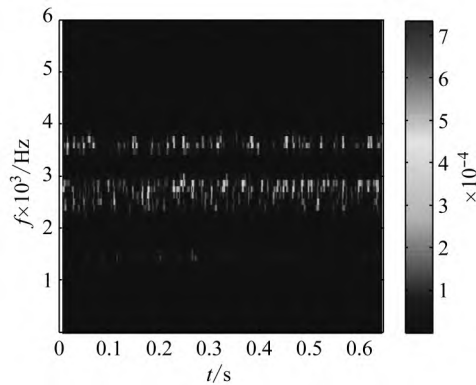
重构信号的时域图、时频图,如图 18( a)、图 18( b) 所示。图中可观察到冲击信号特征且时频图中噪点大



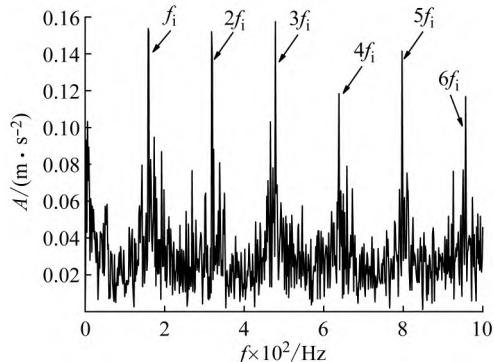
( a ) VMD 分解重构信号时域图



( c ) VMD 分解重构信号包络谱图



( b ) VMD 分解重构信号时频图



( d ) 本文方法处理后信号包络谱图

图 18 VMD 分解后重构信号时域、谱图、时频图及本文方法所得包络谱图

Fig. 18 Time domain , spectrum , time-frequency diagram of reconstructed signal after VMD decomposition and envelope spectrum obtained by this method

4.2 与 EWT - ICA 方法结果比较

吕跃刚等<sup>[3]</sup>对故障信号先进行 EWT 分解,计算分解所得 IMF 的峭度值和时域互相关系数,选取峭度值及相关系数值都较大的 IMF 作为快速独立分量分析 ( FastICA ) 算法的观测信号,其余信号则作为该算法的虚拟噪声通道信号,经 FastICA 算法解混后,再将特征信号包络解调,此方法在弱背景噪声环境下,故障诊断效果较好。为验证本文方法的优越性,采用吕跃刚等的方法对添加 - 5 dB 高斯白噪声的实测故障信号进行

幅减少,表明所提方法降噪效果明显。重构信号的包络谱图,如图 18( c ) 所示。取图中最大幅值处所对的频率为特征频率  $f_i$ ,其值为 160,根据式 ( 16 ) 计算出 MCKD 算法的参数  $T$  的值,可得  $T = 75$ 。利用 WOA 优化 MCKD,WOA 算法的种群规模设为 100,最大迭代次数为 10,  $L$  的寻优范围为 [ 20, 500 ],  $M$  的寻优范围 [ 1, 7 ],寻优耗时为 1 726. 306 3 s,最终所得最优参数为 [ 399, 4 ]。将重构信号经 MCKD 算法,按照最优参数设置  $L = 399$ ,  $M = 4$ 。经参数优化的 MCKD 算法处理所得信号的包络图,如图 18( d ) 所示。图 18( d ) 故障的特征频率及其倍频显而易见,故可确定滚动轴承故障位置在轴承内圈。

分析,并将结果与本文所提方法对比。首先,将信号通过 EWT 分解采用 “locmax” 准则分解为 5 个 IMF,每个信号的相关系数及峭度值如表 2 所示,选取 IMF1, IMF2, IMF5 作为观测信号,然后将剩余 IMF 作为虚拟噪声通道信号输入 FastICA 算法,最后将 EWT - ICA 算法分解所得源信号包络解调,包络谱如图 19 所示。可知图 19 只出现特征频率 160 Hz,其倍频并未出现,表明 EWT - ICA 算法在强背景噪声环境下无法完全提取故障特征相关信息,间接表明本文方法的优越性。

表2 各IMF的峭度值和相关系数

Tab.2 Kurtosis values and correlation coefficients of each IMF

IMF	1	2	3	4	5
峭度	3.047 2	2.988 1	2.949 9	2.932 6	3.088 9
相关系数	0.438 7	0.485 6	0.223 7	0.319 1	0.671 1

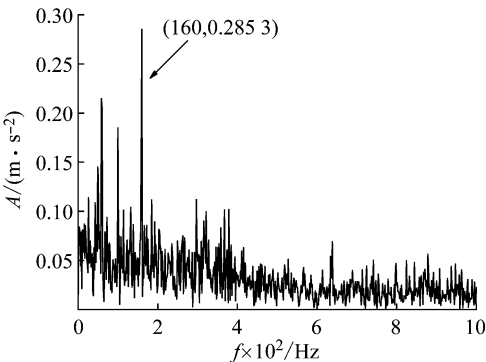


图19 EWT-ICA方法所得包络谱图

Fig.19 Envelope spectrum obtained by EWT-ICA method

5 结 论

- (1) 本文提出基于 SSA-VMD-MCKD 算法的滚动轴承故障诊断方法,能在强背景噪声环境下有效提取轴承故障特征,准确诊断轴承故障。
- (2) SSA 算法能有效抑制噪声干扰,MCKD 算法能有效加强周期冲击特征,强背景噪声环境下,其他条件相同时,基于 SSA-VMD-MCKD 算法的诊断结果优于 VMD-MCKD 算法。
- (3) VMD 中的  $\alpha$ 、 $K$  参数及 MCKD 的  $L$ 、 $M$  参数的取值对轴承故障诊断结果影响较大,采用 WOA 算法优化这 4 个参数能有效提高故障诊断效果。
- (4) 强背景噪声环境下,基于 SSA-VMD-MCKD 算法的滚动轴承故障诊断结果优于 EWT-ICA 算法。

参 考 文 献

[1] ZHANG Y, LÜ Y, GE M. Complementary ensemble adaptive local iterative filtering and its application to rolling bearing fault diagnosis[J]. IEEE Access, 2021(9): 47275-47293.

[2] 刘湘楠, 赵学智, 上官文斌. 强背景噪声振动信号中滚动轴承故障冲击特征提取[J]. 振动工程学报, 2021, 34(1): 202-210.

LIU Xiangnan, ZHAO Xuezhi, SHANGGUAN Wenbin. Fault impact feature extraction of rolling bearing in strong background noise vibration signal[J]. Journal of Vibration Engineering, 2021, 34(1): 202-210.

[3] 吕跃刚, 何洋洋. EWT 和 ICA 联合降噪在轴承故障诊断中的应用[J]. 振动与冲击, 2019, 38(16): 42-48.

LÜ Yuegang, HE Yangyang. Application of EWT and ICA combined noise reduction in bearing fault diagnosis[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(16): 42-48.

[4] 吴雅朋, 王吉芳, 徐小力, 等. 基于小波分析的 FastICA 联合降噪方法在滚动轴承故障诊断中的应用研究[J]. 中国机械工程, 2017, 28(18): 2183-2188.

WU Yapeng, WANG Jifang, XU Xiaoli, et al. Application of FastICA combined noise reduction method based on wavelet

analysis in rolling bearing fault diagnosis[J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(18): 2183-2188.

[5] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings Mathematical Physical & Engineering Sciences, 1998, 454(1971): 903-995.

[6] WU Z H, HUANG N E. Ensemble empirical mode decomposition: a noise assisted data analysis method[J]. Advances in Adaptive Data Analysis, 2009, 1(1): 1-41.

[7] 刘兴教, 赵学智, 李伟光, 等. 基于峭度原则的 EEMD-MCKD 的柔性薄壁轴承故障特征提取[J]. 振动与冲击, 2021, 40(1): 157-164.

LIU Xingjiao, ZHAO Xuezhi, LI Weiguang, et al. Fault feature extraction of flexible thin-walled bearing based on EEMD-MCKD based on kurtosis principle[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(1): 157-164.

[8] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSSO D. Variational mode decomposition[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.

[9] 任朝晖, 于天壮, 丁东, 等. 基于 VMD-DBN 的滚动轴承故障诊断方法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2021, 42(8): 1105-1110.

REN Zhaohui, YU Tianzhuang, DING Dong, et al. Rolling bearing fault diagnosis method based on VMD-DBN[J]. Journal of Northeast University (Natural Science), 2021, 42(8): 1105-1110.

[10] 尹佳璠, 陈小奇, 李世林, 等. 优化 VMD 与 NLM 结合的信号去噪[J]. 计算机工程与设计, 2021, 42(4): 1135-1142.

YIN Jiafan, CHEN Xiaoqi, LI Shilin, et al. Optimizing signal denoising combined with VMD and NLM[J]. Computer Engineering and Design, 2021, 42(4): 1135-1142.

[11] MCDONALD G L, ZHAO Q, ZUO M J. Maximum correlated Kurtosis deconvolution and application on gear tooth chip fault detection[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 33: 237-255.

[12] 王新刚, 王超, 韩凯忠. 基于优化 VMD 和 MCKD 的滚动轴承早期故障诊断方法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2021, 42(3): 373-380.

WANG Xingang, WANG Chao, HAN Kaizhong. Early fault diagnosis method of rolling bearing based on optimized VMD and MCKD[J]. Journal of Northeast University (Natural Science), 2021, 42(3): 373-380.

[13] MYUNG N K. Singular spectrum analysis[J]. Springer Berlin, 2009, 1283(4): 932-942.

[14] YANG B, YU C Y, DONG Y G. Capacitively coupled electrocardiogram measuring system and noise reduction by singular spectrum analysis[J]. IEEE Sensors Journal, 2016, 16(10): 3802-3810.

[15] SUGITA N, AKAY M, AKAY Y M, et al. Noise reduction technique for single-color video plethysmography using singular spectrum analysis[J]. IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics, 2019, 24(6): 1788-1795.

[16] 黄衍. 基于变分模态分解与形态学滤波的高速列车轴箱轴承故障诊断方法研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2020.

[17] MIRJALILI S, LEWIS A. The whale optimization algorithm[J]. Advances in Engineering Software, 2016, 95(5): 51-67.