

# 板球系统设备文档

## 一、板球系统的结构和工作原理

板球系统主要由以下几部分组成，如图 1 和图 2 所示。包括底座、小球、圆盘、顶部摄像头、支撑部分、两个电机等。

小球可以在圆盘内自由的滚动，圆盘的中心通过转轴支撑，两端有成  $90^\circ$  的两根杆可以上下转动，通过控制直流伺服电机的位置，带动杆上下运动，就可以控制圆盘的倾斜角。

板球系统以摄像头采集的图像信息和角度编码器采集的电机位置信号为反馈信息，采用视觉反馈和编码器反馈相结合的传感方式得到系统的反馈，并以此为依据进行控制，通过转动平板，来控制小球的实际位置和运动轨迹。当圆盘偏离水平的平衡位置后，在重力作用下，小球开始在圆盘上滚动。

我们的目的是设计一个控制器，通过控制电机的转动，使小球稳定在圆盘上的某一平衡位置。

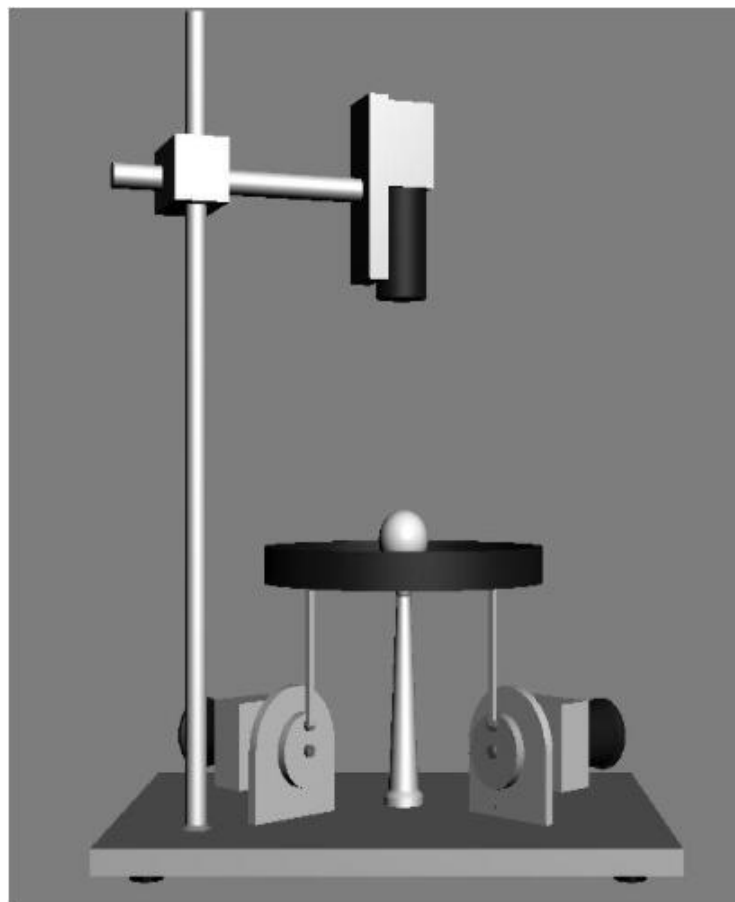


图 1 板球系统示意图 a

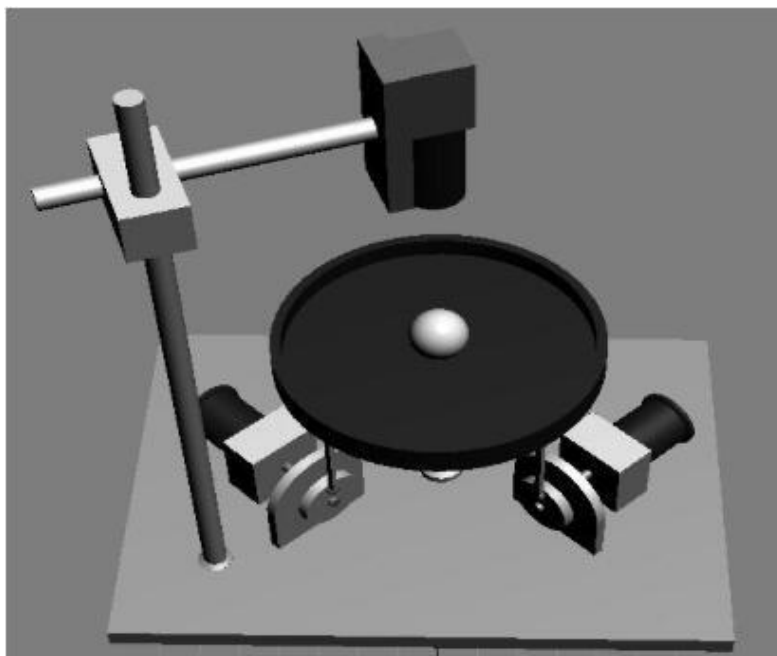


图 2 板球系统示意图 b

## 二、板球系统的数学模型

### 2.1 板球系统的坐标系

板球系统的最终控制目标是小球在球盘上的位置，要实现对小球位置的闭环控制，必须实时获取小球在球盘坐标系中的实际反馈位置值。经过图像信息获取的过程，控制系统可以得到运动物体在图像坐标系中的坐标，但运动物体的图像坐标仅仅提供了物体在二维空间位置的信息，而没有物体的深度信息，控制系统无法根据这样的信息对小球加以控制。因此，需要根据摄像机采集图像并进行在二维图像坐标系中图像处理的结果，结合摄像机标定得到摄像机的内外参数，以得到运动物体在世界坐标系中的真实位置。由此可知，在板球系统中，要实现小球位置控制，必须明确系统所涉及的四个坐标系:即世界坐标系，球盘坐标系，摄像机坐标系和图像坐标系。

### 2.2 板球系统物理模型

由于板球系统  $X$ ,  $Y$  轴相互垂直，为简化，可以将其看作两个互相垂直方向的球杆，即球杆系统的二维扩展。

如图 3(a)和图 3(b)所示，为简化的板球系统物理模型，其中  $X$ - $Y$ - $Z$  为与基座相连的世界坐标系， $X''$ - $Y''$ - $Z''$ 为固连在板球上的局部坐标

系。球盘具有绕 X 轴旋转和绕 Y 轴旋转两个自由度，对应于板绕 X 轴转动的倾角  $q_1$  和绕 Y 轴转动的倾角  $q_2$ ，图中角度以逆时针为正。图 3(a)为 YZ 平面，此时球盘绕 X 轴旋转，图 3(b)为 XZ 平面，此时球盘绕 Y 轴旋转。

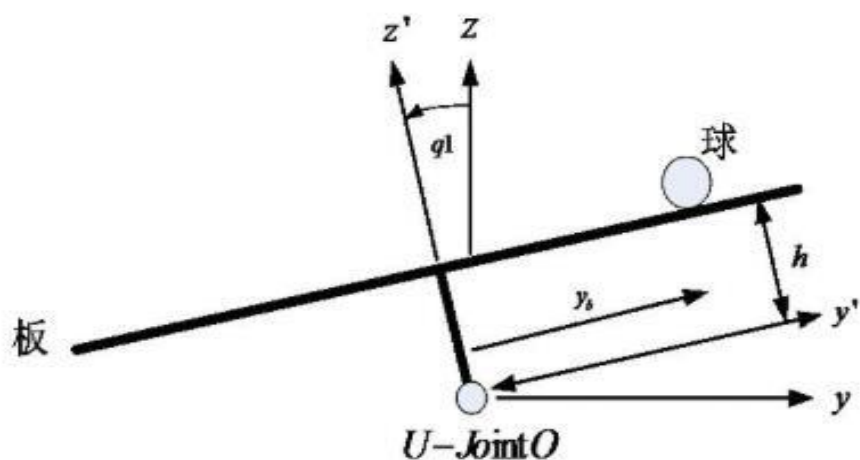


图 3(a) YZ 平面内球盘绕 X 轴旋转

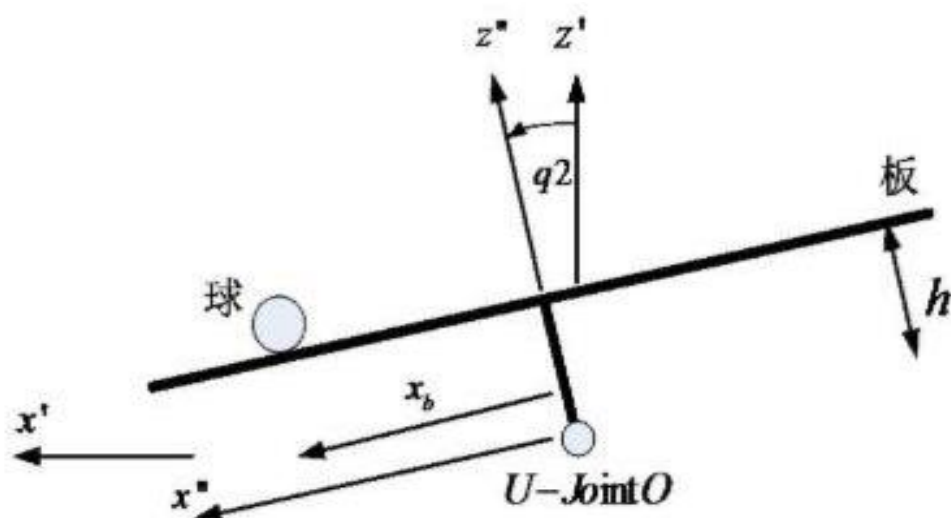


图 3 (b) XZ 平面内球盘绕 Y 轴旋转

可以证明，在球盘倾角较小的情况下， $q_1$  和  $q_2$  与 X 轴电机转角  $\theta_{m1}$  和 Y 轴电机转角  $\theta_{m2}$  之间存在如下关系：

板球系统机械示意图如图 4 所示， $d_1$  为 X 轴连杆与 X 轴电机转盘的连接点到 X 轴电机轴之间的距离； $L_1$  为 X 轴连杆与球盘的连接点到球盘中心支撑点之间的距离； $d_2$  为 Y 轴连杆与 Y 轴电机转盘的连接点到 Y 轴电机转轴之间的距离； $L_2$  为 Y 轴连杆与球盘的连接点到球盘中心支撑点之间的距离。这样就建立了板球在两个轴方向的旋转角度和电机转角之间的关系。

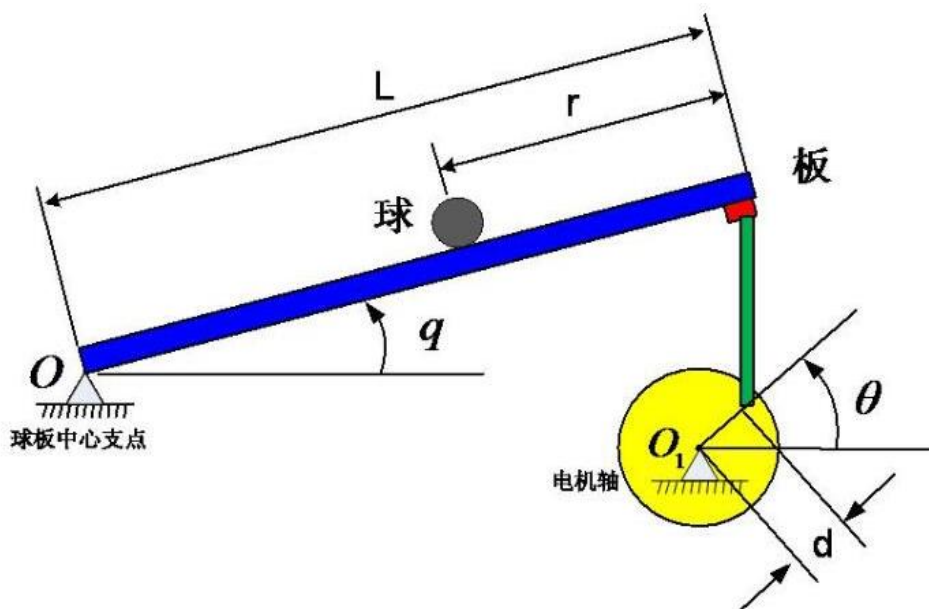


图 4 板球系统机械示意图

### 2.3 板球系统的数学模型

利用拉格朗日方程建模方法可以建立起板球系统的非线性动力学模型。若设定如下状态：

$$x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = \theta_x, x_4 = \dot{\theta}_x, x_5 = y, x_6 = \dot{y}, x_7 = \theta_y, x_8 = \dot{\theta}_y$$

其中

$x_1$ ——小球在 x 方向上以初始位置为基准的位移；

$x_2$ ——小球在 x 方向上的速度；

$x_3$ ——平板在 x 方向上以水平面为基准的角位移；

$x_4$ ——小球在 x 方向上的角速度；

$x_5$ ——小球在 y 方向上以初始位置为基准的位移；

$x_6$ ——小球在 y 方向上的速度；

$x_7$ ——小球在 y 方向上以水平面为基准的角位移；

$x_8$ ——小球在 y 方向上的角速度

两个输入量为平板在 x 方向的转角和在 y 方向的转角分别用  $u_x$  和  $u_y$  表示。带入参数，可以得到如下的经过线性化的系统状态空间方程如下式所示

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$Y = CX$$

其中

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]^T$$

$$u = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = I_{8 \times 8}$$

### 三、演示算法：LQR 控制方法

在 Command Window 中输入

```
A=[0 1 0 0 0 0 0 0;0 0 -7 0 0 0 0 0;0 0 0 1 0 0 0 0;0 0 0 0 0 0 0 0;0  
0 0 0 1 0 0;0 0 0 0 0 -7 0;0 0 0 0 0 0 1 0;0 0 0 0 0 0 0 0];
```

```
B=[0 0;0 0;0 0;1 0;0 0;0 0;0 0;0 1];
```

```
Q=[1 0 0 0 0 0 0 0;0 1 0 0 0 0 0 0;0 0 1 0 0 0 0 0;0 0 0 1 0 0 0 0;  
0 0 0 0 1 0 0 0;0 0 0 0 0 1 0 0;0 0 0 0 0 0 1 0;0 0 0 0 0 0 0 1];
```

```
R=[1 0;0 1];
```

```
K=lqr (A, B, Q, R)
```

得反馈矩阵

```
K =
```

```
-3.1623   -4.1262   17.7371    6.0394         0         0         0         0  
0         0         0         0   -3.1623   -4.1262   17.7371    6.0394
```

建立如图 5 的 Simulink 控制框图，其中板球系统的模型部分为根据非线性状态空间方程用 S 函数编写的模块，控制模块为上述 LQR 方法建立的控制器。分别设定小球期望的位置在 x 方向上为 10cm，y 方向上为 20cm，得到如图 6 的输出曲线（小球在 x 方向上的位置），如图 7 的输出曲线（小球在 y 方向上的位置）。

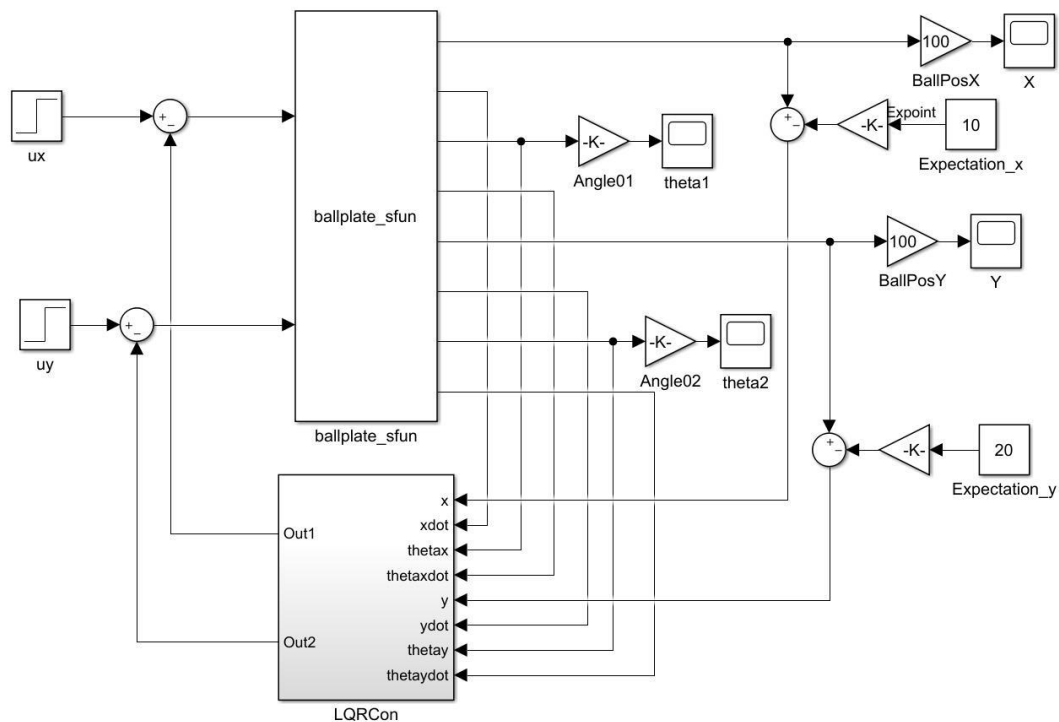


图 5 板球系统的 Simulink 框图

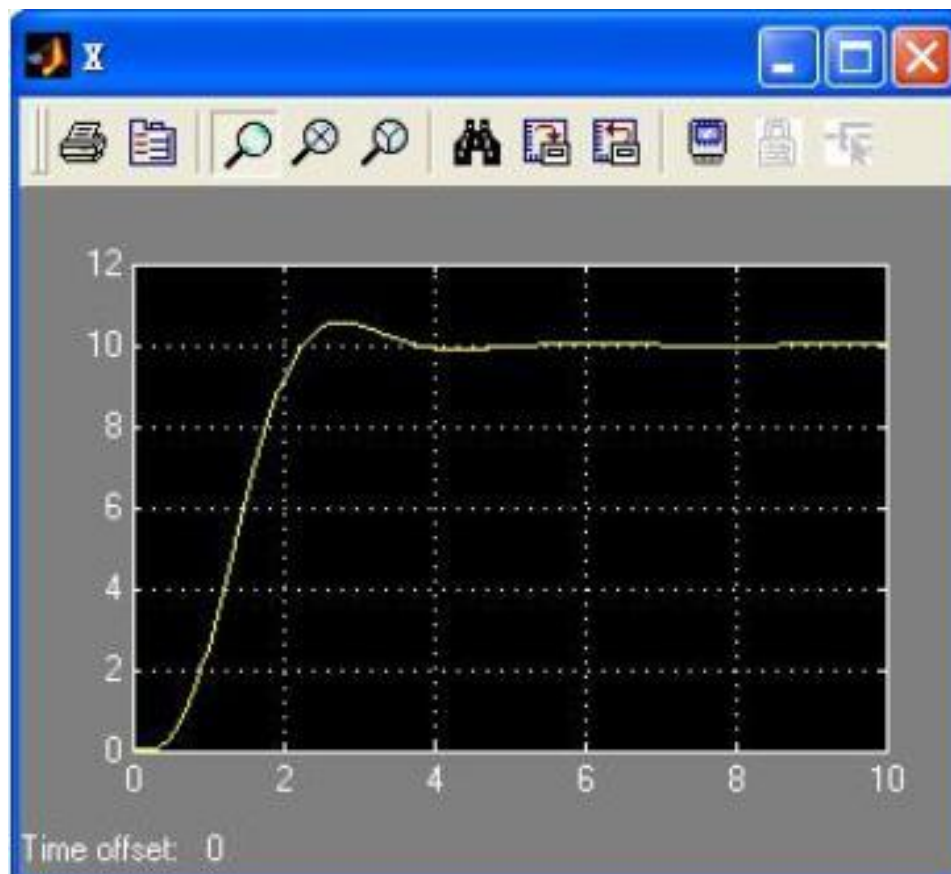


图 6 小球在 x 方向上的位置

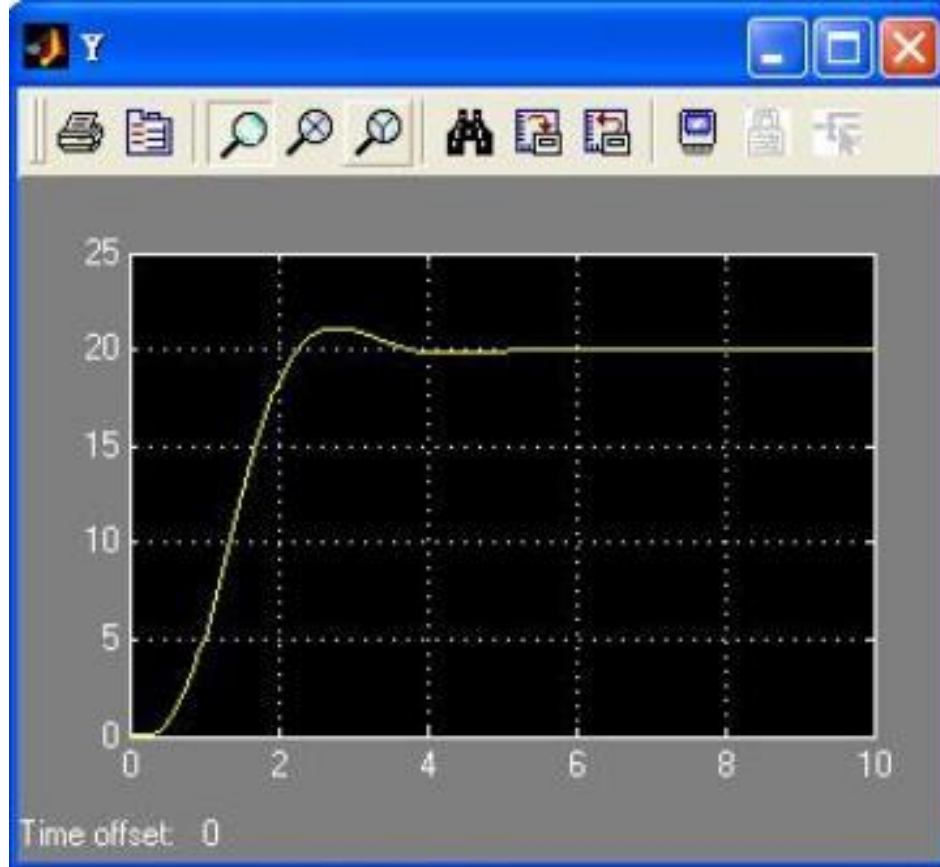


图 7 小球在 y 方向上的位置