

球杆系统设备文档

一、球杆系统的结构和工作原理

球杆系统主要由以下几部分组成，如图 1 和图 2 所示。包括底座、小球、横杆、减速皮带轮、支撑部分、马达等。

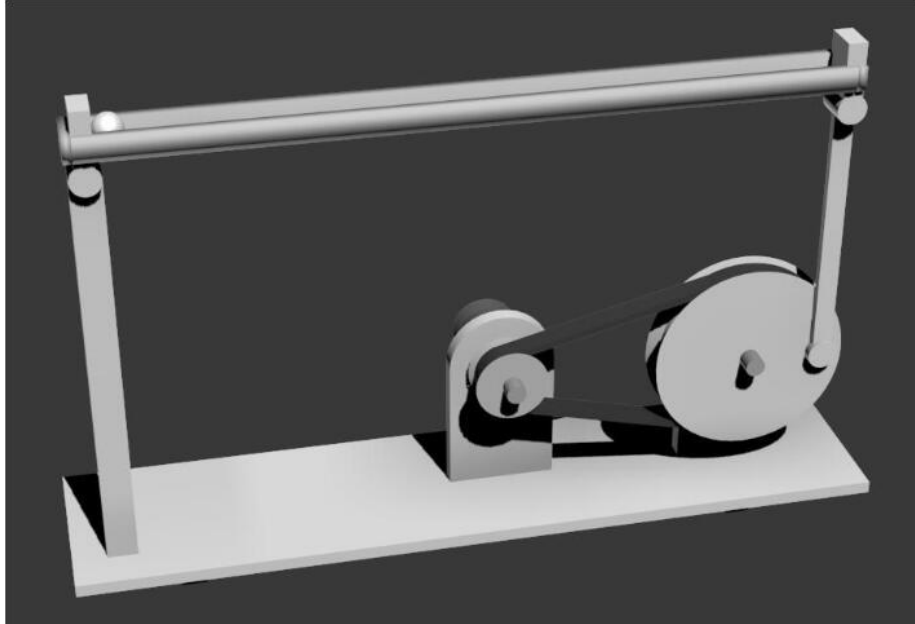


图 1 球杆系统示意图 a

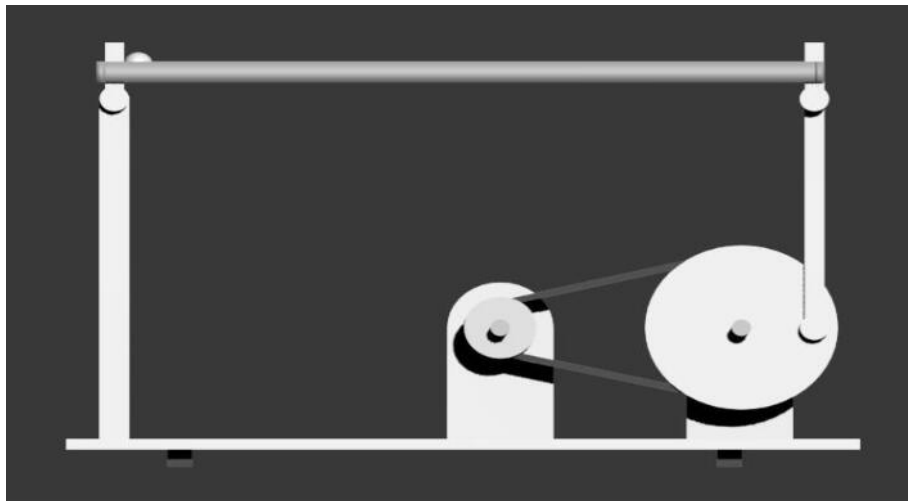


图 2 球杆系统示意图 b

小球可以在横杆上自由的滚动，横杆的一端通过转轴固定，另一端可以上下转动，通过控制直流伺服电机的位置，带动皮带轮转动，通过传动机构就可以控制横杆的倾斜角。直流伺服电机带有增量式编码器，可以检测电机的实际位置,即 θ 角度已检测，在横杆上的凹槽内，有一线性的传感器用于检测小球的实际位置，两个实际位置的信号都被传送给控制系统,构成一个闭环反馈系统。当带轮转动角度 θ ,

横杆的转动角度为 α ,当横杆偏离水平的平衡位置后,在重力作用下,小球开始沿横杆滚动。

我们的目的是设计一个控制器,通过控制电机的转动,使小球稳定在横杆上的某一平衡位置。

二、球杆系统的数学模型

球杆系统的机械系统原理图如图 3 所示。

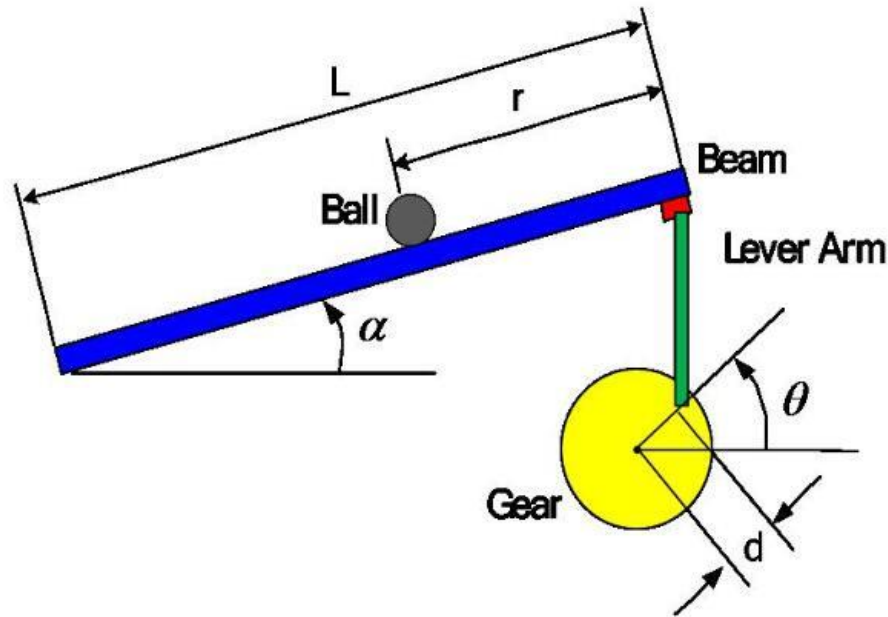


图 3 球杆系统机械结构

连线（连杆和同步带轮的连接点与齿轮中心的连线）和水平线的夹角为 θ （ θ 的角度存在一定的限制,在最小和最大的范围之内），连杆和齿轮的连接点与齿轮中心的距离为 d ,横杆的长度为 L ,于是,横杆的倾斜角 α 和 θ 之间的有如下的数学关系:

$$\alpha = \frac{d}{L} \theta$$

如前所述,角度 θ 和电机轴之间存在一个减速比 $n=4$ 的同步带,控制器设计的任务是通过调整齿轮的角度 θ ,使得小球在某一位置平衡。小球的重力、惯量以及离心力等动力学关系,可以建立小球在横杆上滚动的动力学方程。若设定如下状态:

$$x_1 = r, x_2 = \dot{r}$$

其中

x_1 —— 小球的位移

x_2 —— 小球的速度

输入 u 代表齿轮输入转角，经过线性化动力学方程可建立如下的状态空间方程

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$Y = CX$$

其中

$$X = [x_1 \ x_2]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

带入参数得参数矩阵为

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.21 \end{bmatrix}$$

三、演示算法：LQR 控制方法

在 Command Window 中输入

```
A=[0 1; 0 0];
```

```
B=[0; -0.21];
```

```
Q=[10 0; 0 1];
```

```
R=1;
```

```
K=lqr (A, B, Q, R)
```

得反馈矩阵

```
K = -10.0000     -9.8101
```

建立如图 4 的 Simulink 控制框图，其中球杆系统的模型部分为根据非线性状态空间方程用 S 函数编写的模块，控制模块为上述 LQR 方法建立的控制器。分别设定小球期望的位置为 50cm，得到如图 5 的输出曲线。

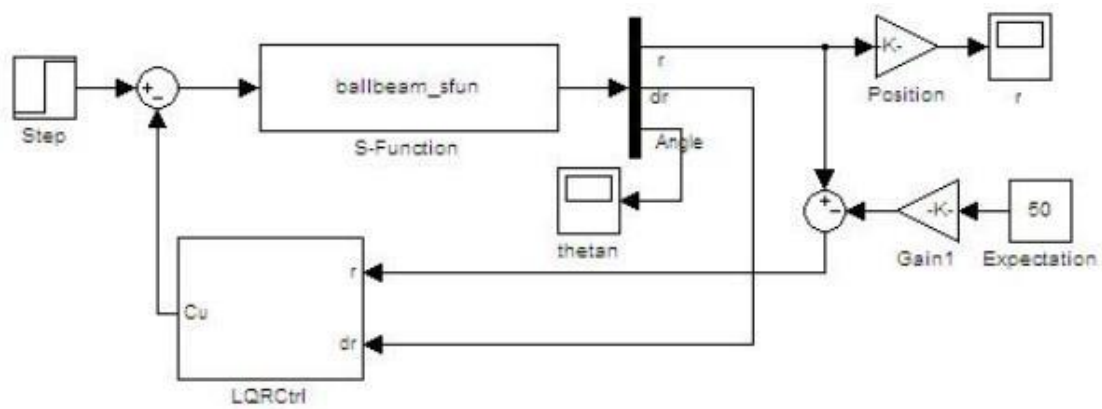


图 4 球杆系统 Simulink 框图

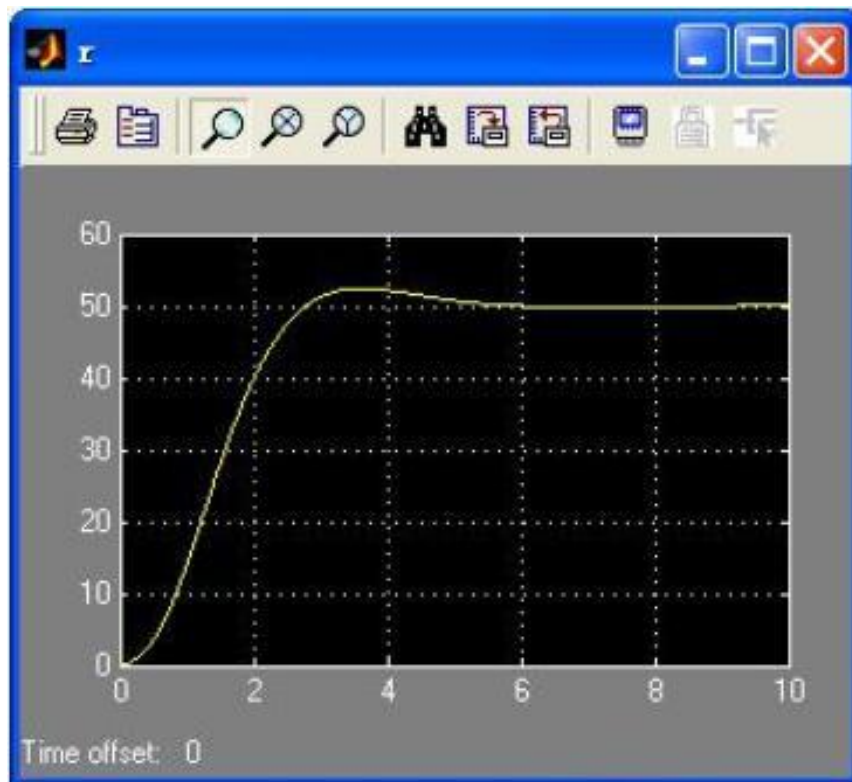


图 5 小球位置图