

环形二阶倒立摆系统设备文档

一、环形二阶倒立摆系统的结构和工作原理

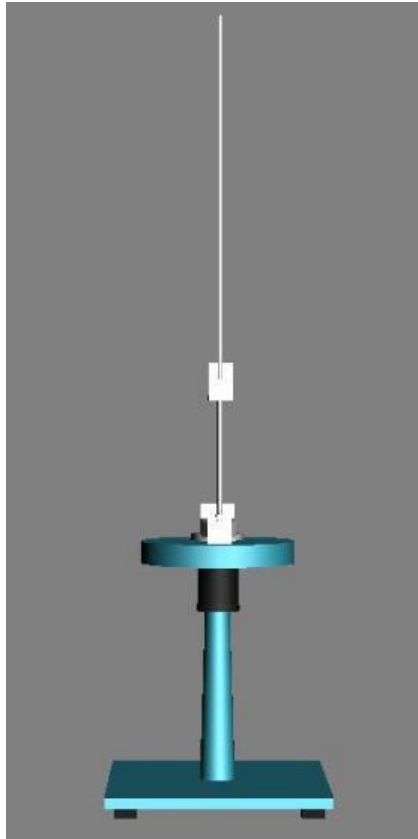


图 1 环形二阶倒立摆示意图 a



图 2 环形二阶倒立摆示意图 b

环形二阶系统主要由以下几部分组成，如图 1 和图 2 所示。包括底座、旋转平台、传感器、摆杆、支撑杆、电机等。旋转平台可以绕

轴自由转动带动平台上的支撑杆转动，最后带动末端的摆杆转动，通过控制伺服电机的位置，带旋转平台转动，就可以控制平台的转角及其位置。环形倒立摆系统以角度编码器采集的电机位置信号为反馈信息，编码器反馈的传感方式得到系统的反馈，并以此为依据进行控制，通过转动平台，来控制转动平台的转角位置并保持摆杆直立。我们的目的是设计一个控制器，通过控制电机的转动，使旋转平台稳定在某一位置并保持摆杆直立。另外还需要系统对于干扰有一定的鲁棒性。

二、环形二阶倒立摆系统的数学模型

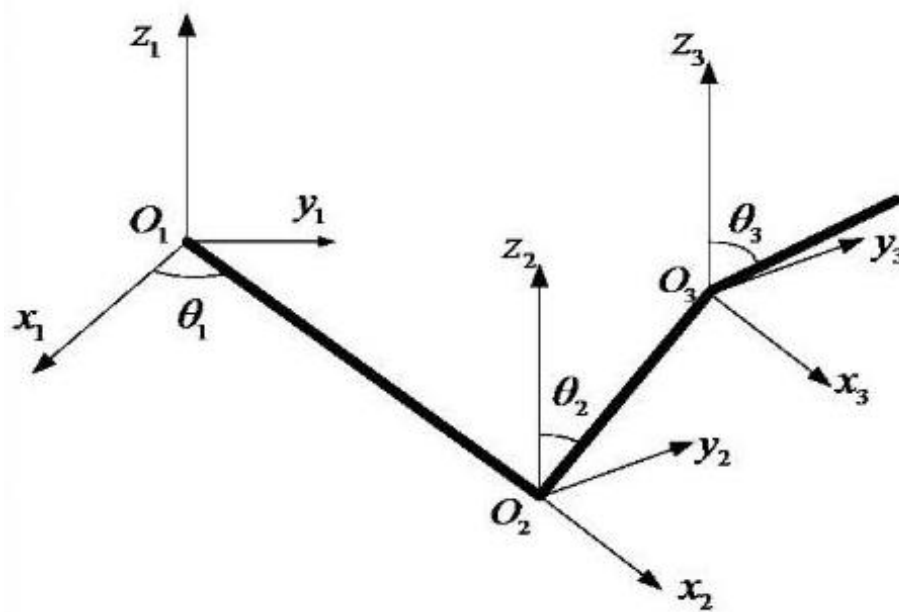


图 3 环形二阶倒立摆摆杆角度示意图

环形二阶摆的示意图如图 3 所示，以水平杆所处位置为零势能面。

图中三个角度的意义如下所示：

θ_1 —— 水平连接杆的转角

θ_2 —— 一阶摆杆（下摆杆）的转角

θ_3 —— 二阶摆杆（上摆杆）的转角

通过动力学分析建立拉格朗日方程可得到系统分析非线性动力学方程。若设定如下的状态

$$x_1 = \theta_1, x_2 = \theta_2, x_3 = \theta_3, x_4 = \dot{\theta}_1, x_5 = \dot{\theta}_2, x_6 = \dot{\theta}_3$$

其中

x_1 —— 水平连接杆的转角

x_2 —— 一阶摆杆（下摆杆）的转角

x_3 —— 二阶摆杆（上摆杆）的转角

x_4 —— 水平连接杆的角速度

x_5 —— 一阶摆杆（下摆杆）的角速度

x_6 —— 二阶摆杆（上摆杆）的角速度

带入参数可得系统在竖直向上位置处的状态空间方程如下式所示：

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$Y = CX$$

其中

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T$$
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -55.8062 & -3.3406 & -0.9936 & 0.2740 & -0.0856 \\ 0 & 107.9652 & -8.3366 & 0.9424 & -0.5686 & 0.2039 \\ 0 & -12.8110 & 21.9756 & 0.0867 & 0.1219 & -0.0787 \end{bmatrix}$$
$$B = [0 \ 0 \ 0 \ 99.3637 \ -94.2371 \ -8.6687]^T$$

$$C = I_{6 \times 6}$$

三、演示算法：LQR 控制方法

在 Command Window 中输入

```
A=[0 0 0 1 0 0; 0 0 0 0 1 0; 0 0 0 0 0 1; 0 -55.8062 -3.3406 -0.9936  
0.2740 -0.0856; 0 107.9652 -8.3366 0.9424 -0.5686 0.2039; 0 -12.8110  
21.9756 0.0867 0.1219 -0.0787];
```

```
B=[0; 0; 0; 99.3637; -94.2371; -8.6687];
```

```
Q=[10 0 0 0 0 0; 0 10 0 0 0 0; 0 0 10 0 0 0; 0 0 0 1 0 0; 0 0 0 0 1 0; 0  
0 0 0 0 1];
```

```
R=7;
```

$$K=lqr(A, B, Q, R)$$

得反馈矩阵

$$K = \begin{bmatrix} 1.1952 & -22.2479 & 53.2175 & 1.3357 & -0.4616 & 11.6332 \end{bmatrix}$$

设定连接摆杆的期望平衡位置为 100° 处, 建立如图4的 Simulink 控制框图, 其中模型部分根据环形一级倒立摆非线性模型由 S 函数编写, 控制模块根据 LQR 控制方法建立。

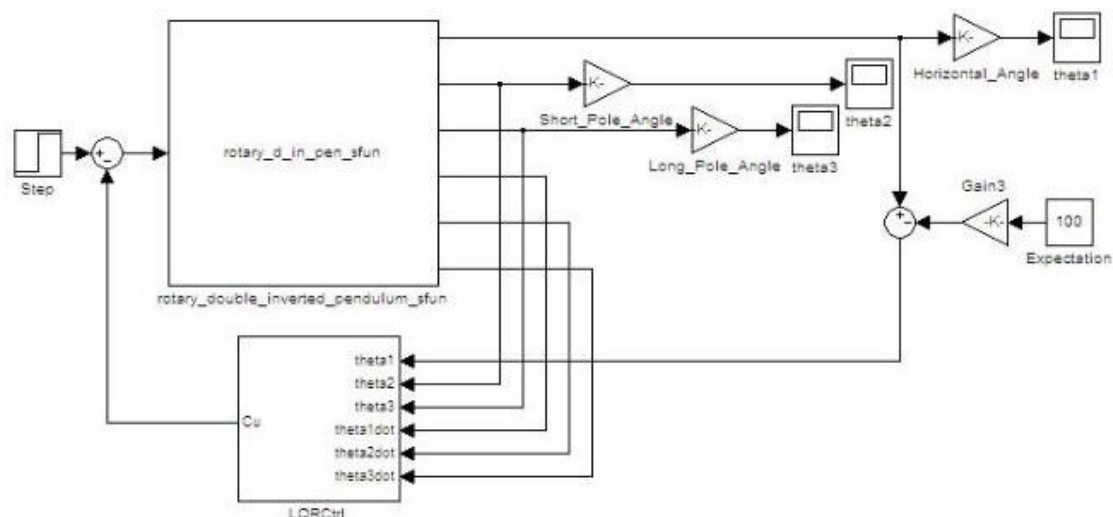


图 4 环形二阶倒立摆的 Simulink 框图

得到如图 5 的输出曲线（水平连接摆杆位置）、如图 6 的输出曲线（一阶摆杆角度）、如图 7 的输出曲线（二阶摆杆角度）。

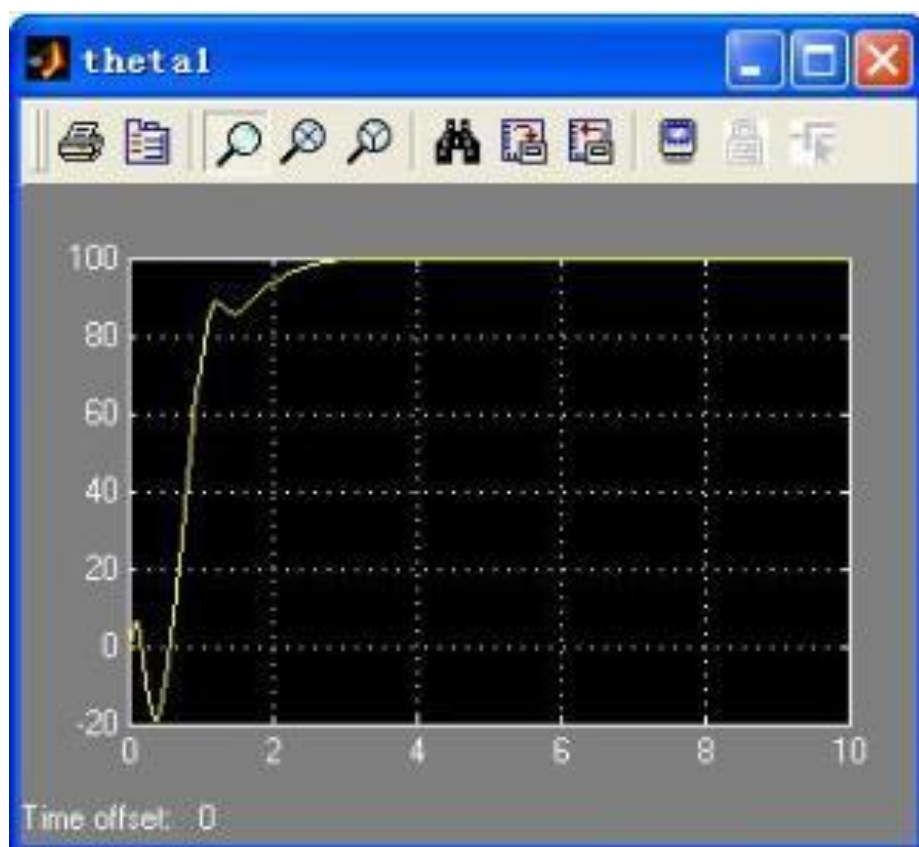


图 5 连杆位置图

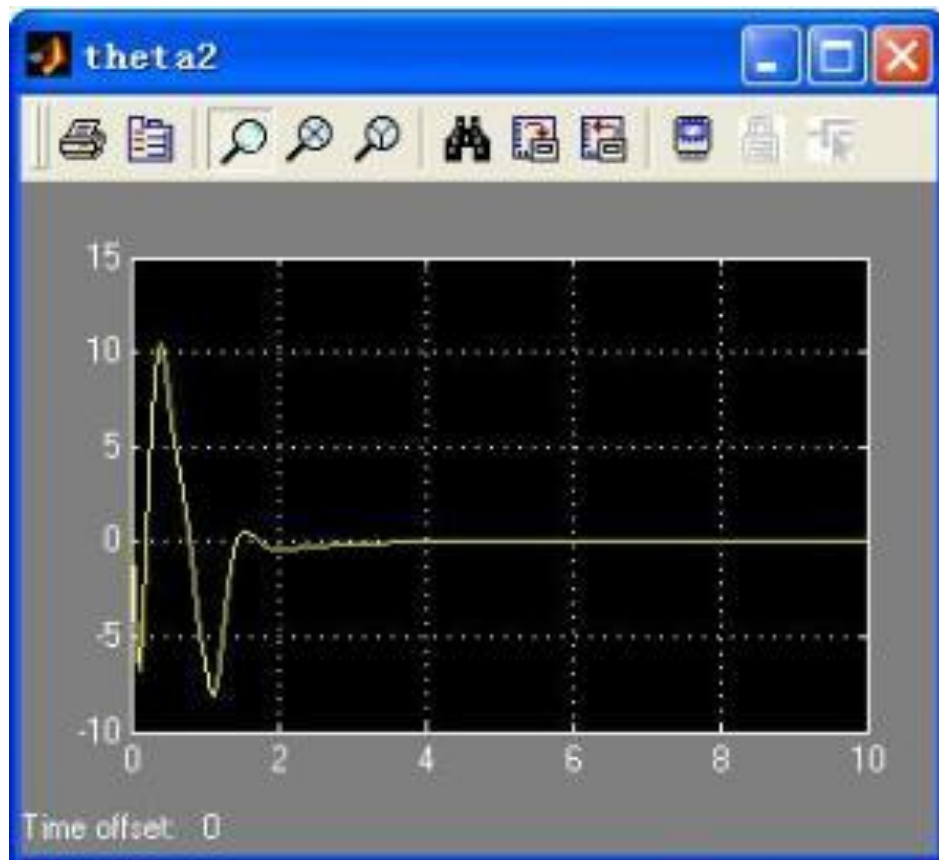


图 6 一阶摆杆与垂直方向角度图

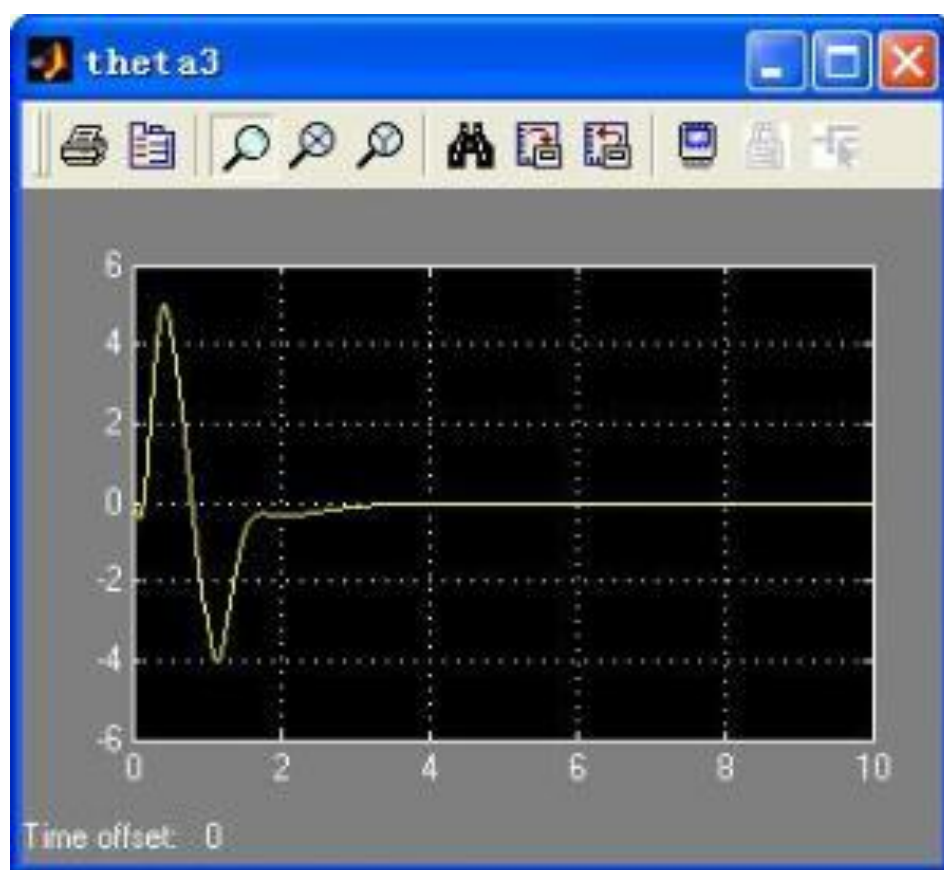


图 7 二阶摆杆与垂直方向角度图