

线性一阶倒立摆设备文档

一、线性一阶倒立摆的结构和工作原理

线性一阶倒立摆系统主要由以下几部分组成，如图 1 所示。其机械本体主要包括底座（导轨）、小车、驱动小车的交流伺服电机、同步皮带、摆杆、限位开关及光电码盘等。通过控制交流伺服电机，带动皮带转动，在皮带的带动下小车可以在导轨上运动从而控制摆杆的运动状态。交流伺服电机带有光电式脉冲编码盘，根据脉冲数目可得出工作轴的回转角度，由传动比换算出小车线性位移。在小车的运动导轨上有用于检测小车位置的传感器，小车位置的信号被传送给控制系统，通过控制算法计算出控制量控制电机，从而控制小车的位置，使摆杆垂直于水平面。我们的目的是设计一个控制器，通过控制电机的转动，使摆杆稳定在垂直于水平面的位置。

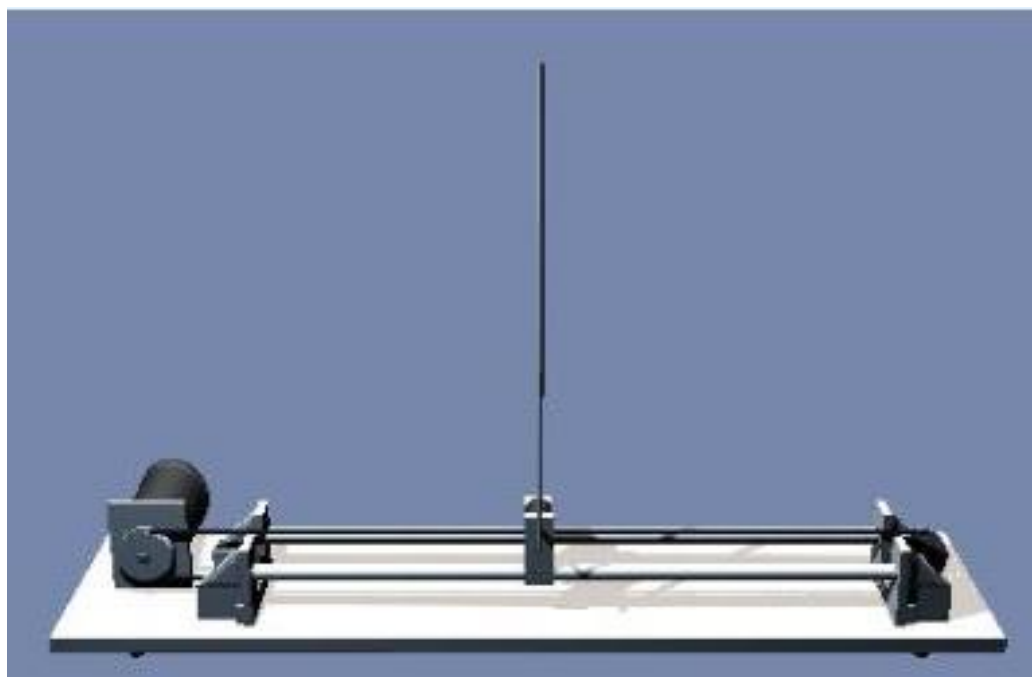


图 1 线性一阶倒立摆示意图

二、线性一阶倒立摆的数学模型

若忽略空气阻力和各种摩擦力之后，可将线性一阶倒立摆系统抽象成小车和质量均匀的摆杆组成的系统，如图 2 所示其中符号意为：

F —— 小车所受力

l —— 摆杆转动轴心到摆杆质心的长度

φ —— 摆杆与垂直向上方向的夹角

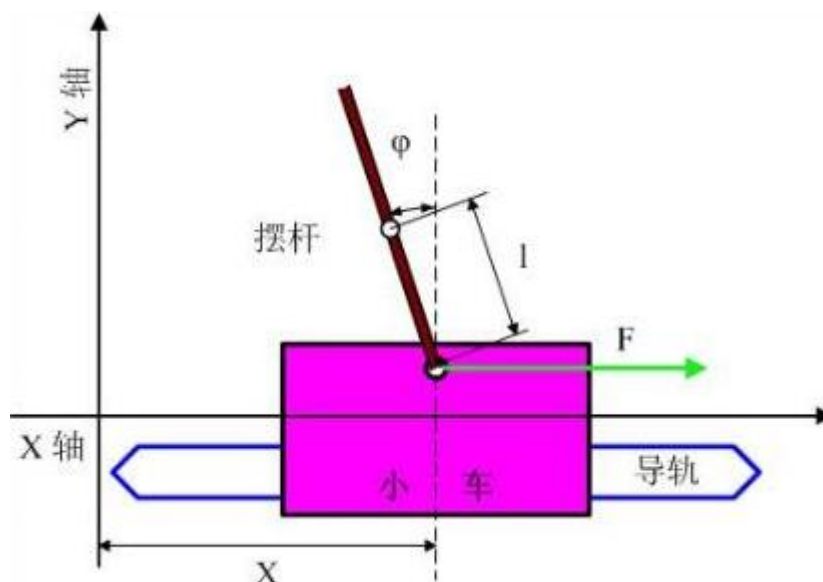


图 2 线性一阶倒立摆受力示意图

通过动力学分析建立拉格朗日方程可得到系统非线性动力学方程。若设定如下状态：

$$x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = \varphi, x_4 = \dot{\varphi}$$

其中

x_1 —— 小车相对于初始位置的位移

x_2 —— 摆杆的转角

x_3 —— 小车的速度

x_4 —— 摆杆的角速度

线性化后的系统状态空间方程为

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$Y = CX$$

其中

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$$

$$C = I_{4 \times 4}$$

带入参数得参数矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0883167 & 0.629317 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.235655 & 27.8285 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.883167 \\ 0 \\ 2.35655 \end{bmatrix}$$

三、演示算法：LQR 控制方法

在 Command Window 中输入

```
A= [0 1 0 0; 0 -0.0883167 0.629317 0; 0 0 0 1; 0 -0.235655 27.8285 0];
```

```
B= [0; 0.883167; 0; 2.35655];
```

```
Q= [10 0 0 0; 0 1 0 0; 0 0 10 0; 0 0 0 1];
```

```
R=1;
```

```
K=lqr (A, B, Q, R)
```

得反馈矩阵

```
K = -3.1623    -4.2854    37.3882    7.2137
```

设定摆杆初始位置为导轨的中点，导轨长度为 1.4m，设定小车的期望平衡位置为 50cm 处，建立如图 3 的 Simulink 控制框图，其中模型部分根据线性一阶倒立摆非线性模型由 S 函数编写，控制模块根据 LQR 控制方法建立。得到如图 4 的输出曲线（小车位置）和如图 5 的输出曲线（摆杆角度）。

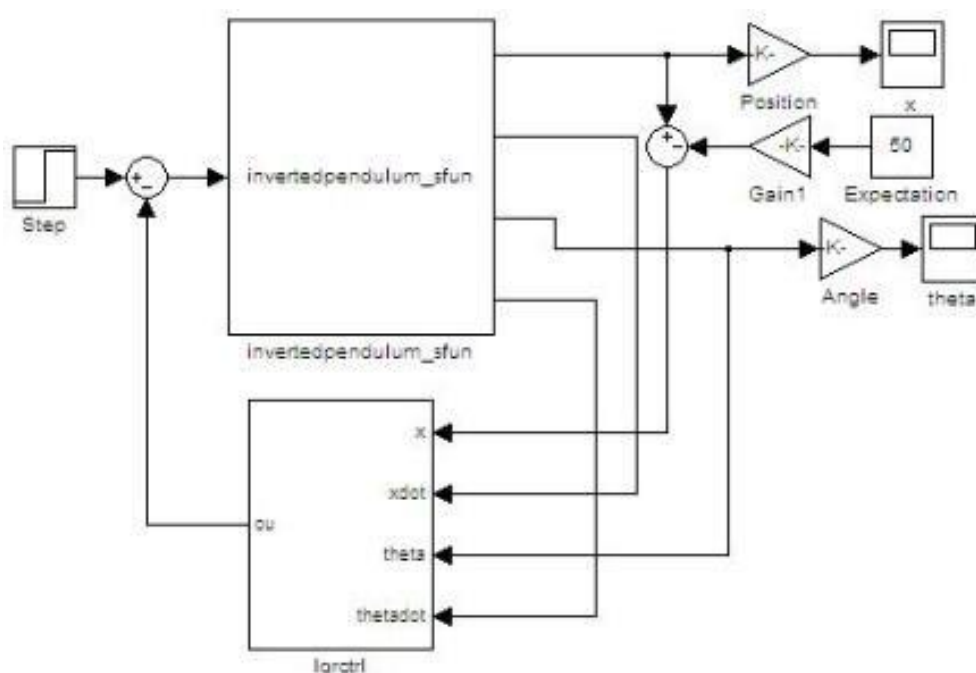


图 3 线性一阶倒立摆 Simulink 框图

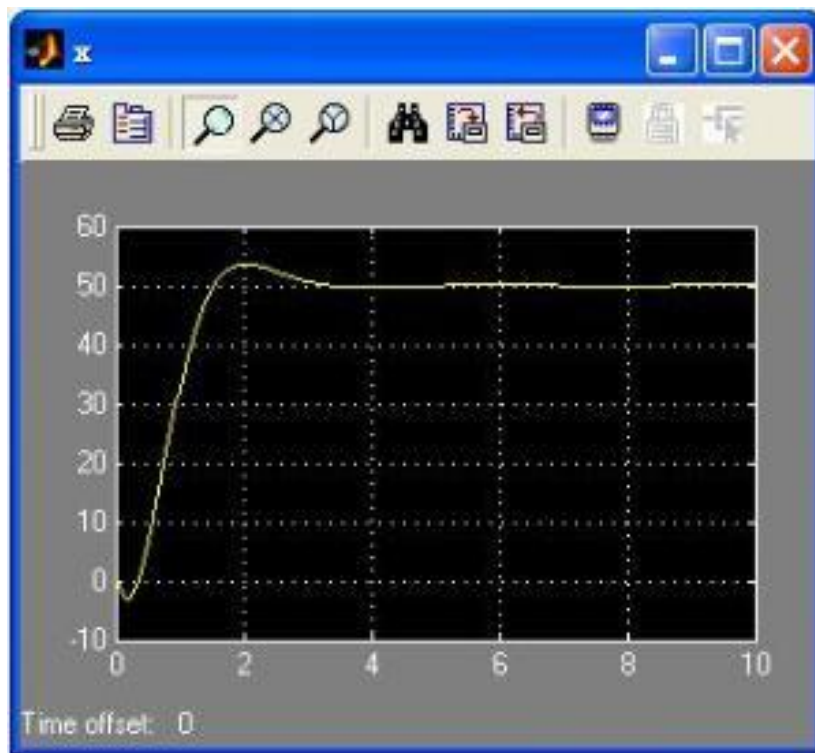


图 4 小车位置图

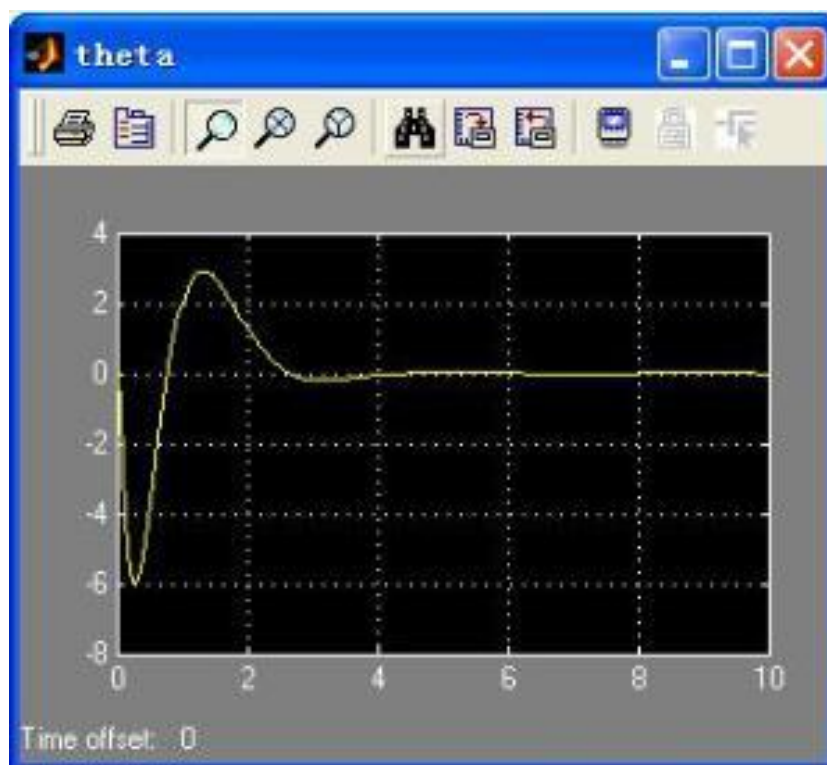


图 5 摆杆与垂直方向角度图