

令矩阵 B 是随机变量 ξ_i 和 ξ_j 的协方差矩阵： $B = (b_{ij})$

$$b_{ij} = E(\xi_i - E\xi_i)(\xi_j - E\xi_j)$$

对于任何实数 t_j 有

$$\begin{aligned} & \int \cdots \int \left\{ \sum_{j=1}^n t_j (x_j - E\xi_j) \right\}^2 dF(x_1, \cdots, x_n) \\ &= \sum_{j,k} \int \cdots \int (x_j - E\xi_j)(x_k - E\xi_k) dF(x_1, \cdots, x_n) = \sum b_{jk} t_j t_k \geq 0 \end{aligned}$$

因此，对任何的实 $T = (t_1, \cdots, t_n)$ ，有

$$TBT' \geq 0$$

故 B 非负定