

必修 5 西城练习册

目 录

第一章 解三角形	(1)
测试一 正弦定理和余弦定理	(1)
测试二 解三角形全章综合练习	(3)
第二章 数 列	(6)
测试三 数 列	(6)
测试四 等差数列	(8)
测试五 等比数列	(10)
测试六 数列求和	(13)
测试七 数列综合问题	(15)
测试八 数列全章综合练习	(18)
第三章 不等式	(21)
测试九 不等式的概念与性质	(21)
测试十 均值不等式	(23)
测试十一 一元二次不等式及其解法	(25)
测试十二 不等式的实际应用	(27)
测试十三 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题	(29)
测试十四 不等式全章综合练习	(32)
测试十五 数学必修 5 模块自我检测题	(35)
选 学	
测试十六 平面直角坐标系中的基本公式	(39)
测试十七 直线的方程	(41)
测试十八 两条直线的位置关系	(43)
参考答案	(45)
附: 测试卷及参考答案	
单元测试一 解三角形	
单元测试二 数 列(一)	
单元测试三 数 列(二)	
单元测试四 不等式	
数学必修 5 模块检测题	
测试卷参考答案	

第一章 解三角形

测试一 正弦定理和余弦定理

I 学习目标

- 掌握正弦定理和余弦定理及其有关变形.
- 会正确运用正弦定理、余弦定理及有关三角形知识解三角形.

II 基础训练题

一、选择题

- 在 $\triangle ABC$ 中,若 $BC=\sqrt{2}$, $AC=2$, $B=45^\circ$,则角A等于()
(A) 60° (B) 30° (C) 60° 或 120° (D) 30° 或 150°
- 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角A,B,C的对边分别是a,b,c,若 $a=2$, $b=3$, $\cos C=-\frac{1}{4}$,则c等于()
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
- 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\cos B=\frac{3}{5}$, $\sin C=\frac{2}{3}$, $AC=2$,那么边AB等于()
(A) $\frac{5}{4}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{20}{9}$ (D) $\frac{12}{5}$
- 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角A,B,C的对边分别是a,b,c,已知 $B=30^\circ$, $c=150$, $b=50\sqrt{3}$,那么这个三角形是()
(A)等边三角形 (B)等腰三角形
(C)直角三角形 (D)等腰三角形或直角三角形
- 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角A,B,C的对边分别是a,b,c,如果 $A:B:C=1:2:3$,那么 $a:b:c$ 等于()
(A) $1:2:3$ (B) $1:\sqrt{3}:2$ (C) $1:4:9$ (D) $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$

二、填空题

- 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角A,B,C的对边分别是a,b,c,若 $a=2$, $B=45^\circ$, $C=75^\circ$,则 $b=$ _____.
- 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角A,B,C的对边分别是a,b,c,若 $a=2$, $b=2\sqrt{3}$, $c=4$,则 $A=$ _____.



8. 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c ,若 $2\cos B \cos C = 1 - \cos A$,则 $\triangle ABC$ 是_____三角形.

9. 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c ,若 $a=3,b=4,B=60^\circ$,则 $c=$ _____.

10. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\tan A = 2, B = 45^\circ, BC = \sqrt{5}$,则 $AC =$ _____.

三、解答题

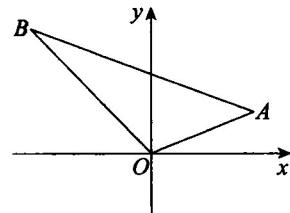
11. 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c ,若 $a=2,b=4,C=60^\circ$,试解 $\triangle ABC$.

12. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AB=3, BC=4, AC=\sqrt{13}$.

(1)求角 B 的度数;

(2)若 D 是 BC 的中点,求中线 AD 的长.

13. 如图, $\triangle OAB$ 的顶点坐标为 $O(0,0), A(5,2)$ 和 $B(-9,8)$,求角 A 的度数.



14. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $BC=a, AC=b$,且 a, b 是方程 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ 的两根,

$$2\cos(A+B)=1.$$

(1)求角 C 的度数;

(2)求 AB 的长;

(3)求 $\triangle ABC$ 的面积.

测试二 解三角形全章综合练习

I 基础训练题

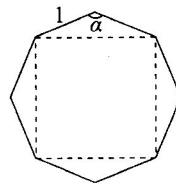
一、选择题

1. 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,若 $b^2 + c^2 - a^2 = bc$,则角 A 等于()
 (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$
2. 在 $\triangle ABC$ 中,给出下列关系式:
 ① $\sin(A+B)=\sin C$; ② $\cos(A+B)=\cos C$; ③ $\sin \frac{A+B}{2}=\cos \frac{C}{2}$.
 其中正确的个数是()
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
3. 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,若 $a=3, \sin A=\frac{2}{3}, \sin(A+C)=\frac{3}{4}$,
 则 b 等于()
 (A) 4 (B) $\frac{8}{3}$ (C) 6 (D) $\frac{27}{8}$
4. 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,若 $a=3, b=4, \sin C=\frac{2}{3}$,则此三角
 形的面积是()
 (A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) 3
5. 若 $\triangle ABC$ 的三个内角满足 $\sin A : \sin B : \sin C = 5 : 11 : 13$,则 $\triangle ABC$ ()
 (A)一定是锐角三角形 (B)一定是直角三角形
 (C)一定是钝角三角形 (D)可能是锐角三角形,也可能是钝角三角形

二、填空题

6. 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,若 $a=\sqrt{2}, b=2, B=45^\circ$,则角 $A=$
 _____.
7. 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,若 $a=2, b=3, c=\sqrt{19}$,则角 $C=$
 _____.
8. 在 $\triangle ABC$ 中,三个内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,若 $b=3, c=4, \cos A=\frac{3}{5}$,则此三角
 形的面积为_____.
9. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(1, 0), B(0, 2), C(4, 4)$,则 $\cos A=$ _____.

10. 某班设计了一个八边形的班徽(如图),它由腰长为 1,顶角为 α 的四个等腰三角形,及其底边构成的正方形所组成,该八边形的面积为_____.



三、解答题

11. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 且 $a=3, b=4, C=60^\circ$.

- (1) 求 c ;
- (2) 求 $\sin B$.

12. 设平面向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=3, |\mathbf{a}|=3, |\mathbf{b}|=2$.

- (1) 求 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$;
- (2) 求 $|\mathbf{a}-\mathbf{b}|$.

13. 设 $\triangle OAB$ 的顶点为 $O(0,0), A(5,2)$ 和 $B(-9,8)$, 若 $BD \perp OA$ 于 D .

- (1) 求高线 BD 的长;
- (2) 求 $\triangle OAB$ 的面积.

14. 已知 $\triangle ABC$ 的面积是30,内角 A,B,C 所对的边长分别为 a,b,c ,且 $\cos A = \frac{12}{13}$.

- (1) 求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$;
- (2) 若 $c-b=1$,求 a 的值.

II 拓展训练题

15. 某港口 O 要将一件重要物品用小艇送到一艘正在航行的轮船上,在小艇出发时,轮船位于港口 O 的北偏西 30° 且与该港口相距20海里的 A 处,并正以30海里/时的航行速度沿正东方向匀速行驶.假设该小艇沿直线方向以 v 海里/时的航行速度匀速行驶,经过 t 小时与轮船相遇.

- (1) 若希望相遇时小艇的航行距离最小,则小艇航行速度的大小应为多少?
- (2) 为保证小艇在30分钟内(含30分钟)能与轮船相遇,试确定小艇航行速度的最小值.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, a,b,c 分别是内角 A,B,C 的对边,且 $\frac{\cos B}{\cos C} = -\frac{b}{2a+c}$.

- (1) 求角 B 的度数;
- (2) 若 $b=\sqrt{13}, a+c=4$,求 $\triangle ABC$ 的面积.

第二章 数列

测试三 数列

I 学习目标

1. 了解数列的概念和几种简单的表示方法(列表、图象、通项公式),了解数列是一种特殊的函数.
 2. 理解数列的通项公式的含义,由通项公式写出数列各项.
 3. 了解递推公式是给出数列的一种方法,能根据递推公式写出数列的前几项.

Ⅱ 基础训练题

一、选择题

二、填空题

6. 数列的前 5 项如下,请写出各数列的一个通项公式:

$$(1) 1, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{1}{3}; \quad a_n = \text{_____};$$

$$(2) 0, 1, 0, 1, 0; \quad a_n = \dots$$

7. 观察下列等式: $1^3 + 2^3 = (1+2)^2$, $1^3 + 2^3 + 3^3 = (1+2+3)^2$, $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1+2+3+4)^2$, ... 根据上述规律, 第四个等式为 _____.

8. 一个数列的通项公式是 $a_n = \frac{n^2}{n^2 + 1}$.

(1) 它的前五项依次是 _____;

(2) 0.98 是其中的第_____项.

9. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{1}{1+2+3+\dots+(2n-1)}$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 则 $a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n^2 - 15n + 3$, 则它的最小项是第_____项.

三、解答题

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 14 - 3n$.

(1) 写出数列 $\{a_n\}$ 的前 6 项;

(2) 当 $n \geq 5$ 时, 证明 $a_n < 0$.

12. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_n = \frac{n^2+n-1}{3}$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

(1) 写出 a_{10}, a_{n+1}, a_{n^2} ;

(2) $79 \frac{2}{3}$ 是否是此数列中的项? 若是, 是第几项?

13. 已知函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$, 设 $a_n = f(n)$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

(1) 写出数列 $\{a_n\}$ 的前 4 项;

(2) 数列 $\{a_n\}$ 是递增数列还是递减数列? 为什么?

测试四 等差数列

I 学习目标

- 理解等差数列的概念,掌握等差数列的通项公式,并能解决一些简单问题.
- 掌握等差数列的前 n 项和公式,并能应用公式解决一些简单问题.
- 能在具体的问题情境中,发现数列的等差关系,并能体会等差数列与一次函数的关系.

II 基础训练题

一、选择题

- 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3, a_{n+1}=a_n-2$, 则 a_{100} 等于()
(A) 98 (B) -195 (C) -201 (D) -198
- 数列 $\{a_n\}$ 是首项 $a_1=1$, 公差 $d=3$ 的等差数列, 如果 $a_n=2008$, 那么 n 等于()
(A) 667 (B) 668 (C) 669 (D) 670
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_7+a_9=16, a_4=1$, 则 a_{12} 的值是()
(A) 15 (B) 30 (C) 31 (D) 64
- 在 a 和 b ($a \neq b$) 之间插入 n 个数, 使它们与 a, b 组成等差数列, 则该数列的公差为()
(A) $\frac{b-a}{n}$ (B) $\frac{b-a}{n+1}$ (C) $\frac{b+a}{n+1}$ (D) $\frac{b-a}{n+2}$
- 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1=-11, a_4+a_6=-6$, 则当 S_n 取最小值时, n 等于()
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

二、填空题

- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, a_2 与 a_6 的等差中项是_____.
- 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1+a_2=5, a_3+a_4=9$, 那么 $a_5+a_6=$ _____.
- 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和是 S_n , 若 $S_{17}=102$, 则 $a_9=$ _____.
- 如果一个数列的前 n 项和 $S_n=3n^2+2n$, 那么它的第 n 项 $a_n=$ _____.
- 在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1=1, a_2=2, a_{n+2}-a_n=1+(-1)^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 设 $\{a_n\}$ 的前 n 项和是 S_n , 则 $S_{10}=$ _____.

三、解答题

- 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其前 n 项和为 S_n , $a_3=7, S_4=24$. 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

12. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_{10}=30, a_{20}=50$.

- (1) 求通项 a_n ;
- (2) 若 $S_n=242$, 求 n .

13. 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_1=50, d=-0.6$.

- (1) 求从第几项开始 $a_n < 0$;
- (2) 写出数列的前 n 项和公式 S_n , 并求 S_n 的最大值.

III 拓展训练题

14. 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $3a_{n+1}=3a_n+2(n \in \mathbb{N}^*)$, $a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{99}=90$,

求 S_{100} .

测试五 等比数列

I 学习目标

- 理解等比数列的概念,掌握等比数列的通项公式,并能解决一些简单问题.
- 掌握等比数列的前 n 项和公式,并能应用公式解决一些简单问题.
- 能在具体的问题情境中,发现数列的等比关系,并能体会等比数列与指数函数的关系.

II 基础训练题

一、选择题

- 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$, $a_{n+1}=2a_n$, 则 a_4 等于()
 (A) $\frac{3}{8}$ (B) 24 (C) 48 (D) 54
- 在各项都为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 首项 $a_1=3$, 前三项和为 21, 则 $a_3+a_4+a_5$ 等于()
 (A) 33 (B) 72 (C) 84 (D) 189
- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, 公比 q 满足 $|q| \neq 1$, 若 $a_m=a_1a_2a_3a_4a_5$, 则 m 等于()
 (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12
- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_2=9$, $a_5=243$, 则 $\{a_n\}$ 的前四项和为()
 (A) 81 (B) 120 (C) 168 (D) 192
- 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n=a_1q^{n-1}$ ($q > 1$), 给出以下四个结论:
 ① $\{a_n\}$ 是等比数列; ② $\{a_n\}$ 可能是等差数列也可能是等比数列;
 ③ $\{a_n\}$ 是递增数列; ④ $\{a_n\}$ 可能是递减数列.
 其中正确的结论是()
 (A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④

二、填空题

- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, a_1, a_{10} 是方程 $3x^2+7x-9=0$ 的两根, 则 $a_4a_7=$ _____.
- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1+a_2=3$, $a_3+a_4=6$, 那么 $a_5+a_6=$ _____.
- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若公比 $q=4$, 且前 3 项之和等于 21, 则该数列的通项公式 $a_n=$ _____.
- 在 $\frac{8}{3}$ 和 $\frac{27}{2}$ 之间插入三个数, 使这五个数成等比数列, 则插入的三个数的乘积为 _____.
- 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 前 n 项和为 S_n , 若 S_{n+1}, S_n, S_{n+2} 成等差数列, 则 $q=$ _____.

三、解答题

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_2=6$, $a_5=162$, 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若 $S_n=242$, 求 n .

12. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_2a_6=36$, $a_3+a_5=15$, 求公比 q .

13. 已知 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列, $a_1=1$, 且 a_1, a_3, a_9 成等比数列.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 设 $b_n=2^{a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

III 拓展训练题

14. 在下列由正数排成的数表中,每行上的数从左到右都成等比数列,并且所有公比都等于 q ,每列上的数从上到下都成等差数列. a_{ij} ($i, j \in \mathbb{N}^*$) 表示位于第 i 行第 j 列的数,其中 $a_{24} = \frac{1}{8}$, $a_{42} = 1$, $a_{54} = \frac{5}{16}$.

a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	...	a_{1j}	...
a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	...	a_{2j}	...
a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	...	a_{3j}	...
a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}	...	a_{4j}	...
...
a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	...	a_{ij}	...
...

- (1) 求 q 的值;
(2) 求 a_{ij} 的计算公式.

测试六 数列求和

I 学习目标

1. 会求等差、等比数列的和,以及求等差、等比数列中的部分项的和.
 2. 会使用裂项相消法、错位相减法求数列的和.

基础训练题

一、选择题

1. 已知等比数列的公比为 2, 且前 4 项的和为 1, 那么前 8 项的和等于()
(A) 15 (B) 17 (C) 19 (D) 21

2. 若数列 $\{a_n\}$ 是公差为 $\frac{1}{2}$ 的等差数列, 它的前 100 项的和为 145, 则 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{99}$ 的值为()
(A) 60 (B) 72.5 (C) 85 (D) 120

3. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = (-1)^{n-1} \cdot 2n$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 设其前 n 项和为 S_n , 则 S_{100} 等于()
(A) 100 (B) -100 (C) 200 (D) -200

4. 数列 $\{\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}\}$ 的前 n 项和为()
(A) $\frac{n}{2n+1}$ (B) $\frac{2n}{2n+1}$ (C) $\frac{n}{4n+2}$ (D) $\frac{2n}{n+1}$

5. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, 且 $a_{n+2} = a_n + 3$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), 则 S_{100} 等于()
(A) 7000 (B) 7250 (C) 7500 (D) 14950

二、填空题

6. $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 数列 $\{n + \frac{1}{2^n}\}$ 的前 n 项和为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

8. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_{n+1}=2a_n$, 则 $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2=\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 设 $n \in \mathbb{N}^*$, $a \in \mathbb{R}$, 则 $1+a+a^2+\cdots+a^n=\underline{\hspace{2cm}}$.

10. $1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{8} + \cdots + n \times \frac{1}{2^n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

11. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -11$, $a_{n+1} = a_n + 2 (n \in \mathbb{N}^*)$, 求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 n 项和 S_n .

12. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 当 $n \geq 2$ 时, $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

13. 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 5$, 当 $n \geq 2$ 时, $a_n = S_{n-1}$. 数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_n b_n = (-1)^n (n \in \mathbb{N}^*)$

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

III 拓展训练题

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_1 = 2$, $a_1 + a_2 + a_3 = 12$.

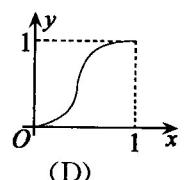
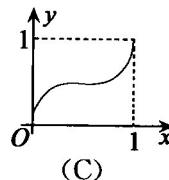
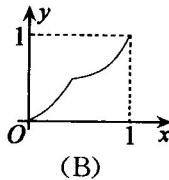
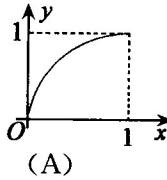
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 令 $b_n = a_n x^n (x \in \mathbb{R})$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和公式.

测试七 数列综合问题

I 基础训练题

一、选择题

1. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, 公差 $d\neq 0$, 如果 a_1, a_2, a_5 成等比数列, 那么 d 等于()
 (A) 3 (B) 2 (C) -2 (D) 2或-2
2. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n>0$, 且 $a_2a_4+2a_3a_5+a_4a_6=25$, 则 a_3+a_5 等于()
 (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20
3. 如果 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_8$ 为各项都是正数的等差数列, 公差 $d\neq 0$, 则()
 (A) $a_1a_8 > a_4a_5$ (B) $a_1a_8 < a_4a_5$
 (C) $a_1+a_8 > a_4+a_5$ (D) $a_1a_8 = a_4a_5$
4. 一给定函数 $y=f(x)$ 的图象在下列图中, 并且对任意 $a_1\in(0,1)$, 由关系式 $a_{n+1}=f(a_n)$ 得到的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}>a_n(n\in\mathbb{N}^*)$, 则该函数的图象是()



5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=0$, $a_{n+1}=\frac{a_n-\sqrt{3}}{\sqrt{3}a_n+1}(n\in\mathbb{N}^*)$, 则 a_{20} 等于()

(A) 0 (B) $-\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题

6. 设数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=\frac{1}{4}$, 且 $a_{n+1}=\begin{cases} \frac{1}{2}a_n, & n \text{ 为偶数}, \\ a_n+\frac{1}{4}, & n \text{ 为奇数}, \end{cases}$ 则 $a_2=$ _____,

$$a_3=$$
_____.

7. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为2, 前20项和等于150, 那么 $a_2+a_4+a_6+\dots+a_{20}=$ _____.

8. 某种细菌的培养过程中, 每20分钟分裂一次(一个分裂为两个), 经过3小时, 这种细菌可以由1个繁殖成_____个.

9. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2$, $a_{n+1}=a_n+3n(n\in\mathbb{N}^*)$, 则 $a_n=$ _____.

10. 在数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 中, $a_1=2$, 且对任意正整数 n 等式 $3a_{n+1}-a_n=0$ 成立, 若 b_n 是 a_n 与 a_{n+1} 的等差中项, 则 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为_____.

三、解答题

11. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n , 已知 $a_n=5S_n-3$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

- (1) 求 a_1, a_2, a_3 ;
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (3) 求 $a_1+a_3+\cdots+a_{2n-1}$ 的和.

12. 已知函数 $f(x)=\frac{2}{x^2+4}$ ($x>0$), 设 $a_1=1$, $a_{n+1}^2 \cdot f(a_n)=2$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

13. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_3=12, S_{12}>0, S_{13}<0$.

- (1) 求公差 d 的取值范围;
- (2) 指出 S_1, S_2, \dots, S_{12} 中哪个值最大, 并说明理由.

Ⅱ 拓展训练题

14. 甲、乙两物体分别从相距 70m 的两地同时相向运动. 甲第 1 分钟走 2m, 以后每分钟比前 1 分钟多走 1m, 乙每分钟走 5m.
- 甲、乙开始运动后几分钟相遇?
 - 如果甲、乙到达对方起点后立即折返, 甲继续每分钟比前 1 分钟多走 1m, 乙继续每分钟走 5m, 那么开始运动几分钟后第二次相遇?
15. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 a_1, a_2 是正整数, 且 $a_n = |a_{n-1} - a_{n-2}|, n=3, 4, 5, \dots$ 则称 $\{a_n\}$ 为“绝对差数列”.
- 举出一个前五项不为零的“绝对差数列”(只要求写出前十项);
 - 若“绝对差数列” $\{a_n\}$ 中, $a_1=3, a_2=0$, 试求出通项 a_n ;
 - * 证明: 任何“绝对差数列”中总含有无穷多个为零的项.



测试八 数列全章综合练习

I 基础训练题

一、选择题

1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1+a_2=4$, $a_3+a_4=12$, 那么 a_5+a_6 等于()
(A)16 (B)20 (C)24 (D)36
2. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为正数, 且 $a_3 \cdot a_9=2a_5^2$, $a_2=1$, 则 a_1 等于()
(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D)2
3. 若 a, b, c 成等比数列, 则函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴的交点个数为()
(A)0 (B)1 (C)2 (D)不能确定
4. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 如果前 5 项的和为 $S_5=20$, 那么 a_3 等于()
(A)-2 (B)2 (C)-4 (D)4
5. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列, 首项 $a_1>0$, $a_{2007}+a_{2008}>0$, $a_{2007} \cdot a_{2008}<0$, 则使前 n 项和 $S_n>0$ 成立的最大自然数 n 是()
(A) 4012 (B)4013 (C) 4014 (D)4015

二、填空题

6. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_3=3$, $a_{10}=384$, 那么该数列的通项 $a_n=$ _____.
7. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_9=72$, 则 $a_2+a_4+a_9=$ _____.
8. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n , 若 $S_n=n^2-3n+1$, 则 $a_n=$ _____.
9. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 公差 $d\neq 0$, 且 a_1, a_3, a_9 成等比数列, 则 $\frac{a_3+a_6+a_9}{a_4+a_7+a_{10}}=$ _____.
10. 无穷数列 $\{a_n\}$ 同时满足条件:
 - ①对于任意自然数 n , 都有 $-2 < a_n < 4$;
 - ②当 n 为正偶数时, $a_{n-1} < a_n$ 且 $a_n > a_{n+1}$;
 - ③当 $n > 3$ 时, $a_n > 0$.请写出一个满足条件的数列 $\{a_n\}$ 的通项公式:_____.

三、解答题

11. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_3+a_7-a_{10}=8$, $a_{11}-a_4=4$, 求 S_{13} .

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, 点 $(a_n, a_{n+1}+1)$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 在函数 $f(x)=2x+1$ 的图象上.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;
- (3) 设 $c_n=S_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足条件 $S_n=3a_n+2$.

- (1) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 成等比数列;
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

14. 某渔业公司今年初用 98 万元购进一艘渔船, 用于捕捞, 第一年需各种费用 12 万元, 从第二年开始包括维修费在内, 每年所需费用均比上一年增加 4 万元, 该船每年捕捞的总收入为 50 万元.

- (1) 写出该渔船前四年每年所需的费用 (不包括购买费用);
- (2) 该渔船捕捞几年开始盈利 (即总收入减去成本及所有费用为正值)?
- (3) 若当盈利总额达到最大值时, 渔船以 8 万元卖出, 那么该船为渔业公司带来的收益是多少万元?

Ⅱ 拓展训练题

15. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}$ ($x < -2$), 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_n = f(-\frac{1}{a_{n+1}})$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

(1) 求 a_n ;

(2) 设 $b_n = a_{n+1}^2 + a_{n+2}^2 + \dots + a_{2n+1}^2$, 是否存在最小正整数 m , 使对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ 有 $b_n < \frac{m}{25}$

成立? 若存在, 求出 m 的值, 若不存在, 请说明理由.

16. 已知 f 是直角坐标系平面 xOy 到自身的一个映射, 点 P 在映射 f 下的象为点 Q , 记作 $Q = f(P)$.

设 $P_1(x_1, y_1), P_2 = f(P_1), P_3 = f(P_2), \dots, P_n = f(P_{n-1}), \dots$ 如果存在一个圆, 使所有的点 $P_n(x_n, y_n)$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 都在这个圆内或圆上, 那么称这个圆为点 $P_n(x_n, y_n)$ 的一个收敛圆. 特别地, 当 $P_1 = f(P_1)$ 时, 则称点 P_1 为映射 f 下的不动点.

若点 $P(x, y)$ 在映射 f 下的象为点 $Q(-x+1, \frac{1}{2}y)$.

(1) 求映射 f 下不动点的坐标;

(2) 若 P_1 的坐标为 $(2, 2)$, 求证: 点 $P_n(x_n, y_n)$ ($n \in \mathbb{N}^*$) 存在一个半径为 2 的收敛圆.

第三章 不等式

测试九 不等式的概念与性质

I 学习目标

- 了解日常生活中的不等关系和不等式(组)的实际背景,掌握用作差的方法比较两个代数式的大小.
- 理解不等式的基本性质及其证明.

II 基础训练题

一、选择题

- 设 $a, b, c \in \mathbb{R}$, 则下列命题为真命题的是()
(A) $a > b \Rightarrow a - c > b - c$ (B) $a > b \Rightarrow ac > bc$
(C) $a > b \Rightarrow a^2 > b^2$ (D) $a > b \Rightarrow ac^2 > bc^2$
- 若 $-1 < \alpha < \beta < 1$, 则 $\alpha - \beta$ 的取值范围是()
(A) $(-2, 2)$ (B) $(-2, -1)$ (C) $(-1, 0)$ (D) $(-2, 0)$
- 已知 $a_1, a_2 \in (0, 1)$, 记 $M = a_1 a_2$, $N = a_1 + a_2 - 1$, 则 M 与 N 的大小关系是()
(A) $M < N$ (B) $M > N$ (C) $M = N$ (D) 不确定
- 使不等式 $a > b$ 和 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 同时成立的条件是()
(A) $a > b > 0$ (B) $a > 0 > b$ (C) $b > a > 0$ (D) $b > 0 > a$
- 设 $1 < x < 10$, 则下列不等关系正确的是()
(A) $\lg^2 x > \lg x^2 > \lg(\lg x)$ (B) $\lg^2 x > \lg(\lg x) > \lg x^2$
(C) $\lg x^2 > \lg^2 x > \lg(\lg x)$ (D) $\lg x^2 > \lg(\lg x) > \lg^2 x$

二、填空题

- 已知 $a < b < 0, c < 0$, 在下列空白处填上适当的不等号或等号:

$$(1) (a-2)c \quad (b-2)c; \quad (2) \frac{c}{a} \quad \frac{c}{b}; \quad (3) b-a \quad |a|-|b|.$$

- 已知 $a < 0, -1 < b < 0$, 那么 a, ab, ab^2 按从小到大排列为_____.

- 已知 $60 < a < 84, 28 < b < 33$, 则 $a-b$ 的取值范围是_____; $\frac{a}{b}$ 的取值范围是_____.

- 已知 $a, b, c \in \mathbb{R}$, 给出四个论断: ① $a > b$; ② $ac^2 > bc^2$; ③ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$; ④ $a-c > b-c$. 以其中一个论断作条件, 另一个论断作结论, 写出你认为正确的两个命题是 _____ \Rightarrow _____;
_____ \Rightarrow _____. (在“ \Rightarrow ”的两侧填上论断序号)

- 设 $a > 0, 0 < b < 1$, 则 $P = b^{a+\frac{3}{2}}$ 与 $Q = b^{\sqrt{(a+1)(a+2)}}$ 的大小关系是_____.

三、解答题

11. 若 $a > b > 0, m > 0$, 判断 $\frac{b}{a}$ 与 $\frac{b+m}{a+m}$ 的大小关系并加以证明.

12. 设 $a > 0, b > 0$, 且 $a \neq b$, $p = \frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a}$, $q = a + b$. 证明: $p > q$.

(注:解题时可参考公式 $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$)

III 拓展训练题

13. 已知 $a > 0$, 且 $a \neq 1$, 设 $M = \log_a(a^3 - a + 1)$, $N = \log_a(a^2 - a + 1)$. 求证: $M > N$.

14. 在等比数列 $\{a_n\}$ 和等差数列 $\{b_n\}$ 中, $a_1 = b_1 > 0, a_3 = b_3 > 0, a_1 \neq a_3$, 试比较 a_5 和 b_5 的大小.

测试十 均值不等式

I 学习目标

- 了解基本不等式的证明过程.
- 会用基本不等式解决简单的最大(小)值问题.

II 基础训练题

一、选择题

- 已知正数 a, b 满足 $a+b=1$, 则 ab ()
 - (A) 有最小值 $\frac{1}{4}$
 - (B) 有最小值 $\frac{1}{2}$
 - (C) 有最大值 $\frac{1}{4}$
 - (D) 有最大值 $\frac{1}{2}$
- 若 $a>0, b>0$, 且 $a\neq b$, 则 ()
 - (A) $\frac{a+b}{2} < \sqrt{ab} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
 - (B) $\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
 - (C) $\sqrt{ab} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} < \frac{a+b}{2}$
 - (D) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$
- 若矩形的面积为 $a^2 (a>0)$, 则其周长的最小值为 ()
 - (A) a
 - (B) $2a$
 - (C) $3a$
 - (D) $4a$
- 设 $a, b \in \mathbb{R}$, 且 $2a+b-2=0$, 则 4^a+2^b 的最小值是 ()
 - (A) $2\sqrt{2}$
 - (B) 4
 - (C) $4\sqrt{2}$
 - (D) 8
- 如果正数 a, b, c, d 满足 $a+b=cd=4$, 那么 ()
 - (A) $ab \leq c+d$, 且等号成立时 a, b, c, d 的取值唯一
 - (B) $ab \geq c+d$, 且等号成立时 a, b, c, d 的取值唯一
 - (C) $ab \leq c+d$, 且等号成立时 a, b, c, d 的取值不唯一
 - (D) $ab \geq c+d$, 且等号成立时 a, b, c, d 的取值不唯一

二、填空题

- 若 $x>0$, 则变量 $x+\frac{9}{x}$ 的最小值是 _____; 取到最小值时, $x=$ _____.
- 设 $t>0$, 则函数 $f(t)=\frac{t^2-4t+1}{t}$ 的最小值为 _____.
- 设 $a<0$, 则 $a+\frac{16}{a-3}$ 的最大值是 _____.
- 函数 $f(x)=2\log_2(x+2)-\log_2x$ 的最小值是 _____.
- 已知非零实数 a, b, c 满足 $a+b+c=3$, 且 a, b, c 成等比数列, 则 b 的取值范围是 _____.

三、解答题

11. 四个互不相等的正数 a, b, c, d 成等比数列, 判断 $\frac{a+d}{2}$ 和 \sqrt{bc} 的大小关系并加以证明.

12. 已知 $a > 0, a \neq 1, t > 0$, 试比较 $\frac{1}{2} \log_a t$ 与 $\log_a \frac{t+1}{2}$ 的大小.


III 拓展训练题

13. 若正数 x, y 满足 $x+y=1$, 且不等式 $\sqrt{x}+\sqrt{y}\leqslant a$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

14. (1) 用函数单调性的定义讨论函数 $f(x)=x+\frac{a}{x}$ ($a>0$) 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性;

(2) 设函数 $f(x)=x+\frac{a}{x}$ ($a>0$) 在 $(0, 2]$ 上的最小值为 $g(a)$, 求 $g(a)$ 的解析式.

测试十一 一元二次不等式及其解法

I 学习目标

- 通过函数图象理解一元二次不等式与相应的二次函数、一元二次方程的联系.
- 会解简单的一元二次不等式.

II 基础训练题

一、选择题

- 不等式 $x^2 + 5x + 4 > 0$ 的解集是()
 (A) $\{x | x > -1, \text{ 或 } x < -4\}$ (B) $\{x | -4 < x < -1\}$
 (C) $\{x | x > 4, \text{ 或 } x < 1\}$ (D) $\{x | 1 < x < 4\}$
- 不等式 $-x^2 + x - 2 > 0$ 的解集是()
 (A) $\{x | x > 1, \text{ 或 } x < -2\}$ (B) $\{x | -2 < x < 1\}$
 (C) \mathbb{R} (D) \emptyset
- 不等式 $\frac{x-3}{x+2} < 0$ 的解集为()
 (A) $\{x | -2 < x < 3\}$ (B) $\{x | x < -2\}$
 (C) $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 3\}$ (D) $\{x | x > 3\}$
- 已知不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\{x | -\frac{1}{3} < x < 2\}$, 则不等式 $cx^2 + bx + a < 0$ 的解集是()
 (A) $\{x | -3 < x < \frac{1}{2}\}$ (B) $\{x | x < -3, \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$
 (C) $\{x | -2 < x < \frac{1}{3}\}$ (D) $\{x | x < -2, \text{ 或 } x > \frac{1}{3}\}$
- 若函数 $y = px^2 - px - 1 (p \in \mathbb{R})$ 的图象永远在 x 轴的下方, 则 p 的取值范围是()
 (A) $(-\infty, 0)$ (B) $(-4, 0]$ (C) $(-\infty, -4)$ (D) $[-4, 0)$

二、填空题

- 不等式 $x^2 + x - 12 < 0$ 的解集是_____.
- 不等式 $\frac{3x-1}{2x+5} \leqslant 0$ 的解集是_____.
- 不等式 $|x^2 - 1| < 1$ 的解集是_____.
- 不等式 $0 < x^2 - 3x < 4$ 的解集是_____.
- 已知关于 x 的不等式 $x^2 - (a + \frac{1}{a})x + 1 < 0$ 的解集为非空集合 $\{x | a < x < \frac{1}{a}\}$, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题

11. 求关于 x 的不等式 $x^2 - 2ax - 3a^2 < 0$ 的解集.

12. 求关于 x 的不等式 $\frac{1}{k}x^2 - k \geq 0$ 的解集.

 III 拓展训练题

13. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2x - 8 > 0\}$,
 $C = \{x | x^2 - 4ax + 3a^2 < 0\}$.
(1) 求实数 a 的取值范围, 使 $C \supseteq (A \cap B)$;
(2) 求实数 a 的取值范围, 使 $C \supseteq (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

14. 设 $a \in \mathbf{R}$, 解关于 x 的不等式 $ax^2 - 2x + 1 < 0$.

测试十二 不等式的实际应用

I 学习目标

会使用不等式的相关知识解决简单的实际应用问题。

II 基础训练题

一、选择题

1. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$ 的定义域是()
 (A) $\{x | -2 < x < 2\}$ (B) $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$
 (C) $\{x | x > 2, \text{ 或 } x < -2\}$ (D) $\{x | x \geq 2, \text{ 或 } x \leq -2\}$
2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq 0, \\ -x+2, & x > 0, \end{cases}$ 则不等式 $f(x) \geq x^2$ 的解集是()
 (A) $[-1, 1]$ (B) $[-2, 2]$ (C) $[-2, 1]$ (D) $[-1, 2]$
3. 某村办服装厂生产某种风衣, 月销售量 x (件)与售价 p (元/件)的关系为 $p = 300 - 2x$, 生产 x 件的成本 $r = 500 + 30x$ (元), 为使月获利不少于 8600 元, 则月产量 x 满足()
 (A) $55 \leq x \leq 60$ (B) $60 \leq x \leq 65$
 (C) $65 \leq x \leq 70$ (D) $70 \leq x \leq 75$
4. 国家为了加强对烟酒生产的管理, 实行征收附加税政策. 现知某种酒每瓶 70 元, 不征收附加税时, 每年大约产销 100 万瓶; 若政府征收附加税, 每销售 100 元征税 r 元, 则每年产销量减少 $10r$ 万瓶, 要使每年在此项经营中所收附加税不少于 112 万元, 那么 r 的取值范围为()
 (A) $2 \leq r \leq 10$ (B) $8 \leq r \leq 10$
 (C) $2 \leq r \leq 8$ (D) $0 \leq r \leq 8$

二、填空题

5. 已知矩形的周长为 36cm, 则其面积的最大值为_____.
6. 不等式 $2x^2 + ax + 2 > 0$ 的解集是 \mathbf{R} , 则实数 a 的取值范围是_____.
7. 已知函数 $f(x) = x|x-2|$, 则不等式 $f(x) < 3$ 的解集为_____.
8. 若不等式 $|x+1| \geq kx$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 均成立, 则实数 k 的取值范围是_____.

三、解答题

9. 若直角三角形的周长为 2, 求它的面积的最大值, 并判断此时三角形的形状.

10. 汽车在行驶过程中,由于惯性作用,刹车后还要继续滑行一段距离才能停住,我们称这段距离为“刹车距离”. 刹车距离是分析事故的一个主要因素,在一个限速为40km/h的弯道上,甲、乙两车相向而行,发现情况不对同时刹车,但还是相撞了. 事后现场测得甲车刹车的距离略超过12m,乙车的刹车距离略超过10m. 已知甲乙两种车型的刹车距离 $s(m)$ 与车速 $x(km/h)$ 之间分别有如下关系: $s_{\text{甲}} = 0.1x + 0.01x^2$, $s_{\text{乙}} = 0.05x + 0.005x^2$. 问交通事故的主要责任方是谁?

III 拓展训练题

11. 当 $x \in [-1, 3]$ 时,不等式 $-x^2 + 2x + a > 0$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.
12. 某大学印一份招生广告,所用纸张(矩形)的左右两边留有宽为4cm的空白,上下都留有6cm的空白,中间排版面积为 2400cm^2 . 如何选择纸张的尺寸,才能使纸的用量最小?

测试十三 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题

I 学习目标

1. 了解二元一次不等式的几何意义,能用平面区域表示二元一次不等式组.
 2. 会从实际情境中抽象出一些简单的二元线性规划问题,并能加以解决.

II 基础训练题

一、选择题

二、填空题

- ④ 点 $(1, m)$ 在不等式组 $\begin{cases} y \leq 2x+1 \\ y \geq 1 \end{cases}$ 所表示的区域内，则实数 m 的取值范围是_____.

⑤ 若不等式 $|2x+y+m| < 3$ 表示的平面区域包含原点和点 $(-1, 1)$ ，则实数 m 的取值范围是_____.

⑥ 已知点 $P(x, y)$ 的坐标满足条件 $\begin{cases} x \leq 1, \\ y \leq 3, \\ 3x+y-3 \geq 0, \end{cases}$ 那么 $z=x-y$ 的取值范围是_____.

9. 已知点 $P(x, y)$ 的坐标满足条件 $\begin{cases} x \leq 1, \\ y \leq 2, \\ 2x + y - 2 \geq 0, \end{cases}$ 那么 $\frac{y}{x}$ 的取值范围是_____.

10. 设不等式组 $\begin{cases} x + y - 11 \geq 0, \\ 3x - y + 3 \geq 0, \\ 5x - 3y + 9 \leq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域为 D . 若指数函数 $y = a^x$ 的图象上存在区域 D 上的点, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题

11. 画出下列不等式(组)表示的平面区域:

$$(1) 3x + 2y + 6 > 0;$$

$$(2) \begin{cases} x \leq 1, \\ y \geq -2, \\ x - y + 1 \geq 0. \end{cases}$$

12. 某实验室需购某种化工原料 106kg, 现在市场上该原料有两种包装, 一种是每袋 35kg, 价格为 140 元; 另一种是每袋 24kg, 价格为 120 元. 在满足需要的前提下, 最少需要花费多少元?

III 拓展训练题

13. 商店现有 75 公斤奶糖和 120 公斤硬糖, 准备混合在一起装成每袋 1 公斤出售, 有两种混合办法: 第一种每袋装 250 克奶糖和 750 克硬糖, 每袋可盈利 0.5 元; 第二种每袋装 500 克奶糖和 500 克硬糖, 每袋可盈利 0.9 元. 问每一种应装多少袋, 使所获利润最大? 最大利润是多少?

14. 甲、乙两个粮库要向 A, B 两镇运送大米, 已知甲库可调出 100 吨, 乙库可调出 80 吨, 而 A 镇需大米 70 吨, B 镇需大米 110 吨, 两个粮库到两镇的路程和运费如下表:

	路程/千米		运费/元·(吨·千米) ⁻¹	
	甲库	乙库	甲库	乙库
A 镇	20	15	12	12
B 镇	25	20	10	8

问:(1) 这两个粮库各运往 A, B 两镇多少吨大米, 才能使总运费最省? 此时总运费是多少?

(2) 最不合理的调运方案是什么? 它给国家造成不该有的损失是多少?

测试十四 不等式全章综合练习

I 基础训练题

一、选择题

1. 设 $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a > b$, 则下列不等式中一定正确的是()

- (A) $ac^2 > bc^2$ (B) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ (C) $a - c > b - c$ (D) $|a| > |b|$

2. 在平面直角坐标系中, 不等式组 $\begin{cases} x+y-4 \leqslant 0, \\ 2x-y+4 \geqslant 0, \\ y \geqslant 2 \end{cases}$ 表示的平面区域的面积是()

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) 3 (C) 4 (D) 6

3. 某房地产公司要在一块圆形的土地上, 设计一个矩形的停车场, 若圆的半径为 10 m, 则这个矩形面积的最大值是()

- (A) 50 m^2 (B) 100 m^2 (C) 200 m^2 (D) 250 m^2

4. 设函数 $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x^2}$, 若对 $x > 0$ 恒有 $xf(x) + a > 0$ 成立, 则实数 a 的取值范围是()

- (A) $(-\infty, 1-2\sqrt{2})$ (B) $(-\infty, 2\sqrt{2}-1)$
 (C) $(2\sqrt{2}-1, +\infty)$ (D) $(1-2\sqrt{2}, +\infty)$

5. 设 $a, b \in \mathbb{R}$, 且 $b(a+b+1) < 0, b(a+b-1) < 0$, 则()

- (A) $a > 1$ (B) $a < -1$ (C) $-1 < a < 1$ (D) $|a| > 1$

二、填空题

6. 已知 $1 < a < 3, 2 < b < 4$, 那么 $2a - b$ 的取值范围是_____， $\frac{a}{b}$ 的取值范围是_____.

7. 若不等式 $x^2 - ax - b < 0$ 的解集为 $\{x | 2 < x < 3\}$, 则 $a + b =$ _____.

8. 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $x + 4y = 1$, 则 xy 的最大值为_____.

9. 若函数 $f(x) = \sqrt{2^{x^2+2ax-a}-1}$ 的定义域为 \mathbb{R} , 则实数 a 的取值范围为_____.

10. 三个同学对问题“关于 x 的不等式 $x^2 + 25 + |x^3 - 5x^2| \geqslant ax$ 在 $[1, 12]$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围”提出各自的解题思路.

甲说:“只需不等式左边的最小值不小于右边的最大值.”

乙说:“把不等式变形为左边含变量 x 的函数, 右边仅含常数, 求函数的最值.”

丙说:“把不等式两边看成关于 x 的函数, 作出函数图象.”

分析上述解题思路, 你认为他们所讨论的问题的正确结论, 即 a 的取值范围是_____.

三、解答题

11. 已知全集 $U=\mathbb{R}$, 集合 $A=\{x \mid |x-1|<6\}, B=\{x \mid \frac{x-8}{2x-1}>0\}$.

- (1) 求 $A \cap B$;
- (2) 求 $(\complement_U A) \cup B$.

12. 若正实数 x, y 满足 $xy=2x+y+6$, 求 xy 的最小值.

13. 已知 $f(x)=m(x-2m)(x+m+3)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上的值恒为负数, 且在区间 $(-\infty, -4)$ 上存在 x_0 使得 $f(x_0)>0$, 求实数 m 的取值范围.

14. 某工厂用两种不同原料生产同一产品,若采用甲种原料,每吨成本 1000 元,运费 500 元,可得产品 90 千克;若采用乙种原料,每吨成本 1500 元,运费 400 元,可得产品 100 千克. 今预算每日原料总成本不得超过 6000 元,运费不得超过 2000 元,问此工厂每日采用甲、乙两种原料各多少千克,才能使产品的日产量最大?

II

拓展训练题

15. 已知数集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ($1 \leq i \leq j \leq n$, a_i, a_j 与 $\frac{a_j}{a_i}$ 两数中至少有一个属于 A .) 具有性质 P : 对任意的 i, j ($1 \leq i \leq j \leq n$), a_i, a_j 与 $\frac{a_j}{a_i}$ 两数中至少有一个属于 A .
- (1) 分别判断数集 $\{1, 3, 4\}$ 与 $\{1, 2, 3, 6\}$ 是否具有性质 P , 并说明理由;
- (2) 证明: $a_1 = 1$, 且 $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{a_1^{-1} + a_2^{-1} + \dots + a_n^{-1}} = a_n$.

测试十五 数学必修5 模块自我检测题

一、选择题

1. 函数 $y=\sqrt{x^2-4}$ 的定义域是()
 (A) $(-2, 2)$ (B) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
 (C) $[-2, 2]$ (D) $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

2. 设 $a > b > 0$, 则下列不等式中一定成立的是()
 (A) $a-b < 0$ (B) $0 < \frac{a}{b} < 1$
 (C) $\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$ (D) $ab > a+b$

3. 设不等式组 $\begin{cases} x \leqslant 1, \\ y \geqslant 0, \\ x-y \geqslant 0 \end{cases}$ 所表示的平面区域是 W , 则下列各点中, 在区域 W 内的点是()
 (A) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ (B) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$
 (C) $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$ (D) $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$

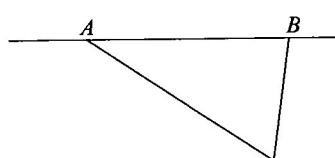
4. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则下列不等式中一定成立的是()
 (A) $a_1+a_3 > 0$ (B) $a_1a_3 > 0$ (C) $S_1+S_3 < 0$ (D) $S_1S_3 < 0$

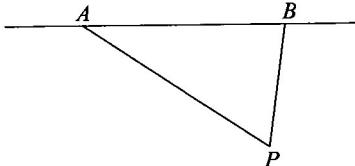
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 三个内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $A : B : C = 1 : 2 : 3$, 则 $a : b : c$ 等于()
 (A) $1 : \sqrt{3} : 2$ (B) $1 : 2 : 3$ (C) $2 : \sqrt{3} : 1$ (D) $3 : 2 : 1$

6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 20 项和 $S_{20}=340$, 则 $a_6+a_9+a_{11}+a_{16}$ 等于()
 (A) 31 (B) 34 (C) 68 (D) 70

7. 已知正数 x, y 满足 $x+y=4$, 则 $\log_2 x+\log_2 y$ 的最大值是()
 (A) -4 (B) 4 (C) -2 (D) 2

8. 如图, 在限速为 90km/h 的公路 AB 旁有一测速站 P , 已知点 P 距测速区起点 A 的距离为 0.08km, 距测速区终点 B 的距离为 0.05km, 且 $\angle APB=60^\circ$. 现测得某辆汽车从 A 地行驶到 B 地所用的时间为 3s, 则此车的速度介于()
 (A) $60 \sim 70$ km/h (B) $70 \sim 80$ km/h
 (C) $80 \sim 90$ km/h (D) $90 \sim 100$ km/h





二、填空题

9. 不等式 $x(x-1) < 2$ 的解集为_____.
10. 在 $\triangle ABC$ 中, 三个内角 A, B, C 成等差数列, 则 $\cos(A+C)$ 的值为_____.
11. 已知 $\{a_n\}$ 是公差为 -2 的等差数列, 其前 5 项的和 $S_5 = 0$, 那么 a_1 等于_____.
12. 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=1, C=120^\circ, \cos A = \frac{2}{3}$, 则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$.
13. 在平面直角坐标系中, 不等式组 $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0, \\ 2x+y-4 \leq 0, \\ x+y-3 \leq 0 \end{cases}$ 所表示的平面区域的面积是_____;
- 变量 $z=x+3y$ 的最大值是_____.
14. 如图, n^2 ($n \geq 4$) 个正数排成 n 行 n 列方阵, 符号 a_{ij} ($1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n, i, j \in \mathbb{N}^*$) 表示位于第 i 行第 j 列的正数. 已知每一行的数成等差数列, 每一列的数成等比数列, 且各列数的公比都等于 q . 若 $a_{11} = \frac{1}{2}, a_{24} = 1, a_{32} = \frac{1}{4}$,
 则 $q = \underline{\hspace{2cm}}$; $a_{ij} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| a_{11} | a_{12} | a_{13} | \cdots | a_{1n} |
| a_{21} | a_{22} | a_{23} | \cdots | a_{2n} |
| \cdots | | | | |
| a_{n1} | a_{n2} | a_{n3} | \cdots | a_{nn} |

三、解答题

15. 已知函数 $f(x) = x^2 + ax + 6$.
- 当 $a=5$ 时, 解不等式 $f(x) < 0$;
 - 若不等式 $f(x) > 0$ 的解集为 \mathbf{R} , 求实数 a 的取值范围.
16. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_3 = -6, a_6 = 0$.
- 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - 若等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = -8, b_2 = a_1 + a_2 + a_3$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和公式.

17. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是内角 A, B, C 的对边, A, B 是锐角, $c=10$, 且 $\frac{\cos A}{\cos B}=\frac{b}{a}=\frac{4}{3}$.

- (1) 证明: $C=90^\circ$;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 某厂生产甲、乙两种产品, 生产这两种产品每吨所需要的煤、电以及每吨产品的产值如下表所示. 若每天配给该厂的煤至多56吨, 供电至多45千瓦, 问该厂如何安排生产, 使得该厂日产值最大?

	用煤/吨	用电/千瓦	产值/万元
甲种产品	7	2	8
乙种产品	3	5	11

19. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是内角 A, B, C 的对边, 且 $\cos A = \frac{1}{3}$.

(1) 求 $\sin^2 \frac{B+C}{2} + \cos 2A$ 的值;

(2) 若 $a = \sqrt{3}$, 求 bc 的最大值.

20. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和是 S_n , $a_1 = 5$, 且 $a_n = S_{n-1}$ ($n = 2, 3, 4, \dots$).

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求证: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n} < \frac{3}{5}$.