

# 汽车租赁调度多目标优化模型

张 杰, 于 洋

(东北电力大学 理学院, 吉林 吉林 132012)

**摘 要:** 本文考虑一个周期的汽车租赁调度问题, 在直接调运的前提下, 首先以汽车租赁公司的总收益最大和总短缺损失最小为目标, 建立多目标优化模型; 然后提出了基于启发式的双层排序综合择优算法; 最后对汽车租赁案例进行了实证研究。

**关键词:** 汽车租赁; 多目标优化; 启发式算法

中图分类号: O221.6

文献标志码: A

文章编号: 2095-3070(2015)02-0038-08

## 0 引言

国内汽车租赁市场兴起于1990年北京亚运会, 随后在北京、上海、广州及深圳等国际化程度较高的城市率先发展, 直至2000年左右, 汽车租赁市场开始在其他城市发展。

随着汽车租赁市场的日益繁荣, 如何快速、高效地进行汽车调度问题亟待解决, 关于这方面的研究取得了一些成果。文献[1-2]构建随机期望模型, 提出了使用粒子群算法求解车辆分配、升级和调度优化的方案, 该方法帮助租车公司管理者做出正确的决策, 在提升顾客满意度的同时, 提高租车率和租车公司的收益。文献[3]研究解决车辆预订任务框架下网络流程模型利润最大化问题, 考虑预订分配每个车的初始和未来的可用性、租赁集团之间的相互依赖关系以及不同预订优先顺序, 提出了一种放松和修复启发式算法。文献[4-5]建立了两阶段的动态规划模型和二次规划模型, 提出了一种启发式算法来确定最佳车队规模和车辆转移策略。文献[6]建立了多种租赁形式下的在线模型, 给出了这种模型的确定性竞争策略, 证明了该策略具有最优竞争力。文献[7-9]提出了基于 $P$ -中值模型的联营区划分方法, 设计了启发式算法求解该问题, 可以一次性获得联营区划分的结果和区域管理中心的位置。当汽车租赁站点的需求或站点个数发生变化, 需要调整部分联营区归属时, 该模型可以获得满意解。

本文同时考虑汽车租赁公司的收益和短缺损失, 以一个调度周期为时长, 建立汽车租赁调度的多目标优化模型, 提出了基于启发式的双层排序综合择优算法。利用所建立的优化模型以及提出的算法, 对实际汽车租赁案例进行了建模和求解, 验证了方法的可行性。

## 1 汽车租赁调度的多目标优化模型

一个周期的汽车租赁调度问题描述如下: 调度周期为 $T$ 天, 租赁公司有 $M$ 个代理点,  $N$ 辆汽车; 调度初期, 这 $N$ 辆汽车分布在 $M$ 个代理点, 代理点 $i$ 的汽车数量为 $K_i$  ( $i = 1, 2, \dots, M$ ) 辆 (显然  $\sum_{i=1}^M K_i = N$ ); 代理点 $i$ 第 $t$ 天对汽车的需求量为 $A_{it}$  ( $i = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T$ ) 辆。

从代理点 $i$ 调运汽车到代理点 $j$ , 每辆车的费用为 $\alpha_{ij}$  (显然  $\alpha_{ii} = 0$ ), 代理点 $i$ 每天每辆车的获利为 $R_i$ ; 如果代理点 $i$ 所需要的汽车得不到满足, 每天短缺一辆车所造成的损失为 $L_i$ 。

需要解决的问题是: 在直接调运的条件下, 确定一个周期内每天的汽车调度计划, 目标是使租赁公

收稿日期: 2015-04-02

通讯作者: 张杰, E-mail: jljzj2005@163.com

司的总收益最大以及总短缺损失最小。

由上述可知,汽车租赁问题的决策变量为调度周期内每天每个代理点调往其他代理点的汽车数量,设  $x_{ijt}$  为第  $t$  天代理点  $i$  调往代理点  $j$  的汽车数量( $t = 1, 2, \dots, T; i, j = 1, 2, \dots, M$ ),显然有  $x_{ijt} \cdot x_{jit} = 0 (i \neq j)$ 。

设  $B_{it} (i = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T)$  为代理点  $i$  在第  $t$  天开始时所拥有的汽车数量,则

$$B_{i1} = K_i, B_{it} = K_i - \sum_{k=1}^{t-1} \left( \sum_{j=1, j \neq i}^M x_{ijk} - \sum_{j=1, j \neq i}^M x_{jik} \right), (i = 1, 2, \dots, M; t = 2, 3, \dots, T)。$$

### 1) 约束条件的描述

i) 每个代理点每天调往各代理点(包括自身)的汽车数量等于当天开始时的拥有量:

$$\sum_{j=1}^M x_{ijt} = B_{it}, (i = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T)。$$

ii) 每个代理点每天从其他代理点调运的汽车数量不超过其需求量:

$$\sum_{j=1, j \neq i}^M x_{jit} \leq A_{it}, (i = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T)。$$

### 2) 目标函数的确定

i) 调度周期内租赁公司的总收益最大:  $\max \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M (R_j - \alpha_{ij}) x_{ijt}。$

ii) 调度周期内租赁公司的总短缺损失最小: 由于每个代理点每天拥有的车辆数可能小于其需求数量,因此第  $t$  天代理点  $i$  的短缺损失  $S_{it}$  为:

$$S_{it} = \begin{cases} (A_{it} - \sum_{j=1}^M x_{jit}) L_i, & A_{it} - \sum_{j=1}^M x_{jit} \geq 0 \\ 0, & A_{it} - \sum_{j=1}^M x_{jit} < 0 \end{cases}。$$

在此引进逻辑变量  $y_{it}$ :

$$y_{it} = \begin{cases} 1, & A_{it} - \sum_{j=1}^M x_{jit} \geq 0 \\ 0, & A_{it} - \sum_{j=1}^M x_{jit} < 0 \end{cases},$$

则租赁公司总短缺损失最小的目标表示为:

$$\min S = \min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M (A_{it} - \sum_{j=1}^M x_{jit}) L_i y_{it},$$

并相应地添加约束条件:

$$\begin{aligned} A_{it} - \sum_{j=1}^M x_{jit} &\leq \bar{M} y_{it}, \\ (A_{it} - \sum_{j=1}^M x_{jit}) y_{it} &\geq y_{it}, \end{aligned}$$

其中,  $\bar{M}$  为充分大的正数。

综上所述,可以建立汽车租赁调度的多目标优化模型(MP):

$$\begin{aligned} \max & \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M (R_j - \alpha_{ij}) x_{ijt} \\ \min & \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M (A_{it} - \sum_{j=1}^M x_{jit}) L_i y_{it} \end{aligned}$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} \sum_{j=1}^M x_{ijt} = B_{it}, \sum_{j=1, j \neq i}^M x_{jit} \leq A_{it}, B_{i1} = K_i \\ B_{it} = K_i - \sum_{k=1}^{t-1} (\sum_{j=1, j \neq i}^M x_{ijk} - \sum_{j=1, j \neq i}^M x_{jik}) (t \neq 1) \\ x_{ijt} \cdot x_{jit} = 0 (i \neq j), \sum_{i=1}^M K_i = N, A_{it} - \sum_{j=1}^M x_{jit} \leq \bar{M}y_{it} \\ (A_{it} - \sum_{j=1}^M x_{jit})y_{it} \geq y_{it} \\ i, j = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T \end{cases}$$

模型 MP 为具有混合变量的多目标非线性优化模型,为了便于求解,将多目标转化为“租赁公司总净收益最大”的单目标问题,即目标函数为:

$$\max Z = \max \left[ \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^M (R_j - \alpha_{ij}) x_{ijt} - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M (A_{it} - \sum_{j=1}^M x_{jit}) L_i y_{it} \right].$$

## 2 基于启发式的双层排序综合择优算法

当代理点数量较多时,汽车租赁调度模型 MP 不仅决策变量多,而且既有整数变量,又有 0-1 变量;模型的约束条件多且结构复杂,因此难于求解。本文提出了基于启发式的双层排序综合择优算法,具体算法步骤如下:

### Step1 数据初始化

1) 计算每个代理点的日单位收益  $C_{ij}$

从代理点  $i$  调运车辆到代理点  $j$  时,代理点  $j$  的日单位车辆收益  $C_{ij}$  为:  $C_{ij} = R_j - \alpha_{ij} (i, j = 1, 2, \dots, M)$ , 显然  $\alpha_{jj} = 0$ 。

2) 构建短缺损失表

将各个代理点日单位车辆短缺损失列表,如表 1 所示。

表 1 各代理点日单位车辆短缺损失表

代理点	1	2	...	M
短缺损失	$L_1$	$L_2$	...	$L_M$

3) 计算代理点  $j$  的日单位车辆“收益损失和”  $W_{ij}$ :

$$W_{ij} = C_{ij} + L_j,$$

将代理点的日单位车辆收益及短缺损失求和来确定调车原则,其和大者,优先安排调车。记  $J = \{1, 2, \dots, M\}$ , 置  $t = 1$ , 转 Step2。

### Step2 检验各代理点的车辆供需情况

1) 若  $\sum_{j=1}^M A_{jt} \leq \sum_{j=1}^M B_{jt}$ , 转 Step3;

2) 若  $\sum_{j=1}^M A_{jt} > \sum_{j=1}^M B_{jt}$ , 转 Step5。

### Step3 当总供给不低于总需求时,作如下检查:

1) 若  $\forall j \in J, A_{jt} \leq B_{jt}$ , 则  $\bar{x}_{ijt} = 0 (i, j \in J)$ , 转 Step7;

2) 若  $\exists j_0 \in J, A_{j_0 t} > B_{j_0 t}$ , 记  $J_t = \{j \mid A_{jt} > B_{jt}, j \in J\}$ , 转 Step4。

### Step4 将 $J_t$ 和 $J \setminus J_t$ 中的代理点按先后顺序排列, 设为:

$$J_t = \{j_1, j_2, \dots, j_{M_1}\} (j_1 < j_2 < \dots < j_{M_1}), J \setminus J_t = \{\bar{j}_1, \bar{j}_2, \dots, \bar{j}_{M_2}\} (\bar{j}_1 < \bar{j}_2 < \dots < \bar{j}_{M_2}),$$

构建  $J_t$  和  $J \setminus J_t$  中代理点的日单位车辆收益表, 见表 2。

表 2  $J_t$  与  $J \setminus J_t$  中代理点的日单位车辆收益表

	$j_1$	$j_2$	$\cdots$	$j_{M_1}$
$\bar{j}_1$	$C_{j_1 j_1}$	$C_{j_1 j_2}$	$\cdots$	$C_{j_1 j_{M_1}}$
$\bar{j}_2$	$C_{j_2 j_1}$	$C_{j_2 j_2}$	$\cdots$	$C_{j_2 j_{M_1}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\bar{j}_{M_2}$	$C_{j_{M_2} j_1}$	$C_{j_{M_2} j_2}$	$\cdots$	$C_{j_{M_2} j_{M_1}}$

在满足  $J \setminus J_t$  中的代理点现有车辆不少于其需求量的条件下,以总收益最大为目标,建立优化模型:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i \in J \setminus J_t} \sum_{j \in J_t} C_{ij} x_{ijt} \\ \text{s. t. } & \begin{cases} B_{it} - \sum_{j \in J_t} x_{ijt} \geq A_{it} \quad (i \in J \setminus J_t) \\ \sum_{i \in J \setminus J_t} x_{ijt} = A_{jt} - B_{jt} \quad (j \in J_t) \\ x_{ijt} \geq 0 \text{ 且为整数} \end{cases} \end{aligned}$$

求解模型,得到车辆调度方案  $\{\bar{x}_{ijt}\}$  如下:

$$\bar{x}_{ijt} = \begin{cases} \bar{x}_{ijt}, & i \in J \setminus J_t, j \in J_t, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

转 Step7。

**Step5** 当总供给低于总需求时,作如下检查:

- 1) 若  $\forall j \in J, A_{jt} \geq B_{jt}$ , 则  $\bar{x}_{ijt} = 0 (i, j \in J)$ , 转 Step7;
- 2) 若  $\exists j_0 \in J, A_{j_0 t} < B_{j_0 t}$ , 记  $J'_t = \{j \mid A_{jt} < B_{jt}, j \in J\}$ , 转 Step6。

**Step6** 将  $J'_t$  和  $J \setminus J'_t$  中的代理点按先后顺序排列, 设为:

$J'_t = \{j'_1, j'_2, \cdots, j'_{M_1}\} (j'_1 < j'_2 < \cdots < j'_{M_1}), J \setminus J'_t = \{\bar{j}'_1, \bar{j}'_2, \cdots, \bar{j}'_{M_2}\} (\bar{j}'_1 < \bar{j}'_2 < \cdots < \bar{j}'_{M_2})$ , 构建  $J'_t$  和  $J \setminus J'_t$  中代理点的日单位车辆“收益损失和”表, 见表 3。

表 3  $J'_t$  和  $J \setminus J'_t$  中代理点的日单位车辆“收益损失和”表

	$\bar{j}'_1$	$\bar{j}'_2$	$\cdots$	$\bar{j}'_{M_2}$
$j'_1$	$W'_{j'_1 j'_1}$	$W'_{j'_1 j'_2}$	$\cdots$	$W'_{j'_1 j'_{M_2}}$
$j'_2$	$W'_{j'_2 j'_1}$	$W'_{j'_2 j'_2}$	$\cdots$	$W'_{j'_2 j'_{M_2}}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$j'_{M_1}$	$W'_{j'_{M_1} j'_1}$	$W'_{j'_{M_1} j'_2}$	$\cdots$	$W'_{j'_{M_1} j'_{M_2}}$

在满足  $J'_t$  中的代理点现有车辆等于其需求量的条件下,以总“收益损失和”最大为目标,建立优化模型:

$$\begin{aligned} & \max \sum_{i \in J'_t} \sum_{j \in J \setminus J'_t} W_{ij} x_{ijt} \\ \text{s. t. } & \begin{cases} B_{it} - \sum_{j \in J \setminus J'_t} x_{ijt} = A_{it} \quad (i \in J'_t) \\ \sum_{i \in J'_t} x_{ijt} \leq A_{jt} - B_{jt} \quad (j \in J \setminus J'_t) \\ x_{ijt} \geq 0 \text{ 且为整数} \end{cases} \end{aligned}$$

求解模型,得到车辆调度方案  $\{\bar{x}_{ijt}\}$  如下:

$$\bar{x}_{ijt} = \begin{cases} \bar{x}_{ijt}, & i \in J'_t, j \in J \setminus J'_t, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

转 Step7。

**Step7** 对  $t$  进行检查:

- 1) 若  $t = T$ , 则得到合理的车辆调度方案, 计算结束;
- 2) 若  $t < T$ , 置  $t = t + 1$ , 转 Step2。

3 实证研究

某城市有一家汽车租赁公司, 该公司年初在全市范围内有 290 辆可供租赁的汽车, 分布于 10 个代理点, 汽车租赁调度周期为 7 天, 各代理点初始时拥有的汽车数量、日汽车需求量、转运成本、短缺损失和车辆获利见表 4—表 8。

表 4 各代理点初始时拥有汽车数量表 辆

代理点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
汽车数量	32	28	29	28	34	26	29	27	32	25

表 5 各代理点调度周期内日汽车需求量表 辆

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	23	30	28	36	29	25	39	36	28	27
2	25	29	35	26	29	32	22	29	21	24
3	29	37	31	35	40	30	26	25	23	23
4	33	29	40	25	26	31	24	34	23	24
5	30	23	33	23	25	25	26	21	24	24
6	26	30	38	29	32	30	40	26	38	23
7	21	26	32	29	30	22	33	22	28	35

表 6 各代理点之间的转运成本表 万元 / 辆

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0.020	0.013	0.013	0.014	0.019	0.027	0.016	0.015	0.021
2	0.020	0	0.023	0.014	0.020	0.030	0.012	0.014	0.022	0.017
3	0.013	0.023	0	0.035	0.021	0.029	0.030	0.026	0.032	0.016
4	0.013	0.014	0.035	0	0.019	0.025	0.009	0.027	0.018	0.011
5	0.014	0.020	0.021	0.019	0	0.029	0.019	0.027	0.018	0.009
6	0.019	0.030	0.029	0.025	0.029	0	0.030	0.014	0.033	0.007
7	0.027	0.012	0.030	0.009	0.019	0.030	0	0.032	0.021	0.016
8	0.016	0.014	0.026	0.027	0.027	0.014	0.032	0	0.014	0.017
9	0.015	0.022	0.032	0.018	0.018	0.033	0.021	0.014	0	0.010
10	0.021	0.017	0.016	0.011	0.009	0.007	0.016	0.017	0.010	0

表 7 各代理点短缺损失表 万元 / (天 · 辆)

代理点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
短缺损失	0.027	0.020	0.025	0.030	0.019	0.023	0.015	0.022	0.026	0.029

表 8 各代理点车辆获利表 万元 / (天 · 辆)

代理点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
获利	0.047	0.049	0.038	0.033	0.035	0.039	0.037	0.036	0.032	0.040

下面利用第 2 部分介绍的双层排序综合择优算法求解该实例。

1) 计算每个代理点的日单位车辆收益  $C_{ij}$ , 如表 9 所示。

表 9 各代理点的日单位车辆收益表										万元
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.047	0.029	0.025	0.020	0.021	0.020	0.010	0.020	0.017	0.019
2	0.027	0.049	0.015	0.019	0.015	0.009	0.025	0.022	0.010	0.023
3	0.034	0.026	0.038	-0.002	0.014	0.010	0.007	0.010	0	0.024
4	0.034	0.035	0.003	0.033	0.016	0.014	0.028	0.009	0.014	0.029
5	0.033	0.029	0.017	0.014	0.035	0.010	0.018	0.009	0.014	0.031
6	0.028	0.019	0.009	0.008	0.006	0.039	0.007	0.022	-0.001	0.033
7	0.020	0.037	0.008	0.024	0.016	0.009	0.037	0.004	0.011	0.024
8	0.031	0.035	0.012	0.006	0.008	0.025	0.005	0.036	0.018	0.023
9	0.032	0.027	0.006	0.015	0.017	0.006	0.016	0.022	0.032	0.030
10	0.026	0.032	0.022	0.022	0.026	0.032	0.021	0.019	0.032	0.040

2) 利用公式  $W_{ij} = C_{ij} + L_j$ , 计算每个代理点的日单位车辆“收益损失和”  $W_{ij}$ , 如表 10 所示。

表 10 各代理点的日单位车辆“收益损失和”表										万元
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.074	0.049	0.050	0.050	0.040	0.043	0.025	0.042	0.043	0.048
2	0.054	0.069	0.040	0.049	0.034	0.032	0.040	0.044	0.036	0.052
3	0.061	0.046	0.063	0.028	0.033	0.033	0.022	0.032	0.026	0.053
4	0.061	0.055	0.028	0.063	0.035	0.037	0.043	0.031	0.040	0.058
5	0.060	0.049	0.042	0.044	0.054	0.033	0.033	0.031	0.040	0.060
6	0.055	0.039	0.034	0.038	0.025	0.062	0.022	0.044	0.025	0.062
7	0.047	0.057	0.033	0.054	0.035	0.032	0.052	0.026	0.037	0.053
8	0.058	0.055	0.037	0.036	0.027	0.048	0.020	0.058	0.044	0.052
9	0.059	0.047	0.031	0.045	0.036	0.029	0.031	0.044	0.058	0.059
10	0.053	0.052	0.047	0.052	0.045	0.055	0.036	0.041	0.058	0.069

按照算法步骤求解, 得到每天的调运方案为:

第 1 天

代理点 1 向代理点 4 调运 6 辆, 向代理点 8 调运 3 辆; 代理点 3 向代理点 2 调运 1 辆; 代理点 5 向代理点 2 调运 1 辆, 向代理点 4 调运 2 辆, 向代理点 10 调运 2 辆; 代理点 6 向代理点 8 调运 1 辆; 代理点 9 向代理点 8 调运 4 辆。

第 2 天

代理点 2 向代理点 3 调运 1 辆; 代理点 4 向代理点 1 调运 2 辆; 代理点 7 向代理点 3 调运 4 辆; 代理点 8 向代理点 6 调运 6 辆; 代理点 10 向代理点 3 调运 2 辆, 向代理点 6 调运 1 辆。

第 3 天

代理点 3 向代理点 1 调运 2 辆, 向代理点 2 调运 2 辆; 代理点 6 向代理点 1 调运 2 辆; 代理点 8 向代理点 2 调运 4 辆; 代理点 9 向代理点 2 调运 2 辆, 向代理点 4 调运 1 辆, 向代理点 5 调运 2 辆; 代理点 10 向代理点 5 调运 1 辆。

第 4 天

代理点 2 向代理点 8 调运 8 辆; 代理点 4 向代理点 1 调运 4 辆, 向代理点 3 调运 2 辆, 向代理点 6 调

运 1 辆,向代理点 8 调运 1 辆,向代理点 10 调运 1 辆;代理点 5 向代理点 3 调运 6 辆;代理点 7 向代理点 3 调运 1 辆。

第 5 天

代理点 4 向代理点 7 调运 2 辆;代理点 8 向代理点 9 调运 1 辆。

第 6 天

代理点 1 向代理点 4 调运 4 辆,向代理点 9 调运 3 辆;代理点 3 向代理点 2 调运 1 辆,向代理点 5 调运 1 辆;代理点 6 向代理点 4 调运 1 辆;代理点 8 向代理点 9 调运 7 辆;代理点 10 向代理点 9 调运 1 辆。

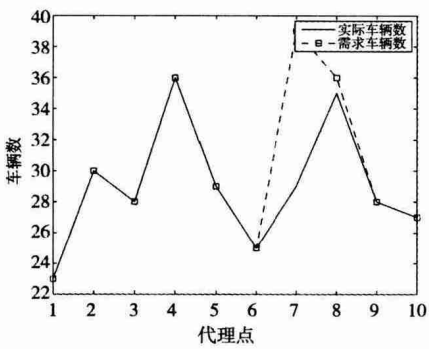
第 7 天

代理点 1 向代理点 5 调运 3 辆;代理点 2 向代理点 7 调运 4 辆;代理点 6 向代理点 10 调运 8 辆;代理点 9 向代理点 7 调运 3 辆,向代理点 10 调运 4 辆。

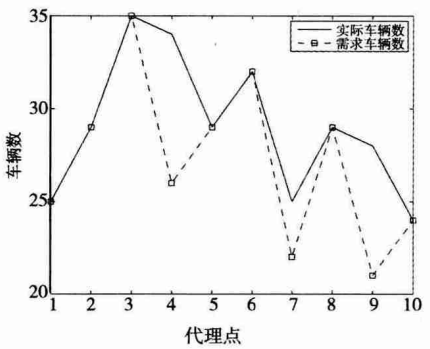
在一个调度周期内,各代理点每天需求和实际拥有车辆数见表 11,每天车辆供需情况如图 1 所示。

表 11 各代理点每天需求和实际车辆数表

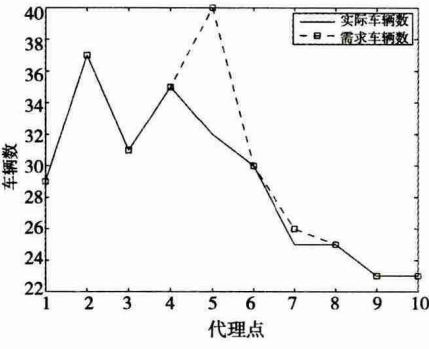
	1		2		3		4		5		6		7	
	需求	实际	需求	实际	需求	实际	需求	实际	需求	实际	需求	实际	需求	实际
1	23	23	25	25	29	29	33	33	30	33	26	26	21	23
2	30	30	29	29	37	37	29	29	23	29	30	30	26	26
3	28	28	35	35	31	31	40	40	33	40	38	38	32	38
4	36	36	26	34	35	35	25	26	23	24	29	29	29	29
5	29	29	29	29	40	32	26	26	25	26	32	27	30	30
6	25	25	32	32	30	30	31	31	25	31	30	30	22	22
7	39	29	22	25	26	25	24	24	26	26	40	26	33	33
8	36	35	29	29	25	25	34	34	21	33	26	26	22	26
9	28	28	21	28	23	23	23	23	24	24	38	35	28	28
10	27	27	24	24	23	23	24	24	24	24	23	23	35	35



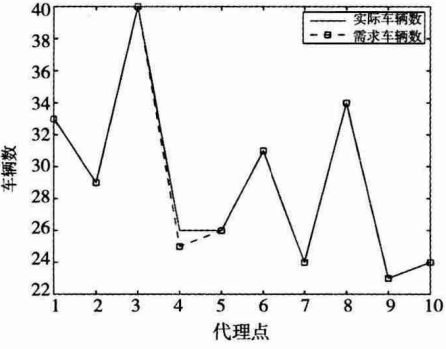
(a)第 1 天各代理点车辆供需情况图



(b)第 2 天各代理点车辆供需情况图



(c)第 3 天各代理点车辆供需情况图



(d)第 4 天各代理点车辆供需情况图

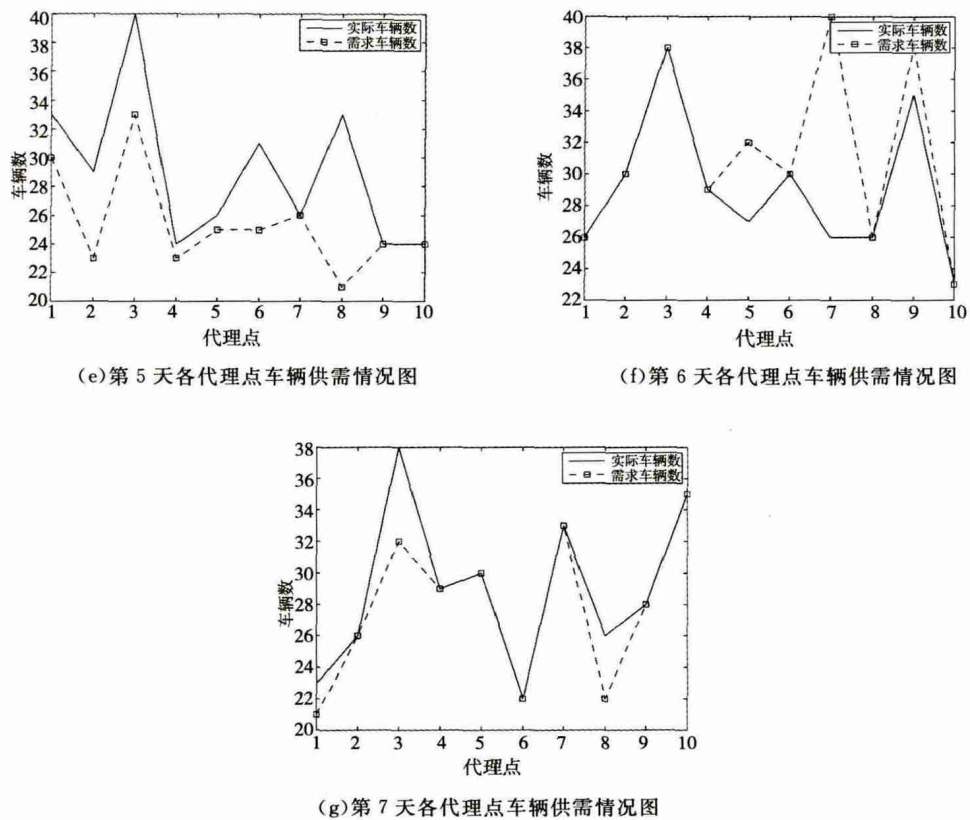


图 1 一个调度周期内各代理点每天车辆供需情况图

各代理点在一个调度周期内的综合收益见表 12。

表 12 各代理点调度周期内的综合收益表										万元
代理点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
收益	8.647	9.784	8.605	6.488	6.575	7.489	6.341	6.638	5.589	7.075

由表 12 可知,租赁公司调度周期内的总净收益为 73.231 万元。

4 结论

本文考虑一个调度周期的汽车租赁调度问题,建立了以汽车租赁公司的总收益最大和总短缺损失最小为目标的优化模型,并提出了基于启发式的双层排序综合择优算法。该算法为汽车租赁公司提供了一个合理的调车方案,使其综合收益达到最大,同时有效提高了汽车利用率,减少了由于代理点供不应求或供过于求造成的损失。

参考文献

[1]刘德文,鲁若愚,张晶晶. 基于粒子群算法的短期汽车租赁服务的调度优化问题研究[J]. 管理评论,2011,23(12):166-173.

[2]罗利,张晶晶. 基于粒子群算法的汽车租赁短期车辆配置问题研究[J]. 运筹与管理,2011,20(5):113-121.

[3]Oliveira B B,Carravilla M A. A relax-and-fix-based algorithm for the vehicle-reservation assignment problem in a car rental company[J]. European Journal of Operational Research,2014,237(2):729-737.

[4]Li Z L,Tao F. On determining optimal fleet size and vehicle transfer policy for a car rental company[J]. Computers & Operation Research,2010,37(2):341-350.

[5]Goldbarg M C,Goldbarg E F G,Asconavieta P H,et al. A transgenetic algorithm applied to the traveling car renter problem[J]. Expert Systems with Applications,2013,40(16):6298-6310.

(下转第 70 页)



- [11]Ebola situation report - 4 February 2015, World Health Organization, [EB/OL], [2015-05-02]. <http://apps.who.int/ebola/en/ebola-situation-report/situation-reports/ebola-situation-report-4-february-2015>.
- [12]GLEAMviz Simulator Client Manual, The Global Epidemic and Mobility Model, [EB/OL], [2015-05-2]. [http://www.gleamviz.org/simulator/GLEAMviz\\_client\\_manual\\_v4\\_1.pdf](http://www.gleamviz.org/simulator/GLEAMviz_client_manual_v4_1.pdf).
- [13]World Health Organization, Ebola situation report - 21 January 2015, [EB/OL], [2015-05-02]. <http://apps.who.int/ebola/en/status-outbreak/situation-reports/ebola-situation-report-21-January-2015>.

## Study on the Problem "Eradicating Ebola"

WANG Yanhui, WANG Qian, ZHOU Rong

(The Center of Mathematical Modeling, Shandong University of Science and Technology,  
Qingdao, Shandong 266590, China)

**Abstract:** Problem A (Eradicating Ebola) of 2015 Mathematical Contest in Modeling/ The Interdisciplinary Contest in Modeling (MCM/ICM) is an international concern. This article gives an open review on the methods and views of papers which have got the highest award in the contest. It also studies the Ebola problem and gives a relatively comprehensive solution. In this paper, the SEIR epidemic model and some derived models based on the real situations of West Africa Ebola are described in details. Meanwhile, the important significance of simulation is stated. Finally, the advantages and disadvantages of students' papers are reviewed and some suggestions are put forward to further research.

**Key words:** SEIR epidemic model; Ebola; clustering analysis; optimization model

### 作者简介

王艳慧(1984—),女,博士,主要研究方向是代数理论。

王 倩(1986—),女,博士,主要研究方向是偏微分方程。

周 蓉(1972—),女,博士,主要研究方向是计算数学,系统生物学。

### (上接第 45 页)

- [6]张桂清,徐寅峰,王扬. 在线多租赁选择问题的最优竞争策略[J]. 运筹与管理,2012,21(1):11-18.
- [7]杨亚琛. 基于收益管理的汽车租赁车队优化调度模型及算法研究[D]. 广州:华南理工大学,2010.
- [8]陈旭. 基于收益管理的汽车租赁定价与车辆配置[J]. 系统工程理论方法应用,2005,14(3):264-267.
- [9]夏杨. 收益管理在汽车租赁中的应用研究[D]. 重庆:重庆大学,2011.

## The Multi-objective Optimization Model of Cars Rental Scheduling

ZHANG Jie, YU Yang

(College of Sciences, Northeast Dianli University, Jilin 132012, China)

**Abstract:** This paper considers a cycle of cars rental under the premise of the direct dispatching. First, a multi-objective optimization model is established with the goal of a cars rental company's total revenue to be maximum and the total shortage loss to be minimum. Next, a double sorting optimal algorithm based on heuristic method is proposed. Finally, our algorithm is applied to a cars rental problem in real life.

**Key words:** cars rental; multi-objective optimization; heuristic algorithm

### 作者简介

张 杰(1962—),女,博士,教授,主要研究方向为运筹与优化、工程建模。

于 洋(1989—),女,硕士,主要研究方向为运筹与优化。