

汽车租赁调度方案的优化探究

汪亚楠 朱家明 徐霞明 郭明珠

(安徽财经大学 统计与应用数学学院,安徽 蚌埠 233030)

摘要: 针对汽车租赁调度,综合运用整数线性规划、模糊线性规划和比较分析法等方法,分别建立单目标线性规划、双目标线性规划及多目标线性规划等模型。运用 Lingo 编程,得出在尽量满足需求条件下,使总转运费用最小的未来四周内每天的汽车调度方案;使未来四周总的转运费用及短缺损失最低的汽车调度方案;综合考虑公司获利、转运费用以及短缺损失等因素时未来四周的汽车调度方案;为使年度总获利最大,从长期考虑是否需要购买新车及确定购买计划。

关键词: 汽车租赁; 调度方案; 线性规划问题; 比较分析法; Lingo

中图分类号: TP391.9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673-6125(2015)02-0018-04

The research of the car rental operation scheme optimization

WANG Ya-nan, ZHU Jia-ming, XU Xia-ming, GUO Ming-zhu

(School of Statistics and Appl. Math, Anhui University of Finance and Economy, Bengbu, Anhui 233030, China)

Abstract: In the view of Car rental scheduling, we use integer linear programming, fuzzy linear programming and comparative analysis and other methods comprehensively, Establishing Single objective linear programming, dual objective linear programming, multi-objective linear programming and the plan of Purchasing cars model. By using Lingo software programming, we study the following problems: the daily car scheduling scheme within the next four weeks based on minimum transfer cost to meet the demand conditions as far as possible; the scheduling scheme based on minimum transfer cost and Shortage loss; the scheduling scheme taking company profit, transfer cost and shortage loss into account comprehensively and determining whether it need to buy a new car and give purchase program, which will make the total annual maximum benefit in the long term.

Key words: car leasing; scheduling scheme; Linear Programming; Comparative analysis; Lingo

随着中国汽车产业的飞速发展和人们的消费水平及出行需求的提升,汽车租赁业在近两年也日益火爆起来。众多汽车租赁公司针对汽车租赁的实际需求,纷纷开展了多项特色服务及随时调整调度方案以满足民众日益增多的出行需求和赚取利益。本文试图从汽车需求、公司获利、转运费用以及短缺损失等因素考虑,依据租赁公司不同的目标和各异的约束条件,分析解决了未来四周内每天汽车最优的调度方案及购车计划。(安徽财经大学2014年数学建模模拟题^[1])。

1 以最小转运费为单目标的汽车调度方案

1.1 研究思路

针对汽车代理点尽量满足汽车需求的前提和代理点间车辆总转运费最小的目标,首先使用多元统计方法对相关数据进行处理,根据每个汽车租赁代理点的坐标求出各代理点间的欧式距离,再将其与各代理点的每辆车的转运成本相乘得出任意两个代理点转运的成本,把问题转化为运输问题,最后结合各代理点起初汽车数量与每天汽车需求量

收稿日期: 2015-02-01

基金项目: 国家自然科学基金“随机动力系统的非一致指数二分性及其数值模拟”(项目编号: 11301001); 安徽财经大学教研项目“数学建模竞赛引领大学生科研创新的研究”(项目编号: acjyzd201429)。

作者简介: 汪亚楠(1993-)女,安徽安庆人,2012级在读本科生。主要研究方向: 统计学;

朱家明(1973-)男,安徽泗县人,副教授、硕士,安徽财经大学数学建模实验室主任。主要研究方向: 应用数学与数学建模。

建立以最小转运费为目标的线性规划模型^[2],并利用 Lingo 软件求解,得出未来四周每天的汽车调度方案。

1.2 数据处理

①车辆转运成本

根据附件 1 中 20 个汽车代理点的地理坐标,运用欧式距离公式,求出每个代理点间的转运距离,结合代理点间转运成本 w_{ij} ,得出各代理点间车辆转运成本 c_{ij} 。

各代理点间欧式距离 $L_{ij} = 1.2 \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$

即各代理点间车辆转运成本 $c_{ij} = w_{ij}L_{ij}$

计算得各代理点间车辆转运成本矩阵为 w_{ij} 。

②增设虚拟汽车代理点

由于每天的需求量都不尽相同,而汽车的供应量是固定的。在未来的四周内,某些天的车辆需求量大于供应量,从而导致供不应求的现象;某些天的需求量小于供应量,因此导致供大于求的现象。假设有一个虚拟的代理点 U,并令这个代理点和实际的 20 个代理点之间能够通过彼此之间的调运使得 20 个真实的代理点实际拥有的车辆恰好等于它们的需求量,由于假想的代理点与各代理点之间并不存在实际的调运,所以假想的代理点与其他各代理点之间所有的转运费都应该是“0”。当 20 个代理点的实际车辆总和低于它们的总需求量,此时需要从假想的代理点 U 运出车辆,则从假想的代理点 U 运出到实际代理点 X 的车辆就是代理点 X 的

短缺量,当 20 个代理点的实际车辆总和多于它们的总需求量,此时则将多的车辆运到假想代理点 U,且从 U 运出的车辆为 0,则将汽车调度供求不平衡问题转换成了供求平衡的汽车调度问题。

1.3 研究方法

设 c_{ij} 为从第 i 个供应点调运一辆车到第 j 个需求点所需的转运费, x_{ij} 为从第 i 个供应点调运汽车到第 j 个需求点的辆数 ($i = 1, 2, \dots, 20$, $j = 1, 2, \dots, 21$), a_i 为第 i 个供应地的供应量, b_j 为第 j 个代理点的需求量,每天的总运转费为 S。

选用线性规划的方法,构建如下单目标线性规划模型^[3]得:

$$\text{目标函数: } \min S = \sum_{i=1}^{21} \sum_{j=1}^{21} c_{ij}x_{ij}$$

$$\text{约束条件: } s. t. \begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \\ \sum_{i=1}^{m+1} x_{ij} = b_j \\ x_{ij} \geq 0 \\ i = 1, 2, \dots, 21, j = 1, 2, \dots, 21 \end{cases}$$

1.4 结果分析

根据所写模型,分别代入数据,运用 Lingo 求解^[5],即可计算出未来四周内每天的调运方案(由于天数太多,本文第二天调度方案为例,见表 1)以及最小总运转费。其中,最小总运转费求得为 44.7 万元。

表 1 该公司第二天的汽车调运方案

Tab. 1 The automobile transportation scheme in the second days

天数	运转方案						运费(万元)
	调运方式	调运数量	调运方式	调运数量	调运方式	调运数量	
第二天	O→D	1	I→K	3	G→D	4	1.6824
	H→D	1	H→T	4	N→M	5	
	Q→T	5	S→M	6	A→K	3	
	A→B	4	E→M	5	E→C	3	
	E→J	1	R→P	7	R→F	3	
	Q→T	18	P→R	5	P→S	7	
	P→T	1	D→H	1	D→K	7	
	A→K	7	O→F	7	B→H	6	

注:如 O→D 代表从 O 代理点向 D 代理点调度 1 辆汽车。Such as O→D represents dispatching one car from C to D.

2 以最小转运费和最小短缺损失费为双目标的汽车调度方案

2.1 研究思路

在上一问的基础上增加考虑由于汽车数量不

足而带来的经济损失,为使未来四周总的转运费及短缺损失最低。首先运用插值拟合法将代理点间的费用补全,然后建立求解最小转运费和最小短缺损失费的双目标线性规划模型^[2],将其转化为单目标模型求得最优解,解出未来四周内每天的汽

车调度方案。

2.2 研究方法

类似问题一的思路,根据每天各代理点的需求量与实际车辆拥有量,同样假设有一个虚拟的代理点 U,利用这个代理点平衡各代理点间每天需求与实际车辆供给,将供求不平衡问题转化为供求平衡的转运调度问题。

设 q_i 为第 i 个代理点的短缺损失费 ($i = 1, 2, \dots, 21$), 且 $q_{21} = 0$, 每天的总损失费为 C , 则可建立双目标线性规划模型,将二者综合得如下线性模型:

$$\begin{aligned} \text{目标函数: } \min(S + C) &= \sum_{i=1}^{21} \sum_{j=1}^{21} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{21} x_{21i} q_i \\ \text{约束条件: } s. t. &\begin{cases} \sum_{j=1}^{21} x_{ij} = a_i \\ \sum_{i=1}^{21} x_{ij} = b_j \\ x_{ij} \geq 0 \\ i = 1, 2, \dots, 21, j = 1, 2, \dots, 21 \end{cases} \end{aligned}$$

2.3 结果的分析

基于上述模型,将表 8 的数据带入,运用 Lingo 求解^[3],即可计算出未来四周内每天的调运方案(由于天数太多,本文以第三天的调度方案为例,见表 2)和总费用为 69.348 万元。

表 2 该公司第三天的汽车调运方案

Tab. 2 The automobile transportation scheme in the third days

天数	运转方案				运费 (万元)
	调运方式	数量	调运方式	数量	
第二天	D→H	3	K→S	1	1.3452
	D→N	6	L→P	5	
	I→S	1	M→B	4	
	J→E	3	R→S	2	
	K→P	1	T→H	3	
	K→F	5	T→Q	12	

3 综合考虑公司获利、转运费用及短缺损失的汽车调度方案

3.1 研究思路

问题三要求综合考虑公司获利、转运费用以及短缺损失等因素,确定未来四周的汽车调度方案;建立以公司获利最大、转运费用以及短缺损失最低为多目标的规划模型,公司净利润 = 公司总获利(即总租赁收入) - 转运费用 - 短缺损失,由此转

变化为求以公司净利润最大为单目标的线性规划模型。

3.2 数据处理

通过插值拟合原理,根据散点图分析各代理点租赁收入与短缺损失费之间的关系,再综合求平均,将其余的租赁收入补全。

3.3 研究方法

设为第 i 个代理点的租赁收入,第 i 个代理点每天实际的租赁车辆, P 为每天的总租赁收入,则可建立如下线性规划模型:

$$\begin{aligned} \text{目标函数: } \min(P - S - C) &= \sum_{i=1}^{21} c_i P_i - \sum_{i=1}^{21} \sum_{j=1}^{21} c_{ij} x_{ij} - \sum_{i=1}^{21} x_{21i} q_i \\ \text{约束条件: } s. t. &\begin{cases} \sum_{j=1}^{21} x_{ij} = a_i \\ \sum_{i=1}^{21} x_{ij} = b_j \\ c_i = b_i - x_{i21} \\ x_{ij} \geq 0 \\ i = 1, 2, \dots, 21, j = 1, 2, \dots, 21 \end{cases} \end{aligned}$$

同理,用 Lingo 求解,即可计算出未来四周内每天的调运方案。

4 购车计划

4.1 研究思路

针对从长期考虑是否需要购买新车,从公司获利的角度出发,分别进行横向和纵向比较:首先根据附件 3 计算出未来四周每天各个代理点的汽车需要情况及走势,并将公司已有的汽车数量与此走势及去年每天汽车需求量均值分别对比,比较分析两时段,确定是否需要购买;然后在不同车型之间进行横向比较,综合考虑 10 种车的价格、使用寿命与维修费用,最后确定具体的购买计划。

4.2 数据处理

运用 Excel 得出公司未来四周每天汽车数量,见表 3。

4.3 研究方法

运用比较分析法,就车辆数量和车类型分别进行横向和纵向比较:

横向比较:

均值分析:未来四周内的平均每天汽车需求为 388 辆;而根据附件 2 可以得出去年平均每天的汽车需求量为 379 辆。显然,该公司的汽车需求大约

增长了 9 辆。

需要的汽车数量折线图,见图 3:

走势分析: 根据表 1,画出公司未来四周每天

表 3 公司未来四周每天需要的汽车数量(单位: 辆)

Tab. 3 The number of car companies need everyday around the next four weeks

日期	车辆	日期	车辆	日期	车辆	日期	车辆
2 号	387	9 号	399	16 号	412	23 号	356
3 号	417	10 号	379	17 号	405	24 号	380
4 号	407	11 号	394	18 号	392	25 号	411
5 号	419	12 号	359	19 号	392	26 号	380
6 号	336	13 号	361	20 号	372	27 号	393
7 号	352	14 号	375	21 号	408	28 号	396
8 号	393	15 号	406	22 号	378	29 号	396

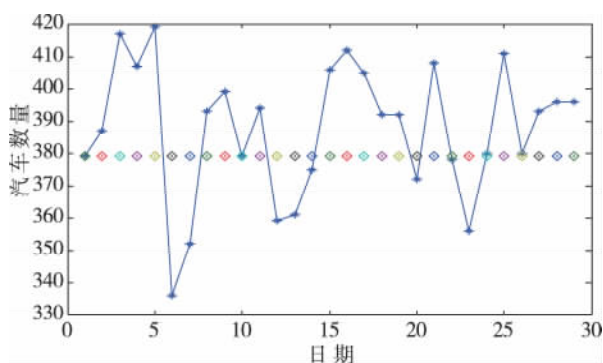


图 3 日期与汽车需求数量图

Fig. 3 The diagram of date and number of automobile demand

由整个趋势图知,多数情况下,汽车数量均大于 379 辆,总体上较去年有增长的趋势。

纵向比较: 汽车间比较分析

通过比较 10 款同类汽车的价格、使用寿命、寿命期内的年维修费用。见图 4:

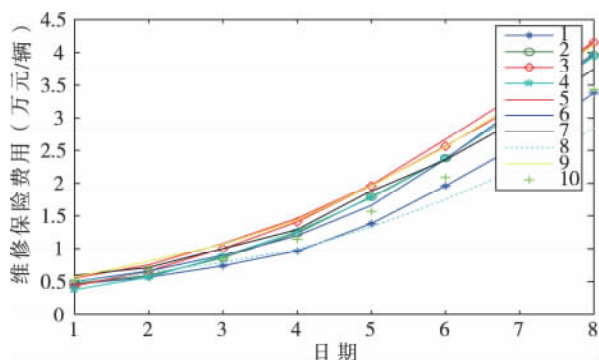


图 4 10 款汽车 8 年内维修保险费用比较图

Fig. 4 The comparison graph of 10 cars' repair insurance cost in 8 years

由图 4 可知,在这 8 年内,第 1 类和第 8 类汽车比较划算,每年的维修费用不算高,而且费用涨幅变化都相对来说较小;再通过将第 1 类(31.2 万

元/辆)和第 8 类(30.2 万元/辆)汽车的价格比较得第 8 类车的价格比较便宜,故购买第 8 种汽车八年花费成本最低,为 41.21 万元/辆。

购车计划

综合图表及均值可知,从去年到今年汽车需求量有明显增加的趋势,所以公司需要购买新车;且购买 9 辆第 8 种汽车较为合适。且根据图形走势分析,可以看出从 1 号到 4 号,汽车需求量一直上升,所以购买日期应选在 1 号这天购买。

5 总结

以上模型的建立都具有一定的合理性。运用了线性规划法,计算简单,将定性与定量的方法结合,所得结果较为准确;通过比较分析,可行性较强。在模型一、二、三,通过按天计算得出每天的汽车调运方案,方法简单,但过程相对繁琐,任务大。还可以进一步运用三维想象的知识,综合考虑调运方向、数量及日期,建立如下三维规划模型:

假设 a_{ijk} 为第 k 天 i 和 j 两个代理点之间的车辆(正数表示从 i 代理点调到 j 代理点,负数表示从 j 代理点调到 i 代理点),其中 $a_{ijk} = -a_{jik}$, $a_{ii} = 0$, b_i 表示第 i 个代理点年初拥有车辆,则 $b_i - \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^h a_{ijk}$ 表示第 h 天第 i 个代理点的拥有车辆。

假设 w_{ij} 为第 i 个代理点到第 j 个代理点单位车辆的转运费用,其中 $w_{ij} = w_{ji}$, $w_{ii} = 0$,

则 $\sum_{j=1}^n |w_{ij} a_{ijk}|$ 表示第 k 天 i 代理点总的调入或调出的转运费。

则总运费为: $S = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |w_{ij} a_{ijk}|$ 。

设 x_{ik} 表示第 k 天第 i 个代理点的需求车辆,

(下转第 25 页)

不交并,且对任意的 $q, q' \in Q$, 若 q, q' 同在一个不可分分量中,即满足等式组(1),故结论成立。

参考文献:

- [1] W. M. L. Holcombe. Algebraic Automata Theory [M]. Cambridge University press, Cambridge, 1982.
- [2] Oded Maler, A decomposition theorem for probabilistic transition systems [J], Theoretical Computer Science 145 (1995): 391 – 396.
- [3] K. Krohn and J. L. Rhodes. Algebraic theory of machines [J], I. principles of finite semigroups and machines, Trans. Amer. Math. Soc. 116 (1965): 450 – 464.
- [4] L. Mora – López, J. Mora, R. Morales – Bueno, M. Sidrach – de – Cardona. Modeling time series of climatic parameters with probabilistic finite automata [J], Environmental Modelling & Software 20(2005): 753 – 760.

- [5] Downen Qiu, Huaqing Wang. A probabilistic model of computing with word [J], Journal of Computer and System Sciences 70(2005): 176 – 200.
- [6] L. Mora – López, M. Sidrach – de – Cardona. Using probabilistic finite Automata to simulate hourly series of global radiation [J], Solar Energy 74(2003): 235 – 244.
- [7] 刘仲奎. 半群的 S – 系理论 [M]. 北京: 科学出版社, 1999.
- [8] Hopcroft J E. 自动机理论、语言和计算导论(第二版) [M]. 刘田等译. 北京: 机械工业出版社, 2004.
- [9] 陶仁骥. 自动机引论 [M]. 北京: 科学出版社, 1986.
- [10] 吴宗显, 邓培民, 易忠. 概率有限自动机的商和同态 [J]. 工程数学学报, 2009(05): 936 – 940.
- [11] 吴宗显, 邓培民, 易忠. 概率有限自动机的分解 [J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(15): 47 – 50.

(上接第 21 页)

根据问题要求满足需求程度: $P =$

$$\sum_{i=1}^n \left| x_{ik} - \left(b_i + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m a_{ijk} \right) \right|$$

则问题为转化为如下模型:

$$\begin{aligned} \min P &= \sum_{i=1}^n \left| x_{ik} - \left(b_i + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m a_{ijk} \right) \right| \\ \min S &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |w_{ij} a_{ijk}| \\ s. t. &\left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n \sum_{k=1}^h a_{ijk} = 0, h = 1, 2, \dots, m \right. \end{aligned}$$

再运用 Lingo 编程计算即刻得到最优解。以上建立的模型均与实际联系紧密,充分考虑实际不同情况,通用性强;利用 Lingo, Excel 等软件对数据进行处理并作出各种图表,简便、直观、快捷、准确。

参考文献:

- [1] 2014 年安徽财经大学数学建模模拟题 [EB/OL]. <http://zhujm1973.blog.163.com/blog/static/315513552014923288768/>.
- [2] 杨桂元, 黄己立. 数学建模 [M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2003.
- [3] 洪文, 冯守平, 吴本中. 利用 LINGO 建立最优化模型 [M]. 长春: 吉林大学出版社, 2005.
- [4] 韩中庚. 实用运筹学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [5] 谢金星, 薛毅. 优化模型与 LINGO/LINGD 软件 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [6] 考虑汽车租赁公司维修能力的汽车调度研究 [J]. 计算机仿真, 2009, 26(01).