$\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{(x^3-1)}{x-1}\varphi(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1}\varphi(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}(x^2+x+1)\varphi(x)$

等价无穷小 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ (记为 $\sin x\sim x$)

$\left.\frac{\partial x}{\partial y}\right|_{\text{wall}}$

2010 真题答案

一、1.2π $f(k)=f(t)|_{t=kT_s}=f(t)|_{t=k\times1}=\sin t|_{t=k}=\sin k$ 由于 $f(k)=\sin k, \Omega_0=1\Rightarrow\frac{\Omega_0}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}$,

2.$\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|<\infty$

3.$[f(t)]^2=f(t)\cdot f(t)\leftrightarrow\frac{1}{2\pi}F(j\omega)*F(j\omega)$ 函数卷积定义域为两函数上下定义域之和, 即 $2\omega_m$

4.$|H(j\omega)|=\frac{\sqrt{1+\omega^2}}{\sqrt{1+\omega^2}}=1$ ($\phi(\omega)=\arctan\frac{虚}{实}$) $\phi(\omega)=\arctan\omega-[\arctan(-\omega)]=2\arctan\omega$ (求相频, 分子 (虚部/实部) 之和除以分母 (虚部/实部) 之和) $\because\phi(\omega)$ 不是 ω 的一个正比例函数, 所以会产生失真

5.$\delta(k)=U(k)-U(k-1)\Rightarrow h(k)=g(k)-g(k-1)=\left(\frac{1}{4}\right)^kU(k)-\left(\frac{1}{4}\right)^{k-1}U(k-1)$

二、1.A. 数字信号 = 离散信号, 模拟信号 = 连续信号

2.B.$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t)$

3.C. 奇谐函数($f(t)=-f(t\pm\frac{T}{2})$)

4.线性$y(k)=a_1y_1(k)+a_2y_2(k)$,$f(k)=a_1f_1(k)+a_2f_2(k)$, 左边 $=a_1y_1(k)+a_2y_2(k)+[a_1y_1(k-1)+a_2y_2(k-1)]\cdot[a_1y_1(k-2)+a_2y_2(k-2)]=a_1y_1(k)+a_2y_2(k)+a_1^2y_1(k-1)y_1(k-2)+a_2^2y_1(k-1)y_2(k-2)+a_1a_2[y_1(k-1)y_2(k-2)+y_1(k-2)y_2(k-1)]$

右边 $=a_1f_1(k)+a_2f_2(k)$

$=a_1[y_1(k)+y_1(k-1)y_1(k-2)]+$

$a_2[y_2(k)+y_2(k-1)y_2(k-2)]$

$=a_1y_1(k)+a_2y_2(k)+a_1y_1(k-1)y_1(k-2)$

$+a_2y_2(k-1)y_2(k-2)$

$\neq$ 左边 $\therefore$ 非线性

分别 $y(k-k_d)$, $f(k-k_d)$

左边 $=y(k-k_d)+y(k-1-k_d)y(k-2-k_d)$

右边 $=f(k-k_d)=y(k-k_d)+$

$y(k-k_d-1)\cdot y(k-k_d-2)=$ 左边

时不变的

5、$f(k)=\sin(\frac{3\pi}{4}k)+\cos(\frac{\pi}{2}k)$ 的周期是（ ）

A 3　　　　B 4

C 8　　　　D 16

$\frac{2\pi}{\frac{3\pi}{4}}=\frac{8}{3}$　　4

$M_1=8$　　$N_2=4$

两周期最小公倍数

$\mathcal{N}$

$$\begin{cases} B'=-\partial\times E, dsssssssssssss \\ \quad +df\times fdslfja \\ E'=\partial\times B-4\pi j, \end{cases} \tag{手动编号 a-5}$$

$$\begin{cases} x_1(t)=e^{-\int_{t_0}^{t}[k-\rho+\frac{\rho}{M}x^*+\alpha f(x_3(s))]ds}x_1(t_0) \\ \quad +\displaystyle\int_{t_0}^{t} e^{-\int_{v}^{t}[k-\rho+\frac{\rho}{M}x^*+\alpha f(x_3(s))]ds}[-\frac{\rho}{M}x(v)x_1(v)-\alpha x^* f(x_3(v))]\}dv \\ x_2(t)=e^{-\int_{t_0}^{t}[\gamma+\beta h(x_4(s))]ds}x_2(t_0)+\displaystyle\int_{t_0}^{t} e^{-\int_{v}^{t}[\gamma+\beta h(x_4(s))]ds}\{\alpha e^{-m\tau}x(v-\tau)f(x_3(v-\tau))\}dv \\ x_3(t)=e^{-d(t-t_0)}x_3(t_0)+\displaystyle\int_{t_0}^{t} e^{-d(t-v)}px_2(v)dv \\ x_4(t)=e^{-q(t-t_0)}x_4(t_0)+\displaystyle\int_{t_0}^{t} e^{-q(t-v)}\delta x_2(v)dv \end{cases} \tag{手动编号 a-5}$$

$$\begin{cases} x_1(t)=e^{-\int_{t_0}^{t}[k-\rho+\frac{\rho}{M}x^*+\alpha f(x_3(s))]ds}x_1(t_0)+\int_{t_0}^{t} e^{-\int_{v}^{t}[k-\rho+\frac{\rho}{M}x^*+\alpha f(x_3(s))]ds}[-\frac{\rho}{M}x(v)x_1(v)-\alpha x^* f(x_3(v))]\}dv \\ x_2(t)=e^{-\int_{t_0}^{t}[\gamma+\beta h(x_4(s))]ds}x_2(t_0)+\int_{t_0}^{t} e^{-\int_{v}^{t}[\gamma+\beta h(x_4(s))]ds}\{\alpha e^{-m\tau}x(v-\tau)f(x_3(v-\tau))\}dv \\ x_3(t)=e^{-d(t-t_0)}x_3(t_0)+\int_{t_0}^{t} e^{-d(t-v)}px_2(v)dv \\ x_4(t)=e^{-q(t-t_0)}x_4(t_0)+\int_{t_0}^{t} e^{-q(t-v)}\delta x_2(v)dv \end{cases} \tag{2.8}$$

求此方程特解：$y''-2y'+2y=x\mathrm{e}^x\cos x$

原函数 $F(x)=\ln^2 x, f(x)=F'(x)=2\ln x\cdot\frac{1}{x}, \int xf'(x)\,\mathrm{d}x=\int x\,\mathrm{d}f(x)=xf(x)-\int f(x)\,\mathrm{d}x=xf(x)+F(x)=2\ln x+\ln^2 x$

Analysis

$\boxed{\text{分析}}$ 变量替换 + 洛比达

$$\lim_{x\to+\infty} x\left(a^{\frac{1}{x}}-b^{\frac{1}{x}}\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(a^{\frac{1}{x}}-b^{\frac{1}{x}}\right)}{\frac{1}{x}}\xlongequal{令t=\frac{1}{x}}\lim_{t\to 0+}\frac{a^t-b^t}{t}\xlongequal{洛比达}\lim_{t\to 0+}a^t\ln a-b^t\ln b=\ln\frac{a}{b}$$

(一)“1^∞”,「设 $\lim f(x)=0, \lim g(x)=\infty$, 则 $\lim[1+f(x)]^{g(x)}(1^\infty)\xlongequal{N=\mathrm{e}^{\ln N}}\mathrm{e}^{\lim g(x)\ln[1+f(x)]}\xlongequal{\ln(1+x)\sim x}\mathrm{e}^{\lim f(x)g(x)}$
」

Remember

记住 $1^\infty=e^A$,A 是括号中 1 后的部分，底数 $f(x)$ 与指数幂 $g(x)$ 乘积的极限.

例 设 $f''(x)$ 连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+x+\frac{f(x)}{x}\right)^{\frac{1}{x}}=e^3$. 求 $f(0),f'(0),f''(0)$ 及 $\lim\limits_{x\to 0}\left(x+\frac{f(x)}{x}\right)\cdot\frac{1}{x}$.

例 求 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x-e^{\sin x}}{x-\sin x}$

解 $I=\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{\sin x}\left(e^{x-\sin x}-1\right)}{x-\sin x}\xlongequal{e^x-1\sim x}\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{\sin x}(x-\sin x)}{x-\sin x}=1$ 〈 笔记名章节名 〉

不等式证明

Remember

记住 区间内不等式的证明，首先应想到利用函数的单调增减性来证明.

证明 $x\ln\frac{1+x}{1-x}+\cos x\geqslant 1-\frac{x^2}{2}$,(-1<x<1)

例 设 $f'(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续,$f(1)-f(0)=1$, 证明 $\int_0^1 f'(x)\,dx\geqslant 1$

证：(函数平方的积分应该这样证) $\underline{\left[f'(x)-1\right]^2\geqslant 0}\Rightarrow f'^2(x)-f'(x)+1\geqslant 0\Rightarrow\int_0^1\left[f'^2(x)\right]dx\geqslant 2\int_0^1 f'(x)\,dx-\int_0^1 1\,dx=2f(x)\big|_0^1-1=2\left[f(1)-f(0)\right]-1=2-1=1.(\because f(1)-f(0)=1)$

一元微积分的应用

Take Care

注意 知道 $f(x)$ 在 (a,b) 内可导，又知 $f(a)=0$ (或 $f(b)=0$) 的命题，通常要利用拉格朗日中值定理将 $f(x)$ 写成 $f(x)=f(x)-f(a)=\xi f(\xi)$ (或 $f(x)=f(x)-f(b)=\xi f(\xi)$)，其中 $\xi\in(x,a)$ (或 $\xi\in(x,a)$).

Take Care

注意 $\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=k+\alpha(x)$,其中 $\lim\limits_{x\to x_0}\alpha=0$, 当 x 在 x_0 的充分小邻域内时,$(k+\alpha(x))$ 与 k 同号.

双语彩色笔记模版

作者：LePtC

项目主页：https://github.com/LePtC/LeNote

笔记主页：http://leptc.github.io/lenote

使用 MIT 开源协议

Last compiled on 2015/08/02 at 14:57:00 [UTC+8]

安装

install TeX

安装 TeX 系统 Windows 系统可选择安装 MiKTeX 然后选择自动安装缺失的包，或直接安装 CTeX Full 或 TeXLive iso，前两者是把 `leptc.cls` 放到 `CTeX/MiKTeX/tex/latex/` 目录下，然后在 MiKTeX 的 Settings 里面点 Refresh FNDB 即可，后者是在 `texlive/2014/texmf.cnf` 末尾加上

`TEXMFLOCAL = $SELFAUTOPARENT/../texmf-local,E:/blabla/(anypath)`,

然后把`leptc.cls` 放到 `(anypath)/tex/latex/misc` 这个路径中，在命令行执行 `texhash` 即可

compiler

编译器 只有 latex+dvipdfmx 或 xelatex 编译出的 pdf 能正确复制，前者请参考文件 `leptc.sty` dvipdfmx 方案本狸已停止更新，推荐使用 xelatex 的编译命令及常用选项：

`xelatex --quiet --synctex=1 -interaction=nonstopmode $(NAME_PART).tex`

xelatex 需要多编译几遍才能正确生成书签，详见 项目主页的 `compile` 文件夹

(xelatex.exe 等编译器均在 `CTeX/MiKTeX/miktex/bin/` 或 `texlive/2014/bin/win32` 目录下，如果命令行没有此命令，可在命令中输入 exe 的完整路径，或手动将路径添加到系统的环境变量并重启)

editor

编辑器 各种编辑器的比较，有关编辑器不同的设置方法见项目主页的 `README.md`

reader

阅读器 推荐使用 SumatraPDF 来查看 pdf，有 64 位版本 (非官方)

支持 synctex，需在 `InverseSearchCmdLine` 里填入相应编辑器的反向查找命令

Notepad++: `"C:\Program Files (x86)\Notepad++\notepad++.exe" -n%l "%f"`

Sublime: `"C:\Program Files\Sublime\sublime_text.exe" "%f:%l"`

tex file

$\boxed{\text{TEX 文档}}$ 新建 filename.tex，存为 UTF-8 无 BOM 格式，开头为 `\documentclass{leptc}`，然后就可以在 `\begin{document} ... \end{document}` 之间写正文啦，喵～

（待解决：文档名不能有空格否则不能识别，不能有中文否则会报错）

章节

章节	（效果见右上方 ↗）	`\chap{中文}`	文本
双语词条	Superconducting QUantum Interference Device $\boxed{\text{超导量子干涉器}}$	`\ent[\B Entry]{词条}`	居中用 `\entc`
双语正文	English translation 注英文	`\eng[English]{正文}`	用 `\engr` 则英文标在右侧
标签	标签	`\enl{标签}`	用于例,定理,推论等
inline 公式	$f(x,y)=\frac{e^x}{y}$	`\eq{\frac{\e^x}{y}}`	长公式不用 `$$`，括号便于配对
display 公式	$f(x,y)=\dfrac{e^x}{y}$	`\eqd{\frac{\e^x}{y}}`	修改公式模式只需加一个 d 即可
圆括号表注释	（注释）	`\com{注释}`	多行注释：`\coms{注\\释}`
方括号表证明	$\vec{v}=\lceil \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(r\vec{e_r})= \rfloor \dot{r}\vec{e_r}+r\dot{\theta}\vec{e_\theta}$	`\prv{blabla=}`	灰色的优先级低于自动高亮
尖括号表链接	〈 颜色 〉	`\link[笔记名]{章节名}`	同一笔记内的链接笔记名可省略
贴图		`\fig[相对宽度]{图片名}`	内置：`\figin` 多图并排：`\figgg`

实例

orthogonal group

（本笔记均指实数域） $\boxed{\text{正交群}}$ $\mathbf{O}(n)$ 需 $\frac{1}{2}n(n-1)$ 个独立参数 ⌈约束方程 $O^TO=I$ 上下三角的 $=0$ 对称⌋ $\mathbf{O}(n)=\mathbf{SO}(n)\otimes\{I,-I\}$ ⌈$|O|=\pm1$⌋ 例 $\mathbf{O}(1)=\{\pm1\}$，$\mathbf{SO}(1)=\{1\}$

$\boxed{\text{二维空间转动群}}$ $\mathbf{SO}(2)=\{R_z(\theta)|-\pi\leqslant\theta\leqslant\pi\}$ 例 $\mathbf{D}_n$ 是 $\mathbf{O}(2)$ 的离散子群 （反射对应行列式 -1）（参数群可用数学分析方法） 由于 $\mathbf{SO}(2)$ 阿贝尔，表示一维，设 $A=\{a(\theta)\}$，已知乘法关系为 $a(\theta_1+\theta_2)=a(\theta_1)a(\theta_2)$，两边对 θ_1 求导后令 $\theta_1=0$，得 $a'(\theta_2)=a(\theta_2)a'(0)$，为使幺正取 $a'(0)=\mathrm{i}m$ 纯虚，解得 $a(\theta)=\mathrm{e}^{\mathrm{i}m\theta}$，由周期性 $a(\theta)=a(\theta+2\pi)$（费米子是 $+4\pi$），得 $m\in\mathbb{Z}$，然后证完备

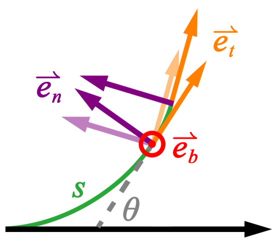
three dimensional rotation group

$\boxed{\text{三维空间转动群}}$ $\mathbf{SO}(3)\trianglelefteq\mathbf{O}(3)$，均由 3 个$\boxed{\text{群参数}}$表示 （独立，实数），群元素写法：

① $R_{(\theta,\varphi)}(\psi)$，$0\leqslant\psi\leqslant\pi$ → 映射到半径 π 球面上 (ψ,θ,φ) （球面上的点二对一 $R_n(\pi)=R_{-n}(\pi)$） 〈 拓扑 〉

图片混排

图片混排的命令为 `\figr{ali.jpg}{0.1}{很多行文字}`，实例 ↓



arc length

$\boxed{\text{弧长}}$ $s=s(t)$，$\vec{r}=\vec{r}(s)$ （可任意选定 s 的零点和正向，与运动方向无关）

tangential　　　　normal

$\boxed{\text{切向}}$ $\vec{e_t}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}s}$，$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\vec{e_t}=\vec{e_n}$ → $\boxed{\text{法向}}$指向曲线凹侧，$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\vec{e_n}=-\vec{e_t}$，$\dot{\vec{e_t}}=\frac{\mathrm{d}\vec{e_t}}{\mathrm{d}\theta}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s}\dot{s}=\vec{e_n}\frac{1}{\rho}v$

curvature radius

$\vec{v}=\dot{s}\vec{e_t}$，$\vec{a}=\ddot{s}\vec{e_t}+\frac{v^2}{\rho}\vec{e_n}$，$\boxed{\text{曲率半径}}$ $\rho=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta}=(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}/|y''|$，常用 $a_t=\dot{v}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}v$

加速度既反映速度大小也反映方向变化 $a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，$a_n=\frac{v^2}{\rho}$，$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}$，$\tan\theta=\frac{a_n}{a_t}$

表格混排

表格混排的命令为 `\tabr[0.4]{很多行文字}{很多行表格}`，实例 ↓

性质 同类元素的特征标相等 (记类中元素个数为 n_i, 求和公式中可合并)
群的 $\forall\neq$IUR 的个数等于群中类的个数 r $\to$ 特征标表是方阵
第一正交性关系 特征标表各行正交 $\frac{1}{n}\sum^r n_i\chi^{(p)*}(g)\chi^{(q)}(g)=\delta_{pq}$
第二正交性关系 特征标表各列正交 $\frac{n_i}{n}\sum_p^r\chi^{(p)*}(g_i)\chi^{(p)}(g_{i'})=\delta_{ii'}$

特征标	e	r_1,r_2	a,b,c
χ^S	1	1	1
χ^A	1	1	-1
χ^Γ	2	-1	0

颜色

模版对以下情况做自动高亮：「更新：绿色为注释专用，算符改用橙色，章节由红色改为紫色」

推导为绿色	$\to\ \Leftrightarrow\ \Rightarrow$	`\to \ns \Rightarrow`	
函数名橙色	$\sin(x+y),\exp[x+y]$	`\e^{x+y},\exp[x+y]`	自然对数 e^x 变色，命令为 `\e`
算符绿色	$\mathrm{d}x,\mathrm{D}x,\delta x,\Delta x,\nabla x$	`\dif x,\delta x,\nabla x`	默认高亮，不高亮用 `\olddelta`
物理单位蓝色	$^\circ\mathrm{C},6.67\times10^{-11}\ \mathrm{m^3/(kg{\cdot}s^2)}$	`\uni{m^3/(kg\cdot s^2)}`	虚数单位 i 变色，命令为 `\ii`

字体

正文默认字体：Adobe 仿宋，词条 Adobe 黑体，英文 Times New Roman，英文翻译 Verdana
「2015.05 更新：为改善斜杠的显示 例 / 例，黑体字体改为方正准圆」

为了避免命名空间冲突，为了世界的和平，强迫症如下规定数学字体的含义：

打字机体 `\texttt{}` 用于源代码：`file.tex`

所有变量、粒子符号为斜体	x,y,z,r,v,a,e,n,p	(公式环境下默认为斜体)
其它字母、元素符号为正体	$E_\mathrm{k},k_\mathrm{B},N_\mathrm{A},F^{(\mathrm{i})},\mathrm{c.c.},\mathrm{He}$	`\mathrm{}`
双线体注册为数域	$\mathbb{N},\mathbb{Z},\mathbb{Q},\mathbb{A},\mathbb{R},\mathbb{C},\mathbb{H}$	`\mathbb{}`
花体注册为泛函	$\mathcal{L},\mathcal{F},\mathcal{Z}$	`\mathcal{}`
粗体注册为群	$\mathbf{D}_n,\mathbf{U}(n),\mathbf{SO}(3)$	`\mathbf{}`
哥特体注册为代数	$\mathfrak{su}(n),\mathfrak{so}(3)$	`\mathfrak{}`
特殊符号	电动势 $\mathscr{E}$	`\emf` 使用 `\mathscr{}`

其它符号范例

大圈小圈	① ② ① ②	\N1 \N2 \n1 \n2
区分求导/撇	y', y', y'_x	y',y\co,y\co[x]
矢量	$\overrightarrow{OA}, \vec{p_c}', \dot{\vec{p}}, \vec{e_r}$	\vec{OA},\vec{p_c}',\vecd{p},\ve{r}
张量	$\dot{\overleftrightarrow{T}}, \overleftrightarrow{\varepsilon}$	\vvecd{T},\vvvec{\varepsilon}
矢量算符	$\hat{\vec{p}}, \hat{\vec{S}}^2$	\hatv{p},\hatvs{S}
矢量微分	$\nabla x, \nabla\cdot\vec{x}, \nabla\times\vec{x}, \nabla^2 x$	\nabla x,\nablad \vec x,\nablat \vec x,\nablas x
导数, 偏导数	$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}, \frac{\partial^2 L}{\partial x^2}, \frac{\partial^4 L}{\partial x^2 \partial y^2}$	\od{y}{x},\pd[2]{L}{x},\md{L}{4}{x}{2}{y}{2}
某处的导数	$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\Big\vert_{x_0}, \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\Big\vert_{x_0}, \left(\frac{\partial L}{\partial x}\right)_{y,z}$	\odat{y}{x}{x_0},\pdat{L}{x}{y,z}
圈积分	$\oiint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} = \oint_L \vec{A}\cdot\mathrm{d}\vec{l}$	\oiint_S \oint_L
推导上加字	$\xlongequal{\text{归一}}, \xrightarrow{\times a^2}$	\xlongequal{\text{}} \xrightarrow{}
左花括号	$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i\neq j) \end{cases}$	\leftB[行数]{\matn{1 &(i = j)\\ 0 &(i \ne j)}}
矩阵, 行列式	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{vmatrix} -a & b \\ c & -d \end{vmatrix}$	\mat{1&0\\0&1},\matd{-a&b\\c&-d}
杨图, 杨盘	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|}\hline & & \\ \hline \end{array}$ $T_1^{[21]} = \begin{array}{\|c\|c\|}\hline 1 & 2 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array}$	\ynd{3,1},\yng{1&2\\3}

太多了... 慢慢写

学习网站

http://tex.stackexchange.com/

LaTeX 中文排版（使用 XeTeX）

维基 book