# Recent_Note

LiXiaoLong

July 26, 2024

# Contents


**1 GAN** **2**
- 1.1 简介 . . . 2
  - 1.1.1 设计思路 . . . 2
  - 1.1.2 损失函数和训练策略 . . . 3
  - 1.1.3 数学推导 . . . 3
- 1.2 Code . . . 3

**2 VAE model** **5**
- 2.1 设计思路 . . . 5
  - 2.1.1 Auto Encoder 结构 . . . 5
  - 2.1.2 灵感乍现，这个 decoder 似乎有做图像生成的潜力 . . . 6
  - 2.1.3 VAE 怎么满足这些要求的？ . . . 6
- 2.2 损失函数怎么设计出来的？ . . . 8
- 2.3 Code: . . . 9

# Chapter 1

# GAN

## 1.1 简介

### 1.1.1 设计思路

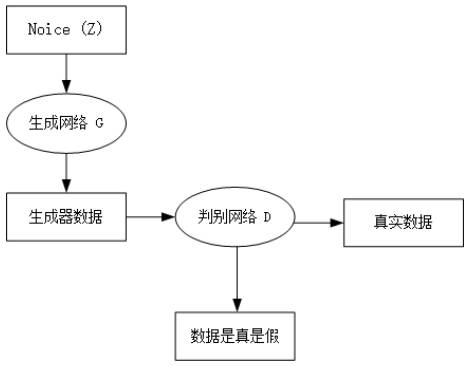



Figure 1.1: GAN 设计思路

GAN 包括两个模型，一个是生成模型 $G$（Generator），一个是判别模型 $D$（Discriminator）。它们的功能分别是：

$G$ 负责生成图片，接收一个随机的噪声 $z$，通过该噪声生成图片，记为 $G(z)$。

$D$ 负责判别一张图片是否“真实”。其输入是 $x$，代表一张图片，输出 $D(x)$ 表示 $x$ 为真实图片的概率。输出为 1 代表真实图片的概率为 100%，而输出为 0 则代表图片不可能是真实的（真实实例来源于数据集，伪造实例来源于生成模型）。

有一个很好的比喻，就是枯叶蝶的演化过程类似于树叶，枯叶蝶不需要认识树叶，但能通过变异逃避捕食者（筛选器），这样的自然选择使枯叶蝶越来越像树叶。同理，生成器产生的图片概率分布也会越来越接近真实数据集的概率分布。

### 1.1.2 损失函数和训练策略

**(1)** 损失函数**:**

$$\min_G \max_D V(D,G) = \mathbb{E}_{x\sim p_{\text{data}}(x)}[\log D(x)] \quad + \mathbb{E}_{z\sim p_z(z)}[\log(1-D(G(z)))] \quad (1.1)$$

含义很直接, 对生成器，尽可能让 $\mathbb{E}_{z\sim p_z(z)}[\log(1-D(G(z)))]$ 更小，也就是 $D(G(z))$ 尽可能大，前半段不涉及 z，当常数处理。
对判别器，就是真图像判别的结果越接近 1 越好，假图像越接近 0 越好。

训练策略**:**

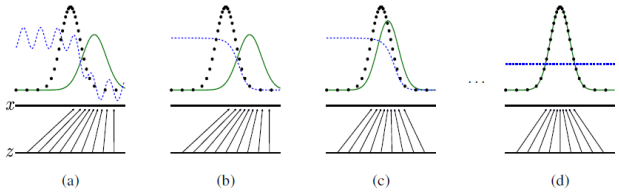



Figure 1.2: (2) 训练过程

Note: 判别器是小蓝，真实图片的概率分布是小黑，生成器整的映射是下半边的箭头，由全数据区域到生成的图像空间，绿色是生成图像空间的概率分布。

- 生成器和真实图像的概率分布偏差大，性能是比较差，判别器虽然大体在真是图像概率大的地方高，但是不稳定。
- 判别器被迭代了几轮，区分良好。
- 生成器被迭代更新，概率分布趋近了真实图像分布一些。
- 重复上面两步...
- 大结局，以假乱真，判别器 out。

### 1.1.3 数学推导

推荐文章:https://www.cnblogs.com/LXP-Never/p/9706790.html

## 1.2 Code

点击这里查看代码文件:https://xiaolong-li1.github.io/Blogs/GAN.ipynb

**(1):** 伪代码**:**

**for** number of training iterations **do**

**for** $k$ steps **do**

- Sample minibatch of $m$ noise samples $\{\boldsymbol{z}^{(1)}, \ldots, \boldsymbol{z}^{(m)}\}$ from noise prior $p_g(\boldsymbol{z})$.
- Sample minibatch of $m$ examples $\{\boldsymbol{x}^{(1)}, \ldots, \boldsymbol{x}^{(m)}\}$ from data generating distribution $p_{\text{data}}(\boldsymbol{x})$.
- Update the discriminator by ascending its stochastic gradient:

$$\nabla_{\theta_d} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \left[ \log D\left(\boldsymbol{x}^{(i)}\right) + \log\left(1 - D\left(G\left(\boldsymbol{z}^{(i)}\right)\right)\right) \right].$$

**end for**

- Sample minibatch of $m$ noise samples $\{\boldsymbol{z}^{(1)}, \ldots, \boldsymbol{z}^{(m)}\}$ from noise prior $p_g(\boldsymbol{z})$.
- Update the generator by descending its stochastic gradient:

$$\nabla_{\theta_g} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \log\left(1 - D\left(G\left(\boldsymbol{z}^{(i)}\right)\right)\right).$$

**end for**

The gradient-based updates can use any standard gradient-based learning rule. We used momentum in our experiments.

(a) 训练 0 个 epoch 的生成结果　　(b) 训练 200 个 epoch 生成的结果

Figure 1.3: 训练不同 epoch 数的生成结果对比

# Chapter 2

# VAE model

## 2.1 设计思路

### 2.1.1 Auto Encoder 结构

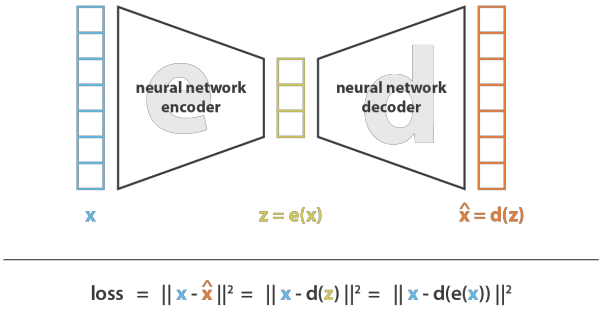



Figure 2.1: Auto Encoder 结构

VAE 结构基于 AE，这种网络结构有一个很经典的功能，数据降维，可以把高维度的数据变成很低的维度，但是仍然保留大部分语义特征（因为它能通过一个固定的函数（解码器）以比较小的误差恢复出来）。至于这个网络能干什么，去噪，数据压缩之类的。

- 这时候刚好来引入一个概念，**latent space**（我就叫它表示空间好了），也就是图中 z 向量所在的空间，
- 第二个概念是，latent space 的正则性，这里用两幅图描述。

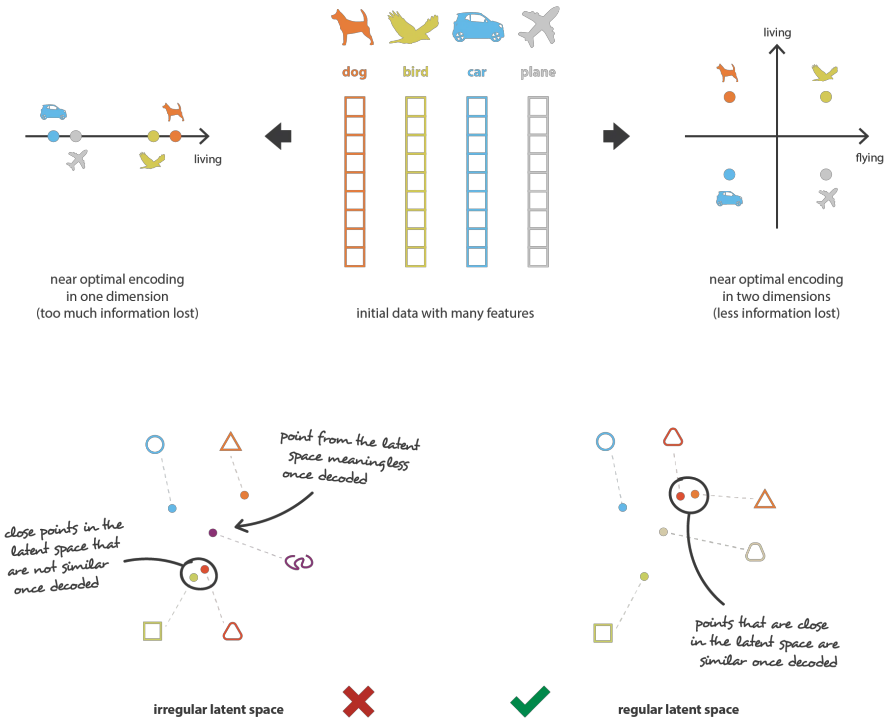



Figure 2.2: 正则化的直观感受

这里的左侧的表示空间和右侧比较就没什么结构，差别很大的东西在表示空间里的位置却没有散开，相似的没有聚在一堆。

### 2.1.2 灵感乍现，这个 decoder 似乎有做图像生成的潜力

它能用低维度的一些看似随机的向量整出来有意义的图片，如果我们直接随机生成一些向量输进去会不会也能搞出来新的作品？不过先考虑下面的要求。

1. 随机的向量都能有图片对应，这说明一个事情，latent space 的大部分空间都会在高维空间得有有意义的图像对应。我们原有的训练策略从没有对表示空间做任何要求，它可以就好多离得很远的片区有有意义的图像对应。
2. 它一个输入绝对只有一个输出，这不好，我们应该生成多个类似的但又不一样的图像以供选择。

### 2.1.3 VAE 怎么满足这些要求的？

**VAE** 结构

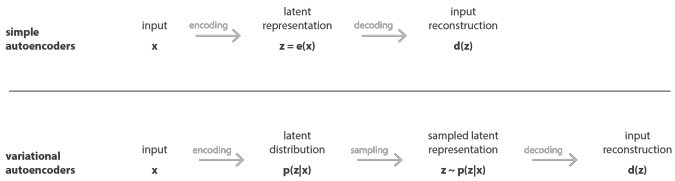
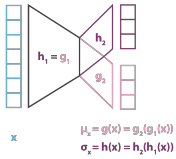
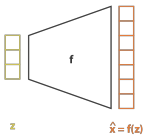



Figure 2.3: VAE 和 AE 区别

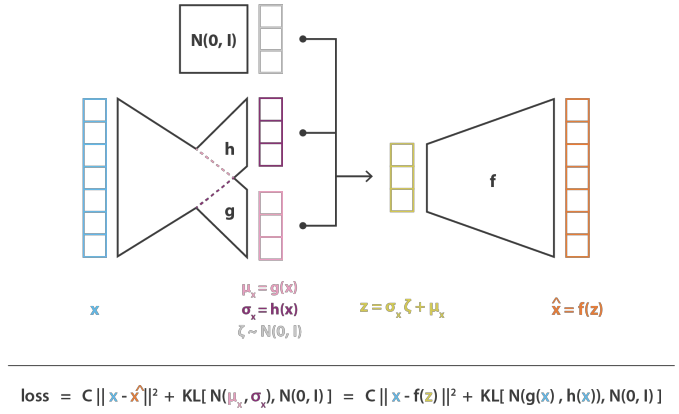
它的编码器不再是和表征空间的一个点对应了，而是一个概率分布，解码器也是得到的一个概率分布，不过方差是提前固定的




(a) VAE 编码器




(b) VAE 解码器

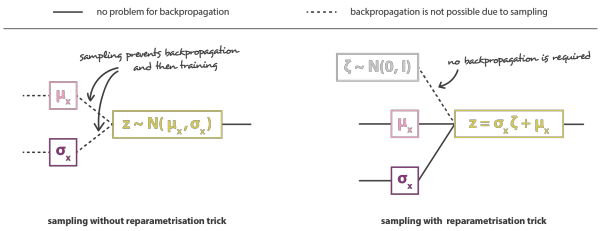



(c) VAE 整体结构

Figure 2.4: VAE 结构

- 图 a: 解码器介绍: 两部分构成的神经网络（前半边公用），输入是图像，输出是确定一种分布所需的参数（高斯分布为例，均值向量和协方差矩阵，不过为了减少计算量，假定各个特征也不相关，就成了方差向量了）
- 图 b: 编码器介绍: 输入时从前面的分布从 latent space 采样的特征表示，输出是高斯分布的均值，实际上也就是输出图像的预期，有一个固定的方差，采样得到输出结果。

- 图 c: 整合的小策略: 为了能让网络可以训练，特意用 N（0，1）这个模块来帮助表示各种高斯分布，完成采样。




进入正题

VAE 巧妙地用了概率分布作为编解码器映射的对象，而且选用高斯分布，训练时每一个真实样本，相当和表征空间的某个点为中心的一片区域对应上了，而且损失函数还要让这个概率分布接近 $N(0,1)$, 意味着映射的区域，或者点云都集中在一块，但又有一定的距离来确保准确性（$\hat{x}-x$ 这个损失限制）

## 2.2 损失函数怎么设计出来的？

这里就进入了数学部分。
先定义

- $x$: 模型输入
- $z$: 中间层的表示，在这个模型中是 latent space 采样后的结果
- $g(x)$: 输入：同编码器输入，输出：z 所满足的高斯分布的均值
- $h(x)$: 输入：同编码器输入，输出：z 所满足的高斯分布的方差
- $q_x(z)$ : z 的概率密度分布，$q_x(z) \equiv \mathcal{N}(g(x), h(x)), g(x) \in G, h(x) \in H$; G H 是函数族

再假设

- $z$ 应该满足 $\mathcal{N}(0,1)$
- $p(x|z)$ 也满足正态分布，方差是固定的，均值是通过解码器给出的。即 $p(x|z) = \mathcal{N}(f(z), c)$

$p(z|x)$ 根据上述假设，没法直接求出来，不过可以用正态分布函数族拟合，g 和 h 是为了整出来一个正态分布来拟合 $p(z|x)$

$$
\begin{aligned}
(g^*, h^*) &= \underset{(g,h)\in G\times H}{\arg\min}\ KL(q_x(z), p(z|x)) \\
&= \underset{(g,h)\in G\times H}{\arg\min}\ \left(\mathbb{E}_{z\sim q_x}(\log q_x(z)) - \mathbb{E}_{z\sim q_x}\left(\log \frac{p(x|z)p(z)}{p(x)}\right)\right) \\
&= \underset{(g,h)\in G\times H}{\arg\min}\ (\mathbb{E}_{z\sim q_x}(\log q_x(z)) - \mathbb{E}_{z\sim q_x}(\log p(z)) - \mathbb{E}_{z\sim q_x}(\log p(x|z)) + \mathbb{E}_{z\sim q_x}(\log p(x))) \\
&= \underset{(g,h)\in G\times H}{\arg\max}\ (\mathbb{E}_{z\sim q_x}(\log p(x|z)) - KL(q_x(z), p(z))) \\
&= \underset{(g,h)\in G\times H}{\arg\max}\ \left(\mathbb{E}_{z\sim q_x}\left(-\frac{||x-f(z)||^2}{2c}\right) - KL(q_x(z), p(z))\right)
\end{aligned}
$$

又因为解码器还要满足 就是得选一个好的解码器 f 能让 $\hat{x} = x$ 的概率最高。

$$
\begin{aligned}
f^* &= \underset{f\in F}{\arg\max}\mathbb{E}_{z\sim q_x^*}(\log p(x|z)) \\
&= \underset{f\in F}{\arg\max}\mathbb{E}_{z\sim q_x^*}\left(-\frac{||x-f(z)||^2}{2c}\right)
\end{aligned}
$$

综合一下, 就是要优化这个：

$$
(f^*, g^*, h^*) = \underset{(f,g,h)\in F\times G\times H}{\arg\max}\left(\mathbb{E}_{z\sim q_x}\left(-\frac{||x-f(z)||^2}{2c}\right) - KL(q_x(z), p(z))\right)
$$

期望就在多轮的训练中间接实现，前后项可以加上一个权重，结合我们的假设，这就得到 loss 函数

$$
Loss = \|x - \hat{x}\|^2 + KL\left[\mathcal{N}(g(x), h(x)), \mathcal{N}(0, 1)\right] \tag{2.1}
$$

另外，通过把 KL 散度的计算按照定义展开，再根据高斯分布的性质化简，可得：

$$
KL(q(z|x) \parallel p(z)) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{J}\left(\log(\sigma_j^2) + 1 - \sigma_j^2 - \mu_j^2\right) \tag{2.2}
$$

Note:关于 ELBO 的文章:https://www.zywvvd.com/notes/study/probability/elbo/elbo/

## 2.3 Code:

点击这里查看代码文件 (https://xiaolong-li1.github.io/Blogs/VAE.ipynb)