CẦU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT CONTEST 5 – GIẢI THUẬT QUY HOẠCH ĐỘNG

BÀI 1. XÂU CON CHUNG DÀI NHẤT

Xâu ký tự X được gọi là xâu con của xâu ký tự Y nếu ta có thể xoá đi một số ký tự trong xâu Y để được xâu X.

Cho hai xâu ký tự A và B dài không quá 1000 ký tự (chữ cái viết thường hoặc chữ số), hãy tìm xâu ký tự C có độ dài lớn nhất và là con của cả A và B.

Input: Dòng 1: chứa xâu A. Dòng 2: chứa xâu B

Output: Chỉ gồm một dòng ghi độ dài xâu C tìm được

Ví du:

Input	Output
abc1def2ghi3	10
abcdefghi123	

BÀI 2. DÃY CON TĂNG DÀI NHẤT

Cho một dãy số nguyên gồm N phần tử A[1], A[2], ... A[N].

Biết rằng dãy con tăng đơn điệu là 1 dãy $A[i_1],...$ $A[i_k]$

thỏa mãn $i_1 < i_2 < ... < i_k$ và $A[i_1] < A[i_2] < ... < A[i_k]$.

Hãy cho biết dãy con tăng đơn điệu dài nhất của dãy này có bao nhiều phần tử?

Input: Dòng 1 gồm 1 số nguyên là số N ($1 \le N \le 1000$). Dòng thứ 2 ghi N số nguyên A[1], A[2], .. A[N] ($1 \le A[i] \le 10000$).

Output: Ghi ra độ dài của dãy con tăng đơn điệu dài nhất.

Ví dụ:

Input	Output
6	4
1 2 5 4 6 2	

BÀI 3. DÃY CON CÓ TỔNG BẰNG S

Cho N số nguyên dương tạo thành dãy $A=\{A_1, A_2, ..., A_N\}$. Tìm ra một dãy con của dãy A (không nhất thiết là các phần tử liên tiếp trong dãy) có tổng bằng S cho trước.

Input: Dòng đầu tiên ghi hai số nguyên dương N và S $(0 < N \le 200)$ và S $(0 < S \le 40000)$. Các dòng tiếp theo lần lượt ghi N số hạng của dãy A là các số $A_1, A_2, ..., A_N$ $(0 < A_i \le 200)$.

Output: Nếu bài toán vô nghiệm thì in ra "NO". Nếu bài toán có nghiệm thì in ra "YES"

Ví dụ:

Input	Output
5 6	YES
1 2 4 3 5	

BÀI 4. DÃY CON DÀI NHẤT CÓ TỔNG CHIA HẾT CHO K

Cho một dãy gồm n ($n \le 1000$) số nguyên dương A_1 , A_2 , ..., A_n và số nguyên dương k ($k \le 50$). Hãy tìm dãy con gồm nhiều phần tử nhất của dãy đã cho sao cho tổng các phần tử của dãy con này chia hết cho k.

Input: Dòng đầu tiên chứa hai số n, k ghi cách nhau bởi ít nhất 1 dấu trống. Các dòng tiếp theo chứa các số A_1 , A_2 , ..., A_n được ghi theo đúng thứ tự cách nhau ít nhất một dấu trống hoặc xuống dòng.

Output: Gồm 1 dòng duy nhất ghi số lượng phần tử của dãy con dài nhất thoả mãn

Ví dụ:

Input	Output
10 3	9
2 3 5 7	
9 6 12 7	
11 15	

BÀI 5. TỔ HỢP C(n, k)

Cho 2 số nguyên n, k. Bạn hãy tính C(n, k) modulo 10^9+7.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T (T \leq 20).

Mỗi test gồm 2 số nguyên n, k $(1 \le k \le n \le 1000)$.

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án trên một dòng.

Ví du:

Input	Output
2	10
5 2	120
10 3	

BÀI 6. XÂU CON ĐỐI XỨNG DÀI NHẤT

Cho xâu S chỉ bao gồm các ký tự viết thường và dài không quá 5000 ký tự.

Hãy tìm xâu con đối xứng dài nhất của S.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \le 10$).

Mỗi test gồm một xâu S có độ dài không vượt quá 5000, chỉ gồm các kí tự thường.

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được.

Ví dụ:

Input	Output
2	5
abcbadd	5
aaaaa	

BÀI 7. BẬC THANG

Một chiếc cầu thang có N bậc. Mỗi bước, bạn được phép bước lên trên tối đa K bước. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách bước để đi hết cầu thang? (Tổng số bước đúng bằng N).

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \le 100$).

Mỗi test gồm hai số nguyên dương N và $K(1 \le N \le 100000, 1 \le K \le 100)$.

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án tìm được trên một dòng theo modulo 10^9+7.

Ví dụ:

Input	Output
2	2
2 2	5
4 2	

Giải thích test 1: Có 2 cách đó là (1, 1) và (2).

Giải thích test 2: 5 cách đó là: (1, 1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1), (2, 2).

BÀI 8. HÌNH VUÔNG LỚN NHẤT

Cho một bảng số N hàng, M cột chỉ gồm 0 và 1. Bạn hãy tìm hình vuông có kích thước lớn nhất, sao cho các số trong hình vuông toàn là số 1.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \le 10$).

Mỗi test bắt đầu bởi 2 số nguyên N, M $(1 \le N, M \le 500)$.

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M số mô tả một hàng của bảng.

Output:

Với mỗi test, in ra đáp án là kích thước của hình vuông lớn nhất tìm được trên một dòng.

Test ví dụ:

Input:	Output
2	3
6 5	0
0 1 1 0 1	
1 1 0 1 0	
0 1 1 1 0	
1 1 1 1 0	
1 1 1 1 1	
0 0 0 0 0	
2 2	
0 0	
0 0	

BÀI 9. SỐ CÓ TỔNG CHỮ SỐ BẰNG K

Time limit: 1s

Cho 2 số nguyên N và K. Bạn hãy đếm số lượng các số có N chữ số mà tổng các chữ số của nó bằng K.

Lưu ý, chữ số 0 ở đầu không được chấp nhận.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \le 50$).

Mỗi test gồm 2 số nguyên N và K $(1 \le N \le 100, 0 \le K \le 50000)$.

Output:

Với mỗi test, in ra đáp số tìm được theo modulo 10^9+7 trên một dòng.

Test ví dụ:

Input:	Output
3	2
2 2	5
2 5	21
3 6	

Giải thích test 1: 11 và 20. Giải thích test 2: 14, 23, 32, 41.

BÀI 10. ĐƯỜNG ĐI NHỎ NHẤT

Cho bảng A[] kích thước N x M (N hàng, M cột). Bạn được phép đi sang trái, đi sang phải và đi xuống ô chéo dưới. Khi đi qua ô (i, j), điểm nhận được bằng A[i][j].

Hãy tìm đường đi từ ô (1, 1) tới ô (N, M) sao cho tổng điểm là nhỏ nhất.

Input:

Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \le 20$).

Mỗi test gồm số nguyên dương N và M.

N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm M số nguyên A[i][j] $(0 \le A[i] \le 1000)$.

Output:

Với mỗi test, in ra độ dài dãy con tăng dài nhất trên một dòng.

Ví dụ:

Input	Output
1	8
3 3	
1 2 3	
4 8 2	
1 5 3	

Giải thích test: Đường đi $(1, 1) \rightarrow (1, 2) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (3, 3)$.

BÀI 11. CATALAN NUMBER

Catalan Number là dãy số thỏa mãn biểu thức:

$$C_n = \begin{cases} 0 & \text{n\'eu } n = 0\\ \sum_{i=0}^{n-1} C_i C_{n-i-1} & \text{n\'eu } n > 0 \end{cases}$$

Dưới đây là một số số Catalan với n=0, 1,2,...: 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429,... Cho số tự nhiên N. Nhiệm vụ của bạn là đưa ra số Catalan thứ N.

Input:

Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.

- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một số nguyên n.
- T, n thỏa mãn ràng buộc: 1≤T≤100; 1≤n≤100.

Output:

• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
3	42
5	14
4	16796
10	

BÀI 12. TÍNH P(N,K)

P(n, k) là số phép biểu diễn các tập con có thứ tự gồm k phần tử của tập gồm n phần tử. Số P(n, k) được định nghĩa theo công thức sau:

$$P(n,k) = \begin{cases} 0 & \text{n\'e} u \ k > n \\ \frac{n!}{(n-k)!} = n. (n-1) ... (n-k+1) \text{ n\'e} u \ k < n \end{cases}$$

Cho số hai số n, k. Hãy tìm P(n,k) theo modulo 10^9+7.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một cặp số n, k được viết trên một dòng.
- T, n, k thỏa mãn ràng buộc: 1≤T≤100; 1≤n,k≤1000.

Output:

• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	20
5 3	12
4 2	

BÀI 13. SỐ UGLY

Số Ugly là các số chỉ có ước số là 2, 3, 5. Theo qui ước số 1 cũng là 1 số Ugly. Dưới đây là 11 số Ugly đầu tiên: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15. Cho số tự nhiên N, nhiệm vụ của bạn là tìm số Ugly thứ N.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một số tự nhiên N được viết trên một dòng.
- T, N thỏa mãn ràng buộc: $1 \le T \le 100$; $1 \le N \le 10^4$.

Output:

• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	12
10	4
4	

BÀI 14. DÃY CON LẶP LẠI DÀI NHẤT

Cho xâu ký tự str. Nhiệm vụ của bạn là tìm độ dài dãy con lặp lại dài nhất trong str. Dãy con có thể chứa các phần tử không liên tiếp nhau.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng đầu tiên đưa vào độ dài xâu str; dòng tiếp theo đưa vào xâu str.
- T, str thỏa mãn ràng buộc: 1≤T≤100; 1≤size(str)≤100.

Output:

• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	0
3	2
abc	
5	
аххху	

BÀI 15. DÃY CON CHUNG DÀI NHẤT CỦA BA XÂU

Cho ba xâu ký tự X, Y, Z. Nhiệm vụ của bạn là tìm độ dài dãy con chung dài nhất có mặt trong cả ba xâu.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng đầu tiên đưa vào độ dài xâu X, Y, X; dòng tiếp theo đưa vào ba xâu X, Y, Z.
- T, X, Y, Z thỏa mãn ràng buộc: $1 \le T \le 100$; $1 \le \text{size}(X)$, size(Y), $\text{size}(Z) \le 100$.

Output:

• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	5
5 8 13	3
geeks geeksfor geeksforgeeks	
7 6 5	
abcdle2 bc12ea bd1ea	

BÀI 16. TỔNG LỚN NHẤT CỦA DÃY CON TĂNG DẦN

Cho dãy số A[] gồm N số. Nhiệm vụ của bạn là tìm tổng lớn nhất của dãy con được sắp theo thứ tự tăng dần của dãy A[]. Ví dụ với dãy A[] = $\{1, 101, 2, 3, 100, 4, 5\}$ ta có kết quả là 106 = 1 + 2 + 3 + 100. Với dãy A[] = $\{10, 7, 5\}$ ta có kết quả là 10. Với dãy A[] = $\{1, 2, 3, 5\}$ ta có kết quả là 11.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng đầu tiên đưa vào N là số phần tử của dãy A[]; dòng tiếp theo đưa vào N số A[i]; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, A[i] thỏa mãn ràng buộc: $1 \le T \le 100$; $1 \le N \le 10^2$; $0 \le A[i] \le 10^3$.

Output:

• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
3	106
7	10
1 101 2 3 100 4 5	11
3	
10 7 5	
4	
1 2 3 5	

BÀI 17. DÃY SỐ BI-TONIC

Một dãy số được gọi là Bi-tonic nếu nó được chia thành hai dãy đầu tăng dần và dãy tiếp theo giảm dần. Nhiệm vụ của bạn là tìm tổng lớn nhất dãy con Bi-tonic của dãy số A[]. Ví dụ với dãy A[] = $\{1, 15, 51, 45, 33, 100, 12, 18, 9\}$ ta có kết quả là 194 tương ứng với dãy Bi-tonic $\{1, 15, 51, 100, 18, 9\}$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng đầu tiên đưa vào N là số phần tử của dãy A[]; dòng tiếp theo đưa vào N số A[i]; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, A[i] thỏa mãn ràng buộc: $1 \le T \le 100$; $1 \le N \le 100$; $0 \le A[i] \le 100$.

Output:

• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	210
6	194
80 60 30 40 20 10	

9)								
1		15	51	45	33	100	12	18	9

BÀI 18. CẶP SỐ

Cho N cặp số, trong đó số thứ nhất bao giờ cũng nhỏ hơn số thứ 2. Ta nói, cặp số <c, d> được gọi là theo sau cặp số <a,b> nếu b<c. Nhiệm vụ của bạn là tìm số lớn nhất chuỗi các cặp thỏa mãn ràng buộc trên. Ví dụ với các cặp $\{<5, 24>, <39, 60>, <15, 28>, <27, 40>, <50, 90>\}$ ta có kết quả là 3 tương ứng với chuỗi các cặp $\{<5, 24>, <27, 40>, <50, 90>\}$.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng đầu tiên đưa vào N là số cặp <a, b>; dòng tiếp theo đưa vào 2*N số là N cặp số <a, b>; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, a, b thỏa mãn ràng buộc: $1 \le T \le 100$; $1 \le N$, a, b ≤ 100 .

Output:

• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	3
5	1
5 24 39 60 15 28 27 40 50 90	
2	
5 10 1 11	

BÀI 19. KÝ TỰ GIỐNG NHAU

Giả sử bạn cần viết N ký tự giống nhau lên màn hình. Bạn chỉ được phép thực hiện ba thao tác dưới đây với chi phí thời gian khác nhau:

- Thao tác insert: chèn một ký tự với thời gian là X.
- Thao tác delete: loại bỏ ký tự cuối cùng với thời gian là Y.
- Thao tác copying: copy và paste tất cả các ký tự đã viết để số ký tự được nhân đôi với thời gian là Z.

Hãy tìm thời gian ít nhất để có thể đưa ra màn hình N ký tự giống nhau. Ví dụ với N = 9, X = 1, Y = 2, Z = 1 ta có kết quả là 5 bằng cách thực hiện: insert, insert, copying, copying, insert.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng đầu tiên đưa vào N là số các ký tự giống nhau cần viết lên màn hình; dòng tiếp theo đưa vào bộ ba số X, Y, Z tương ứng với thời gian thực hiện ba thao tác; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, X, Y, Z thỏa mãn ràng buộc: 1≤T≤100; 1≤N ≤100; 1≤X, Y, Z ≤100.

Output:

• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	5
9	14
1 2 1	
10	
2 5 4	

BÀI 20. TỔNG CÁC XÂU CON

Cho số nguyên dương N được biểu diễn như một xâu ký tự số. Nhiệm vụ của bạn là tìm tổng của tất cả các số tạo bởi các xâu con của N. Ví dụ N="1234" ta có kết quả là 1670 = 1 + 2 + 3 + 4 + 12 + 23 + 34 + 123 + 234 + 1234.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là một số N.
- T, N thỏa mãn ràng buộc: $1 \le T \le 100$; $1 \le N \le 10^{12}$.

Output:

• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	1670
1234	491
421	

BÀI 21. TỔNG BẰNG K

Cho một mảng A[] gồm N số nguyên và số K. Nhiệm vụ của bạn là tìm số cách lấy tổng các phần tử của A[] để bằng K. Phép lấy lặp các phần tử hoặc sắp đặt lại các phần tử được chấp thuận. Ví dụ với mảng A[] = $\{1, 5, 6\}$, K = 7 ta có 6 cách sau:

$$7 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$
 (lặp số 1 7 lần)
 $7 = 1 + 1 + 5$ (lặp số 1)
 $7 = 1 + 5 + 1$ (lặp và sắp đặt lại số 1)
 $7 = 1 + 6$
 $7 = 6 + 1$

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai phần: phần thứ nhất đưa vào N và K; dòng tiếp theo đưa vào N số của mảng A[]; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, K, A[i] thỏa mãn ràng buộc: 1≤T≤100; 1≤N≤1000; 1≤A[i]≤100.

Output:

 Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng. Khi kết quả quá lớn đưa ra kết quả dưới dang modulo với 10⁹+7.

Input	Output
2	6
3 7	150
1 5 6	
4 14	
12 3 1 9	

BÀI 22. TỔNG LỚN NHẤT CỦA DÃY CON KHÔNG KỀ NHAU

Cho dãy số A[] gồm N phần tử. Hãy tìm tổng lớn nhất của dãy con của dãy số A[] sao cho dãy con không có hai số cạnh nhau trong A[]. Ví dụ với A[] = $\{6, 7, 1, 3, 8, 2, 4\}$ ta có kết quả là 19 tương ứng với tổng của dãy con $\{6, 1, 6, 4\}$ không có haI phần tử nào kề nhau trong A[].

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng thứ nhất là một số N; dòng tiếp theo đưa vào N số A[i]; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, N, A[i] thỏa mãn ràng buộc: $1 \le T \le 100$; $1 \le N \le 10^6$; $1 \le A[i] \le 10^7$.

Output:

• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	110
6	13
5 5 10 100 10 5	
4	
3 2 7 10	

BÀI 23. SỐ BƯỚC ÍT NHẤT

Cho mảng A[] gồm N số nguyên. Nhiệm vụ của bạn là sắp xếp lại mảng số với số lượng bước là ít nhất. Tại mỗi bước, bạn chỉ được phép chèn phần tử bất kỳ của mảng vào vị trí bất kỳ trong mảng. Ví dụ A[] = $\{2, 3, 5, 1, 4, 7, 6\}$ sẽ cho ta số phép chèn ít nhất là 3 bằng cách lấy số 1 chèn trước số 2, lấy số 4 chèn trước số 5, lấy số 6 chèn trước số 7 ta nhận được mảng được sắp.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test gồm hai dòng: dòng thứ nhất là một số N; dòng tiếp theo đưa vào N số của mảng A[]; các số được viết cách nhau một vài khoảng trống.

• T, N, A[i] thỏa mãn ràng buộc: 1≤T≤100; 1≤N≤1000; 1≤A[i]≤1000.

Output:

• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
1	3
7	
2 3 5 1 4 7 6	

BÀI 24. DI CHUYỂN VỀ GỐC TỌA ĐỘ

Giả sử bạn đang ở điểm có tọa độ nguyên dương (n,m) và cần dịch chuyển về tọa độ (0,0). Mỗi bước dịch chuyển bạn chỉ được phép dịch chuyển đến tọa độ (n-1, m-1) hoặc (n, m-1), hoặc (0,m), hoặc (n, 0). Hãy đếm số cách bạn có thể dịch chuyển về tọa độ (0,0).

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là bộ n, m được viết cách nhau một vài khoảng trống.
- T, n, m thỏa mãn ràng buộc: $1 \le T \le 100$; $1 \le n$, m ≤ 25 .

Output:

• Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
3	10
3 2	84
3 6	1
3 0	

BÀI 25. CON ÉCH

Một con ếch có thể nhảy 1, 2, 3 bước để có thể lên đến một đỉnh cần đến. Hãy đếm số các cách con ếch có thể nhảy đến đỉnh.

Input:

- Dòng đầu tiên đưa vào số lượng bộ test T.
- Những dòng kế tiếp đưa vào các bộ test. Mỗi bộ test là số n là số bước con ếch có thể lên được đỉnh.
- T, n thỏa mãn ràng buộc: $1 \le T \le 100$; $1 \le n \le 50$.

Output:

Đưa ra kết quả mỗi test theo từng dòng.

Input	Output
2	1
1	13
5	