Fitting Power Law Distribution

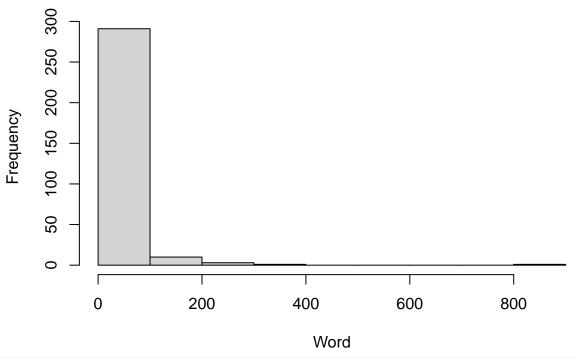
This is an R Markdown Notebook. When you execute code within the notebook, the results appear beneath the code.

Try executing this chunk by clicking the Run button within the chunk or by placing your cursor inside it and pressing Ctrl+Shift+Enter.

```
##Import Clean Data
data_url = "https://raw.githubusercontent.com/xiaomeng-ma/Tolerance-Principle/master/8x4.csv"
df <- read.csv(data_url, header = TRUE)

#Visualize Data
hist(df$Adam,xlab='Word',main='Histogram of Word Frequency')</pre>
```

Histogram of Word Frequency



plot(df\$Adam,type='l',ylab='Frequency',main='Plot of Word Frequency')

Plot of Word Frequency

```
Ledneuck

000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 000 - 00
```

```
#x is the frequency of each word
#y is the rank
x<-na.omit(df$Adam)</pre>
y<-seq.int(1:306)
library(poweRlaw)
m_pl <- displ$new(x)</pre>
est_pl <- estimate_xmin(m_pl)</pre>
est_pl$xmin #estimated x_min
## [1] 3
est_pl$pars #estimated alpha
## [1] 1.621801
est_pl$gof #D(x_min), Kolmogorov-Smirnov statistics
## [1] 0.07667388
##Scanning the whole range to make sure D is minimum
data.s <- unique(x)</pre>
d_est <- data.frame(x_min=sort(data.s)[1:(length(data.s)-2)], alpha=rep(0,length(data.s)-2), D=rep(0,length(data.s)-2)</pre>
for (i in d_est$x_min){
  d_est[which(d_est$x_min == i),2] <- estimate_xmin(m_pl, xmins = i)$pars</pre>
  d_est[which(d_est$x_min == i),3] <- estimate_xmin(m_pl, xmins = i)$gof</pre>
x.min_D.min <- d_est[which.min(d_est$D), 1]</pre>
```

```
library(ggplot2)
ggplot(data=d_est, aes(x=x_min, y=D)) + geom_line() + theme_bw() +
geom_vline(xintercept=x.min_D.min, colour="red") + annotate("text", x=x.min_D.min, y=max(d_est$D)/3*2

0.4

0.3

0.2

0.1
```

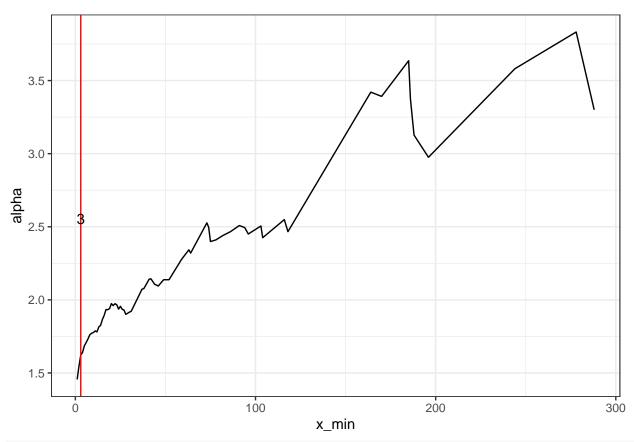
100

```
ggplot(data=d_est, aes(x=x_min, y=alpha)) + geom_line() + theme_bw() +
geom_vline(xintercept=x.min_D.min, colour="red") + annotate("text", x=x.min_D.min, y=max(d_est$alpha))
```

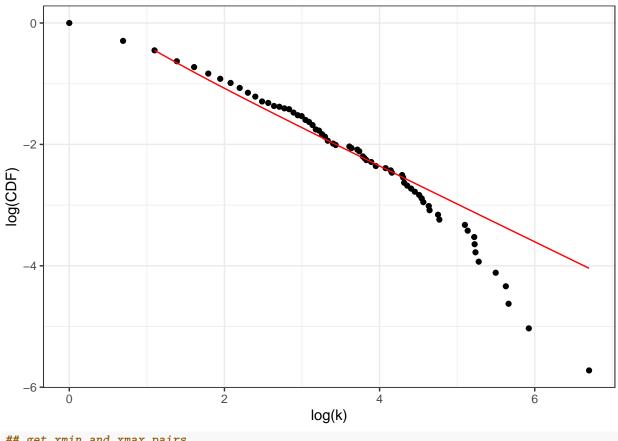
x_min

200

300



```
##Fitting power-law on CDF curve
m_pl$setXmin(est_pl)
plot.data <-plot(m_pl, draw = F)
fit.data <-lines(m_pl, draw = F)
ggplot(plot.data) + geom_point(aes(x=log(x), y=log(y))) + labs(x="log(k)", y="log(CDF)") + theme_bw() +
    geom_line(data=fit.data, aes(x=log(x), y=log(y)), colour="red")</pre>
```



```
## get xmin and xmax pairs
pairs <- as.data.frame(t(combn(sort(data.s),2)))</pre>
pairs$D <- rep(0, length(pairs$V1))</pre>
pairs$alpha <- rep(0, length(pairs$V1))</pre>
## go through D for all xmin and xmax pairs
for (i in 1:length(pairs$D)){
 m_pl$setXmin((pairs[i,1]))
 pairs[i, 3]<-estimate_xmin(m_pl, xmin = pairs[i,1], xmax = pairs[i,2], distance = "ks")$gof</pre>
 pairs[i, 4]<-estimate_xmin(m_pl, xmin = pairs[i,1], xmax = pairs[i,2], distance = "ks")$pars</pre>
bs_pl_sat_cut <- bootstrap_p(m_pl, xmins = pairs[which.min(pairs$D), 1], xmax = pairs[which.min(pairs$D)
## Some of your data is larger than xmax. The xmax parameter is
               the upper bound of the xmin search space. You could try increasing
##
##
               it. If the estimated values are below xmax, it's probably OK not to
##
               worry about this.
## Expected total run time for 20 sims, using 8 threads is 0.0196 seconds.
##get parameters
pairs[which.min(pairs$D), 1] #x_min
## [1] 3
pairs[which.min(pairs$D), 2] #x_max
```

[1] 196

```
pairs[which.min(pairs$D), 3] #D
## [1] 0.06671667
pairs[which.min(pairs$D), 4] #alpha
## [1] 1.621801
## p-value
bs_pl_sat_cut$p
## [1] 0.85
## since the score is 1, based on the PoweRlaw package document, this means the power law model is a po
x_min <- 3
x_max <-196
alpha <-1.621801
##Compare 4 similar distributions
#powerlaw
m_pl = displnew(x)
est_pl <- estimate_xmin(m_pl, xmins = x_min, xmax = x_max, distance = "ks")</pre>
m_pl$setXmin(est_pl)
#lognormal
m_ln = dislnorm$new(x)
est_ln <- estimate_xmin(m_ln)</pre>
m_ln$setXmin(est_ln)
\#exponential
m_{exp} = disexp new(x)
est_exp <- estimate_xmin(m_exp)</pre>
m_exp$setXmin(est_exp)
#poisson
m_poi = dispois$new(x)
est_poi <-estimate_xmin(m_poi)</pre>
m_poi$setXmin(est_poi)
plot(m_pl)
lines(m_pl, col="red")
lines(m_ln, col="green")
lines(m_poi, col="blue")
lines(m_exp, col="magenta")
```

