

PKU SESS 离散数学

二位二进制最简加法器电路设计

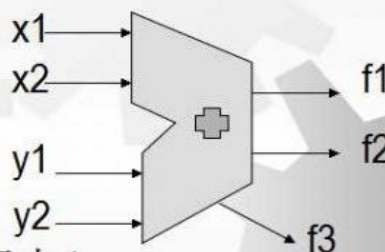
五组

籍乘艳 黄如许 卢伟杰
于曦彤 张浩源 赵宸兴宇

加法器电路设计

数理逻辑作业

- 命题逻辑和现代计算机的原理有非常密切的关系，如：2位加法器
 - 每个端子取值0或1
 - 输入二进制数 x_1x_2 , y_1y_2
 - 输出二进制和 f_1f_2
 - 以及输出进位标志 f_3
 - 例如：输入10,11,输出01,进位标志1
 - 其中 $x_1=1, x_2=0, y_1=1, y_2=1, f_1(x_1, x_2, y_1, y_2)=0$
 - 一个2位加法器可以看作3个4元真值函数
- 请你写出2位加法器所有真值函数的主析取范式



$$\begin{array}{r} x_1x_2 \\ +y_1y_2 \\ \hline f_1 \ f_2 \end{array}$$

进位标志 f_3

1、从等值演算的角度出发

主析取范式

$$f_1 = m_2 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_8 \vee m_9 \vee m_{12} \vee m_{15}$$

$$f_2 = m_1 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_6 \vee m_9 \vee m_{11} \vee m_{12} \vee m_{14}$$

$$f_3 = m_7 \vee m_{10} \vee m_{11} \vee m_{13} \vee m_{14} \vee m_{15}$$

减少逻辑门个数 = 减少运算符个数

f_1, f_2, f_3 共用的逻辑门电路尽量多

奎因—莫克拉斯基方法

主析取范式



最简展开式（最简析取范式）

1、从等值演算的角度出发

主析取范式 \rightarrow 最简展开式（最简析取范式）

奎因—莫克拉斯基方法

$$\begin{aligned} f_1 &= m_2 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_8 \vee m_9 \vee m_{12} \vee m_{15} \\ f_2 &= m_1 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_6 \vee m_9 \vee m_{11} \vee m_{12} \vee m_{14} \\ f_3 &= m_7 \vee m_{10} \vee m_{11} \vee m_{13} \vee m_{14} \vee m_{15} \end{aligned}$$

以 f_3 为例

极小项	角码 $x_1x_2y_1y_2$
m_7	0111
m_{10}	1010
m_{11}	1011
m_{13}	1101
m_{14}	1110
m_{15}	1111

极小项	角码 $x_1x_2y_1y_2$
(m_7, m_{15})	-111
(m_{10}, m_{11})	101-
(m_{10}, m_{14})	1-10
(m_{11}, m_{15})	1-11
(m_{13}, m_{15})	11-1
(m_{14}, m_{15})	111-

极小项	角码 $x_1x_2y_1y_2$
$(m_{10}, m_{11}, m_{14}, m_{15})$	1-1-
$(m_{10}, m_{14}, m_{11}, m_{15})$	1-1-

$$(m_{10}, m_{11}, m_{14}, m_{15}) \vee (m_7, m_{15}) \vee (m_{13}, m_{15}) = (x_1 \wedge y_1) \vee (x_2 \wedge y_1 \wedge y_2) \vee (x_1 \wedge x_2 \wedge y_2)$$

$$f_3 = (x_1 \wedge y_1) \vee (x_2 \wedge y_2) \wedge (x_1 \vee y_1)$$

2、从已有技术出发

一位二进制加法

计算进位 计算和

2、从已有技术出发

计算进位 和 “与门” 完全一致

输入A	输入B	输出Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2、从已有技术出发

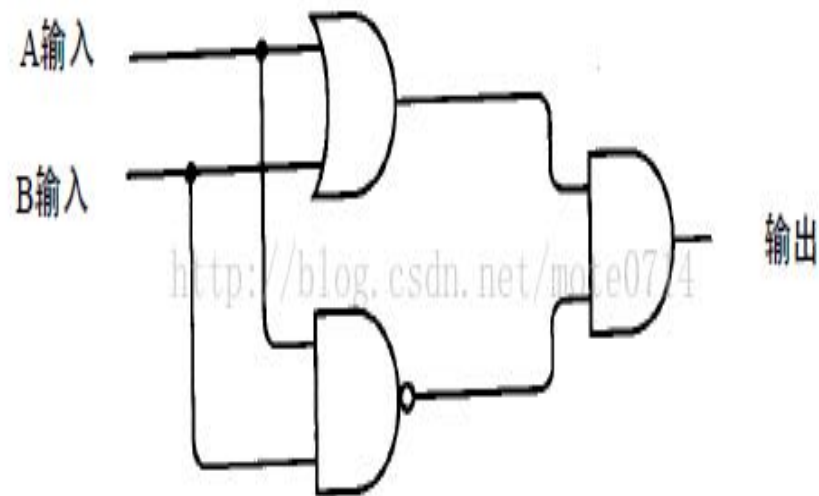
计算和

A输入	B输入	或门输出	与非门输出	与输出
0	0	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	1	0	0

2、从已有技术出发

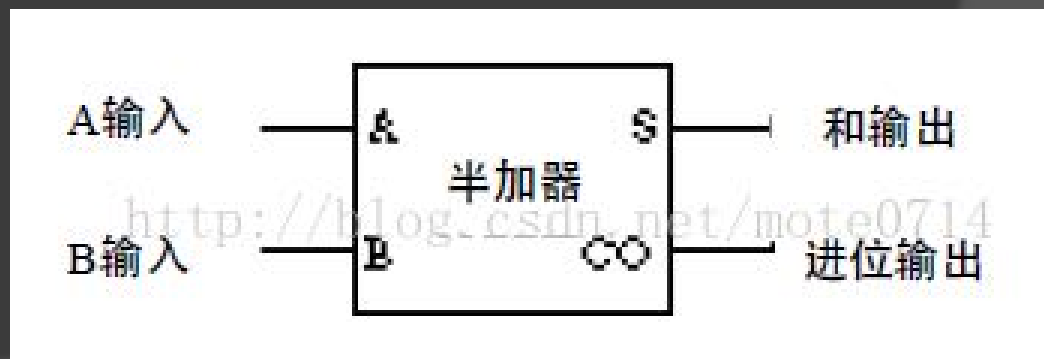
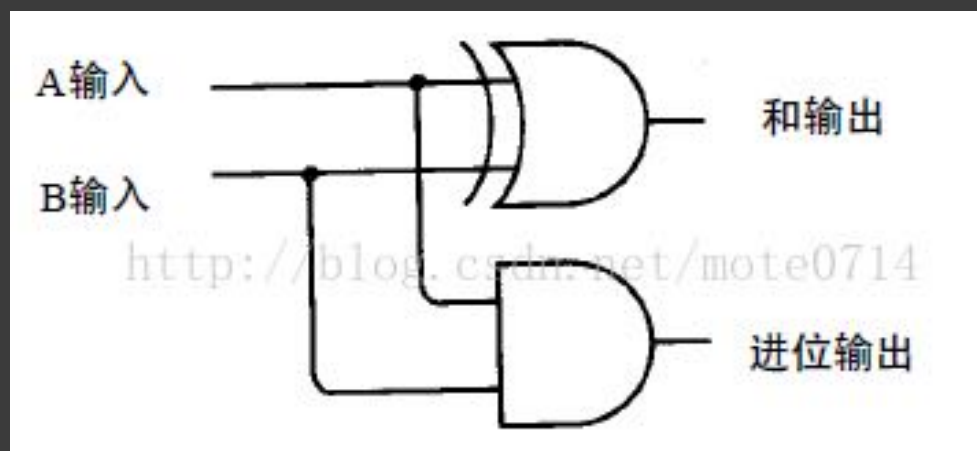
计算和

A输入	B输入	或门输出	与非门输出	与输出
0	0	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	1	0	0



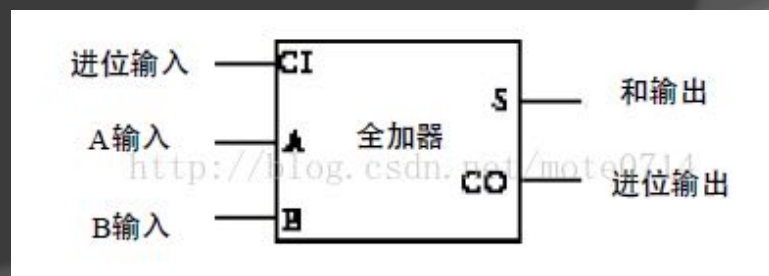
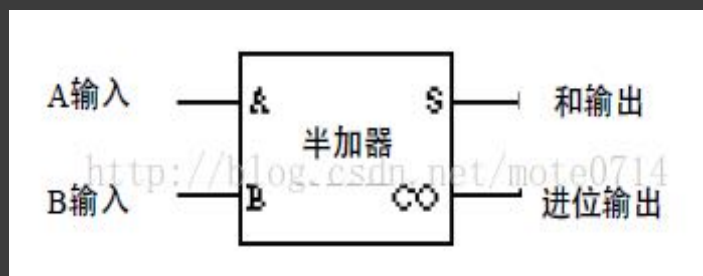
2、从已有技术出发

计算和 + 计算进位 半加器



2、从已有技术出发

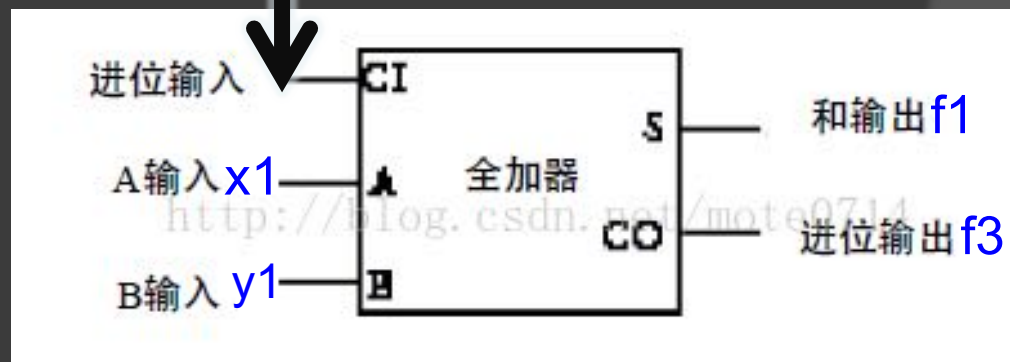
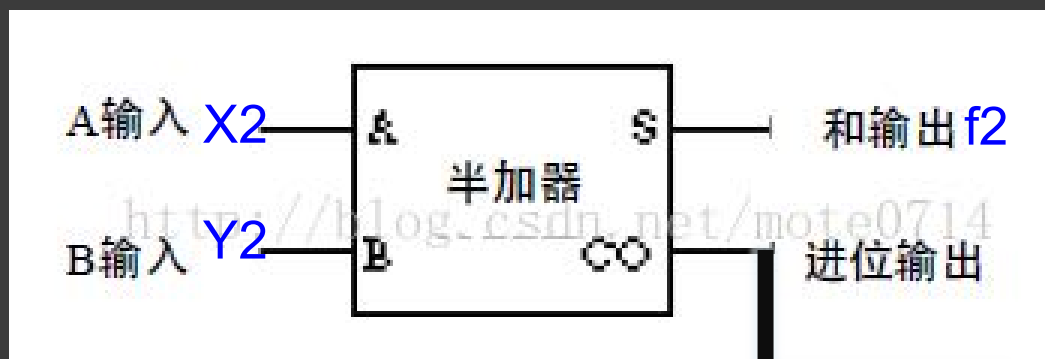
半加器 + 处理上一位的进位 = 全加器



2、从已有技术出发

二位加法器 = 一个全加器 + 一个半加器

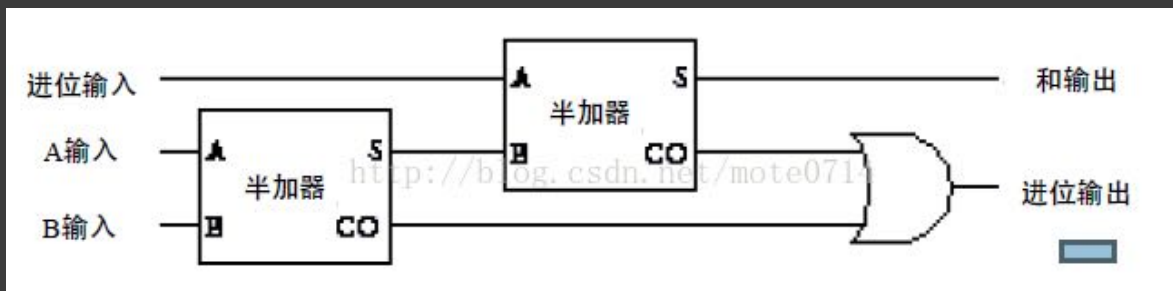
$$\begin{array}{r} x_1x_2 \\ +y_1y_2 \\ \hline f_1f_2 \\ \text{进位标志 } f_3 \end{array}$$



2、从已有技术出发

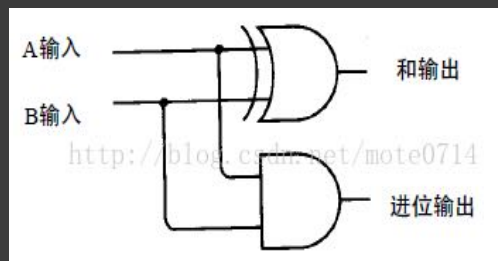
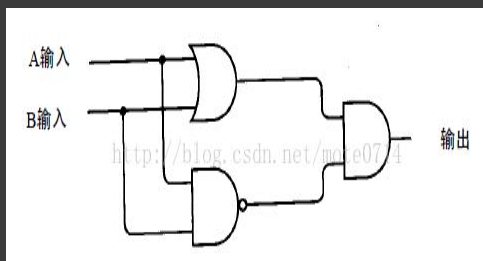
二位加法器 = 一个全加器 + 一个半加器

一个全加器 = 两个半加器 + 一个或门



二位加法器 = 三个半加器 + 一个或门

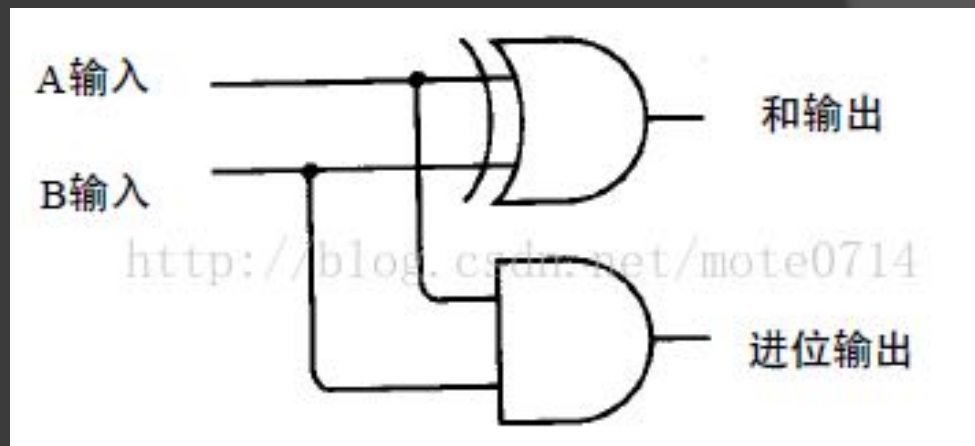
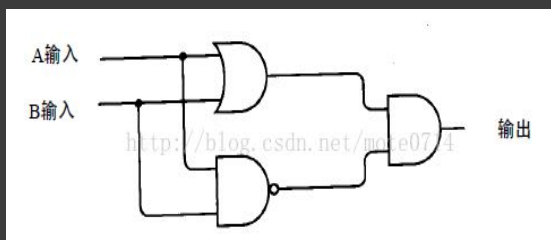
一个半加器 = 五个门



$$3 * 5 + 1 = 16 > 14$$

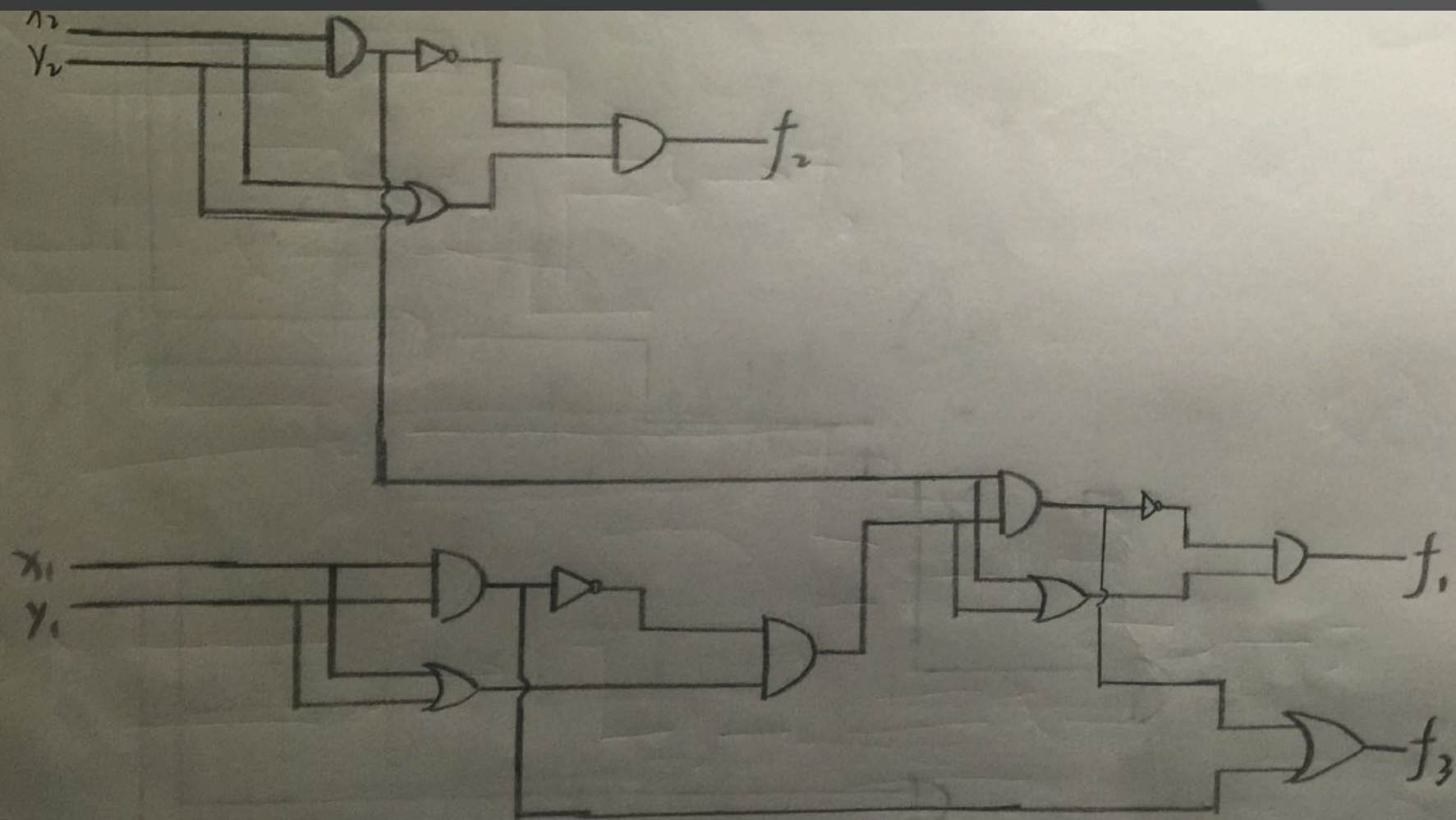
2、从已有技术出发

半加器的改进



改进：进位输出的“与门”共用异或电路中“与非门”的与门

$$16 - 3 = 13$$



PKU SESS 离散数学

谢谢观看！

五组

籍乘艳 黄如许 卢伟杰
于曦彤 张浩源 赵宸兴宇