

第3讲-习题解析

战德臣

哈尔滨工业大学计算机学院 教授.博士生导师
教育部大学计算机课程教学指导委员会委员



Research Center on **I**ntelligent
Computing for **E**nterprises & **S**ervices,
Harbin **I**nstitute of **T**echnology

模拟练习题

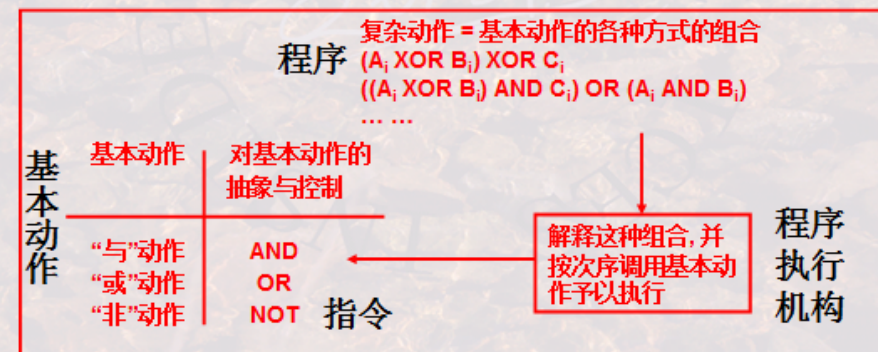
- 1、关于计算系统与程序，下列说法正确的是_____。(A|B|C|D)
- (A)只有用计算机语言编写出来的代码才是程序，其他都不能称其为程序；
- (B)构造计算系统是不需要程序的，程序对构造计算系统没有什么帮助；
- (C)任何系统都需要程序，只是这个程序是由人来执行还是由机器自动执行，可以由机器自动执行程序的系统被称为计算系统；
- (D)程序是用户表达的随使用者目的不同而千变万化的复杂动作，不是使用者实现的而是需要计算系统事先完成的。

计算系统 = 基本动作 + 指令 + 程序执行机构

指令 = 对可执行基本动作的抽象，即控制基本动作执行的命令

程序 = 基本动作指令的一个组合或执行序列，用以实现复杂的动作

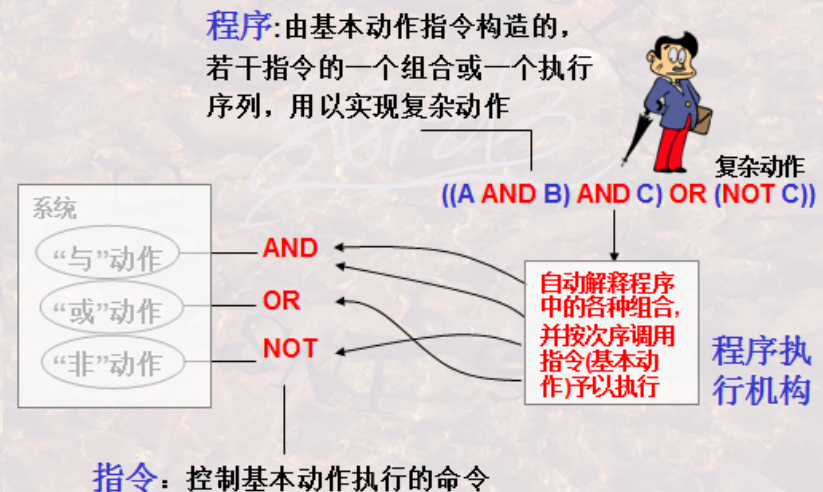
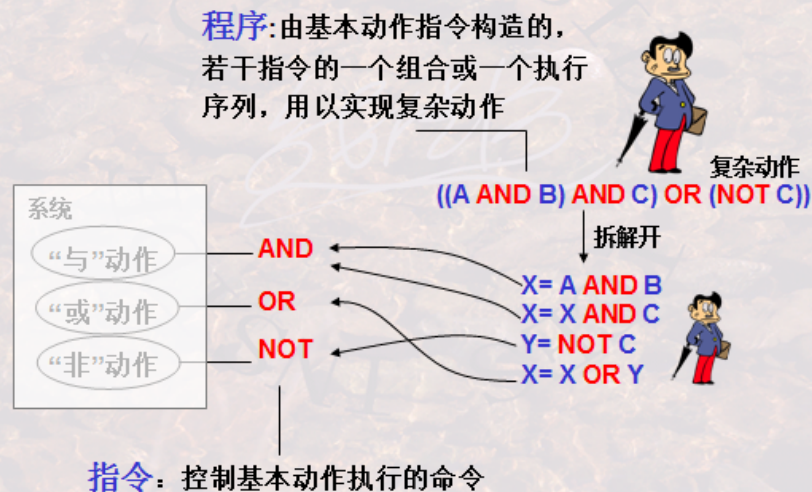
程序执行机构 = 负责解释程序即解释指令之间组合，并按次序调用指令；
调用基本动作执行的机构



模拟练习题

2、关于程序，下列说法不正确的是_____。(A|B|C|D)

- (A)“程序”是由人编写的、以告知计算系统实现人所期望的复杂动作；
- (B)“程序”可以由系统自动解释执行，也可以由人解释由系统执行；
- (C)普通人是很难理解“程序”的，普通人也和“程序”无关；
- (D)“程序”几乎和每个人都有关系，如自动售票系统、自动取款机等。

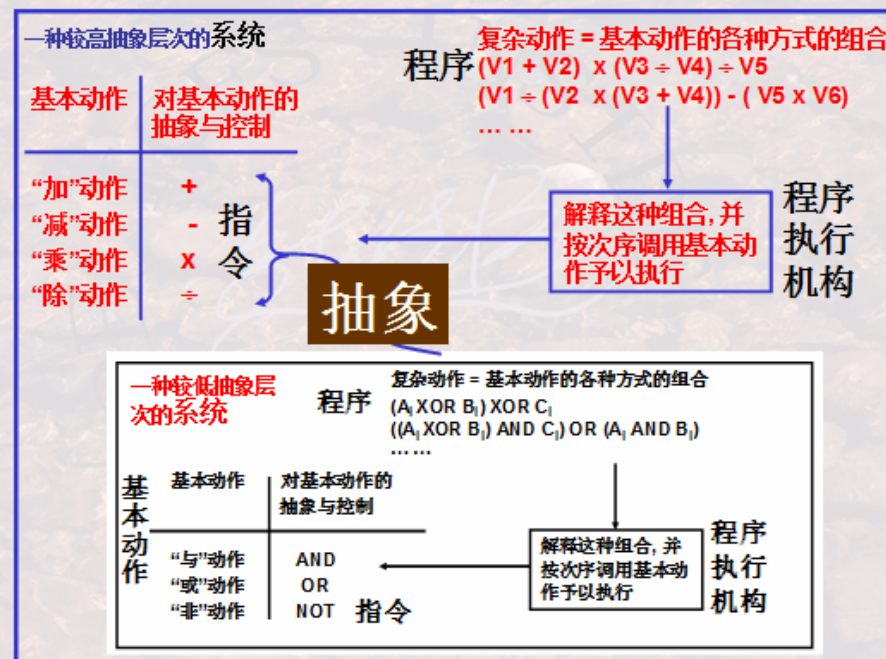


模拟练习题

3、关于程序，下列说法不正确的是_____。(A|B|C|D|E)

- (A)程序的基本特征是复合、抽象与构造;
- (B)复合就是对简单元素的各种组合,即将一个(些)元素代入到另一个(些)元素中;
- (C)抽象是对各种元素的组合进行命名,并将该名字用于更复杂的组合构造中;
- (D)程序就是通过组合、抽象、再组合等构造出来的;
- (E)上述说法有不正确的。

抽象:
将经常使用的、可由低层次系统实现的一些复杂动作,进行命名,以作为高层次系统的指令被使用



模拟练习题

4、一般而言，设计和实现一个计算系统，需要设计和实现_____。(A|B|C|D)

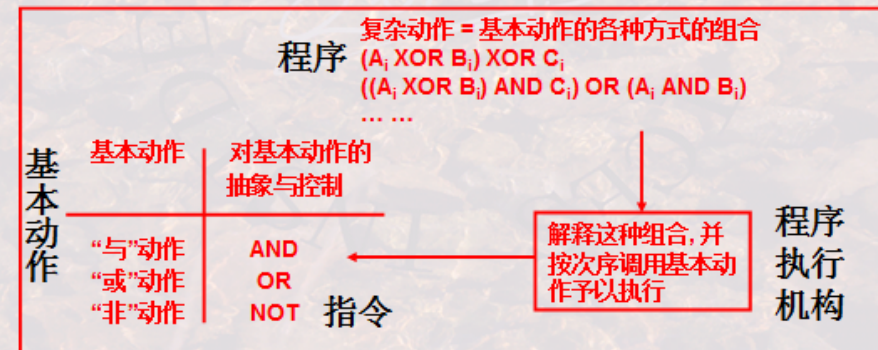
- (A)基本动作和程序；
- (B)基本动作和控制基本动作的指令；
- (C)基本动作、控制基本动作的指令和一个程序执行机构；
- (D)基本动作、控制基本动作的指令和程序。

计算系统 = 基本动作 + 指令 + 程序执行机构

指令 = 对可执行基本动作的抽象，即控制基本动作执行的命令

程序 = 基本动作指令的一个组合或执行序列，用以实现复杂的动作

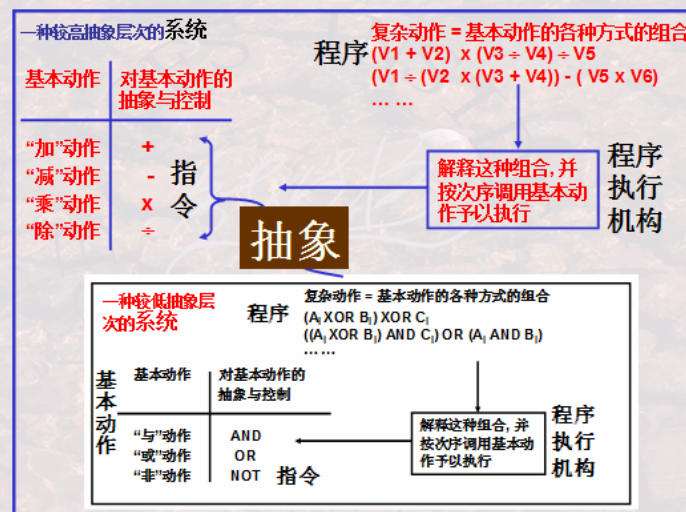
程序执行机构 = 负责解释程序即解释指令之间组合，并按次序调用指令；
调用基本动作执行的机构



模拟练习题

- 5、一般而言,一个较高抽象层次计算系统是可这样实现的,即__。(A|B|C|D|E)
- (A)将较低抽象层次的重复性组合, 命名为较高抽象层次的指令;
- (B)利用较高抽象层次的指令进行复合、抽象与构造, 即形成高抽象层次的程序;
- (C)高抽象层次的程序通过其程序执行机构解释为高抽象层次的指令及其操作次序;
- (D)高抽象层次的指令被替换为低抽象层次的程序, 再由低抽象层次的程序执行机构解释并执行。
- (E)上述A-D全部。

抽象:
将经常使用的、可由低层次系统实现的一些复杂动作, 进行命名, 以作为高层次系统的指令被使用



模拟练习题



6、熟悉下列运算组合式(前缀表达式), 其中结果为56的是_____。(A|B|C|D)

- (A) $(*\ 7\ (+\ 5\ 2))$;
- (B) $(*\ (+\ 5\ 3)\ (+\ 5\ 2))$;
- (C) $(+\ 20\ (+\ 6\ 6))$;
- (D) $(-\ (*\ 9\ 8)\ (-\ 20\ 2))$ 。

(运算符 操作数1 操作数2)

(运算符2 操作数a 操作数b)

(运算符 (运算符2 操作数a 操作数b) 操作数2)

$(-\ (*\ 9\ 8)\ (-\ 20\ 2))$

$(-\ 72\ 18)$

54

$(*\ (+\ 5\ 3)\ (+\ 5\ 2))$;

$(*\ 8\ 7)$;

56

模拟练习题



7、对于计算式，其正确的运算组合式(前缀表示法)为_____。(A|B|C|D)

- (A) $(/ (+ 10 / 20 + 8 4) (+ * 3 6 * 8 2))$;
(B) $((10 + (20 / (8 + 4))) / ((3 * 6) + (8 * 2)))$;
(C) $(/ (+ 10 (/ 20 (+ 8 4))) (+ (* 3 6) (* 8 2)))$;
(D) $(/ (/ 20 (+ 10 (+ 8 4))) (* (+ 3 6) (+ 8 2)))$ 。

$$\frac{10 + \frac{20}{8 + 4}}{3 * 6 + 8 * 2}$$

(运算符 操作数1 操作数2)

(运算符2 操作数a 操作数b)

(运算符 (运算符2 操作数a 操作数b) 操作数2)

(/ 操作数1 操作数2)

(/ (+ 10 操作数a2) (+ 操作数a3 操作数a4))

(/ (+ 10 (/ 20 (+ 8 4))) (+ 操作数a3 操作数a4))

(/ (+ 10 (/ 20 (+ 8 4))) (+ (* 3 6) (* 8 2)))

模拟练习题



8、请用**define**运算，定义一个过程实现计算 a^3 ，其正确定义的过程为_____。

(A|**B**|C|D)

(A) (define cube a (* a a a));

(B) (define (cube x) (* x x x));

(C) (define (cube a (* a a a)));

(D) (define (cube a) (* x x x))。

(运算符 操作数1 操作数2)

(**define** 操作数1 操作数2)

(新运算符 操作数a1 操作数a2 ...)

(**define** (新运算符 操作数a1 操作数a2 ...) (运算组合式P))

模拟练习题



9、已知一个新运算被定义为(`define (newCalc x y) (* (+ x 1) (* y 2))`), 问newCalc可以完成的计算功能为____。 (A|**B**|C|D)

- (A) $(x+1)+2y$;
- (B) $(x+1)*2y$;
- (C) $(x+1) + (y+2)$;
- (D) $(x+1)*(y+2)$ 。

(define (新运算 x) (关于x的运算式P))

(define (newCalc x y) (* (+ x 1) (* y 2)))

(* (+ x 1) (* y 2))

$(x+1)*(y*2)$, 即 $(x+1)*2y$

- (I) **(define (newCalc x y) (+ (+ x 1) (* 2 y)))**
- (II) **(define (newCalc x y) (* (+ x 1) (+ 2 y)))**
- (III) **(define (newCalc x y) (+ (+ x 1) (+ 2 y)))**

模拟练习题



10、已知一个新运算被定义为(**define** (**newCalc** **x y**) (***** (**+** **x** **1**) (***** **y** **2**))), 问正确使用了**newCalc**并得到正确结果的为____。(**A**|**B**|**C**|**D**)

(A) ((**newCalc**) (**4** **5**)), 其结果为50;

(B) (**newCalc** **4**), 其结果为40;

(C) (**newCalc** **4** **5**), 其结果为50;

(D) (**newCalc** **2** **3**), 其结果为21。

(define (新运算 **x**) (关于**x**的运算式**P**))

(newCalc **x y**)

(* (**+** **x** **1**) (***** **y** **2**))

(* (**+** **x** **1**) (***** **y** **2**))

(* (**+** **4** **1**) (***** **5** **2**))

(* **5** **10**)

50

(* (**+** **x** **1**) (***** **y** **2**))

(* (**+** **2** **1**) (***** **3** **2**))

(* **3** **6**)

18

模拟练习题

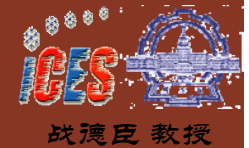


11、已知一个新运算被定义为(**define** (**newCalc** **x** **y**) (***** (**+** **x** **1**) (**+** **y** **1**))),
问(**newCalc** (**newCalc** (**newCalc** **1** **1**) **2**) **3**)的计算结果为____。(A|B|**C**|D)
(A) 6 ; (B) 13; (C) 64; (D) 24。

(**define** (新运算 **x**) (关于**x**的运算式**P**))
(**newCalc** **x** **y**)
(***** (**+** **x** **1**) (**+** **y** **1**)))

(**newCalc** (**newCalc** (**newCalc** **1** **1**) **2**) **3**)
(**newCalc** (**newCalc** (***** (**+** **1** **1**) (**+** **1** **1**)) **2**) **3**)
(**newCalc** (**newCalc** **4** **2**) **3**)
(**newCalc** (***** (**+** **4** **1**) (**+** **2** **1**)) **3**)
(**newCalc** **15** **3**)
(***** (**+** **15** **1**) (**+** **3** **1**))
(***** **16** **4**)
64

模拟练习题



12、已知一个新运算被定义为(define (newCalc x y) (* (+ x 1) (+ y 1))), 问(newCalc (newCalc (newCalc 1 1) (newCalc 1 1)) (newCalc 1 1))的计算结果为____。(A|B|C|D)
(A) 1 ; (B) 64; (C) 130; (D) 8。

(define (新运算 x) (关于x的运算式P))
(newCalc x y)
(* (+ x 1) (+ y 1))

(newCalc (newCalc (newCalc 1 1) (newCalc 1 1)) (newCalc 1 1))
(newCalc (newCalc (* (+ 1 1) (+ 1 1)) (* (+ 1 1) (+ 1 1))) (* (+ 1 1) (+ 1 1)))
(newCalc (newCalc 4 4) 4)

(newCalc (* (+ x 1) (+ y 1)) 4)

(newCalc (* (+ 4 1) (+ 4 1)) 4)
(newCalc 25 4)

(* (+ x 1) (+ y 1))

(* (+ 25 1) (+ 4 1))
(* 26 5)
130

模拟练习题



13、已知一个运算被定义为(`define (firstCalc x) (* x x)`), 在其基础上进一步定义新运算`secondCalc`为 $x^2+y^2+z^2$, 下列运算组合式书写正确的是_____。

(A|B|**C**|D)

- (A) (`define secondCalc (+ (firstCalc x) (firstCalc y) (firstCalc z))`);
- (B) (`define (secondCalc x y z) (+ firstCalc x y z)`);
- (C) (`define (secondCalc x y z) (+ (firstCalc x) (firstCalc y) (firstCalc z))`);
- (D) (`define secondCalc x y z (+ (firstCalc x) (firstCalc y) (firstCalc z))`).
- (E) (`define (secondCalc x y z) (+ (firstCalc x) (firstCalc x) (firstCalc x))`).

(**define** (新运算 **x**) (关于**x**的运算式**P**))

(**firstCalc** **x**)

(***** **x** **x**)

(**secondCalc** **x** **y** **z**)

(**+** (**firstCalc** **x**) (**firstCalc** **y**) (**firstCalc** **z**))

(**define** (**secondCalc** **x** **y** **z**) (**+** (**firstCalc** **x**) (**firstCalc** **y**) (**firstCalc** **z**)))

模拟练习题



14、已知一个运算被定义为(`define (firstCalc x) (* x x)`), 在其基础上进一步定义新运算为(`define (secondCalc x) (firstCalc (firstCalc (firstCalc x)))`), 问`secondCalc`表达的运算功能为____。 (A|B|C|D)
(A) $x*x*x$; (B) $x^2+x^2+x^2$; (C) $((x^2)^2)^2$; (D) x^4

(`define (f x1 x2 x3) (组合式K))`

`f(x1,x2,x3) { K }`

(`define (firstCalc x) (* x x)`)

`firstCalc(x) { x^2 }`

(`define (secondCalc x) (firstCalc (firstCalc (firstCalc x)))`)

`(firstCalc (firstCalc (firstCalc x)))`

`(firstCalc (firstCalc (* x x)))`

`(firstCalc (* (* x x) (* x x)))`

`(* (* (* x x) (* x x)) (* (* x x) (* x x)))` ---用过程体替换最外层的

`(* (* x^2 x^2) (* x^2 x^2))` ---这里的 x^2 表示的是计算结果

`(* ($(x^2)^2$ (x^2)2)`

`(($(x^2)^2$)2)`

---用过程体替换最内层的

---用过程体替换中间层的

---用过程体替换最外层的

---这里的 x^2 表示的是计算结果

---这里的 $(x^2)^2$ 表示的是计算结果

模拟练习题



14、已知一个运算被定义为(`define (firstCalc x) (* x x)`), 在其基础上进一步定义新运算为(`define (secondCalc x) (firstCalc (firstCalc (firstCalc x)))`), 问`secondCalc`表达的运算功能为____。 (A|B|C|D)
(A) $x*x*x$; (B) $x^2+x^2+x^2$; (C) $((x^2)^2)^2$; (D) x^4

继续问：下面哪一个组合式对应A、B和D呢？

- (I) `(define (secondCalc x) (+ (+ (firstCalc x) (firstCalc x)) (firstCalc x)))`
- (II) `(define (secondCalc x) (* (firstCalc x) (firstCalc x)))`
- (III) `(define (secondCalc x) (firstCalc (firstCalc x)))`
- (IV) `(define (secondCalc x) (* x x x))`
- (V) `(define (secondCalc x) (* (firstCalc x) x))`

模拟练习题

15、用条件运算符定义一个过程，见图。正确的定义为_____。(A|B|C|D)

(A) (define (f x y) (cond ((x>y) (* x x x))
((x=y) 0)
((x<y) (* y y y))));

(B) (define (f x y) (cond ((> x y) (* x x x))
((= x y) 0)
((< x y) (* y y y))));

(C) (define (f x y) (cond ((x>y) (x*x*x))
((x=y) 0)
((x<y) (y*y*y))));

(D) (define (f x y) (cond ((< x y) (* x x x))
((= x y) 0)
((> x y) (* y y y)))).

$$f(x, y) = \begin{cases} x^3 & \text{if } x > y \\ 0 & \text{if } x = y \\ y^3 & \text{if } x < y \end{cases}$$

(define (f x1 x2 x3) (组合式K))

f(x1, x2, x3) { 过程体K }

(cond ((> x 0) (组合式1))
((<= x 0) (组合式2)))

{ if (x > 0) then 计算组合式1;
if (x <= 0) then 计算组合式2; }

(运算符 操作数1 操作数2)

模拟练习题

16、用条件运算符定义一个过程。正确的定义为_____。(A|B|C|D)

(A) (define (f n) (cond ((n<2) 1)
((n>1) (n* f(n-1)))))

(B) (define (f n) (cond ((< n 2) 1)
((> n 1) (* n (f (- n 1))))));

(C) (define (f n) (cond ((n<2) 1)
((n>1) (* n (f (- n 1)))));

(D) (define (f n) (cond ((< n 2) 1)
((> n 1) (* n (f n-1))))).

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{if } n < 2 \\ n * (n-1)! & \text{if } n > 1 \end{cases}$$

(define (f x1 x2 x3) (组合式K))

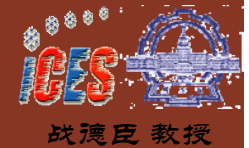
f(x1, x2, x3) { 过程体K }

(cond ((> x 0) (组合式1))
((<= x 0) (组合式2)))

{ if (x > 0) then 计算组合式1;
if (x <= 0) then 计算组合式2; }

(运算符 操作数1 操作数2)

模拟练习题



17、若要表达从1计算到n的运算组合式, $(* \dots (* (* (* (* 1 1) 2) 3) 4) \dots n)$ 定义一个过程。正确的定义为_____。(A|B|C|D)

- (A) (define (f product counter max-count)
 (f (* counter product) (+ counter 1) max-count));
- (B) (define (f product counter max-count)
 (cond ((> counter max-count) product)
 ((<= counter max-count) (f (counter*product) (counter + 1) max-count))));
- (C) (define (f product counter max-count)
 (cond ((> counter max-count) product)
 ((<= counter max-count) (f (* counter product) (+ counter 1) max-count))));
- (D) (define (f product counter max-count)
 (cond ((> counter max-count) product)
 ((<= counter max-count) (f product counter max-count))));

(define (f x1 x2 x3) (组合式K))

f(x1, x2, x3) { 过程体K }

(cond ((> x 0) (组合式1))
 ((<= x 0) (组合式2)))

{ if (x > 0) then 计算组合式1;
 if (x <= 0) then 计算组合式2; }

(运算符 操作数1 操作数2)

f (product, counter, max-count)

{ f (counter * product , counter + 1, max-count); }

f (.., counter, ..) = f (.., counter+1, ..)
 = f (.., counter+2, ..)
 = f (.., counter+3, ..)
 = ...

模拟练习题



17、若要表达从1计算到n的运算组合式, $(* \dots (* (* (* (* 1 1) 2) 3) 4) \dots n)$ 定义一个过程。正确的定义为_____。(A|B|C|D)

- (A) (define (f product counter max-count)
 (f (* counter product) (+ counter 1) max-count));
- (B) (define (f product counter max-count)
 (cond ((> counter max-count) product)
 ((<= counter max-count) (f (counter*product) (counter + 1) max-count))));
- (C) (define (f product counter max-count)
 (cond ((> counter max-count) product)
 ((<= counter max-count) (f (* counter product) (+ counter 1) max-count))));
- (D) (define (f product counter max-count)
 (cond ((> counter max-count) product)
 ((<= counter max-count) (f product counter max-count))));

```
(define (f x1 x2 x3) (组合式K))  
f(x1, x2, x3) { 过程体K }
```

```
(cond ( (> x 0) (组合式1))  
      ((<= x 0) (组合式2)) )
```

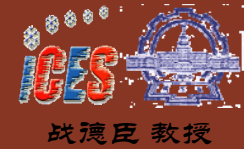
```
{ if (x > 0) then 计算组合式1;  
  if (x <= 0) then 计算组合式2; }
```

```
(运算符 操作数1 操作数2)
```

```
f ( product, counter, max-count )  
{  
  if (counter > max-counter) then return product;  
  else f ( counter * product , counter + 1, max-count); }
```

```
f ( .., counter, ..) = f ( .., counter+1, ..) --开始计算  
                     = f ( .., counter+2, ..)  
                     = f ( .., counter+3, ..)  
                     = ...  
                     = f ( .., max-counter, ..) ---结束。
```


模拟练习题



17、若要表达从1计算到n的运算组合式, $(* \dots (* (* (* (* 1 1) 2) 3) 4) \dots n)$ 定义一个过程。正确的定义为_____。(A|B|C|D)

- (A) (define (f product counter max-count)
 (f (* counter product) (+ counter 1) max-count));
- (B) (define (f product counter max-count)
 (cond ((> counter max-count) product)
 ((<= counter max-count) (f (counter*product) (counter + 1) max-count))));
- (C) (define (f product counter max-count)
 (cond ((> counter max-count) product)
 ((<= counter max-count) (f (* counter product) (+ counter 1) max-count))));
- (D) (define (f product counter max-count)
 (cond ((> counter max-count) product)
 ((<= counter max-count) (f product counter max-count))));

(define (f x1 x2 x3) (组合式K))

f(x1, x2, x3) { 过程体K }

(cond ((> x 0) (组合式1))
 ((<= x 0) (组合式2)))

{ if (x > 0) then 计算组合式1;
 if (x <= 0) then 计算组合式2; }

(运算符 操作数1 操作数2)

f (product, counter, max-count)
{ if (counter > max-counter) then return product;
 else f (product , counter, max-count); }

f (..., counter, ..) = f (..., counter, ..) --开始计算
 = f (..., counter, ..)
 = f (..., counter, ..)
 = ... --将会无限的循环下去, 形成“死循环”

模拟练习题

18、关于原始递归函数的理解，下列说法不正确的是_____。(A|B|C|D|E)

(A) “复合”即是将一组函数 g_1, g_2, \dots, g_n 作为参数代入到另一函数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 中，即 n 个函数 g_1, g_2, \dots, g_n 被组合到了一起，是按函数 f 的形式进行的组合。

(B) “原始递归”即是要定义 $h(0), h(1), \dots, h(n), h(n+1)$ ，其中 $h(0)$ 需要直接给出，而 $h(n+1)$ 需要用 $h(n)$ 进行定义，即 $h(n+1)$ 是将 $h(n)$ 和 n 复合在一起。

(C) 复合是构造新函数的一种手段，原始递归也是构造新函数的一种手段；

(D) 递归函数是描述程序组合与构造问题的一种数学形式。

(E) 上述说法有不正确的。

(1) 复合：给定原始递归函数 $f(x_1, \dots, x_k)$ ，和 k 个原始递归函数 g_1, \dots, g_k ，则 f 和 g_1, \dots, g_k 的复合是函数 h ，即

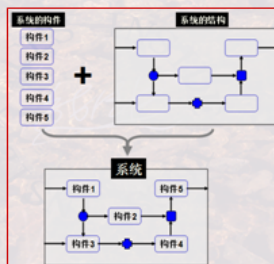
$$h(x_1, \dots, x_m) = f(g_1(x_1, \dots, x_m), \dots, g_k(x_1, \dots, x_m))$$

简单而言，复合是将一系列函数作为参数代入到另一个函数中，又被称为代入。复合是构造新函数的一种方法。复合是表达组合的一种方法。

g_1, \dots, g_k 的指令组合关系 f vs. 基本指令 g_1, \dots, g_k

g_1, \dots, g_k 的组合关系 f vs. 运算组合式 g_1, \dots, g_k

结构 f vs. 构件 g_1, \dots, g_k



(2) 原始递归：给定原始递归函数 f 和 g ，则新函数 h 可由 f 和 g 递归的定义，其中

$$h(0, x_1, \dots, x_k) = f(x_1, \dots, x_k)$$

$$h(S(n), x_1, \dots, x_k) = g(h(n, x_1, \dots, x_k), n, x_1, \dots, x_k)$$

简单而言，定义新函数 h ，就是要定义 $h(0), h(1), \dots, h(n), \dots$ 。 $h(0)$ 直接给出。 $h(n+1)$ 则由将 $h(n)$ 和 n 代入 g 中来构造。

原始递归是递归地构造新函数的方法，尤其是无限的相似性函数的构造方法。

$$(* (* \dots (* (* (* 1 1) 2) 3) \dots n) S(n))$$

$$g(x_1, x_2) = (* x_1 S(x_2))$$

$$h(0) = 1$$

$$h(S(n)) = g(h(n), n)$$

$$h(0) = 1$$

$$h(1) = g(h(0), 0) = (* 1 1)$$

$$h(2) = g(h(1), 1) = (* (* 1 1) 2)$$

$$h(3) = g(h(2), 2) = ((* (* 1 1) 2) 3)$$

$$\dots$$

$$h(S(n)) = g(h(n), n)$$

模拟练习题



19、按原始递归的定义， h 是由 f 和 g 递归地构造出来的， $h(1,x) = f(x)$ ，且 $h(S(n), x) = g(h(n,x),n,x)$ 。假设已知 $h(n) = n!$ ，请给出构造 h 的 f 和 g 的函数。正确的是_____。(A|**B**|C|D)

- (A) $f()$ 是常数为1的函数； $g(x_1,x_2) = x_1 * x_2$ 。
- (B) $f()$ 是常数为1的函数； $g(x_1,x_2) = x_1 * (x_2+1)$ 。
- (C) $f()$ 是常数为1的函数； $g(x_1,x_2) = (x_1+1)*(x_2+1)$ 。
- (D) $f()$ 是常数为1的函数； $g(x_1) = n * (x_1)$ 。

$$h(S(n)) = g(h(n),n)$$

$h(n) = n!$ ，则：

$$\begin{aligned} h(n+1) &= (n+1)! \\ &= n! * (n+1) \\ &= h(n) * (n+1) \end{aligned}$$

首先将 $h(n+1)$ 这个函数转换为表达式中能够由 $h(n)$ ， n 等来计算的函数。

如果将 $n+1$ 用 $S(n)$ 来代替，以及按前述的递归定义，则：

$$h(S(n)) = g(h(n), n) = h(n) * (n+1)$$

如果把 $h(n)$ 看作一个参数 x_1 ， n 看作另一个参数 x_2 ，则：

$$g(h(n), n) = g(x_1, x_2) = x_1 * (x_2 + 1)$$

再来看 f 。因为 $h(1) = 1! = 1$ ，故此 $f()$ 是常数1。

模拟练习题



20、已知 $f(x)=x$, $g(x_1,x_2,x_3)=x_1+x_2+x_3$, 其中 x,x_1,x_2,x_3 均为自然数, 新函数 h 可递归的构造如下: $h(0,x) = f(x)$, 且 $h(S(n), x) = g(h(n,x),n,x)$, 请按递归式进行计算下列式子, 正确的是_____。(A|B|C|D|E)

- (A) $h(1, x) = x$; (B) $h(2, x) = 2x$;
(C) $h(3, x) = 3x+1$; (D) $h(4, x) = 5x+6$; (E) 上述都不正确。

$$\begin{aligned} h(1, x) &= h(S(0), x) \\ &= g(h(0, x), 0, x) \quad \text{---}g(h(n, x), n, x)\text{中的}n=0。 \\ &= h(0, x) + 0 + x \quad \text{---由}g\text{函数本身的定义}g(x_1,x_2,x_3)=x_1+x_2+x_3\text{可得到} \\ &= f(x) + x \quad \text{---由}h(0, x) = f(x)\text{得到} \\ &= x + x = 2x \quad \text{---由}f(x)\text{本身的函数形式得到。} \\ h(2, x) &= h(S(1), x) \\ &= g(h(1, x), 1, x) \quad \text{---}g(h(n, x), n, x)\text{中的}n=1。 \\ &= h(1, x) + 1 + x \quad \text{---由}g\text{函数本身的定义}g(x_1,x_2,x_3)=x_1+x_2+x_3\text{可得到} \\ &= 2x + x + 1 \quad \text{---再进行}h(1, x)\text{的代入计算, 此已由前面完成可直接使用} \\ &= 3x+1 \end{aligned}$$

模拟练习题

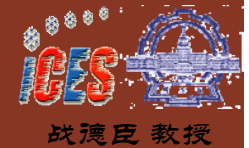


20、已知 $f(x)=x$, $g(x_1, x_2, x_3)=x_1+x_2+x_3$, 其中 x, x_1, x_2, x_3 均为自然数, 新函数 h 可递归的构造如下: $h(0, x) = f(x)$, 且 $h(S(n), x) = g(h(n, x), n, x)$, 请按递归式进行计算下列式子, 正确的是_____。(A|B|C|D|E)

- (A) $h(1, x) = x$; (B) $h(2, x) = 2x$;
(C) $h(3, x) = 3x+1$; (D) $h(4, x) = 5x+6$; (E) 上述都不正确。

$$\begin{aligned} h(3, x) &= h(S(2), x) \\ &= g(h(2, x), 2, x) \quad \text{---} g(h(n, x), n, x) \text{ 中的 } n=2。 \\ &= h(2, x) + 2 + x \quad \text{--- 由 } g \text{ 函数本身的定义 } g(x_1, x_2, x_3)=x_1+x_2+x_3 \text{ 可得到} \\ &= 3x + 1 + 2 + x \quad \text{--- 再进行 } h(2, x) \text{ 的代入计算, 此已由前面完成可直接使用} \\ &= 4x + 3 \\ h(4, x) &= h(S(3), x) \\ &= g(h(3, x), 3, x) \quad \text{---} g(h(n, x), n, x) \text{ 中的 } n=3。 \\ &= h(3, x) + 3 + x \quad \text{--- 由 } g \text{ 函数本身的定义 } g(x_1, x_2, x_3)=x_1+x_2+x_3 \text{ 可得到} \\ &= 4x + 3 + 3 + x \quad \text{--- 再进行 } h(3, x) \text{ 的代入计算, 此已由前面完成可直接使用} \\ &= 5x + 6 \end{aligned}$$

模拟练习题



21、已知 $f(x)=5$, $g(x_1, x_2, x_3)=x_1$, 其中 x, x_1, x_2, x_3 均为自然数, 新函数 h 可递归的构造如下: $h(0, x) = f(x)$, 且 $h(S(n), x) = g(h(n, x), n, x)$, 请按递归式进行计算下列式子, 正确的是_____。(A|B|C|D|E)

- (A) $h(1, x) = 5$; (B) $h(2, x) = 5+x$;
(C) $h(3, x) = 5+2x$; (D) $h(4, x) = 5+3x$; (E) 上述都不正确。

$h(1, x)$	$=$	$h(S(0), x)$	
	$=$	$g(h(0, x), 0, x)$	---- $g(h(n, x), n, x)$ 中的 $n=0$ 。
	$=$	$h(0, x)$	----由 g 函数本身的定义 $g(x_1, x_2, x_3)=x_1$ 可得到
	$=$	$f(x)$	---由 $h(0, x) = f(x)$ 得到
	$=$	5	---由 $f(x)$ 本身的函数形式得到。
$h(2, x)$	$=$	$h(S(1), x)$	
	$=$	$g(h(1, x), 1, x)$	---- $g(h(n, x), n, x)$ 中的 $n=1$ 。
	$=$	$h(1, x)$	----由 g 函数本身的定义 $g(x_1, x_2, x_3)=x_1$ 可得到
	$=$	5	---再进行 $h(1, x)$ 的代入计算, 此已由前面完成可直接使用
$h(3, x)$	$=$	$h(S(2), x)$	
	$=$	$g(h(2, x), 2, x)$	---- $g(h(n, x), n, x)$ 中的 $n=2$ 。
	$=$	$h(2, x)$	----由 g 函数本身的定义 $g(x_1, x_2, x_3)=x_1$ 可得到
	$=$	5	---再进行 $h(2, x)$ 的代入计算, 此已由前面完成可直接使用
$h(4, x)$	$=$	$h(S(3), x)$	
	$=$	$g(h(3, x), 3, x)$	---- $g(h(n, x), n, x)$ 中的 $n=3$ 。
	$=$	$h(3, x)$	----由 g 函数本身的定义 $g(x_1, x_2, x_3)=x_1$ 可得到
	$=$	5	---再进行 $h(3, x)$ 的代入计算, 此已由前面完成可直接使用

模拟练习题

22、已知 $f(x)=x$, $g(x_1, x_2, x_3)=x_1 * (x_2+1)$, 其中 x, x_1, x_2, x_3 均为自然数, 新函数 h 可递归的构造如下: $h(0, x) = f(x)$, 且 $h(S(n), x) = g(h(n, x), n, x)$, 请按递归式进行计算下列式子, 不正确的是_____。(A|B|C|D)

- (A) $h(1, x) = x$; (B) $h(2, x) = 2x$;
(C) $h(3, x) = 6x$; (D) $h(4, x) = 12x$;

$h(1, x)$	$=$	$h(S(0), x)$	
	$=$	$g(h(0, x), 0, x)$	---- $g(h(n, x), n, x)$ 中的 $n=0$ 。
	$=$	$h(0, x) * (0 + 1)$	----由 g 函数本身的定义 $g(x_1, x_2, x_3)=x_1 * (x_2+1)$ 可得到
	$=$	$f(x)$	---由 $h(0, x) = f(x)$ 得到
	$=$	x	---由 $f(x)$ 本身的函数形式得到。
$h(2, x)$	$=$	$h(S(1), x)$	
	$=$	$g(h(1, x), 1, x)$	---- $g(h(n, x), n, x)$ 中的 $n=1$ 。
	$=$	$h(1, x) * (1 + 1)$	----由 g 函数本身的定义 $g(x_1, x_2, x_3)=x_1 * (x_2+1)$ 可得到
	$=$	$2x$	---再进行 $h(1, x)$ 的代入计算, 此已由前面完成可直接使用
$h(3, x)$	$=$	$h(S(2), x)$	
	$=$	$g(h(2, x), 2, x)$	---- $g(h(n, x), n, x)$ 中的 $n=2$ 。
	$=$	$h(2, x) * (2 + 1)$	----由 g 函数本身的定义 $g(x_1, x_2, x_3)=x_1 * (x_2+1)$ 可得到
	$=$	$6x$	---再进行 $h(2, x)$ 的代入计算, 此已由前面完成可直接使用
$h(4, x)$	$=$	$h(S(3), x)$	
	$=$	$g(h(3, x), 3, x)$	---- $g(h(n, x), n, x)$ 中的 $n=3$ 。
	$=$	$h(3, x) * (3 + 1)$	----由 g 函数本身的定义 $g(x_1, x_2, x_3)=x_1 * (x_2+1)$ 可得到
	$=$	$24x$	---再进行 $h(3, x)$ 的代入计算, 此已由前面完成可直接使用

模拟练习题

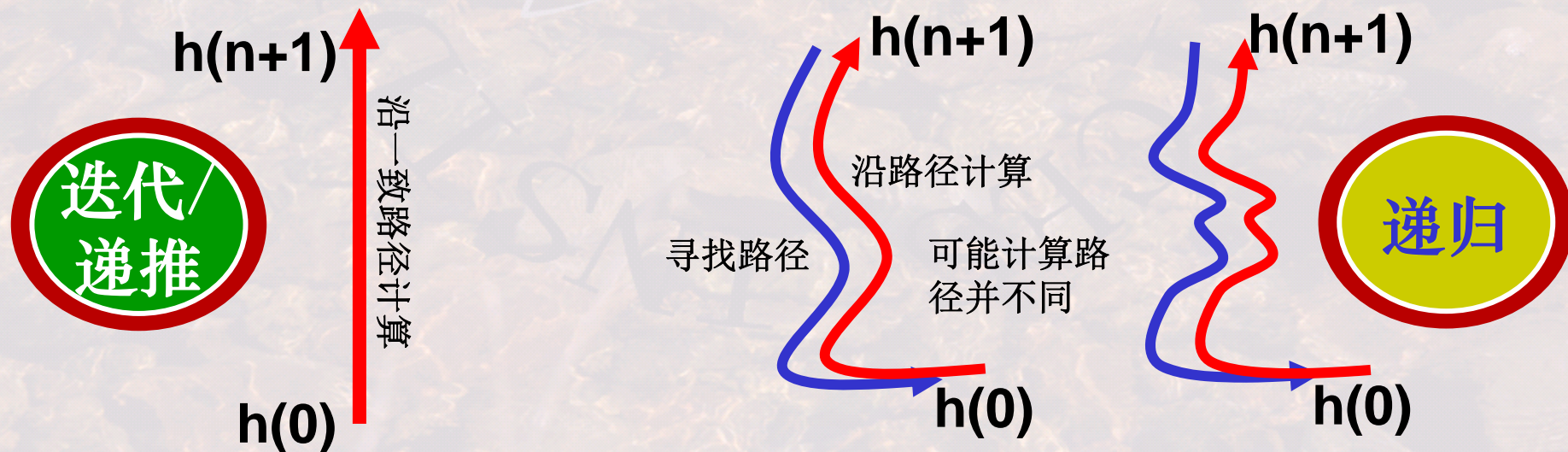
23、关于“递归”，下列说法不正确的是_____。(A|B|C|D)

(A)“递归”源自于数学上的递推式和数学归纳法。

(B)“递归”与递推式一样，都是自递推基础计算起，由前项(第 $n-1$ 项)计算后项(第 n 项)，直至最终结果的获得。

(C)“递归”是自后项(即第 n 项)向前项(第 $n-1$ 项)代入，直到递归基础获取结果，再从前项计算后项获取结果，直至最终结果的获得；

(D)“递归”是由前 $n-1$ 项计算第 n 项的一种方法。



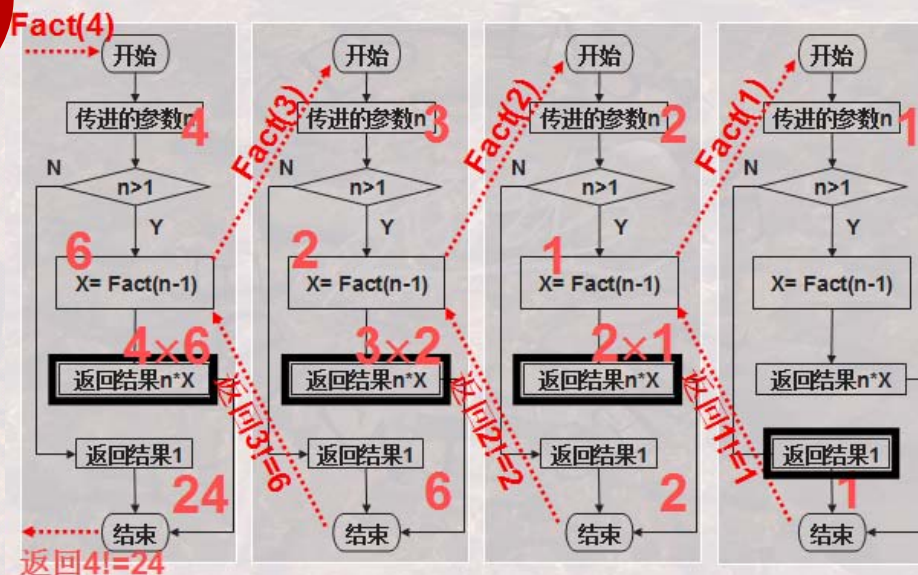
模拟练习题

24、关于“递归”，下列说法不正确的是_____。(A|B|C|D)

- (A)可以利用“递归”进行具有自相似性无限重复事物的定义。
- (B)可以利用“递归”进行具有自相似性无限重复动作的执行，即“递归计算”或“递归执行”。
- (C)可以利用“递归”进行具有自相似性无限重复规则的算法的构造；
- (D)上述说法不全正确。

如何
计算?

如何
定义?



模拟练习题

25、关于递归定义的函数，下列说法正确的是_____。(A|B|C|D)

- (A)递归定义的函数一定是“递归计算”的；
- (B)递归定义的函数一定是“迭代计算”的；
- (C)有些递归定义的函数可以“迭代计算”，有些递归定义的函数则必须“递归计算”；
- (D)凡是“可以迭代计算”的函数，一定可以“递归计算”，凡是“可以递归计算”的函数，也一定可以“迭代计算”。

递归和递推：比较下面两个示例

□ Fibonacci数列，无穷数列1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ……，称为Fibonacci数列。它可以递归地定义为：

$$F(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 1 & n=1 \\ F(n-1) + F(n-2) & n>1 \end{cases}$$

递归定义

F(0)=1;
F(1)=1;
F(2)=F(1)+F(0)=2;
F(3)=F(2)+F(1)=3;
F(4)=F(3)+F(2)=3+2=5;... ..

递推计算/迭代计算/迭代执行

定义是递归的，但执行可以是递归的也可能是迭代的

递归和递推：比较下面两个示例

□ 阿克曼递归函数——双递归函数

□ 阿克曼给出了一个不是原始递归的可计算的全函数。表述如下：

$$\begin{aligned} A(1,0) &= 2 \\ A(0,m) &= 1 & m \geq 0 \\ A(n,0) &= n+2 & n \geq 2 \end{aligned}$$

$$A(n,m) = A(A(n-1,m), m-1) \quad n, m \geq 1$$

递归定义

函数本身是递归的，
函数的变量也是递归的

m=0时， $A(n,0)=n+2$;
m=1时， $A(n,1)=A(A(n-1,1),0)=A(n-1,1)+2$ ，和 $A(1,1)=2$ 故 $A(n,1)=2*n$
m=2时， $A(n,2)=A(A(n-1,2),1)=2A(n-1,2)$ ，和 $A(1,2)=A(A(0,2),1)=A(1,1)=2$ ，
故 $A(n,2)=2^n$ 。
m=3时，类似的可以推出

$$2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}} \\ n$$

递归计算/递归执行

由后向前代入，再由前向后计算

模拟练习题



26、用递归是可以定义语言的。如表述命题逻辑的一种语言可以如下定义：

- (1)一个命题是其值为真或假的一个判断语句；
- (2)如果X是一个命题，Y也是一个命题，则X and Y, X or Y, not X也是一个命题；
- (3)如果X是一个命题，则(X)也是一个命题，括号内的命题运算优先；
- (4)命题仅由以上方式构造。

若X,Y,Z,M等均是一个命题，问不符合上述递归定义的语句是____。(A|B|C|D)

- (A) X; (B) (X and Y not Z);
- (C) (X); (D) ((X and Y) or (not Z)) and (not M)。

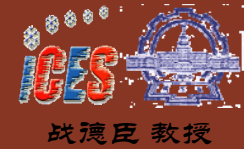
X and Y and Z

(X and Y) and Z

(X and Y)
(not Z)
(not M)

((X and Y) or (not Z))
((X and Y) or (not Z)) and (not M)

模拟练习题



27、递归计算是重要的执行手段。例如一种形式的阿克曼函数如右图，任何一个 $A(m, n)$ 都可以递归地进行计算，例如 $A(1, 2)$ 的递归计算过程如下：

$A(1, 2) = A(0, A(1, 1)) = A(0, A(0, A(1, 0))) = A(0, A(0, A(0, 1))) = A(0, A(0, 2)) = A(0, 3) = 4$ 。

请按上述方法递归计算下列项并判断，计算结果正确的是_____。(A|B|C|D)

- (A) $A(1, 8) = 9$; (B) $A(2, 0) = 2$;
(C) $A(2, 1) = 4$; (D) $A(1, n) = n+2$ 。

$$A(m, n) = \begin{cases} n+1 & \text{若 } m=0 \\ A((m-1), 1) & \text{若 } n=0 \\ A(m-1, A(m, n-1)) & \text{若 } m, n > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} A(1, 8) &= A(0, A(1, 7)) \\ &= A(1, 7) + 1 \\ &= A(1, 6) + 2 \\ &= A(1, 5) + 3 \\ &= A(1, 4) + 4 \\ &= A(1, 3) + 5 \\ &= A(1, 2) + 6 = 4 + 6 = 10 \\ A(2, 0) &= A(1, 1) \\ &= A(0, A(1, 0)) \\ &= A(1, 0) + 1 \\ &= A(0, 1) + 1 = 2 + 1 = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(2, 1) &= A(1, A(2, 0)) \\ &= A(1, A(1, 1)) \\ &= A(1, A(0, A(1, 0))) \\ &= A(1, A(0, A(0, 1))) \\ &= A(1, A(0, 2)) \\ &= A(1, 3) \\ &= A(0, A(1, 2)) \\ &= A(0, 4) = 5; \\ A(1, n) &= A(0, A(1, n-1)) \\ &= A(1, n-1) + 1 \\ &= A(1, n-2) + 2 \\ &= \dots \\ &= A(1, 0) + n \\ &= A(0, 1) + n \\ &= 1 + 1 + n = n + 2 \end{aligned}$$

模拟练习题



28、递归计算是重要的执行手段。例如一种形式的阿克曼函数如图所示。

任何一个 $A(n, m)$ 都可以递归地进行计算，例如 $m=1$ 时， $A(n, 1)$ 的递归计算过程如下所示：

$m=1$ 时， $A(n, 1)=A(A(n-1, 1), 0)=A(n-1, 1)+2$ ，和 $A(1, 1)=2$ 故 $A(n, 1)=2n$

请按上述方法计算 $m=2$ 时，即 $A(n, 2)$ ，并判断计算结果正确的是_____。(A|B|C|D)

- (A) $A(n, 2) = 2n$; (B) $A(n, 2) = 2^n$;
(C) $A(n, 2) = (n+2)^2$; (D) $A(n, 2) = n+2$ 。

$$\begin{aligned} A(1, 0) &= 2 \\ A(0, m) &= 1 & m \geq 0 \\ A(n, 0) &= n + 2 & n \geq 2 \\ A(n, m) &= A(A(n-1, m), m-1) & n, m \geq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(n, 2) &= A(A(n-1, 2), 1) \\ &= 2 * A(n-1, 2) & \text{-----按题目中 } m=1 \text{ 计算的结果, 已知 } A(n, 1) = 2n \\ &= 2 * 2 * A(n-2, 2) \\ &= 2 * 2 * 2 * A(n-3, 2) \\ &= \dots \\ &= 2^n * A(0, 2) \\ &= 2^n * 1 & \text{-----按题 } A(0, 2)=1 \\ &= 2^n. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(5, 2) &= A(A(4, 2), 1) \\ &= 2A(4, 2) \\ &= 2 * 2 * A(3, 2) \\ &= 2 * 2 * 2 * A(2, 2) \\ &= 2 * 2 * 2 * 2 * A(1, 2) \\ &= 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * A(0, 2) \\ &= 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 1 = 2^5 \end{aligned}$$

模拟练习题

29、斐波那契数列与阿克曼函数都是递归函数，但它们是不同的，下列说法不正确的是_____。(A|B|C|D)

- (A) 斐波那契数列是原始递归的，而阿克曼函数不是原始递归的；
- (B) 斐波那契数列可以递推地计算即迭代计算；而阿克曼函数只能递归地计算；
- (C) 阿克曼函数也可如斐波那契数列一样自前项(第n-1项)计算到后项(第n项)；
- (D) 阿克曼函数是双递归函数，不仅函数自身是递归定义的，同时函数的变量也是递归定义的。

$$\text{斐波那契数列 } F(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 1 & n=1 \\ F(n-1) + F(n-2) & n>1 \end{cases}$$

$$\text{与阿克曼函数 } A(m, n) = \begin{cases} n+1 & \text{若 } m=0 \\ A((m-1), 1) & \text{若 } n=0 \\ A(m-1, A(m, n-1)) & \text{若 } m, n>0 \end{cases}$$

递归和递推：比较下面两个示例

■ Fibonacci数列，无穷数列1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,，称为Fibonacci数列。它可以递归地定义为：

$$F(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 1 & n=1 \\ F(n-1) + F(n-2) & n>1 \end{cases} \quad \text{递归定义}$$

F(0)=1;
F(1)=1;
F(2)=F(1)+F(0)=2;
F(3)=F(2)+F(1)=3;
F(4)=F(3)+F(2)=3+2=5;... ..

递推计算/迭代计算/迭代执行

定义是递归的, 但执行可以是递归的也可能是迭代的

递归和递推：比较下面两个示例

■ 阿克曼递归函数—双递归函数

■ 阿克曼给出了一个不是原始递归的可计算的全函数。表述如下：

$$A(n, m) = \begin{cases} n+2 & m=0 \\ A(0, m) = 1 & m \geq 0 \\ A(n, 0) = n+2 & n \geq 2 \\ A(n, m) = A(A(n-1, m), m-1) & n, m \geq 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{递归定义} \\ \text{函数本身是递归的,} \\ \text{函数的变量也是递归的} \end{array}$$

m=0时, $A(n, 0)=n+2$;
m=1时, $A(n, 1)=A(A(n-1, 1), 0)=A(n-1, 1)+2$, 和 $A(1, 1)=2$ 故 $A(n, 1)=2 \cdot n$
m=2时, $A(n, 2)=A(A(n-1, 2), 1)=2A(n-1, 2)$, 和 $A(1, 2)=A(A(0, 2), 1)=A(1, 1)=2$,
故 $A(n, 2)=2^n$ 。
m=3时, 类似的可以推出 $2^{2^{n-2}}$

递归计算/递归执行

由后向前代入, 再由前向后计算

模拟练习题

30、关于“程序”和“递归”的关系，下列说法不正确的是_____。(A|B|C|D|E)

(A) “程序”是计算系统体现千变万化功能的一种重要手段：计算系统仅需要实现简单元素以及一个程序执行机构即可；

(B) 本质上讲，“程序”就是对简单元素的组合(或称复合)；此外，“程序”需要有能力对一些常见的组合A进行命名，并利用该名字参与更为复杂的组合B的构造中，此即为“抽象”；在执行时(或称计算时)，再将该组合A替换组合B中的该名字，实现计算并获取结果；

(C) “程序”的基本特征是复合、抽象与构造。而最重要的是，如何解决近乎无限的、具有自相似性的复杂组合的构造问题，这就需要递归和迭代；

(D) 递归和迭代是解决近乎无限的、重复的、嵌套的组合构造的基本手段，它采用“利用自身定义自身”、“自身调用自身”、“自身用自身来计算”的方法，将程序的复杂组合构造问题以简便的、明确的形式表达出来计算出来；

(E) 上述说法有不正确的。

