

## 作业四 根轨迹法调节参数

电 02 肖锦松 2020010563

a. 机端电压  $V_t$  为输出的系统(AVR 闭环)

1. 基于作业三模型, 根据根轨迹绘制规则, 手动绘制含 AVR 闭环系统的根轨迹。

作业三模型的开环传递函数如下:

```
sys_generator =

      0.07552 s^2 + 0.00151 s + 0.009872
      -----
      s^3 + 0.572 s^2 + 0.1879 s + 0.04846

zero_sys_generator =

-0.009997351694915 + 0.361414432393255i
-0.009997351694915 - 0.361414432393255i

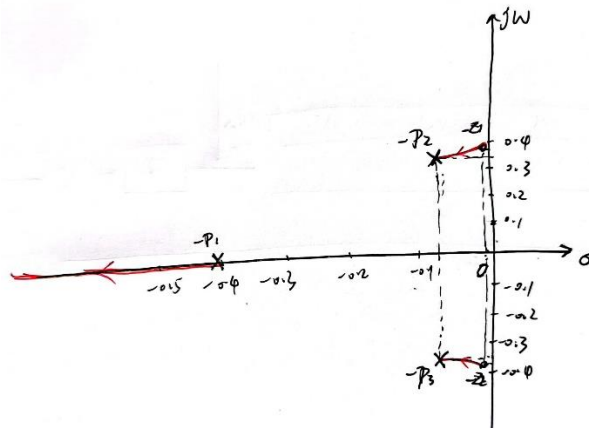
pole_sys_generator =

-0.403854551490932 + 0.000000000000000i
-0.084072724254534 + 0.336043854792123i
-0.084072724254534 - 0.336043854792123i
```

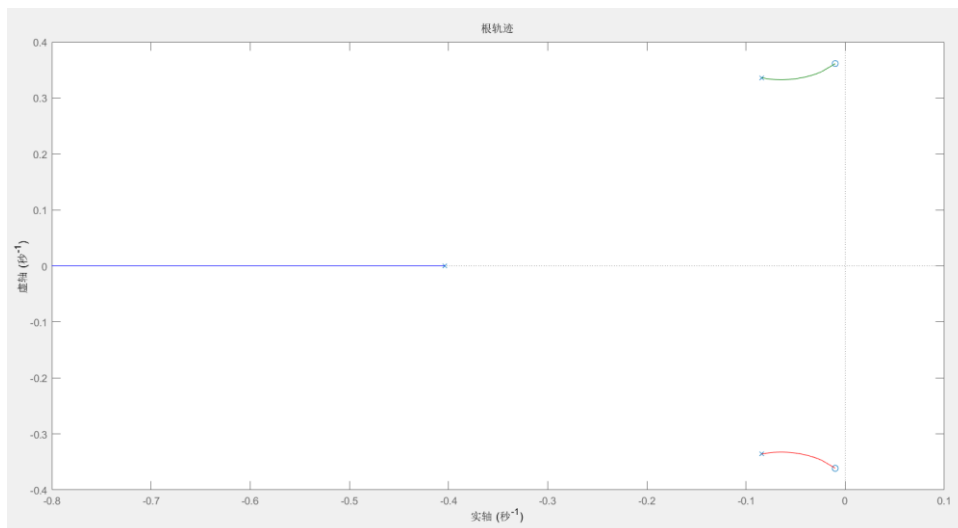
手动绘制闭环系统的根轨迹。

系统开环极点是,  $-p_1 = -0.4039 + j0$ ,  $-p_2 = -0.0841 + j0.3360$ ,  $-p_3 = -0.0841 - j0.3360$ 。开环零点为,  $-z_1 = -0.009997 + j0.3614$ ,  $-z_2 = -0.009997 - j0.3614$ 。

$n - m = 1$ , 渐近线沿负实轴趋于无穷远处,  $\alpha = 180^\circ$ 。根轨迹如下:



2. 基于作业三模型, 使用 MATLAB 绘制系统根轨迹, 与之前手绘进行对比。根据根轨迹绘制结果, 结合作业三分析结果, 从“稳、准、快”三个指标, 分析比例增益  $K$  的取值范围。



从根轨迹上看，分析以下特性：

**稳定性：**当开环增益  $K$  从零到无穷大变化时，图中的根轨迹不会越过虚轴进入右半  $s$  平面，因此这个系统对所有的  $K$  值都是稳定的。

**稳态性能：**开环系统在坐标原点没有极点，因此根轨迹上的  $K$  值就是静态位置误差系数，如果给定系统的稳态误差要求，则可由根轨迹确定闭环极点容许的范围。

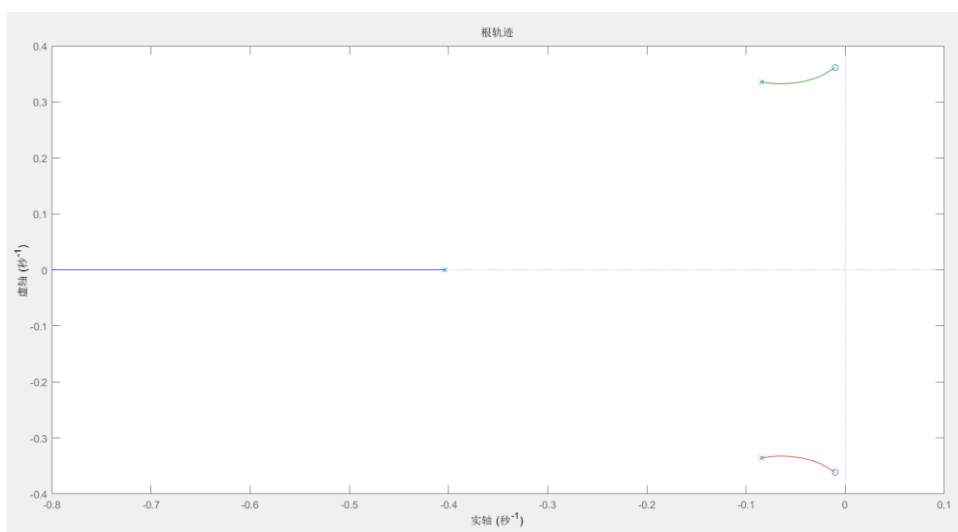
**动态性能：**以右边的极点作为主导极点，其为共轭复根，处于欠阻尼状态，阶跃响应为振荡衰减过程。超调量将随着  $K$  值增大而增大，衰减速度减小，阻尼比减小。

因此，理论上比例增益  $K$  越小，动态性能会越好。从我选的几个特殊点来看， $K$  从 0.1 到 5 的动态性能都还不错，然而  $K$  再更小可能会使其静态性能变差，因为  $K$  此时在零型系统中相当于位置误差系数， $K$  越小，稳态误差越大。

因此最终我认为  $K$  从 0.1 到 5 是一个相对好的范围。

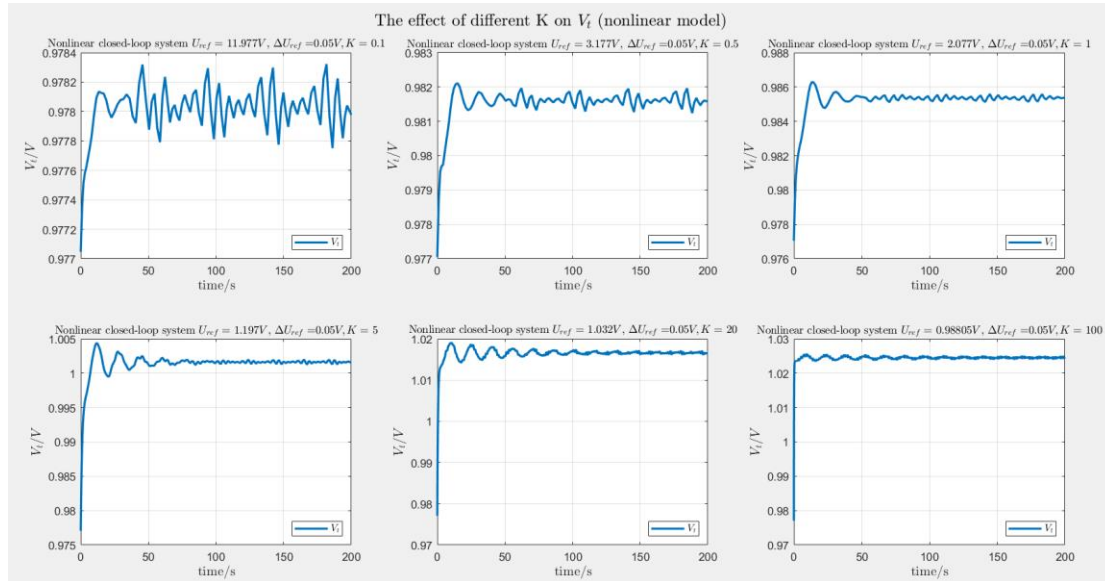
3. 采用作业二非线性模型，构造闭环模型，进行时域仿真。基于根轨迹和时域仿真结果，对比分析不同比例增益  $K$  对系统性能的影响（对输出变量  $V_t$  以及状态变量  $\omega$  分别讨论）

基于根轨迹：



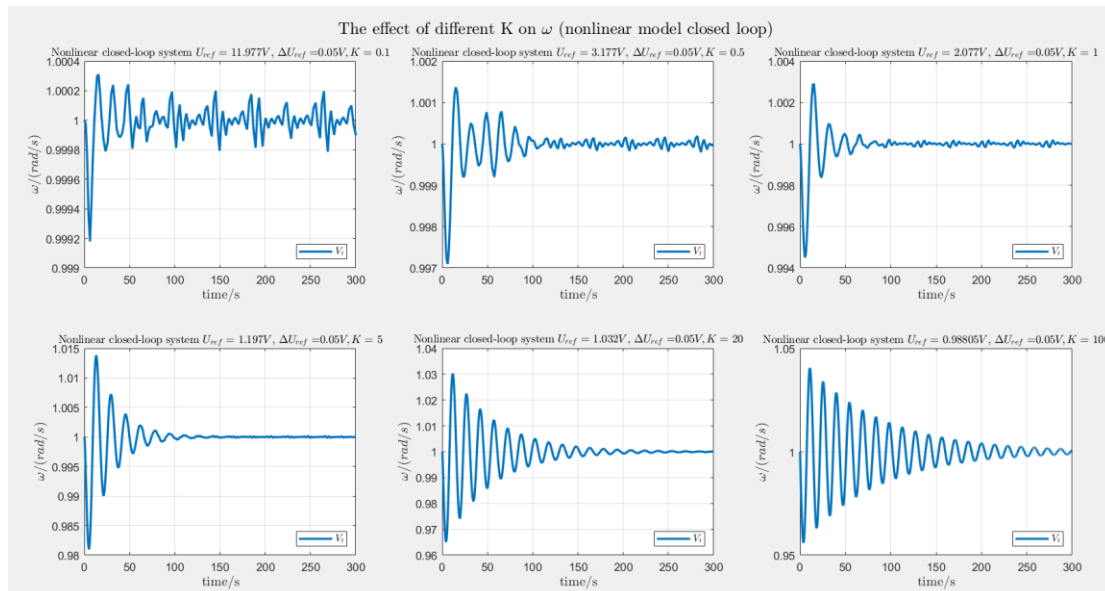
基于时域仿真：

输出变量 $V_t$ ： $K$ 依次为 0.1、0.5、1、5、20、100 时，非线性模型闭环系统的时域仿真。

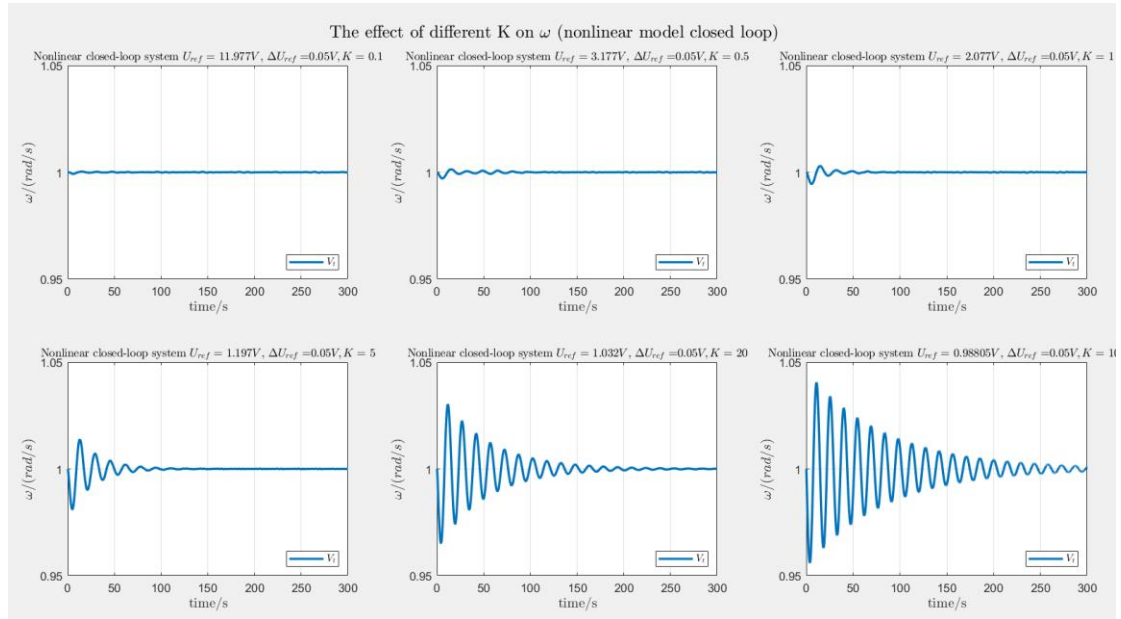


闭环系统的 $V_t$  响应曲线：随着比例增益  $K$  的增加， $U_{ref}$  基值减小， $V_t$  “超调量” 增加，稳定时间增加，最终稳定时输出电压值增加。因此， $K$  越小系统的动态性能越好。但是根据根轨迹图可以知道  $K$  就是该零型系统的位置误差系数， $K$  越小的同时系统稳态误差也会增大。

状态变量 $\omega$ ： $K$ 依次为 0.1、0.5、1、5、20、100 时，非线性模型闭环系统的时域仿真。



将 y 轴调整至相同，可以更好地观察现象。



闭环系统的 $\omega$ 响应曲线： $\omega$ 整体的变化规则是衰减的正弦振荡，随着比例增益K的增大， $\omega$ 振荡的幅值越大，达到稳定的时间更长。

## b. 其他输出变量的系统 (AVR 闭环)

1. 以 $u_{ref}$ 为输入，以 $\omega$ 、 $\delta$ 、 $P_e$ 为输出，分别构造含 AVR 闭环（仍以机端电压 $V_t$ 进行反馈）的系统传递函数。

以 $\delta$ 、 $\omega$ 、 $P_e$ 为输出，含 AVR 闭环的系统传递函数如下。（不含 $\delta$ 、 $\omega$ 、 $P_e$ 的反馈）

```
sys_AVR_delta =
      -0.1544 s^3 - 0.08833 s^2 - 0.02902 s - 0.007484
-----
s^6 + 1.522 s^5 + 0.9265 s^4 + 0.4365 s^3 + 0.1387 s^2 + 0.02785 s + 0.00474

Continuous-time transfer function.

sys_AVR_omega =
      -0.1544 s^4 - 0.08833 s^3 - 0.02902 s^2 - 0.007484 s
-----
s^6 + 1.522 s^5 + 0.9265 s^4 + 0.4365 s^3 + 0.1387 s^2 + 0.02785 s + 0.00474

Continuous-time transfer function.

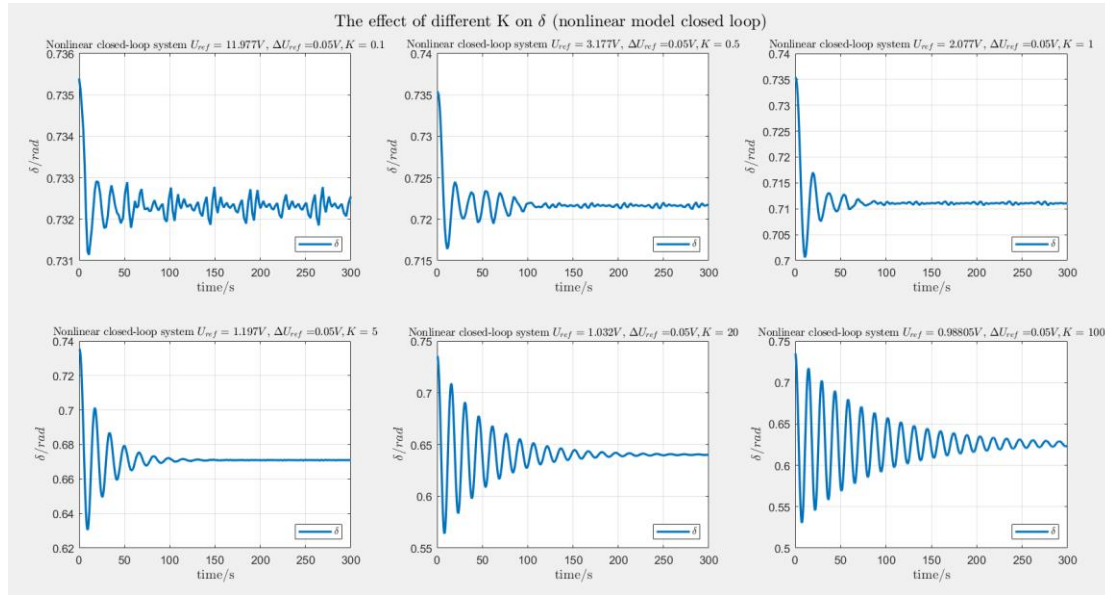
sys_AVR_Pem =
      0.7722 s^5 + 0.4571 s^4 + 0.1539 s^3 + 0.04032 s^2 + 0.0007484 s
-----
s^6 + 1.522 s^5 + 0.9265 s^4 + 0.4365 s^3 + 0.1387 s^2 + 0.02785 s + 0.00474

Continuous-time transfer function.
```

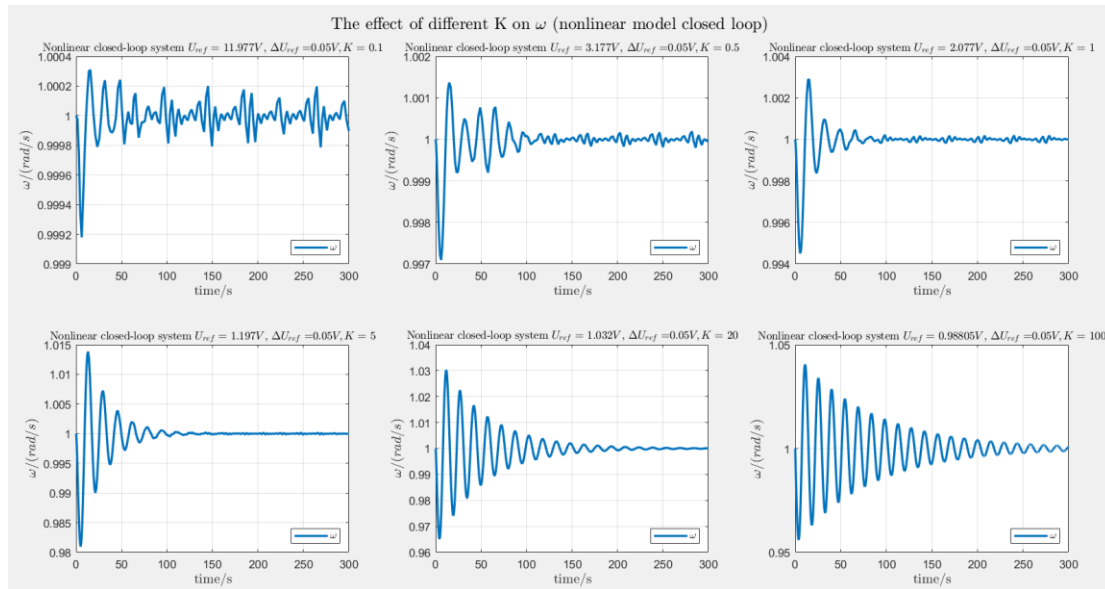
2. 基于任务 a.3 中所选择的比例增益，采用任务 a.3 构造的非线性模型进行时域

仿真，分析比例增益  $K$  对不同输出 ( $\delta$ ,  $\omega$ ,  $P_e$ ) 的影响。

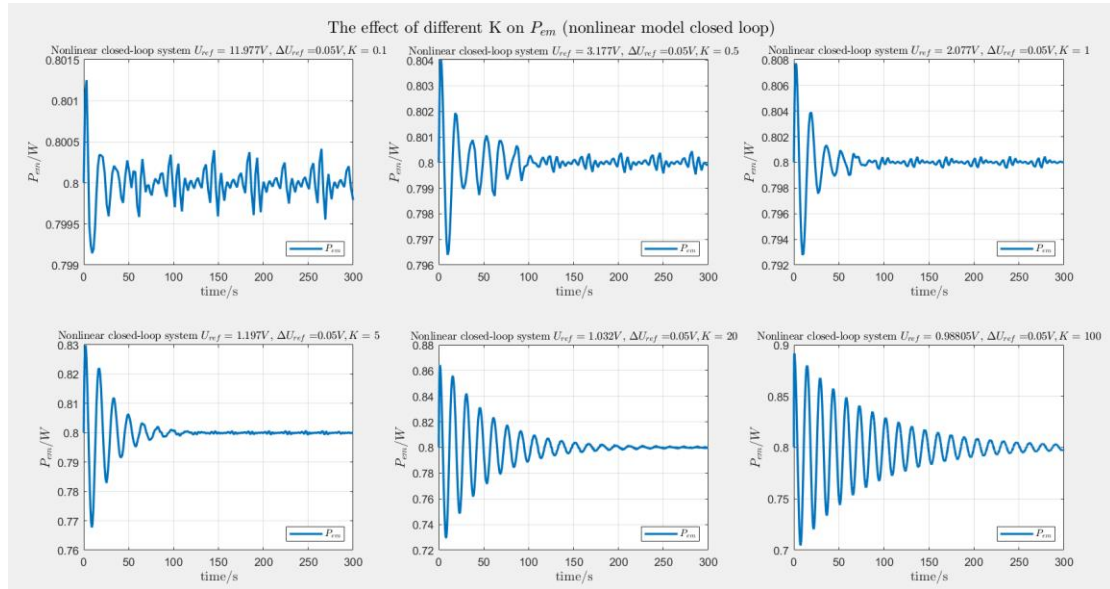
不同比例增益  $K$  对应的  $\delta$  输出：



不同比例增益  $K$  对应的  $\omega$  输出：



不同比例增益  $K$  对应的  $P_e$  输出：



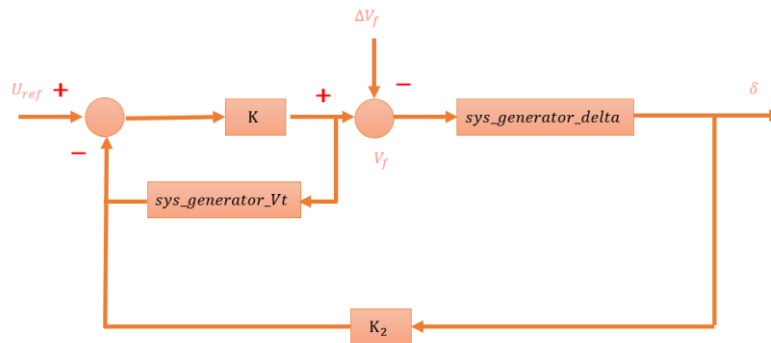
$\delta, \omega, P_e$  随  $K$  的变化规律很相似。

闭环系统的  $\delta, \omega, P_e$  响应曲线:  $\delta, \omega, P_e$  整体的变化规则是衰减的正弦振荡, 随着比例增益  $K$  的增大,  $\delta, \omega, P_e$  振荡的幅值越大, 达到稳定的时间更长。

因此对这三个量分析, 都可以得出一个结论,  $K$  值越小, 输出量的动态性能越好。

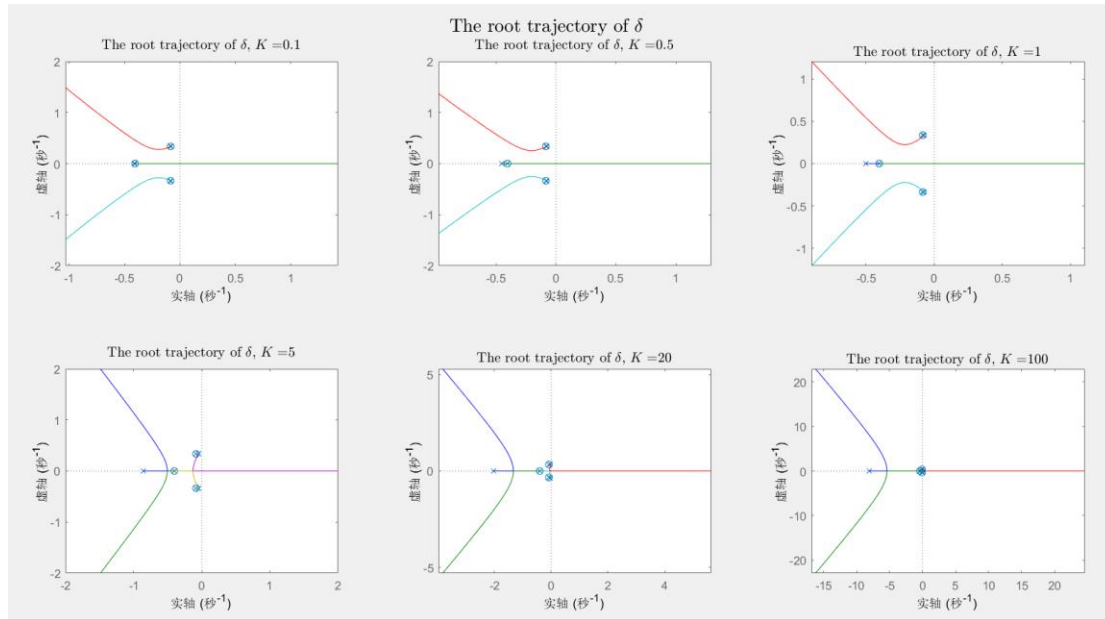
3. 基于任务 b.1 获得的传递函数, 绘制不同输出下系统的根轨迹, 分析比例增益  $K$  对不同输出的系统动态特性与稳定性的影响。以 a.3 的非线性模型为基础, 利用时域仿真结果验证分析结果的正确性。

建立含  $V_t$ , 以及  $\delta, \omega, P_e$  反馈的闭环系统, 状态框图如下:



令  $K$  取 0.1、0.5、1、20、100, 得到以  $\delta, \omega, P_e$  为输出的系统的根轨迹如下:  
(此处以反馈增益  $K_2$  作为根轨迹的变化量)





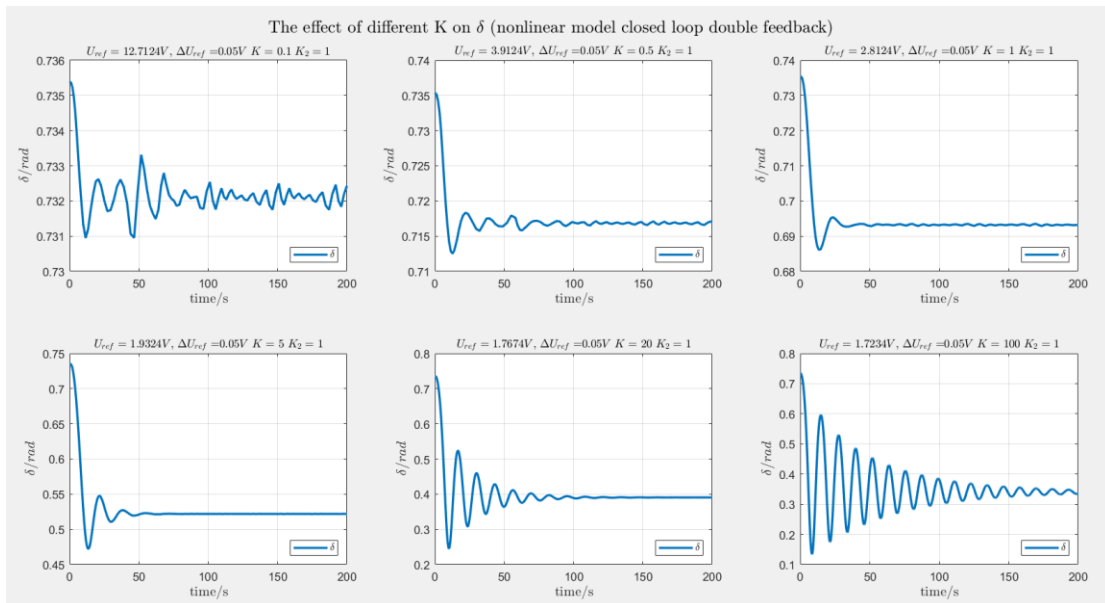
以 $\delta$ 作为输出变量:

$K = 0.1$ 时,  $K_2 > 16$ 后系统不稳定;  $K = 0.5$ 时,  $K_2 > 3.5$ 后系统不稳定;

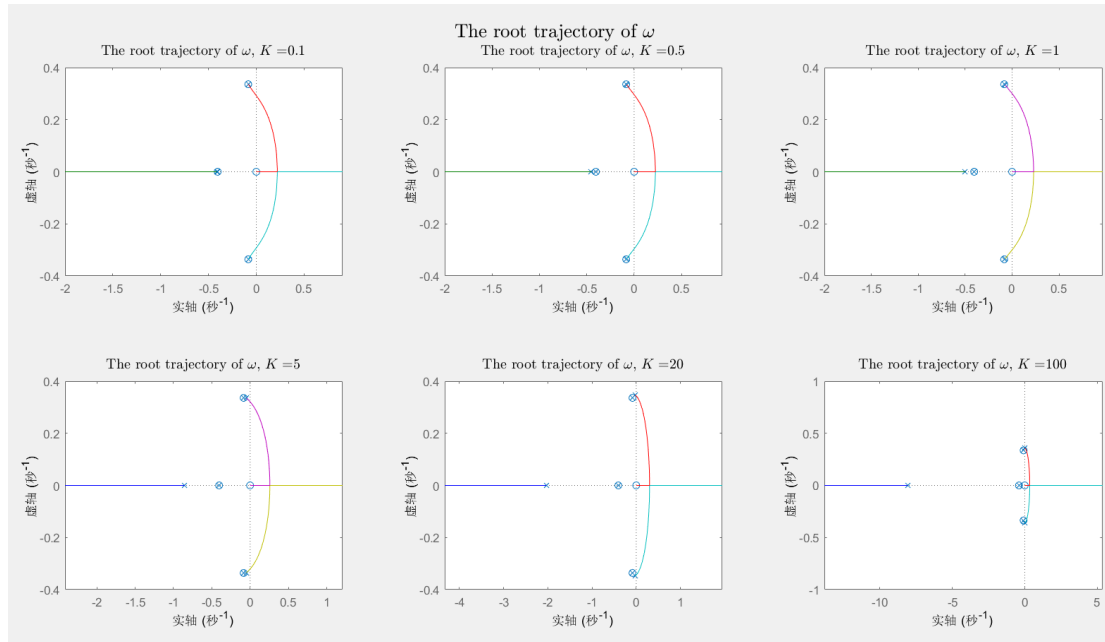
$K = 1$ 时,  $K_2 > 1.9$ 后系统不稳定;  $K = 5$ 时,  $K_2 > 0.63$ 后系统不稳定;

$K = 20$ 时,  $K_2 > 0.4$ 后系统不稳定;  $K = 100$ 时,  $K_2 > 0.335$ 后系统不稳定;

$K$ 越大, 要使得系统保持稳定的 $K_2$ 的上限就越低, 系统很容易因为 $K_2$ 选取不当而失稳。因此, 选取 $K$ 时要权衡, 最好选取小一些的 $K$ 。



然而利用非线性的闭环系统进行结果验证发现, 当  $K$  取了 0.1、0.5、1、5、20、100,  $K_2$ 取 1 的时候,  $\delta$ 并没有像根轨迹展现的那样, 在 $K \geq 5$ 后发生失稳。甚至增大 $K_2$ 后, 系统都还是保持稳定。这是利用线性系统的根轨迹分析和非线性闭环系统时域仿真所不同的地方。



以 $\omega$ 作为输出变量：

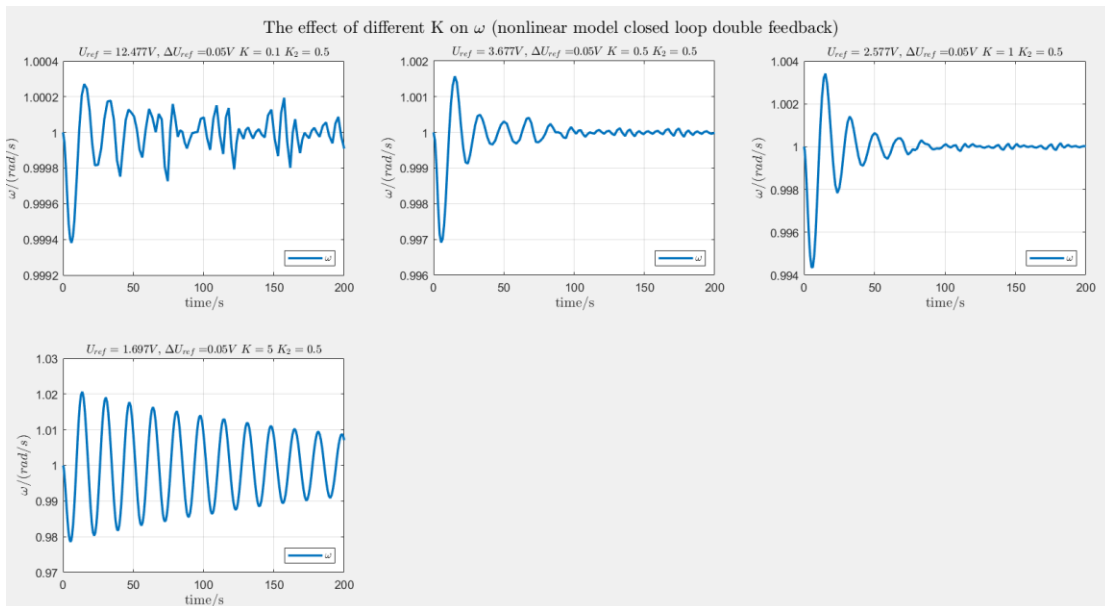
$K = 0.1$ 时， $K_2 > 34$ 后系统不稳定； $K = 0.5$ 时， $K_2 > 7$ 后系统不稳定；

$K = 1$ 时， $K_2 > 3.3$ 后系统不稳定； $K = 5$ 时， $K_2 > 0.6$ 后系统不稳定；

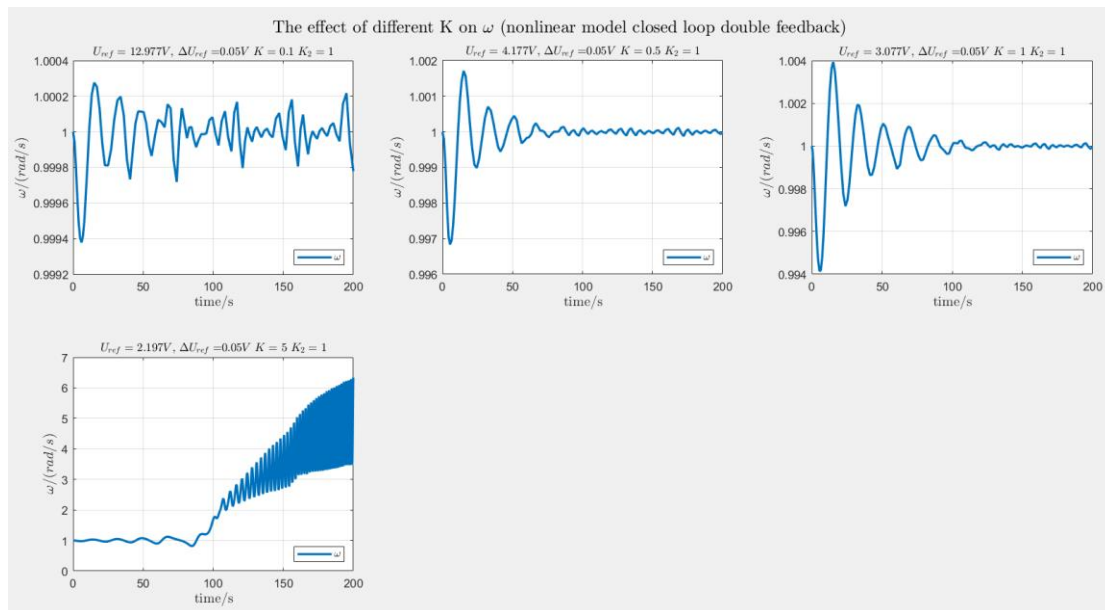
$K = 20$ 时， $K_2 > 0.16$ 后系统不稳定； $K = 100$ 时， $K_2 > 0.07$ 后系统不稳定；

$K$ 越大，要使得系统保持稳定的 $K_2$ 的上限就越低，系统很容易因为 $K_2$ 选取不当而失稳。因此最好不要选取 $K > 5$ 。

利用非线性闭环系统进行时域仿真：







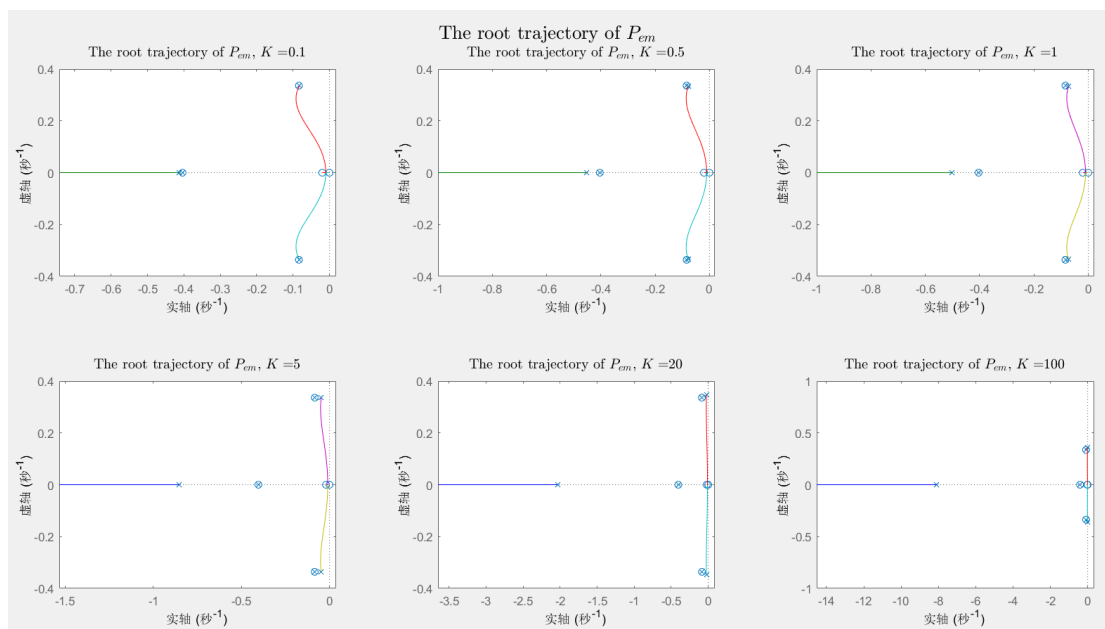
以上这两张图分别是 $K_2 = 0.5$ 和 $K_2 = 1$ 时，输出 $\omega$ 随 $K$ 的变化的响应曲线。

结合以上这两张图来看可以发现：

当 $K_2 = 0.5$ 时， $K$ 从 0.1 到 5，系统均保持稳定，但是  $K$  取 20 时 MATLAB 就无法画出图像了，猜测是因为该状态量飞得太远，或是所需计算精度过小，MATLAB 难以计算。

而当 $K_2 = 1$ ， $K$ 从 0.1 到 1，系统均保持稳定，当 $K = 5$ 时，可以看到系统已经失稳，输出量 $\omega$ 随着时间增大，振荡得越来越大。

前面的根轨迹分析得到 $K = 5$ 时， $K_2 > 0.6$  后系统不稳定；这个结果和根轨迹分析出来的结果是一样的。



以 $P_e$ 作为输出变量：可以发现 $K_2 > 0$ 系统均稳定

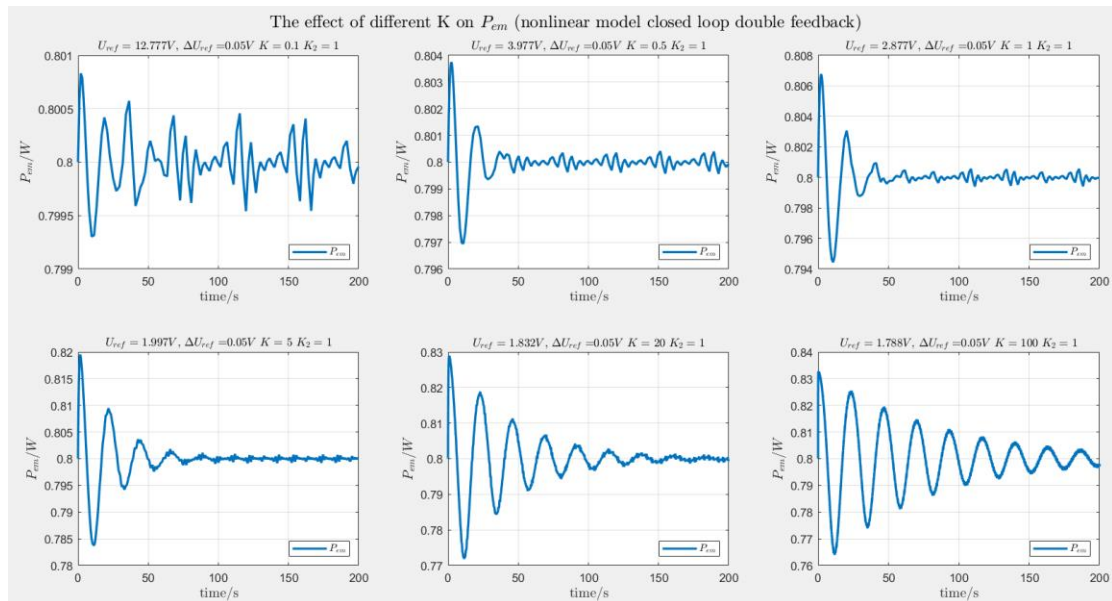
$K = 0.1$ 时， $K_2 = 10$ 时系统动态性能最好； $K = 0.5$ 时， $K_2 = 2$ 时系统动态性能最好；

$K = 1$ 时,  $K_2 = 0.95$ 时系统动态性能最好;  $K = 5$ 时,  $K_2 = 0.3$ 时系统动态性能最好;

$K = 20$ 时,  $K_2 = 0.2$ 时系统动态性能最好;  $K = 100$ 时,  $K_2 > 0.07$ 后系统不稳定;

可以发现 $K$ 越大, 即使精心地选取 $K_2$ 使系统的动态性能最好, 其动态性能还是很差, 因为其主导极点离虚轴太近。因此最好不要选取 $K > 5$ 。

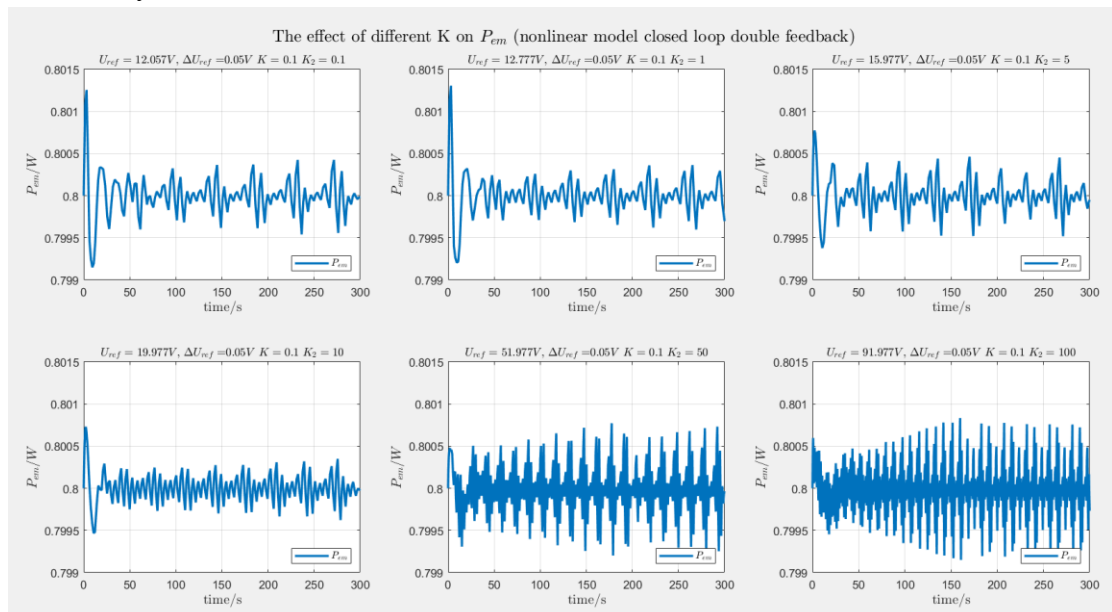
非线性模型时域仿真结果验证:



通过非线性模型闭环系统时域仿真可以发现, 以 $P_e$ 作为输出变量,  $K$ 取 0.1、0.5、1、5、20、100,  $K_2 > 0$ 系统均稳定。

以下验证以 $K = 0.1$ 为例, 验证 $K_2 = 10$ 时系统动态性能最好。

统一 y 轴, 方便对比 6 组 $K_2$ 的动态特性。



通过比较“超调量”、调整时间以及稳定后的纹波大小, 可以基本认为当 $K = 0.1$ 时,  $K_2 = 10$ 时系统动态性能最好。因此根轨迹的分析是基本正确的。(这里只

验证了一组)

### c. 总结

思考并分析比例增益  $K$  对系统不同输出的动态性能影响, 以及如何在保持机端电压  $V_t$  控制效果的同时, 改善其他输出量的动态特性;

以  $\delta$  或  $\omega$  作为输出变量时, 比例增益  $K$  增加后,  $K$  越大, 要使得系统保持稳定的  $K_2$  的上限就越低, 系统很容易因为  $K_2$  选取不当而失稳。且  $K$  增大后, 系统的主导极点右移, 衰减速度变慢。综合这两个输出量来分析, 最好设置  $K < 5$ 。

以  $P_{em}$  作为输出变量时, 比例增益  $K$  增加后, 虽然系统总能保持稳定, 但是主导极点逐渐靠右, 到  $K > 5$  时, 主导极点与虚轴十分接近。总体来说仍然是  $K$  越大, 动态性能越差。

在保持机端电压  $V_t$  控制效果的同时, 可以利用其他输出量的根轨迹, 让主导极点尽可能地远离虚轴, 但不可能在某一个  $K_2$  值时三个输出量同时离虚轴最远, 因此需要综合考虑 3 个输出量的根轨迹, 避免让其中某一个过于靠近虚轴即可。

编程时间: 约 6 小时。

撰写报告时间: 约 1.5 小时。

总结与反馈: 😊