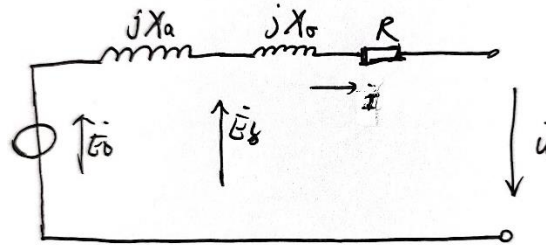


## 作业一 同步发电机建模

电 02 肖锦松 2020010563

1. 基于电机学课上所学的同步发电机知识，绘制稳态条件下的电路图；结合参考资料中给出的同步发电机三阶状态方程，对比稳态和动态方程的异同。

稳态条件下的电路图



稳态和动态方程

稳态方程：

$$f_1 = \frac{pn_1}{60}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_0 &= \dot{U} + \dot{I}(R + jX_s + jX_a) \\ &= \dot{U} + \dot{I}(R + jX_s) \\ &= \dot{U} + \dot{I}Z_s \end{aligned}$$

$$P_{em} = m \frac{E_0 U}{X_d} \sin \theta + m U^2 \frac{X_d - X_q}{2X_d X_q} \sin 2\theta$$

$$\Psi = \varphi + \theta = \arctan \frac{IX_q + U \sin \varphi}{IR + U \cos \varphi}$$

同步发电机三阶状态方程：

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \omega - \omega_0 \\ \dot{\omega} &= \frac{\omega_0}{2H} P_m - \frac{D}{2H} (\omega - \omega_0) - \frac{\omega_0}{2H} \frac{E'_q V_s}{x_{d\Sigma}'} \sin \delta \\ \dot{E}'_q &= -\frac{1}{T_d'} E'_q + \frac{1}{T_{d0}'} \frac{x_d - x_d'}{x_{d\Sigma}'} V_s \cos \delta + \frac{1}{T_{d0}'} V_f \end{aligned}$$

异同点：

不同之处在于动态过程需要多考虑很多暂态变量和常数，例如， $E'_q$ 、 $x_d'$ 等等；并联大电网之后，按照稳态方程，发电机的角频率应该不会发生变化，而按照三阶状态方程来看， $\omega$ 会在 $\omega_0$ 附近发生小变化。

相同之处在于 $P_m$ 增大的时候，会带来功角 $\delta/\theta$ 的增大；励磁电压增大的时候，电势都会增大。

2. 通过 MATLAB 仿真，计算模型在给定工况下的稳态运行点。（由状态方程求平衡点的过程可参考朱桂萍老师高等电路分析课件）。如何在 MATLAB 实现可参考综合作业 0，求平衡点的过程本质上是求方程的根的过程。如果解唯一，那么该解是否稳定？如果有多解，那么它们是否都是我们要的稳态运行点呢？应用

三阶状态方程判断运行点和运行点稳定性的思路可参考下列参考资料第 3 点)

### 计算模型在给定工况下的稳态运行点

同步发电机达到稳定平衡点时有，系统各状态变量保持不变，根据同步发电机三阶状态方程中的第一式，则有同步发电机角频率等于同步角频率，即

$$\omega = \omega_0$$

令三阶方程中第三式为零，可以得到

$$E'_q = \frac{T'_d}{T_{d0}} \left( V_f + \frac{x_d - x'_d}{x_{d\Sigma}} V_s \cos \delta \right)$$

将上述两个式子代入三阶方程中第二式可得

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_0}{2H} P_m - \frac{\omega_0}{2H} \frac{E'_q V_s}{x_{d\Sigma}} \sin \delta$$

```

31  omega = omega0;
32  F = @(x) [x(2) - (Td2/Td02)*(Vf + ((xd-xd2)/xdSigma2)*Vs*cos(x(1)));...
33           (omega0/(2*H))*Pm - (omega0/(2*H))*((x(2)*Vs)/xdSigma2)*sin(x(1))];
34
35  format long
36  x1 = vpa(fsolve(F, [0; 0]));
37  x2 = vpa(fsolve(F, [2; 0]));
38
39  deltasolve = [x1(1) x2(1)];
40  Eq2solve = [x1(2) x2(2)];

```

这一段代码列出了上述的三个方程，并且对后两个方程进行联合求解，在  $[0, 2\pi]$  范围内求出的  $\delta$  值有两个，相应的  $E'_q$  值也有两个，将其写入 `deltasolve` 和 `Eq2solve` 向量内。

```

deltasolve =

    0.73539706545521243974405933840899, 1.1221940912974659454448556061834]

Eq2solve =

    0.84783953204923767632550379858003, 0.63126057677241109722388046066044]

```

### 应用三阶状态方程判断运行点稳定性

这两个点即同步发电机的运行点，接下去得判断 2 个运行点的稳定性。可以通过对  $\delta$  加一个扰动，然后借助三阶方程组来判断  $\delta$  最终能否回到原先的稳态值。

```

42 %% 给功角加一个小扰动
43 syms Eq2;
44 disturb = 0.001; %0.0573degree
45 deltad = omega - omega0;
46 Eq2dist = (Td2/Td02)*(Vf + ((xd-xd2)/xdSigma2)*Vs*cos(delta));
47 omegad = (omega0/(2*H))*Pm - (D/(2*H))*(omega-omega0) - (omega0/(2*H))*((Eq2dist*Vs)/xdSigma2)*sin(delta);
48 Eq2d = -Eq2/Td2 + (1/Td02)*((xd-xd2)/xdSigma2)*Vs*cos(delta) + Vf/Td02;
49 vpa(omegad)
50 % 为什么这里disturb需要进行微调
51 % 因为上面的解其实不能保证完全精确，所以调整至disturb增加，Eq2d减小的程度，才能保证这个扰动分别让其左偏和右偏
52
53 % Eq2dbalancetest = subs(Eq2d,delta,deltasolve(1)); % shoule be zero
54 Eq2dPosDisturb1 = vpa(subs(Eq2d,{delta,Eq2},{deltasolve(1)+disturb,Eq2solve(1)}));
55 omegadPosDisturb1 = vpa(subs(omegad,{delta,Eq2},{deltasolve(1)+disturb,Eq2solve(1)}));
56 Eq2dNegDisturb1 = vpa(subs(Eq2d,{delta,Eq2},{deltasolve(1)-disturb,Eq2solve(1)}));
57 omegadNegDisturb1 = vpa(subs(omegad,{delta,Eq2},{deltasolve(1)-disturb,Eq2solve(1)}));
58
59 Eq2dPosDisturb2 = vpa(subs(Eq2d,{delta,Eq2},{deltasolve(2)+disturb,Eq2solve(2)}));
60 omegadPosDisturb2 = vpa(subs(omegad,{delta,Eq2},{deltasolve(2)+disturb,Eq2solve(2)}));
61 Eq2dNegDisturb2 = vpa(subs(Eq2d,{delta,Eq2},{deltasolve(2)-disturb,Eq2solve(2)}));
62 omegadNegDisturb2 = vpa(subs(omegad,{delta,Eq2},{deltasolve(2)-disturb,Eq2solve(2)}));
63
64 Eq2dsDisturb1 = [Eq2dPosDisturb1 Eq2dNegDisturb1];
65 omegadDisturb1 = [omegadPosDisturb1 omegadNegDisturb1];
66 Eq2dsDisturb2 = [Eq2dPosDisturb2 Eq2dNegDisturb2];
67 omegadDisturb2 = [omegadPosDisturb2 omegadNegDisturb2];
68
69 if(omegadDisturb1(1)<0 && omegadDisturb1(2)>0)
70     stable(1) = 1;
71 else
72     stable(1) = 0;
73 end
74 if(omegadDisturb2(1)<0 && omegadDisturb2(2)>0)
75     stable(2) = 1;
76 else
77     stable(2) = 0;
78 end

```

这一段代码给功角 $\delta$ 加上了一个扰动 `disturb`，按理来说加完 `disturb` 只需要看  $\dot{\omega}$  的正负，假设 `disturb` 为正扰动，如果  $\dot{\omega} < 0$ ，说明  $\omega$  减小，根据第一个状态方程， $\delta < 0$ ， $\delta$  减小，回到平衡点，则说明该运行点稳定。反之不稳定。然而由于 MATLAB 求解精度的问题，如果 `disturb` 小于这个求解误差，那么  $E_{q2}$ （即  $E_q'$ ）将会同正或同负，因此至少得使正负扰动下的  $E_{q2}$  异号，此处选取 `disturb=0.001`，大约  $0.0573^\circ$

```

Eq2dDisturb =

[-0.00026067123915094681680543162476267, 0.00026037961642059747829865881470441]
[-0.00034999397373365037418868129842932, 0.00034982403013166579102739501236434]

omegadDisturb =

[-0.000087559181681458088133670061779077, 0.000088020794125220873063779013404099]
[ 0.000083851991223800539787925904277195, -0.000083456591692094286940659570991421]

```

上图中 `Eq2dDisturb`，一二列第一个运行点的正扰动和负扰动后  $E_q'$  的值，分别小于和大于 0，说明此时两个点的扰动已经越过平衡，确保为正负扰动。`omegadDisturb`，一二列为第一个运行点的正扰动和负扰动后  $\dot{\omega}$  的值，可以看到第一个点加正扰动后  $\dot{\omega} < 0$ ， $\delta$  变小，加负扰动后  $\dot{\omega} > 0$ ， $\delta$  变大，因此第一个点为稳定点。第二个点则相反为不稳定点。向量 `stable` 也给出了这一判断。

3.根据同步发电机三阶方程，以机端电压 $V_t$ 为输出，以励磁电压 $V_f$ 为输入，构造在稳态运行点处线性化状态函数方程（可参考下列参考资料，更详细内容可参考朱桂萍老师高等电路分析课程课件），绘制信号流图与状态框图。

构造在稳态运行点处线性化状态函数方程

对于非线性微分方程组：

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$

在平衡点 $x_0$ 处的线性化模型为：

$$\Delta \dot{x}(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x_0, u=u_0} \Delta x(t) + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{x=x_0, u=u_0} \Delta u(t)$$

三个状态方程以及一个输出方程线性化后得到类似于以下的表达式。

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\delta} &= A \cdot \Delta \omega + B \cdot \Delta V_f \\ \Delta \dot{\omega} &= \Delta \omega \\ \Delta \dot{E}_q' &= \Delta E_q' \\ \Delta V_t &= C \cdot \Delta \omega + \Delta E_q' \end{aligned}$$

```

95  %% 构造在稳态运行点处线性化状态函数方程
96  % 平衡点参数
97  deltabalance = deltasolve(1);
98  omegabalance = 1.0;
99  Eq2balance = Eq2solve(1);
100
101  % 构造线性化方程
102  syms delta omega Eq2 dVf ;
103  syms ddelta domega dEq2; % 代表线性化的变量
104  id = (Eq2-Vs*cos(delta))/xdSigma2;
105  Vtq = Eq2-id*xd2;
106  iq = Vs*sin(delta)/xdSigma;
107  Vtd = iq*xq;
108  Vt = sqrt(Vtd^2 + Vtq^2);
109  dVt = diff(Vt,delta)*ddelta + diff(Vt,omega)*domega + diff(Vt,Eq2)*dEq2;
110  dVt = vpa(subs(dVt,[delta omega Eq2],[deltabalance omegabalance Eq2balance]));
111
112  deltad = omega - omegabalance;
113  omegad = (omegabalance/(2*H))*Pm - D*(omegabalance-omegabalance)/(2*H) - (omegabalance/(2*H))*((Eq2*Vs)/xdSigma2)*sin(delta);
114  Eq2d = -Eq2/Td2 + (1/Td02)*((xd-xd2)/xdSigma2)*Vs*cos(delta) + Vf/Td02;
115
116  ddeltad = diff(deltad,delta)*ddelta + diff(deltad,omega)*domega + diff(deltad,Eq2)*dEq2;
117  domegad = diff(omegad,delta)*ddelta + diff(omegad,omega)*domega + diff(omegad,Eq2)*dEq2;
118  dEq2d = diff(Eq2d,delta)*ddelta + diff(Eq2d,omega)*domega + diff(Eq2d,Eq2)*dEq2;
119
120  ddeltad = vpa(subs(ddeltad,[delta omega Eq2],[deltabalance omegabalance Eq2balance]));
121  domegad = vpa(subs(domegad,[delta omega Eq2],[deltabalance omegabalance Eq2balance]));
122  dEq2d = vpa(subs(dEq2d + (1/Td02)*dVf,[delta omega Eq2],[deltabalance omegabalance Eq2balance]));
123
124  dd = [ddeltad domegad dEq2d]';
125  d = [ddelta domega dEq2 dVf];
126  A = [diff(dd,d(1)) diff(dd,d(2)) diff(dd,d(3))];
127  B = [diff(dd,d(4))];
128  C = [diff(dVt,d(1)) diff(dVt,d(2)) diff(dVt,d(3))];
129

```

上述过程即状态方程的线性化过程，借助 diff 函数。解出 A、B、C 矩阵如下。

A =

$$\begin{bmatrix} 0, & 1, & 0 \\ -0.1768572820157006847821330705264, & -0.02, & -0.1887149530613901871371186033726 \\ -0.26052547120668184428681090341435, & 0, & -0.55199909764951507310540500783729 \end{bmatrix}$$

B =

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.16366612111292962356792144026187 \end{bmatrix}$$

C =

$$[0.11280283508581177760832155582063, 0, 0.46142296975926085748370052012263]$$

绘制信号流图

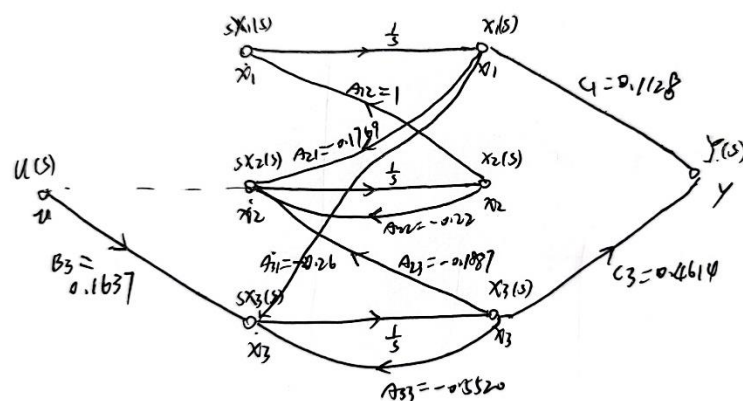
$$\begin{aligned} \Delta \dot{\delta} &= \Delta \omega \\ \Delta \dot{\omega} &= A \cdot \Delta \omega + B \cdot \Delta V_f \\ \Delta \dot{E}_q' &= \Delta E_q' \\ \Delta V_t &= C \cdot \Delta \omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \Delta \delta \\ \text{令 } x_2 &= \Delta \omega, \quad u = \Delta V_f, \quad y = \Delta V_t \\ x_3 &= \Delta E_q' \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \end{bmatrix}$$

即将上式化为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 \\ \dot{x}_2 &= A \cdot x_2 + B \cdot u = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} \cdot u \\ y &= C \cdot \dot{x}_2 = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$



#### 4. 总结

结合作业中同步发电机的建模过程，思考一般实际问题的建模方法：

- 一、直接用非线性状态方程建模；
- 二、先对非线性状态方程进行平衡点附近的线性化，将线性化后的方程作为建模方程；

编程时间：约 6 小时。

撰写报告时间：约 1 小时。

总结与反馈：写作业一的时候对 MATLAB 使用还不是很熟悉，有很多时间用来看一些不熟悉的函数如何使用。同时对一些任务的要求并没有理解清楚，向助教请教了几次，感谢助教的解答。

源代码名称：Generator.m