

# 作业一 同步发电机建模

## 一、作业背景

在采用同步发电机作为研究对象后，就需要把实际中的研究对象进行简化抽象，以达到可以研究的目的。如何对同步发电机进行简化和抽象是在同步发电机建模时的关键。经过前人的研究，发现在“理想电机”假设下，对同步发电机刻画已经相当精确可行。在工程可接受误差的情况下，建模可选择同步发电机的三阶模型。模型的建立使得在现实世界无从下手的同步发电机变成了在纸上的三个方程，以及一堆参数。通过对方程的求解，就可以神奇地预言发电机未来的动态过程。这就是建模的力量。

## 二、作业目的

1. 理解同步发电机三阶模型；
2. 在构建模型的过程中，理解工程实际问题如何进行建模；
3. 学习如何对状态方程进行分析，得到经典的控制模型；
4. 学会非线性模型的线性化方法。

## 三、作业任务

1. 基于电机学课上所学的同步发电机知识，绘制稳态条件下的电路图；结合参考资料中给出的同步发电机三阶状态方程，对比稳态和动态方程的异同。

2. 通过 MATLAB 仿真，计算模型在给定工况下的稳态运行点。（由状态方程求平衡点的过程可参考朱桂萍老师高等电路分析课件）。如何在 MATLAB 实现可参考综合作业0，求平衡点的过程本质上是求方程的根的过程。如果解唯一，那么该解是否稳定？如果有多解，那么它们是否都是我们要的稳态运行点呢？应用三阶状态方程判断运行点和运行点稳定性的思路可参考下列参考资料第3点）

3. 根据同步发电机三阶方程，以机端电压  $V_t$  为输出，以励磁电压  $V_f$  为输入，

构造在稳态运行点处线性化状态函数方程（可参考下列参考资料，更详细内容可参考朱桂萍老师高等电路分析课程课件），绘制信号流图与状态框图。

#### 四、作业参考资料

1. 同步发电机三阶状态方程：

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= \omega - \omega_0 \\ \dot{\omega} &= \frac{\omega_0}{2H} P_m - \frac{D}{2H} (\omega - \omega_0) - \frac{\omega_0}{2H} \frac{E'_q V_s}{x'_{d\Sigma}} \sin \delta \\ \dot{E}'_q &= -\frac{1}{T'_d} E'_q + \frac{1}{T'_{d0}} \frac{(x_d - x'_d)}{x'_{d\Sigma}} V_s \cos \delta + \frac{1}{T'_{d0}} V_f\end{aligned}$$

其中 $\delta$ 为同步发电机功角， $\omega$ 为同步发电机角频率， $\omega_0$ 为基准角频率， $H$ 为同步发电机惯性时间常数， $P_m$ 为机械功率， $D$ 为阻尼因素， $E'_q$ 为暂态电势， $V_s$ 为电网电压， $x'_{d\Sigma}$ 为 $d$ 轴暂态总电抗， $T'_d$ 为 $d$ 轴暂态时间常数， $T'_{d0}$ 为 $d$ 轴开路暂态时间常数， $x_d$ 为 $d$ 轴电抗， $x'_d$ 为 $d$ 轴暂态电抗， $V_f$ 为励磁电压。其中 $T'_{d0}$ 与 $T'_d$ 之比等于总电抗与暂态总电抗之比， $x_{tl}$ 为变压器和线路阻抗。

$$T'_d = T'_{d0} \cdot \frac{x'_d + x_{tl}}{x_d + x_{tl}}$$

2. 同步发电机的暂态电势，本质上是用来近似反映同步发电机暂态过程中转子磁链的电势量，无法直接进行实测。在实际中，人们能直接量测到的并且用于实现闭环控制的是同步发电机的机端电压 $V_t$ 。同步发电机电路方程则描述了同步发电机暂态电势与机端电压两者之间的电气关系：

$$\begin{aligned}i_d &= \frac{E'_q - V_s \cos \delta}{x'_{d\Sigma}} \\ V_{tq} &= E'_q - i_d x'_d \\ i_q &= \frac{V_s}{x_{d\Sigma}} \sin \delta \\ V_{td} &= i_q x_q \\ V_t &= \sqrt{V_{td}^2 + V_{tq}^2}\end{aligned}$$

$i_d$  为  $d$  轴电流,  $V_{td}$  为  $d$  轴电压,  $i_q$  为  $q$  轴电流,  $x_{q\Sigma}$  为  $q$  轴总电抗,  $V_{td}$  为  $d$  轴电压,  $x_q$  为  $q$  轴电抗,  $V_t$  为机端电压。

更详细的内容请见本指导书附带的三阶模型说明书中 9.2 部分。对于  $d$  轴和  $q$  轴分量的处理与电机学中对于凸极同步电机的双反应理论类似。关于暂态过程请见电力系统分析下册。

### 3. 同步发电机三阶模型介绍

在三阶模型中, 忽略定子回路的暂态过程, 忽略转子  $D$ 、 $Q$  阻尼绕组暂态过程 (其作用在转子运动方程中补入阻尼项近似考虑), 只计励磁绕组  $f$  的暂态过程。并且在此处近似认为  $x_d = x_q$ , 进一步简化模型, 因此此处的建模仿真只适用于隐极机 (火电机组), 而不能用到凸极机 (水轮机) 中。具体同步发电机建模的内容可参考本指导书附带的三阶模型说明书。

(考虑到建模内容涉及 Park 变换, 而 Park 变换是电力系统分析下半学期讲授的内容, 且同学们上学期学习的电机学只涉及同步电机的稳态过程, 所以建模的细节不作强制要求。我们只在有问题时, 查阅说明书了解方程参数的物理意义即可完成作业。对这方面感兴趣的同学可把说明书当作补充材料阅读。建议有余力的同学, 先通过电力系统分析课本下册或者网上相关视频了解 Park 变换再来仔细看说明书。Park 变换是既难又美的东西。)

**关于运行点个数的判断和稳定性的分析可参考如下思路:**

同步发电机达到稳定平衡点时有, 系统各状态变量保持不变, 根据同步发电机三阶状态方程中的第一式, 则有同步发电机角频率等于同步角频率, 即

$$\omega = \omega_0$$

令三阶方程中第三式为零, 可以得到

$$E'_q = \frac{T'_d}{T'_{d0}} \left( V_f + \frac{(x_d - x'_d)}{x'_{d\Sigma}} V_s \cos \delta \right)$$

将上述两个式子代入三阶方程中第二式可得

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_0}{2H} P_m - \frac{\omega_0}{2H} \frac{E'_q V_s}{x'_{d\Sigma}} \sin \delta$$

可见转子的转速是关于发电机功角的函数。所求运行点应为上式的零点，即上式有几个零点，系统就有几个运行点。当系统运行在某个状态时，如果这时候功角发生了一个小的扰动，根据方程，此时转子的角速度就会发生变化，由三阶方程的第一式可得角速度的变化会反馈到功角上。如果转子角速度的变化能够使得功角回到原来的状态，我们就认为该平衡点是稳定的，否则该平衡点不稳定。

#### 4. 系统线性模型构建

线性模型同样是基于系统状态方程构建的模型。在非线性的系统中，如果想要构建线性模型，需要在非线性系统稳态点附近进行线性化。在线性化之后，系统线性化的部分构成线性模型，在线性化部分与非线性常值部分叠加之后构成系统的最终输出。因此构造线性模型，需要结合任务二中已经求出的系统稳态工作点，在稳态工作点附近对系统进行线性化。

对于非线性微分方程组：

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$

将其对  $x(t)$ ,  $u(t)$  在平衡点  $x_0$ （对应输入为  $u_0$ ）进行泰勒展开并忽略高阶无穷小项可得到

$$\Delta \dot{x}(t) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}} \Delta x(t) + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{\substack{x=x_0 \\ u=u_0}} \Delta u(t)$$

上式即为线性化模型。

5. 相关 MATLAB 函数：find、plot、fsolve。具体用法可用 MATLAB help 函数进行查询，或者通过网上自行寻找资料。

#### 6. 推荐的同步发电机建模参数

Generator	$x_d$	$x_q$	$x'_d$	$H$	$D$	$T'_{d0}$
例程	1.998	1.998	0.311	2.5	0.1	6.11

变压器和线路阻抗  $x_{ll} = 0.4$ ，励磁电压  $V_f = 1.1$ ，电网电压  $V_s = 1.0$ ，机械功率  $P_m = 0.8$ ，基准角频率  $\omega_0 = 1$ 。

## 五、作业要求

1. 完成作业任务要求内容，形成作业报告；
2. 结合作业中同步发电机的建模过程，思考一般实际问题的建模方法；
3. 在报告中注明完成此次作业所耗的时间，包括**编程时间**和**撰写报告时间**。  
(**时间统计不会对课程成绩造成任何影响**，只是方便老师和助教们更全面地把握每次作业的任务量，便于后续的教学调整)；
4. 如有感想，可以写一小段总结，或者反馈（选做，不会对课程成绩造成任何影响。**如无必要，建议不写**。你们的反馈可能会影响后续的安排。**限 300 字**。）