作业三 AVR 控制仿真

电 02 肖锦松 2020010563

a. 不含 AVR 的开环系统（以励磁电压 V_f 为输入，机端电压 V_t 为输出）

1. 稳定性分析：基于作业二的传递函数，通过 MATLAB 编程实现 Routh 表，通过 Routh 表分析系统稳定性， 因为本次作业特征方程阶数不高，也可以直接分析特征根， 并与作业二任务 3 结果进行对比。

虽然本次作业的传递函数较为简单，特征方程仅为 4 阶，但我仍然实现了任意阶系统的 Routh table 求解，并且进行系统稳定性的判断，在最后还给出系统特征方程的特征根，将两种办法结合判断。其中求解 Routh 表比较麻烦的部分在于两种特例的处理，即 Routh 表第一列出现零元素以及 Routh 表某一行全为零。

具体函数为 Routh_table.m

传递函数输出如下：

```
~~~~~~~> transfer function <~~~~~~~

sys =

   0.07552 s^2 + 0.00151 s + 0.009872
  ------------------------------------
  s^3 + 0.572 s^2 + 0.1879 s + 0.04846

Continuous-time transfer function.
```

Routh 表输出以及稳定性判断如下：

```
~~~~~~~> Routh Table: <~~~~~~~~~

Routhtable =

   1.000000000000000   0.187900000000000
   0.572000000000000   0.048460000000000
   0.103179720279720                   0
   0.048460000000000                   0

~~~~~~~> it is a stable system. <~~~~~~~
```

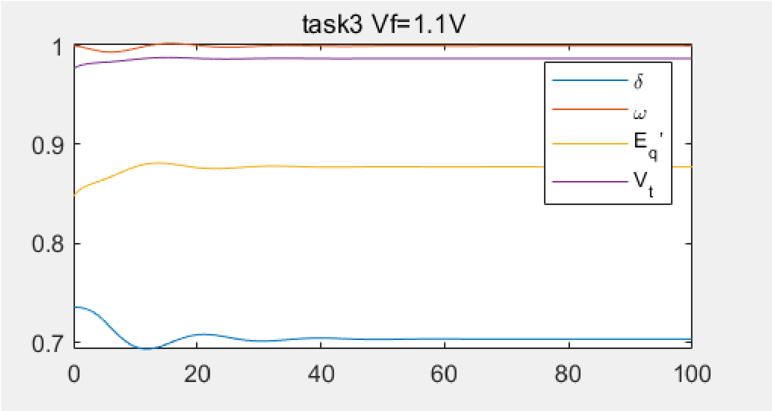
Routh 表的第一列各项元素均为正，因此系统是稳定的。

系统特征方程的特征根如下：

```
~~~~~~~> Number of right hand side poles = 0 <~~~~~~~
~~~~~~~> Roots of the system characteristic equation <~~~~~~~
sysRoots =

 -0.403854551490932 + 0.000000000000000i
 -0.084072724254534 + 0.336043854792123i
 -0.084072724254534 - 0.336043854792123i
```

可以看出系统特征方程的根都在左半平面，因此系统是稳定的。

通过两种方法都可以判断出作业二的系统是稳定的。作业二任务 3 的结果如下：



可以看出系统的 3 个状态量以及最终输出量均稳定，因此系统必然也是稳定的。

至此，可以通过三种方法判断系统是否稳定：

1. 利用系统稳定的定义，测量系统各状态变量和输出量是否稳定，本例应满足 Lyapunov 稳定。
2. 列出 Routh 表，系统稳定的充要条件是 Routh 表中第一列各项元素均为正。
3. 求解系统特征方程，线性定常系统渐进稳定的充要条件是特征根全都具有负实部，或者全部位于 S 平面的左半开平面。

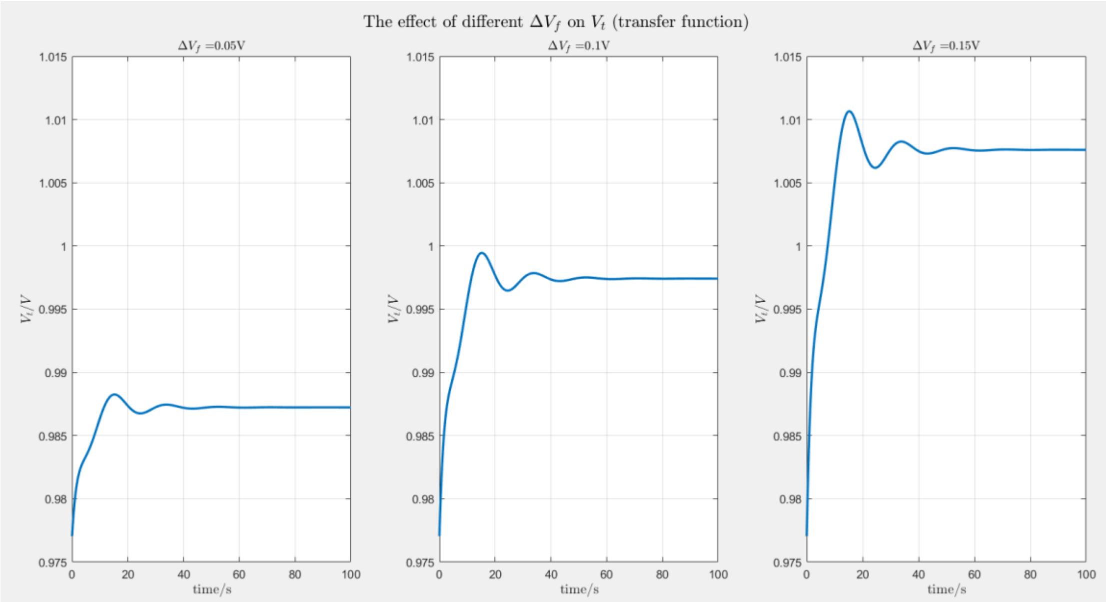
2. 稳态性能分析：基于作业二的传递函数，判断系统的积分结构，分析在原有励磁电压基础上，不同幅值励磁阶跃输入（在原有励磁上加阶跃，从 V_f 变为 $V_f+\Delta V_f$。不必仿真太多组不同的幅值。） 对机端电压 V_t 的影响，利用作业二中线性与非线性模型验证结果。

利用作业二的传递函数，判断系统的积分结构。

```
~~~~~~~> transfer function <~~~~~~~

sys =

   0.07552 s^2 + 0.00151 s + 0.009872
  ------------------------------------
  s^3 + 0.572 s^2 + 0.1879 s + 0.04846

Continuous-time transfer function.
```

从该传递函数可以看出，该系统积分环节$r=0$。因此该系统为 0 型系统，调节必然是有差调节，存在稳态偏差。

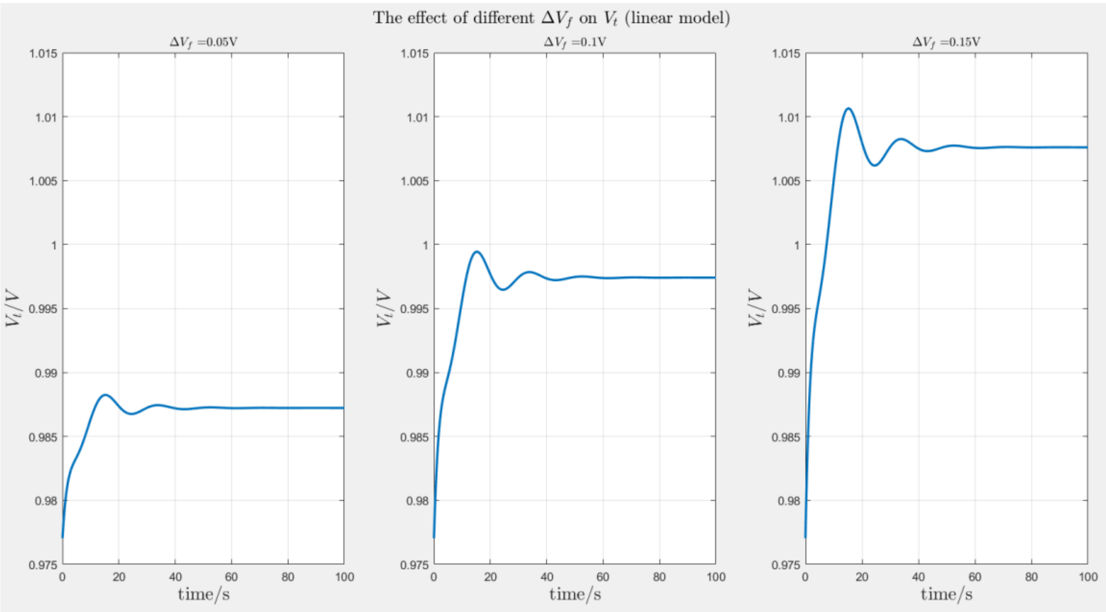
利用传递函数的方法，分别仿真了三组不同幅值励磁阶跃输入，分别是$\Delta V_f=0.05, 0.10, 0.15\ V$。



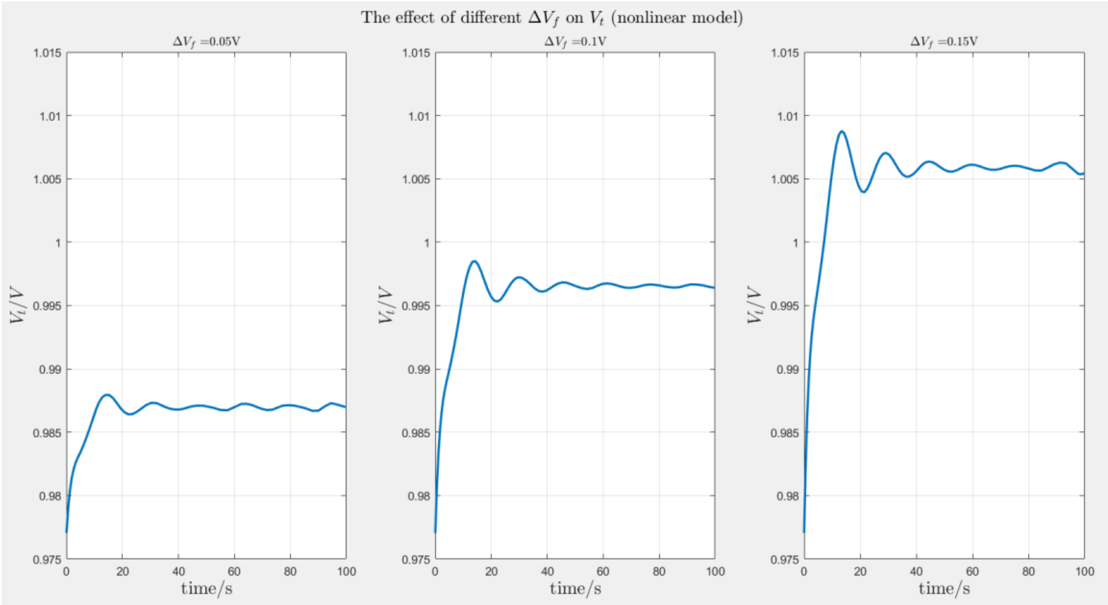
这里只将 V_t 画出来我才发现更加具体的图像及振动过程，助教在综合作业二批改提到*“不同状态量可放入不同子图，否则由于量级差异部分量的动态过程可能无法清晰展现”*，我现在才体会到。原先我把状态量和输出量全部画在一种图上，V_t 曲线近似为一条平稳直线，起伏极小，根本看不出这个振动过程。

以下利用作业二中线性与非线性模型验证结果。

首先，利用线性模型验证，按照原理，线性模型的仿真结果应该与传递函数方法的仿真结果相同，实际上跑出来也是如此。



接着，利用非线性模型验证，按照作业二中总结的“规律”，非线性模型的仿真结果从图像上来看应该比传递函数方法更加“不平稳”，实际上跑出来也是如此。



规律：随着励磁阶跃输入ΔV_f的增大，输出量V_t 的“超调量”和稳定值变大，稳定时间变长。线性系统的稳定时间总体比非线性系统的稳定时间要长。

3. 动态性能分析：基于作业二线性与非线性模型的仿真结果，分别计算超调量、阻尼比和调整时间。

动态性能分析，计算超调量、阻尼比和调整时间。

具体函数为：`dynamic_performance.m`

超调量$\sigma\%$：直接计算时间范围内 V_t 的最大值 $y(t_p)$，选择时间范围终端的 V_t 作为稳定值 $y(\infty)$。然后利用公式计算超调量$\sigma\%$.

$$\sigma\% = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\%$$

阻尼比ζ：利用峰值时间$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$，可以得到超调量公式

$$\sigma\% = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\%$$

$$ln\sigma = -\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$ln^2\sigma = \frac{\zeta^2\pi^2}{1-\zeta^2}$$

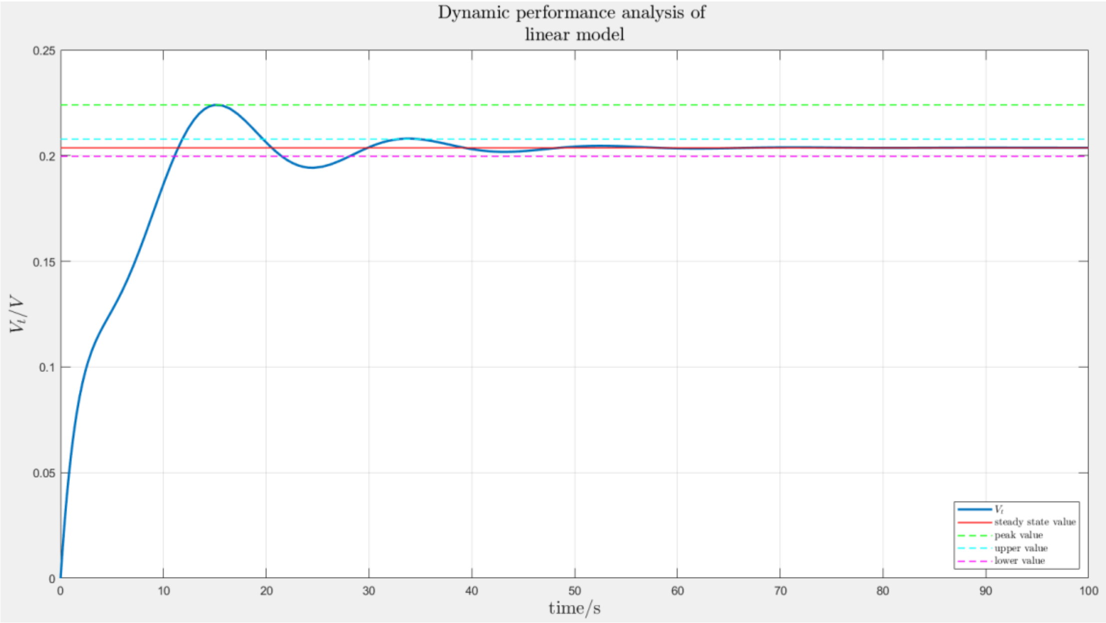
$$\zeta^2\pi^2 = ln^2\sigma\,(1-\zeta^2) = ln^2\sigma - \zeta^2 ln^2\sigma$$

$$\zeta^2 = \frac{ln^2\sigma}{\pi^2 + ln^2\sigma}$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{ln^2\sigma}{\pi^2 + ln^2\sigma}}$$

调整时间t_s：利用调整时间的定义，先找出稳定值，然后确定$\pm 2\%$的上下界，利用循环寻找某个时间进入上下界内，再该时间过后输出量不会超出上下界，那么这个时间即是调整时间t_s。

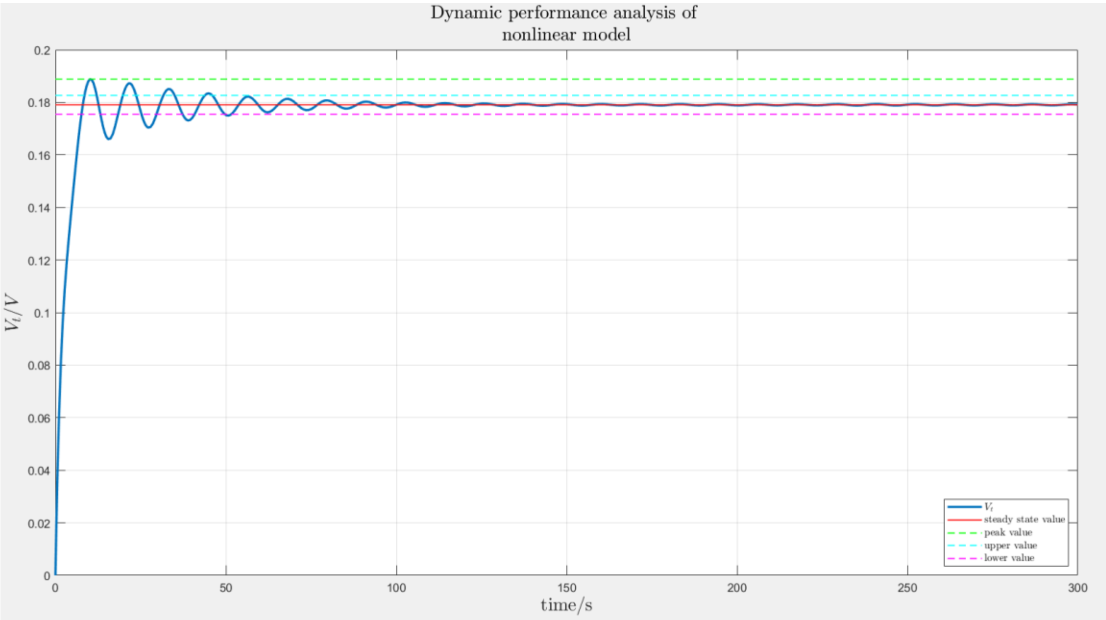
线性系统的动态性能：




```
<stopping criteria details>
~~~~~~~~> The overshoot of linear model is 9.943232 percent. <~~~~~~~~
~~~~~~~~> The damping factor of linear model is 0.592105. <~~~~~~~~
~~~~~~~~> The stable time of linear model is 34.800000. <~~~~~~~~
```

超调量$\sigma\% = 9.94332\%$，阻尼比$\zeta = 0.592105$，调整时间$t_s = 34.8s$

非线性系统的动态性能：



```
<stopping criteria details>
~~~~~~~~> The overshoot of nonlinear model is 5.448295 percent. <~~~~~~~~
~~~~~~~~> The damping factor of nonlinear model is 0.679532. <~~~~~~~~
~~~~~~~~> The stable time of nonlinear model is 51.400000. <~~~~~~~~
```

超调量$\sigma\% = 5.448295\%$，阻尼比$\zeta = 0.679532$，调整时间$t_s = 51.4s$

从线性系统和非线性系统的动态性能可以发现一些规律：

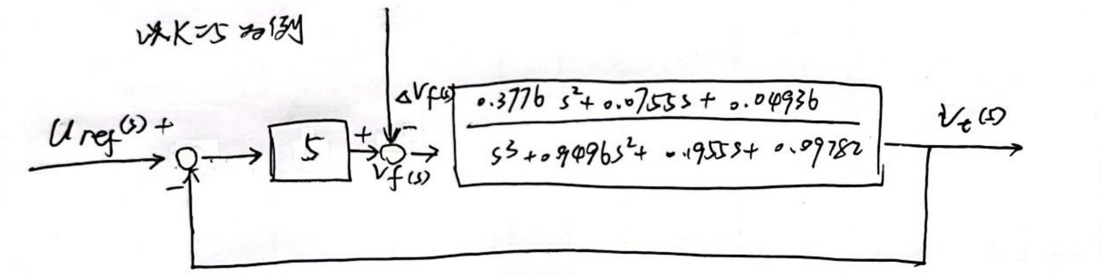
线性系统相较于非线性系统，阻尼比ζ更小，超调量$\sigma\%$更大，调整时间t_s更短。阻尼系数ζ和超调量$\sigma\%$大致是成负相关的（并不严谨，因为系统不同）

b. 含 AVR 的闭环系统

1. 闭环系统建模：结构如参考资料 b.1 所示，在原开环系统下，增加单位负反馈比例控制(K)，建立快速励磁 AVR 模型，以u_{ref} 为输入（为了维持系统的稳态运行点，u_{ref} 需要具备一个基值），机端电压V_t 为输出，绘制状态框图，计算传递函数，构建非线性仿真模型。

基于线性系统建立快速励磁 AVR 模型比较容易，将原先的发电机系统 sys_generator 和比例控制系统 sys_gain 串联（可以利用函数 series），形成系统 sys_gain_generator。然后再利用函数 feedback 增加单位负反馈，形成系统 sys_gain_generator_feedback。

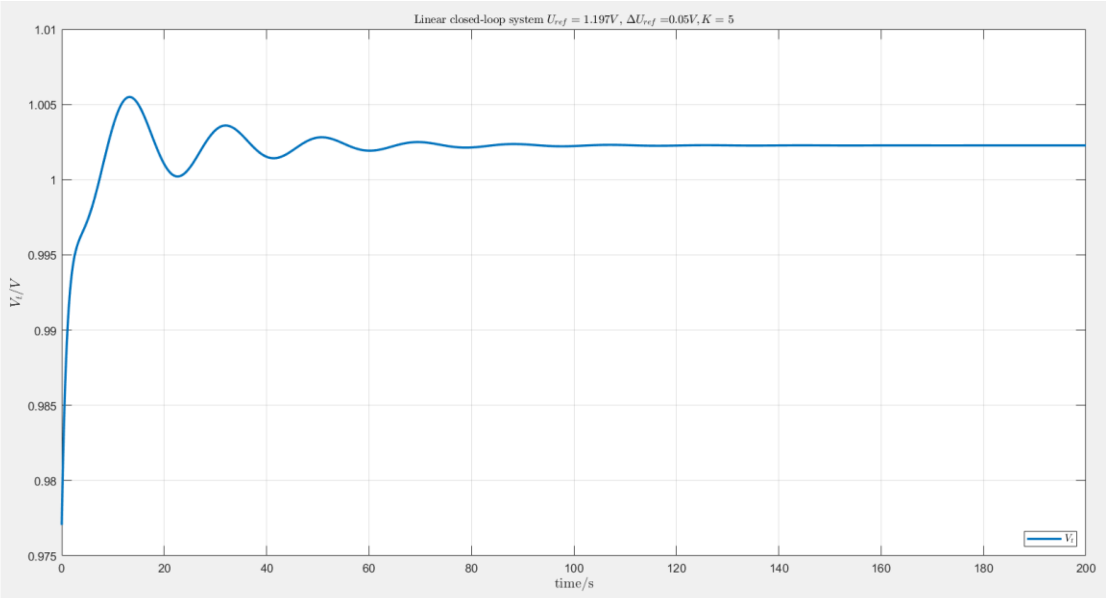
以$K = 5$为例，状态框图如下：



闭环系统的传递函数如下：

```
sys_gain_generator_feedback =

   0.3776 s^2 + 0.00755 s + 0.04936
  ------------------------------------
  s^3 + 0.9496 s^2 + 0.1955 s + 0.09782
```

设置$K = 5$，$U_{ref} = 1.197046706663581V$，$\Delta U_{ref} = 0.05V$，系统响应如下。



基于非线性系统建立快速励磁 AVR 模型比较复杂，加入反馈影响的是原先发电机非线性系统的“输入端”，因此需要从状态方程入手！

同步发电机三阶状态方程：

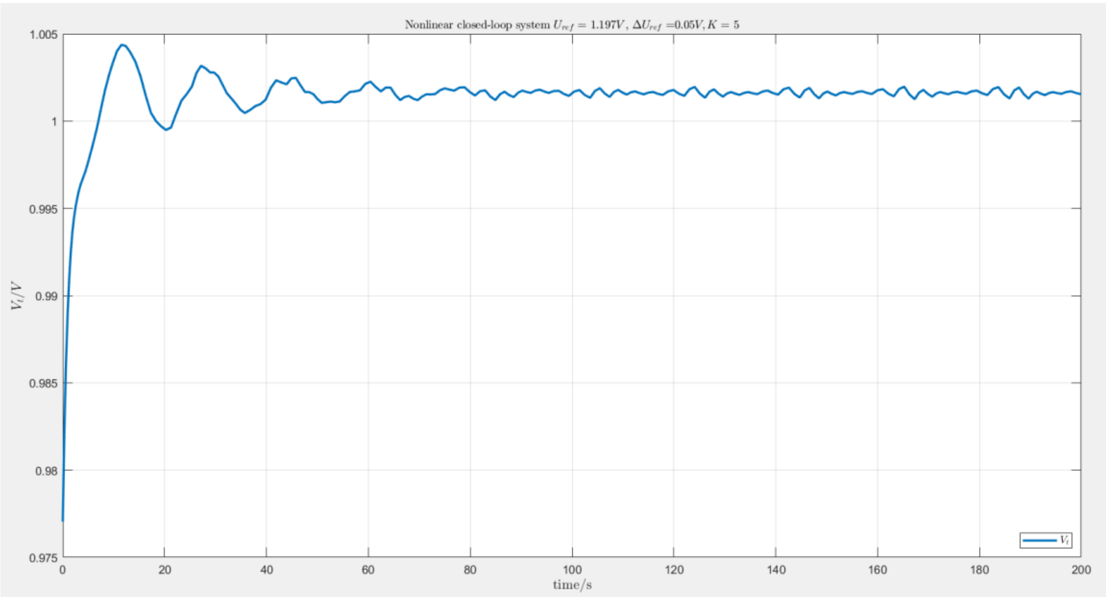
$$\dot{\delta} = \omega - \omega_0$$

$$\dot{\omega} = \frac{\omega_0}{2H}P_m - \frac{D}{2H}(\omega - \omega_0) - \frac{\omega_0}{2H}\frac{E_q'V_s}{x_{d\Sigma}'}sin\delta$$

$$E_q' = -\frac{1}{T_d'}E_q' + \frac{1}{T_{d0}'}\frac{x_d - x_d'}{x_{d\Sigma}'}V_s cos\delta + \frac{1}{T_{d0}'}V_f$$

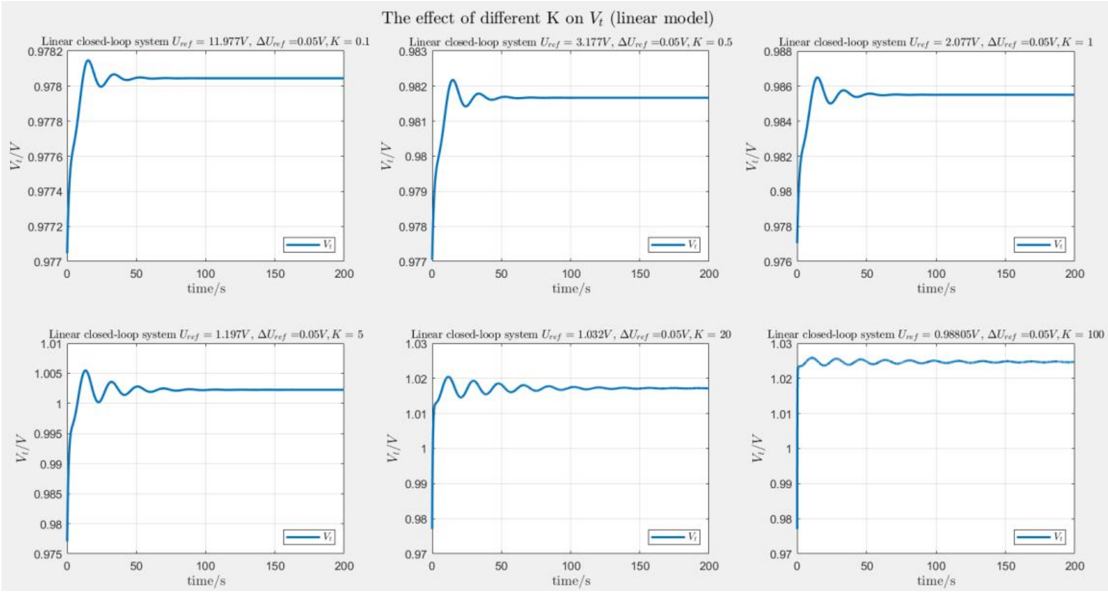
利用$V_f = K(U_{ref} + \Delta U_{ref} - V_t)$，以及$V_t = f(\delta, E_q')$，改写第三个状态方程。具体代码为：`gen_nonlinear_closedloop.m`。

设置$K = 5$，$U_{ref} = 1.197046706663581V$，$\Delta U_{ref} = 0.05V$，系统响应如下。



2. 稳定性分析：利用 Routh 表分析系统在不同比例增益K下，系统的稳定性，并基于非线性模型进行验证，与开环系统进行对比。

验证K依次为 0.1、0.5、1、5、20、100 时，线性模型闭环系统的稳定性。先看波形图，从小到大 6 个比例增益K对应的输出V_t均能稳定下来。



进一步利用 Routh 表判断，确认了这 6 个比例增益K 下，系统均为稳定。`Routh_table.m` 很好地将各种信息输出到命令行区，查看确定稳定性。

```
~~~~~~~> K=0.100000, U_ref=11.977047, dU_ref=0.050000 <~~~~~~~
~~~~~~~> Routh Table: <~~~~~~~~~

Routhtable =

   1.000000000000000   0.188051000000000
   0.579552000000000   0.049447200000000
   0.102731304787146                   0
   0.049447200000000                   0

~~~~~~~> it is a stable system. <~~~~~~~
~~~~~~~> Number of right hand side poles = 0 <~~~~~~~
~~~~~~~> Roots of the system characteristic equation <~~~~~~~
sysRoots =

 -0.413860699430371 + 0.000000000000000i
 -0.082845650284815 + 0.335580810961550i
 -0.082845650284815 - 0.335580810961550i
```

```
~~~~~~~> K=0.500000, U_ref=3.177047, dU_ref=0.050000 <~~~~~~~
~~~~~~~> Routh Table: <~~~~~~~~~

Routhtable =

   1.000000000000000   0.188655000000000
   0.609760000000000   0.053396000000000
   0.101086120440829                   0
   0.053396000000000                   0

~~~~~~~> it is a stable system. <~~~~~~~
~~~~~~~> Number of right hand side poles = 0 <~~~~~~~
~~~~~~~> Roots of the system characteristic equation <~~~~~~~
sysRoots =

 -0.453411852417728 + 0.000000000000000i
 -0.078174073791136 + 0.334146241890493i
 -0.078174073791136 - 0.334146241890493i
```

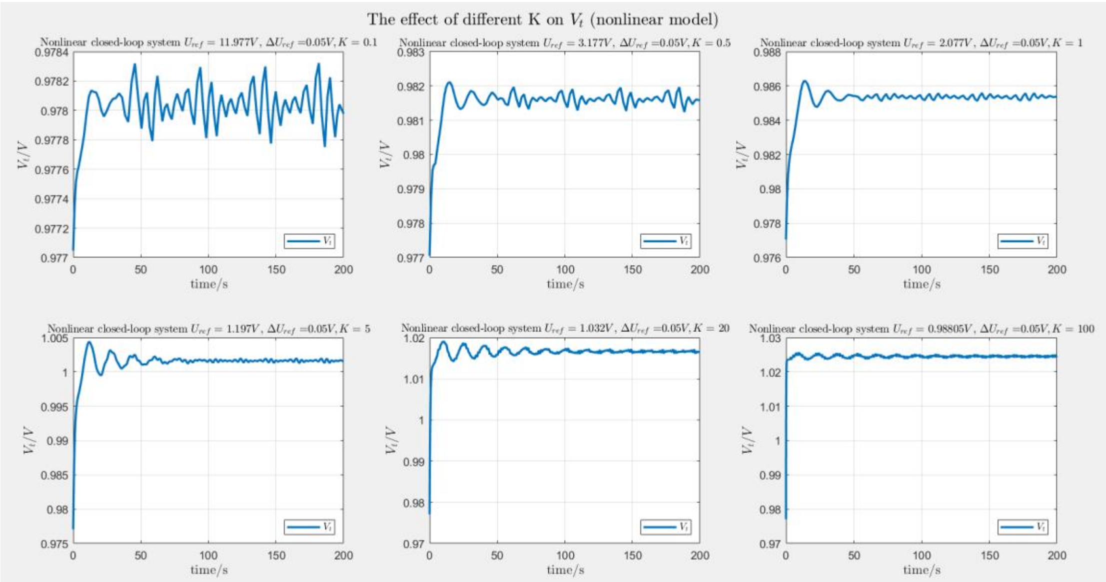
```
~~~~~~~> K=1.000000, U_ref=2.077047, dU_ref=0.050000 <~~~~~~~
~~~~~~~> Routh Table: <~~~~~~~~~

Routhtable =

   1.000000000000000   0.189410000000000
   0.647520000000000   0.058332000000000
   0.099324751667902                   0
   0.058332000000000                   0

~~~~~~~> it is a stable system. <~~~~~~~
~~~~~~~> Number of right hand side poles = 0 <~~~~~~~
~~~~~~~> Roots of the system characteristic equation <~~~~~~~
sysRoots =

 -0.501728215124937 + 0.000000000000000i
 -0.072895892437532 + 0.333089082469677i
 -0.072895892437532 - 0.333089082469677i
```

```
~~~~~~~> K=5.000000, U_ref=1.197047, dU_ref=0.050000 <~~~~~~~
~~~~~~~> Routh Table: <~~~~~~~~~

Routhtable =

   1.000000000000000   0.195450000000000
   0.949600000000000   0.097820000000000
   0.092438205560236                   0
   0.097820000000000                   0

~~~~~~~> it is a stable system. <~~~~~~~
~~~~~~~> Number of right hand side poles = 0 <~~~~~~~
~~~~~~~> Roots of the system characteristic equation <~~~~~~~
sysRoots =

 -0.854823677743353 + 0.000000000000000i
 -0.047388161128324 + 0.334943753233972i
 -0.047388161128324 - 0.334943753233972i
```

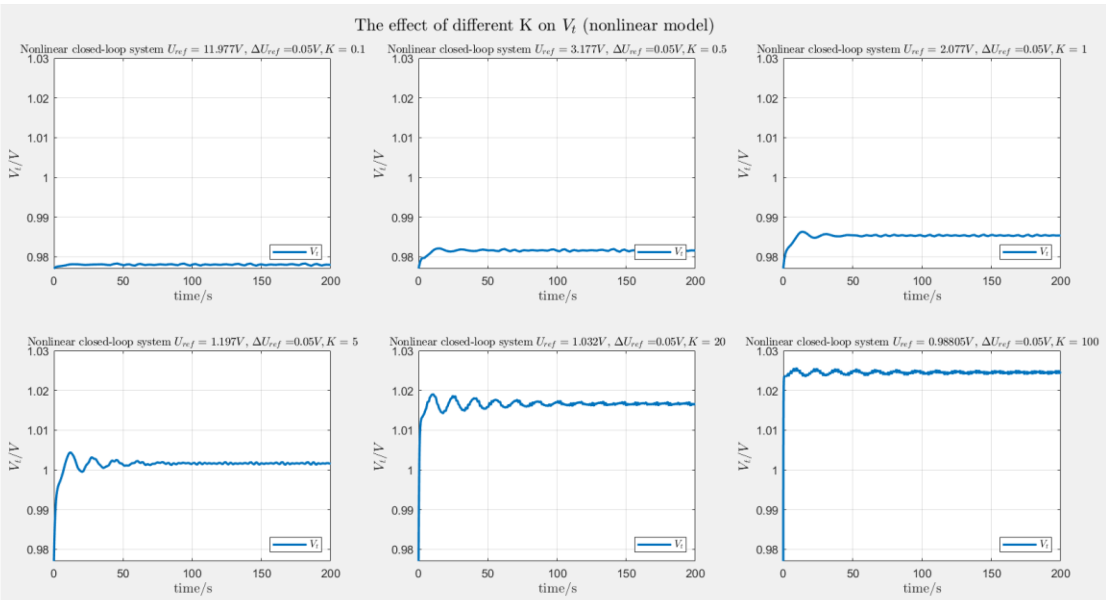
```
~~~~~~~> K=20.000000, U_ref=1.032047, dU_ref=0.050000 <~~~~~~~
~~~~~~~> Routh Table: <~~~~~~~~~

Routhtable =

   1.000000000000000   0.218100000000000
   2.082400000000000   0.245900000000000
   0.100015097963888                   0
   0.245900000000000                   0

~~~~~~~> it is a stable system. <~~~~~~~
~~~~~~~> Number of right hand side poles = 0 <~~~~~~~
~~~~~~~> Roots of the system characteristic equation <~~~~~~~
sysRoots =

 -2.034606361489403 + 0.000000000000000i
 -0.023896819255297 + 0.346825173649633i
 -0.023896819255297 - 0.346825173649633i
```

```
~~~~~~~> K=100.000000, U_ref=0.988047, dU_ref=0.050000 <~~~~~~~
~~~~~~~> Routh Table: <~~~~~~~~~

Routhtable =

   1.000000000000000   0.338900000000000
   8.124000000000001   1.035660000000000
   0.211418463810931                   0
   1.035660000000000                   0

~~~~~~~> it is a stable system. <~~~~~~~
~~~~~~~> Number of right hand side poles = 0 <~~~~~~~
~~~~~~~> Roots of the system characteristic equation <~~~~~~~
sysRoots =

 -8.097942979993752 + 0.000000000000000i
 -0.013028510003121 + 0.357382142374221i
 -0.013028510003121 - 0.357382142374221i
```

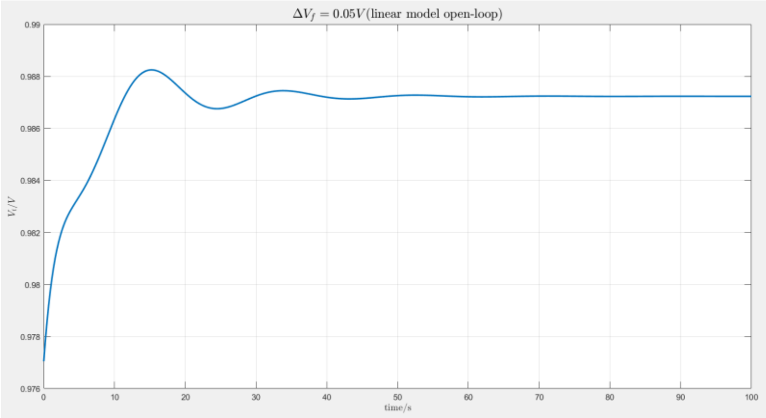
验证K依次为 0.1、0.5、1、5、20、100 时，非线性模型闭环系统的稳定性。



先看波形图，似乎从小到大 6 个比例增益K对应的输出V_t越来越趋于稳定？但其实 K=0.1 时波动不过 0.0005V 左右，随着 K 的增加，最终波动却越来越大，到 K=100 时波动大约在 0.001V 左右。但总体来说这点波动可以忽略，均可视为稳定。设置 y 轴上下限相同能够更好地看出波动大小随 K 的变化趋势。



线性开环系统



线性开环系统的响应曲线基本和闭环系统的$K = 1$时的阶跃响应较为相似，整体来说，闭环系统的响应曲线随着比例增益 K 的增加，“超调量”增加，稳定时间增加，U_{ref}基值减小，最终稳定值上升。稳定时非线性闭环系统的波动增大。

相对于开环系统，闭环系统增益选择不当时会引起系统的稳定性降低。

3. 稳态性能分析：根据终值定理计算稳态误差，分析u_{ref} 在维持稳态所需基值的基础上发生不同幅值阶跃对机端电压V_t的影响，并基于非线性模型进行验证，与开环系统进行对比。

利用终值定理计算出单位阶跃的稳态误差：

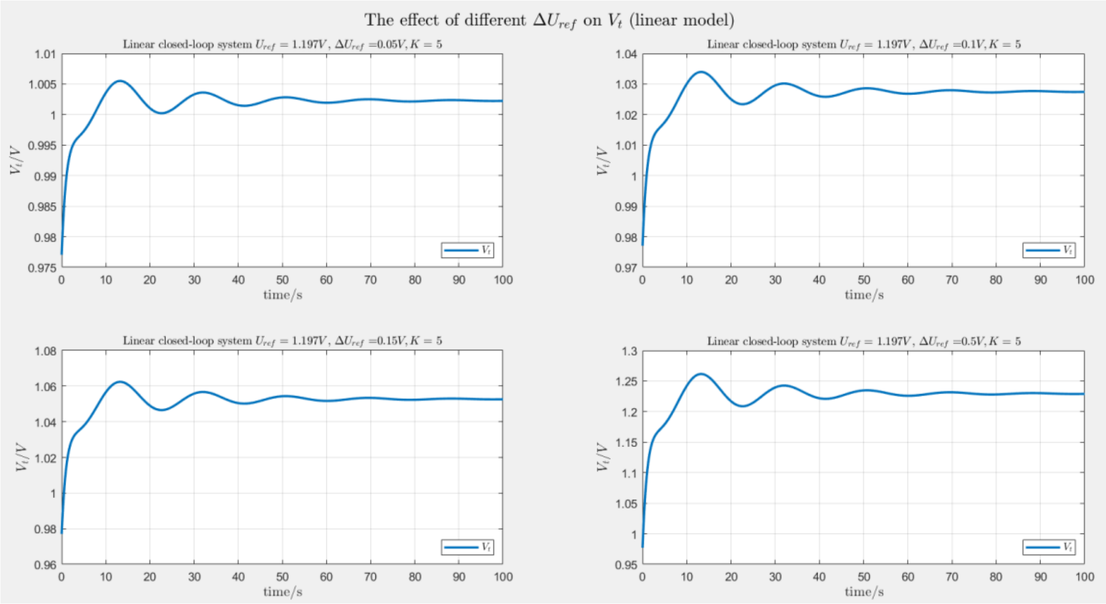
$$e_{ss} = 0.495399713759967$$

```
error_steady_state =

0.495399713759967
```

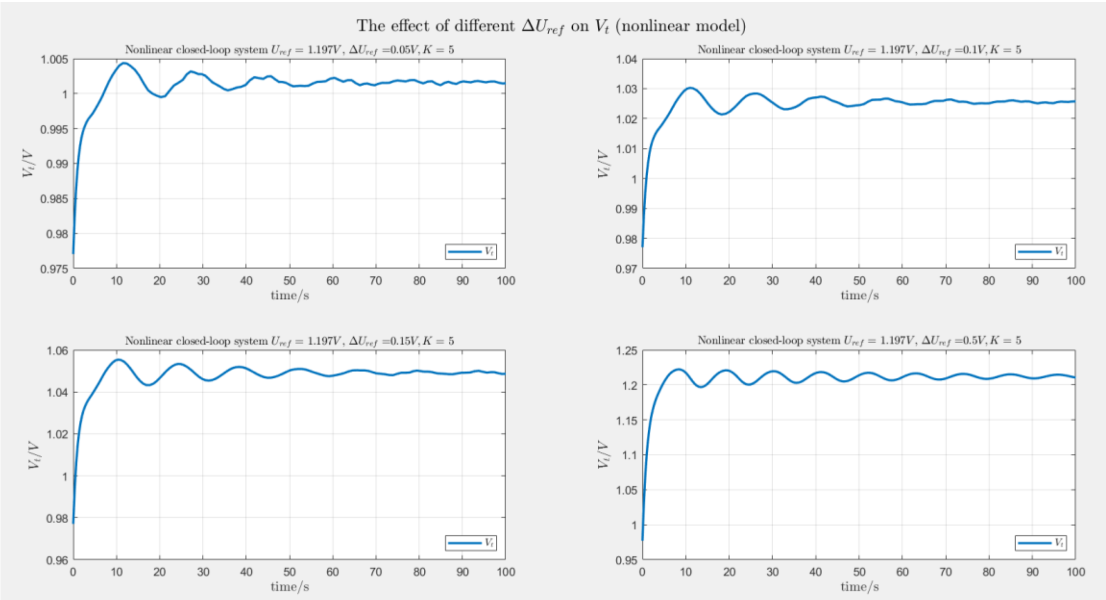
$u_{ref} = 1.197V$不变，改变阶跃输入Δu_{ref}分别为$0.05, 0.10, 0.15, 0.5V$。

稳态误差分别为：0.02477、0.04954、0.07431、0.2477。稳态误差的大小和阶跃输入Δu_{ref}的大小是成正比的。

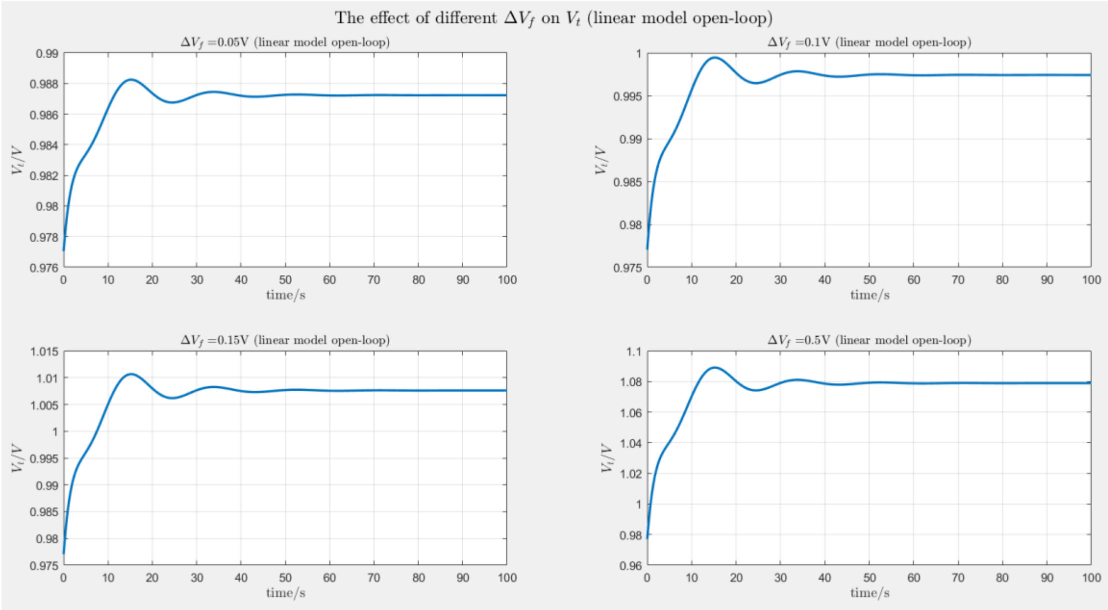
线性系统的机端电压V_t 如下：



非线性系统的机端电压V_t 如下：



线性开环系统的机端电压V_t 如下：



在闭环系统内改变Δu_{ref}，开环系统内改变ΔV_f。随着阶跃输入幅值的增大，机端电压V_t “超调量”变大，初始波动增大，稳定所需时间变长。

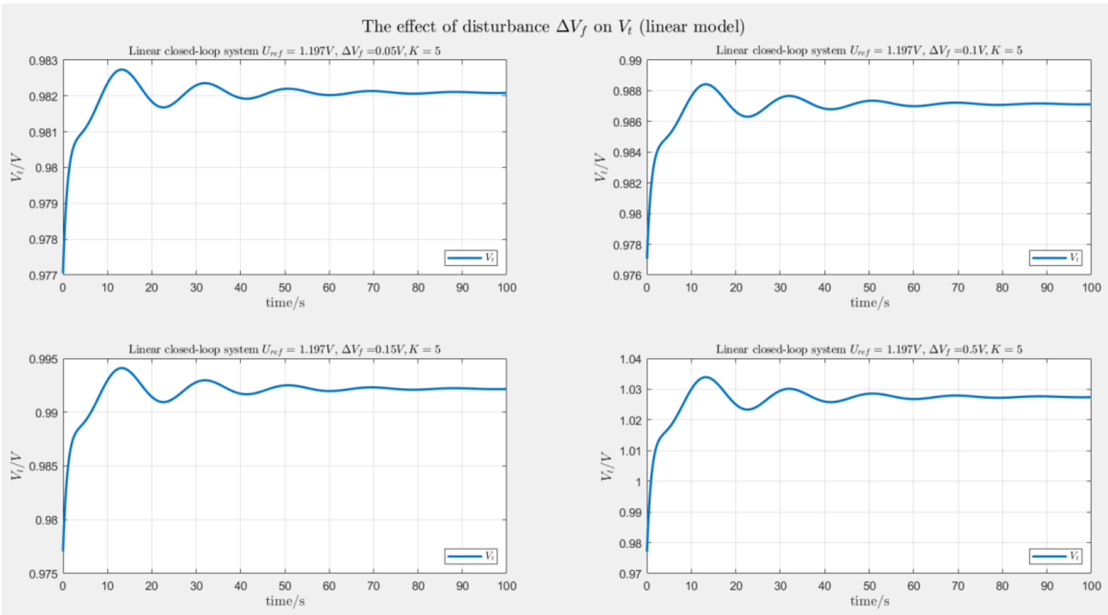
在线性系统中，Δu_{ref}的不同对V_t 到达峰值所需的时间影响不大，然而对于非线性系统，随着Δu_{ref}的增大，V_t 到达峰值所需的时间逐渐变小。

闭环系统相对于开环系统，稳定性能下降，初始波动更大，调整时间更久。

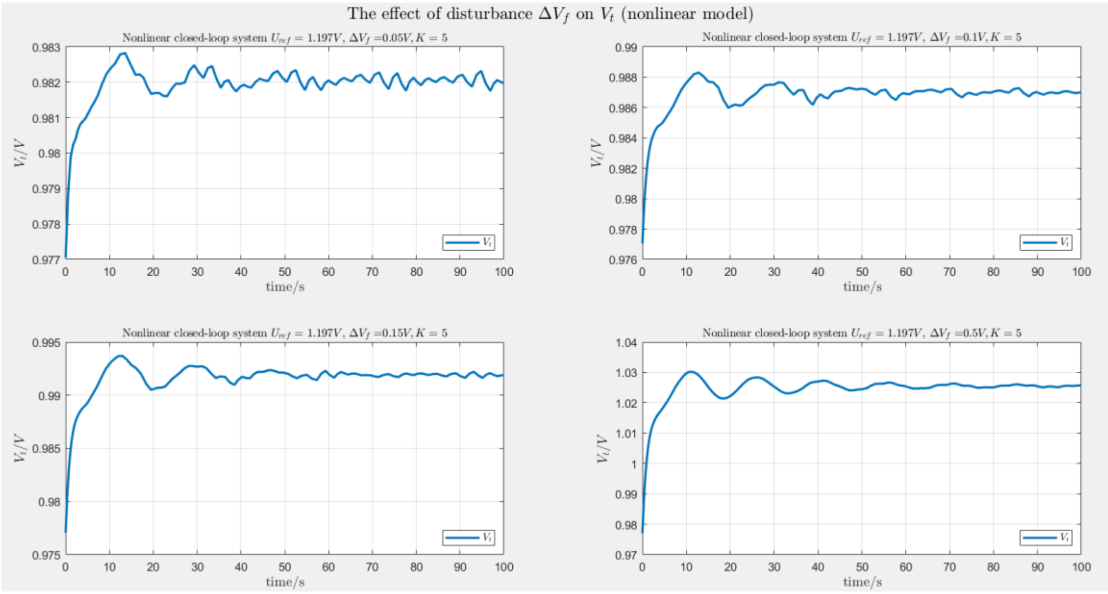
4. 抗干扰性分析：在励磁电压发生扰动条件下，分析不同扰动对机端电压V_t 的影响，并基于非线性模型进行验证。

增加扰动电压$V_disturb$。

线性系统的机端电压V_t 如下：



非线性模型的机端电压V_t 如下：



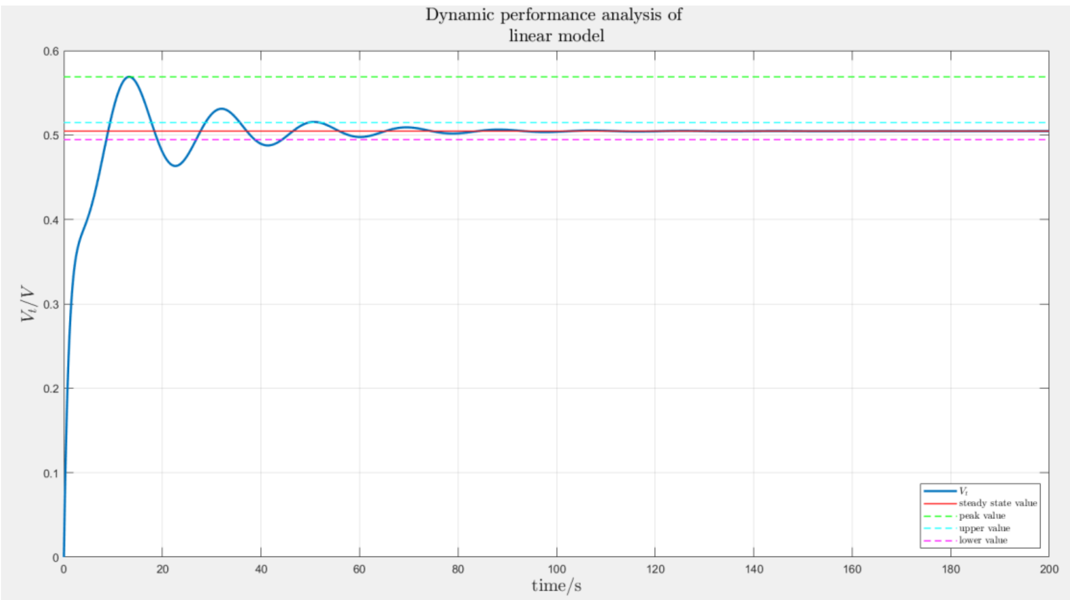
其实改变励磁电压的扰动和改变输入电压阶跃幅值的分析是一样的，因为如果把扰动电压也看成输入的话。二者的回路完全相同，前向通道只相差了一个比例增益 K，因此改变扰动可以看作改变输入阶跃幅值 1/K 的影响。

随着扰动电压的增大，机端电压V_t“超调量”变大，初始波动增大，稳定所需时间变长。

在线性系统中，扰动电压的不同对V_t 到达峰值所需的时间影响不大，然而对于非线性系统，随着扰动电压的增大，V_t 到达峰值所需的时间逐渐变小。

5. 动态性能分析：计算 AVR 闭环系统的超调量、阻尼比和调整时间，与开环系统进行对比。

AVR 闭环系统的单位阶跃响应图像如下：



```
~~~~~~~> The overshoot of linear model is 12.756556 percent. <~~~~~~~
~~~~~~~> The damping factor of linear model is 0.548183. <~~~~~~~
~~~~~~~> The stable time of linear model is 51.900000. <~~~~~~~
```

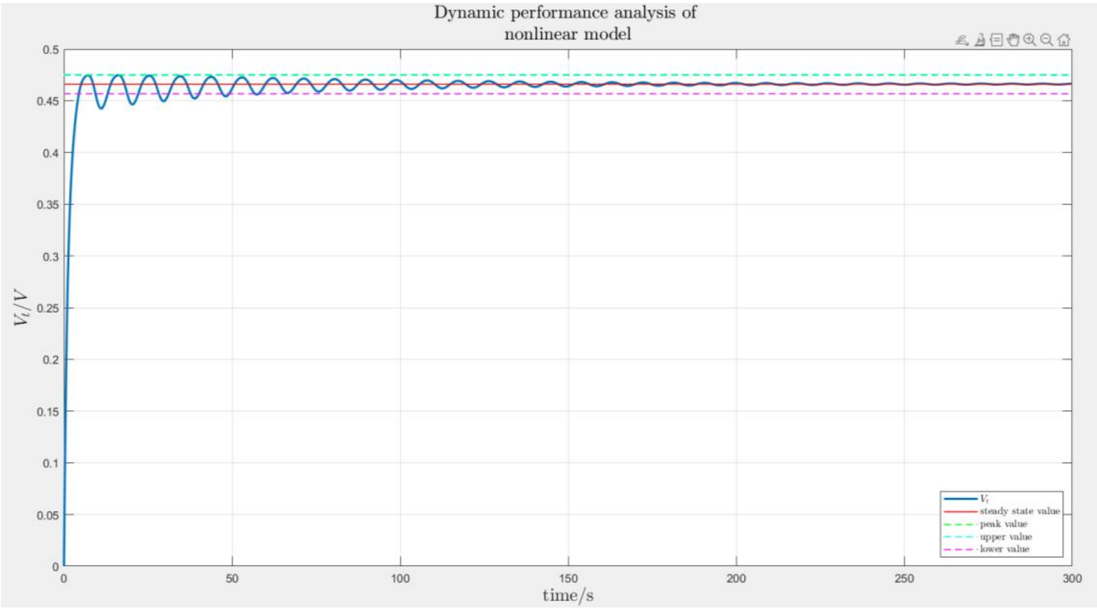
线性模型开环系统动态性能如下：

超调量$\sigma\% = 9.94332\%$，阻尼比$\zeta = 0.592105$，调整时间$t_s = 34.8s$

线性模型闭环系统动态性能如下：

超调量$\sigma\% = 12.756556\%$，阻尼比$\zeta = 0.548183$，调整时间$t_s = 51.9s$

线性模型增加 AVR 闭环系统之后，阶跃响应的超调量增加，调整时间增加，阻尼比下降，远离 0.707，系统的性能变差。




```
~~~~~~~> The overshoot of nonlinear model is 1.859877 percent. <~~~~~~~
~~~~~~~> The damping factor of nonlinear model is 0.785284. <~~~~~~~
~~~~~~~> The stable time of nonlinear model is 57.800000. <~~~~~~~
```

非线性模型开环系统动态性能如下：

超调量$\sigma\% = 5.448295\%$，阻尼比$\zeta = 0.679532$，调整时间$t_s = 51.4s$

非线性模型闭环系统动态性能如下：

超调量$\sigma\% = 1.859877\%$，阻尼比$\zeta = 0.785284$，调整时间$t_s = 57.8s$

非线性模型的闭环系统相较于开环系统，超调量减小，调整时间增加，阻尼比增加，性能发生了一些变化，具体好坏取决于系统的使用场景。

c. 总结

综合开环系统和闭环系统的分析，从“稳、准、快”三个角度，对比开环系统和闭环系统的性能区别，并定性分析讨论放大增益 K 的变化对系统性能的影响。

开环系统

优点：结构简单，比较经济；

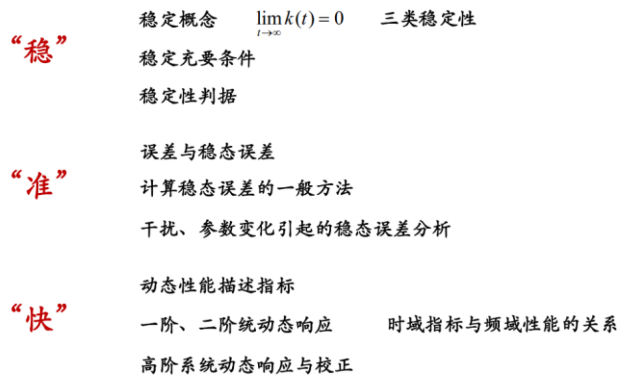
缺点：无法消除干扰所带来的误差。

闭环系统

优点：一般来说能改善系统的响应特性，但是本题设计的线性模型闭环系统

似乎并不能改善动态响应特性，反而使性能其更差。抗干扰性的能力更强，因为可以通过负反馈进行调节。能够通过控制消除误差。

缺点：增加了系统的复杂性，增益选择不当的话使系统稳定性能下降。



编程时间：约 7 小时。

撰写报告时间：约 1.5 小时。

总结与反馈：之前运行完网络学堂给的示例代码后，发现示例代码跑出来的图比较规范。我之前的绘图有的缺少了一些图的标注，以及没有将一些变量用 latex 公式体现，这次的绘图我就模仿了示例代码进行操作，绘出的图好看了许多。

建议：如果有可能的话，助教能否对代码风格进行评价，供大家学习改进。