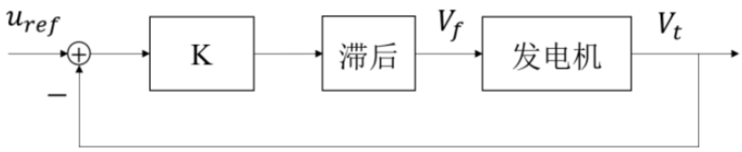
作业八 延时环节

电 02 肖锦松 2020010563

实验任务

1. 延时环节：同步机的端口电压V_t——只考虑 AVR



（1）采用一阶惯性环节来建模滞后效应

①试写出从u_{ref}到V_t的开环传递函数（取 Gain_AVR=100，Timedelay=1）；

$$G'_{0V_t}(s)=\frac{0.07552s^2+0.00151s+0.009872}{s^3+0.572s^2+0.1879s+0.04846}$$

延时环节一阶惯性环节可以写为：$G(s)=e^{-\tau_0 s}=\frac{1}{\tau_0 s+1}$

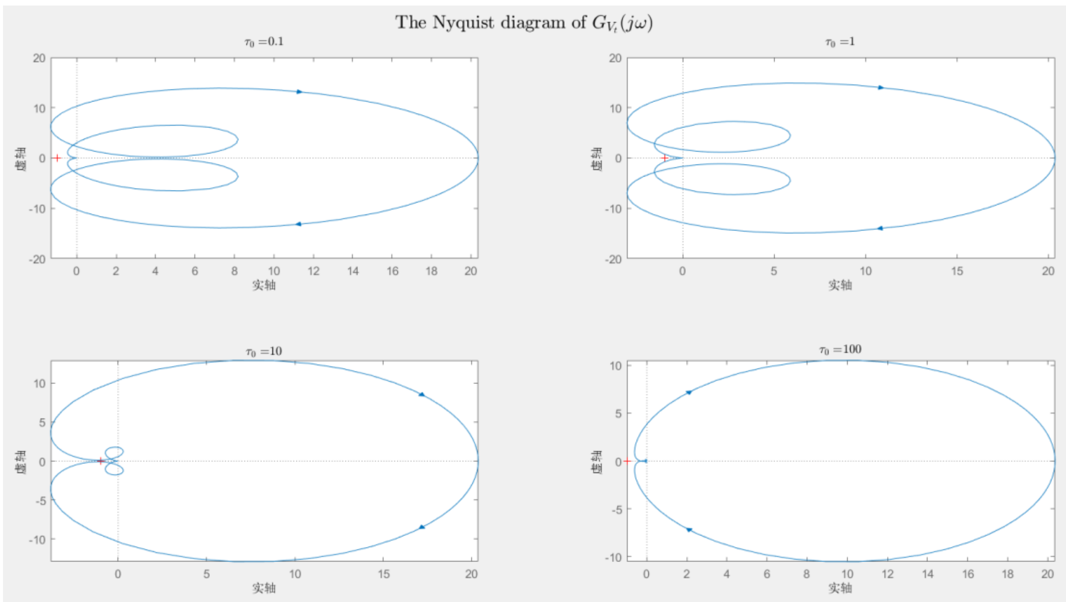
考虑 AVR 增益与滞后环节：

$$G_0(s)=\frac{100}{s+1}$$

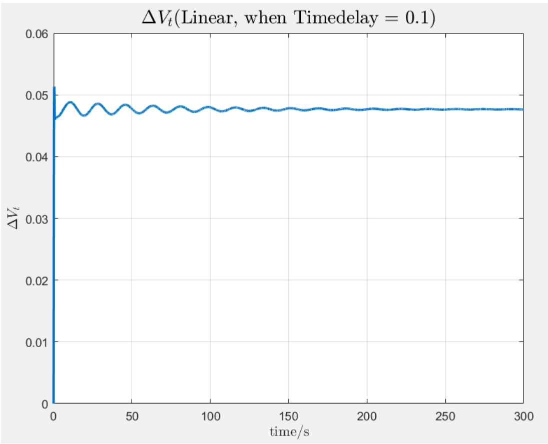
从u_{ref}到V_t的开环传递函数：

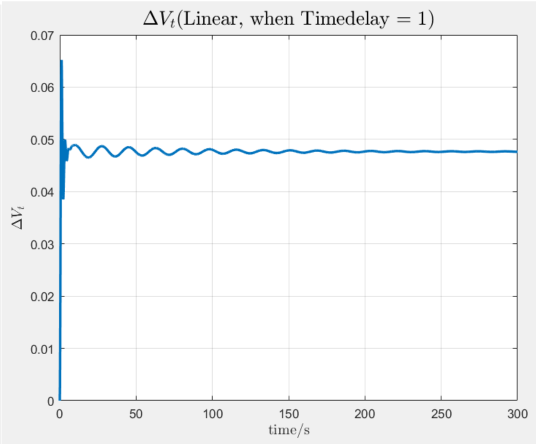
$$G_{V_t}(s)=\frac{100}{s+1}\cdot\frac{0.07552s^2+0.00151s+0.009872}{s^3+0.572s^2+0.1879s+0.04846}$$

②试分析闭环系统的稳定性（取 Gain_AVR=100，Timedelay = 0.1，1，10，100），并通过仿真进行验证（Timedelay = 0.1，1 的情况，线性模型即可）



先通过画 Nyquist 图的方式判断闭环系统的稳定性，可以发现四种情况下，Nyquist 图均不包围$(-1,j0)$，因此闭环系统均为稳定。





对前两种情况的线性模型进行时域仿真，在平衡点处给予一个 0.05 的阶跃扰动，观察输出V_t波形变化。可以发现，Timedelay=0.1, 1，闭环系统均稳定。

③试分析，在 Timedelay=100 时，闭环系统能保持稳定的最大 Gain_AVR 是多少？ 通过仿真进行验证（线性模型即可）。

$$G(s) = \frac{K}{100s+1} \cdot \frac{0.07552s^2 + 0.00151s + 0.009872}{s^3 + 0.572s^2 + 0.1879s + 0.04846}$$

先采用 Routh 表进行理论分析，如下：

特征方程：

$$100s^4 + 58.2s^3 + (19.36 + 0.07552K)s^2 + (5.034 + 0.00151K)s + 0.04846 + 0.009872K = 0$$

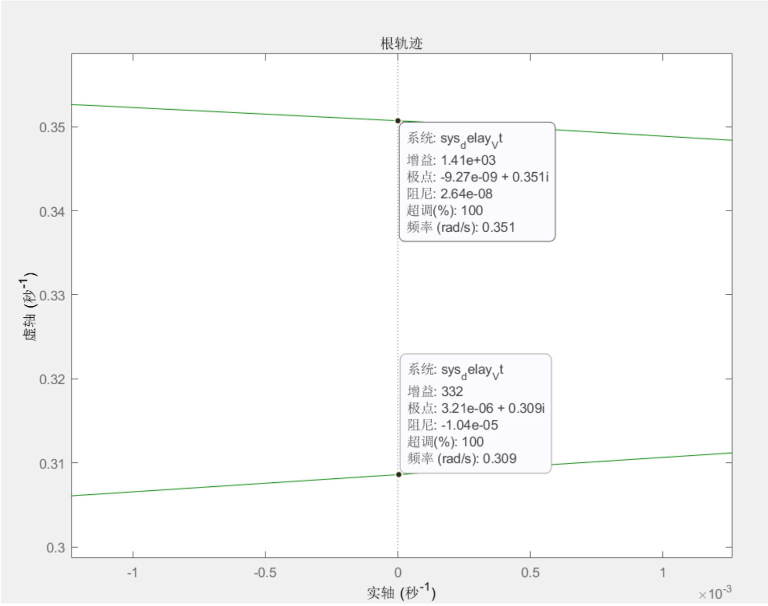
Routh 表：

s^4	100	$19.36 + 0.07552K$	$0.04846 + 0.009872K$
s^3	58.2	$5.034 + 0.00151K$	0
s^2	$10.7127 + 0.0729K$	$0.04846 + 0.009872K$	0
s^1	$\dfrac{51.11 - 0.1914K + 0.00011K^2}{10.7127 + 0.0729K}$	0	0
s^0	$0.04846 + 0.009872K$	0	0

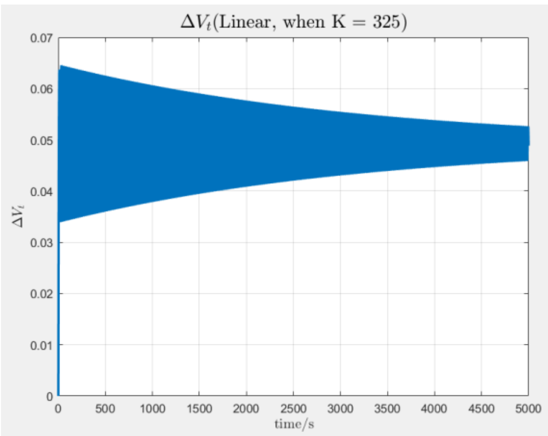
令 Routh 表第一列各项元素均为正，解得：

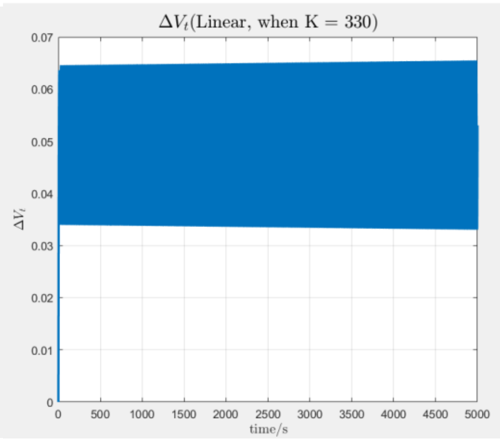
$$K < 329.38 \ or \ K > 1410.61$$

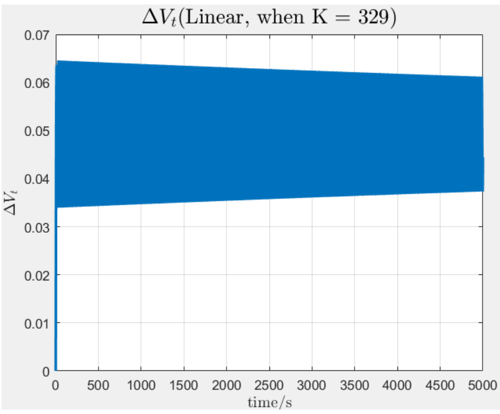
还可以利用根轨迹：



可以知道在$K < 332$时，闭环系统稳定。







通过对线性模型进行时域仿真：当$K = 325$时，闭环系统稳定，当$K = 330$时，闭环系统不稳定。因此闭环系统能保持稳定的最大 Gain_AVR 大约是 329。

（2）采用纯延迟环节来建模滞后效应，

①试写出从u_{ref}到V_t的开环传递函数（Gain_AVR=100，Timedelay=1）；

纯延时环节可以写为：$G(s) = e^{-\tau_0 s}$

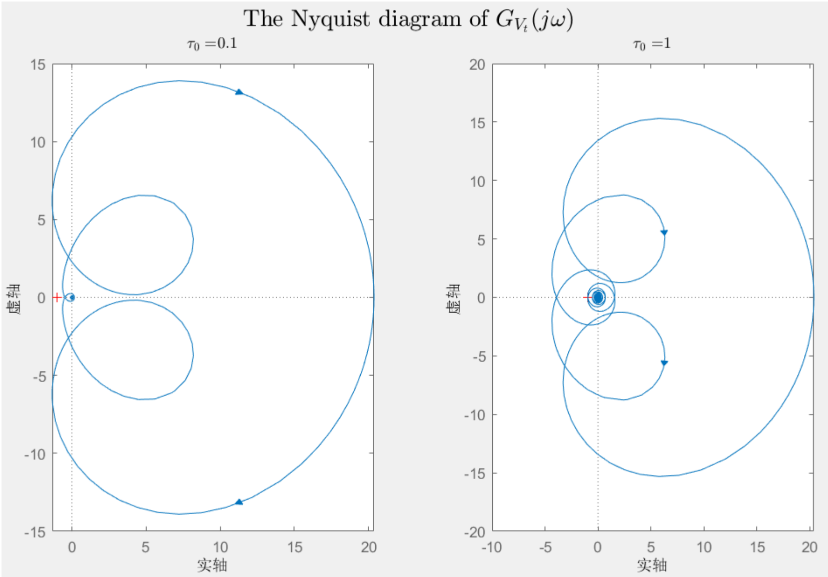
考虑 AVR 增益与滞后环节：

$$G_0(s) = 100e^{-s}$$

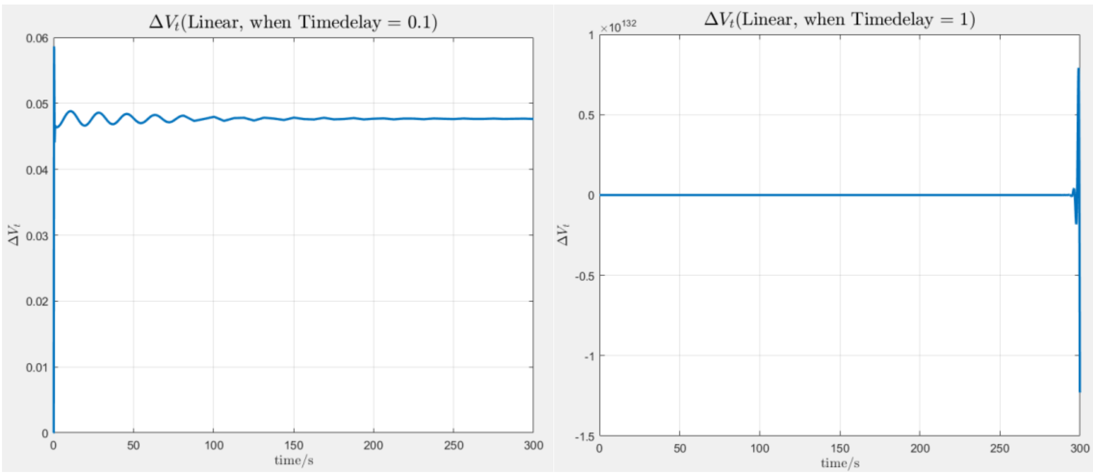
从u_{ref}到V_t的开环传递函数：

$$G_{V_t}(s) = 100e^{-s} \cdot \frac{0.07552s^2 + 0.00151s + 0.009872}{s^3 + 0.572s^2 + 0.1879s + 0.04846}$$

②试分析闭环系统的稳定性（取 Gain_AVR=100，Timedelay = 0.1，1），并通过仿真进行验证（线性模型即可）

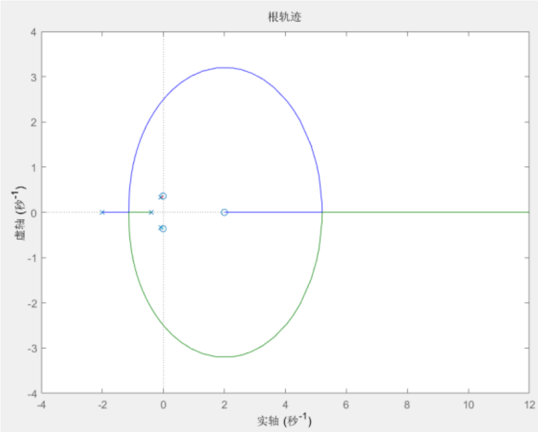


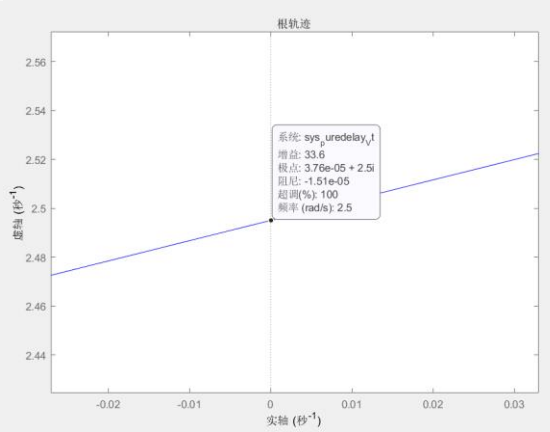
先通过画 Nyquist 图的方式判断闭环系统的稳定性，可以发现 Timedelay=0.1 时，Nyquist 图不包围$(-1, j0)$，因此闭环系统均为稳定；而 Timedelay=1 时，Nyquist 图顺时针包围$(-1, j0)$两圈，因此闭环系统不稳定。



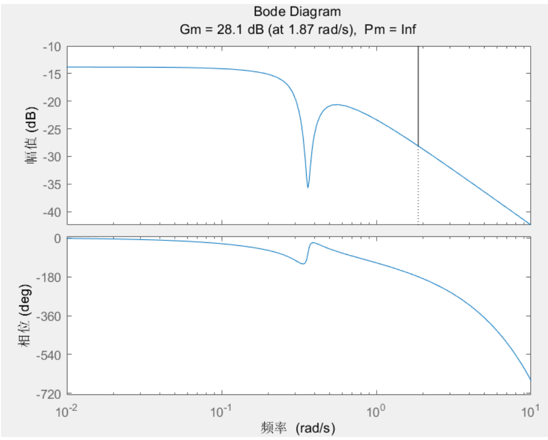
对前两种情况的线性模型进行时域仿真，在平衡点处给予一个 0.05 的阶跃扰动，观察输出V_t波形变化。可以发现，Timedelay=0.1，闭环系统稳定；Timedelay=1，闭环系统不稳定。结论与 Nyquist 图分析结果相同。

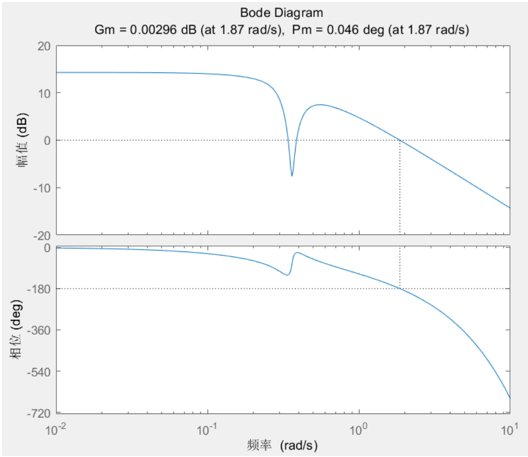
③试分析，在 Timedelay=1 时，闭环系统能保持稳定的最大 Gain_AVR 是多少？通过仿真进行验证（线性模型即可）



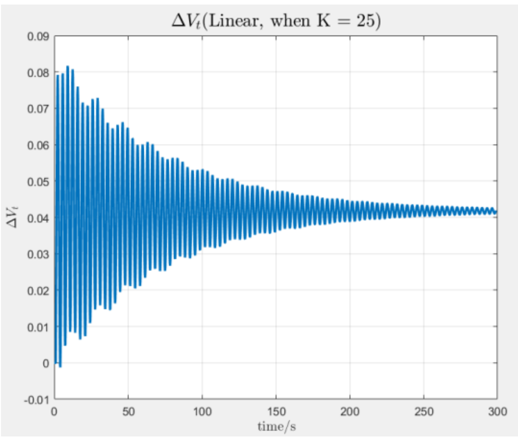


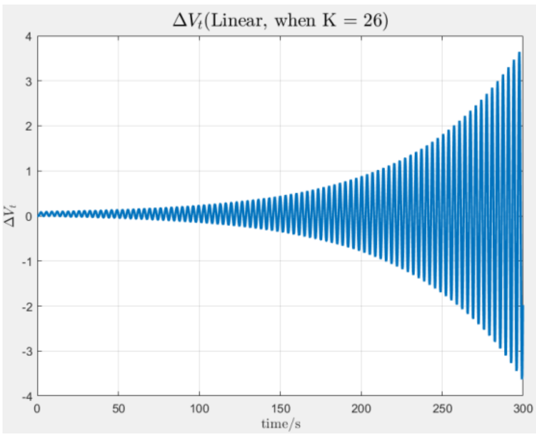
采用 Pade 逼近，对纯延时环节进行线性化，画出根轨迹，可以知道闭环系统能保持稳定的最大 Gain_AVR 是 K=33.6。





K=1 时，幅值裕度为 28.1dB，可以计算出最大 Gain_AVR 是 K=25.46；再利用 K=25.46 画出 Bode 图，可以发现此时幅值裕度为 0.00296dB，处于临界稳定状态。





通过对线性模型进行时域仿真：当$K = 25$时，闭环系统稳定，当$K = 26$时，闭环系统不稳定。因此闭环系统能保持稳定的最大 Gain_AVR 大约是 25。由此可知，对纯延时环节采用 Pade 逼近，再用根轨迹法求出 Gain_AVR 会使得结果不准确；直接采用纯延时环节画 Bode 图较为准确。

2.未知扰动：

以u_{ref}为输入，ω为输出，对于只有 AVR 控制的闭环系统（Gain_AVR=3.3，无滞后），和有 AVR+PSS 控制的闭环系统（Gain_AVR=100，无滞后，PSS 为作业六中获得），分别在有以上三种偏差的情况下分析系统的稳定性？（无需验证）

以u_{ref}为输入，ω为输出的传递函数为：

$$G'_{0\omega}(s)=\frac{-0.03089\,s}{s^3+0.572\,s^2+0.1879\,s+0.04846}$$

对于只有 AVR 控制的闭环系统，考虑$Gain_AVR=3.3$，无滞后，得到：

$$G'_{1\omega}(s)=\frac{-0.1019\,s}{s^3+0.572\,s^2+0.1879\,s+0.04846}$$

鉴于不考虑，仅需考虑$K_{AVR}G'_{0V_t}(s)$，即

$$G'_{K0V_t}(s)=3.3\cdot\frac{0.07552\,\mathrm{s}^2+0.00151\,\mathrm{s}+0.009872}{\mathrm{s}^3+0.572\,\mathrm{s}^2+0.1879\,\mathrm{s}+0.04846}$$

对于有 AVR+PSS 控制的闭环系统，考虑$Gain_AVR=100$，无滞后，PSS作业六中的得到：

$$G_c(s)=1.0278\frac{2.7964s+1}{0.05593s+1}\cdot\frac{8.3333s+1}{416.665s+1}$$

$$\begin{aligned}G'_{2\omega}(s)&=1.0278\frac{2.7964s+1}{0.05593s+1}\cdot\frac{8.3333s+1}{416.665s+1}\cdot\frac{-3.089\,s}{s^3+\ 8.124\,s^2+\ 0.3389\,s\ +\ 1.036}\\&=\frac{-73.98\,s^3-\ 35.33\,s^2-\ 3.174\,s}{23.3\,s^5+\ 606\,s^4+\ 3394\,s^3+\ 173.5\,s^2+\ 431.9\,s\ +\ 1.036}\\&=\frac{-3.1745\,s\,(s+0.3576)(s+0.12)}{(s+17.88)(s+8.098)(s+0.0024)(s^2+\ 0.02606s\ +\ 0.1279)}\end{aligned}$$

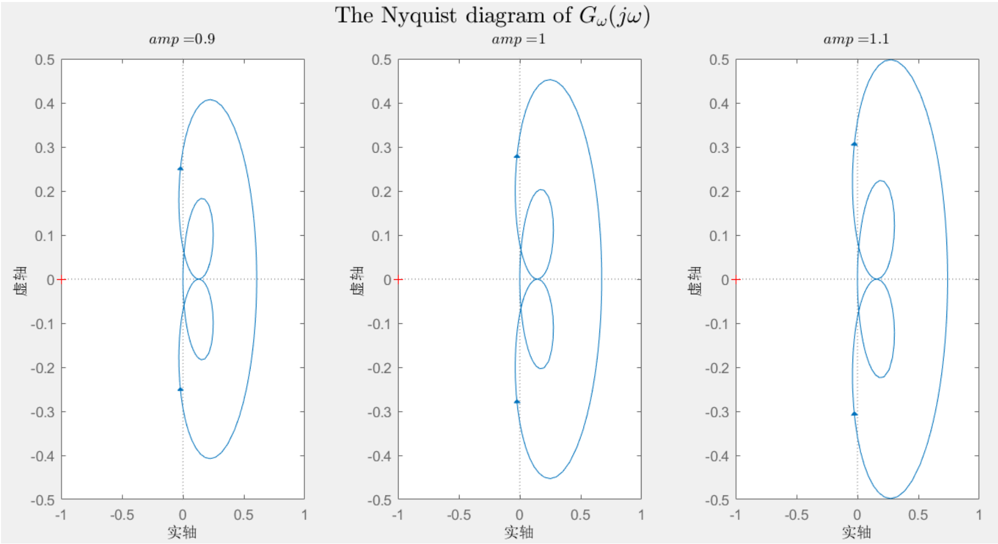
实际中，系统的传递函数本身会与预期存在一定偏差，偏差的具体情况我们无从知晓，只能获取以下信息：

（1）由于某个比例环节的不精确，导致开环系统的传递函数可能有不超过±10%的波动；

$$0.9G(j\omega)\sim1.1G(j\omega)$$

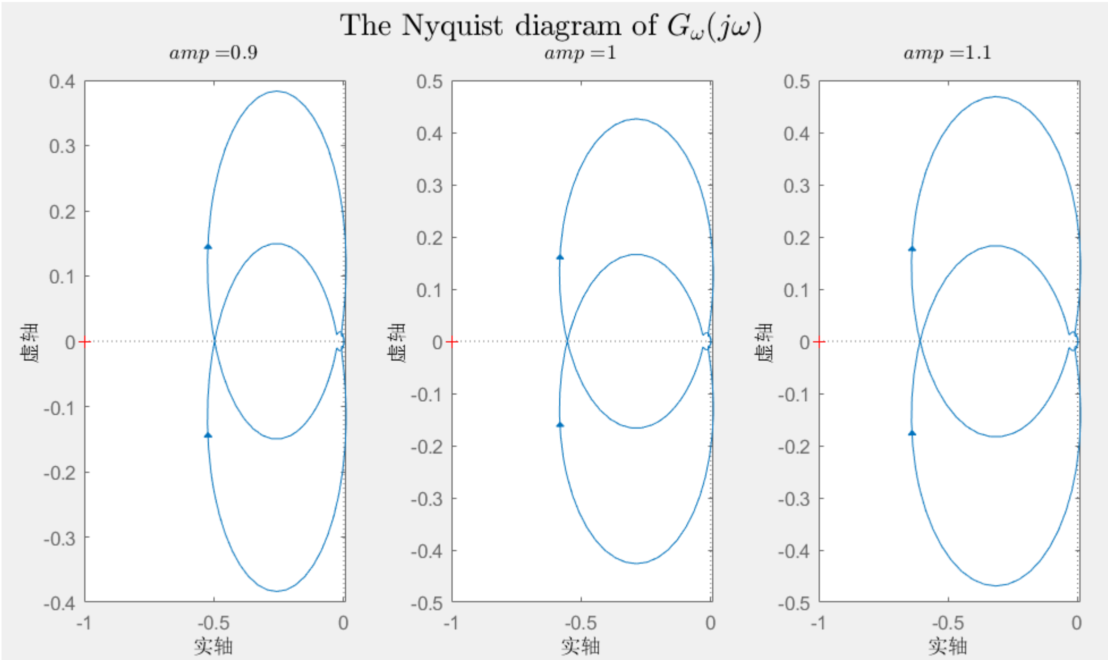
第一类扰动仅影响系统的幅频特性，而不影响系统的相频特性，因此可以考虑直接画出波动范围内系统的 Bode 图，直接判断其稳定性。

对于只有 AVR 控制的闭环系统：



可以发现，在$amp = 0.9, 1, 1.1$时，Nyquist 图不包围$(-1, j0)$，因此闭环系统均为稳定。

对于有 AVR+PSS 控制的闭环系统：



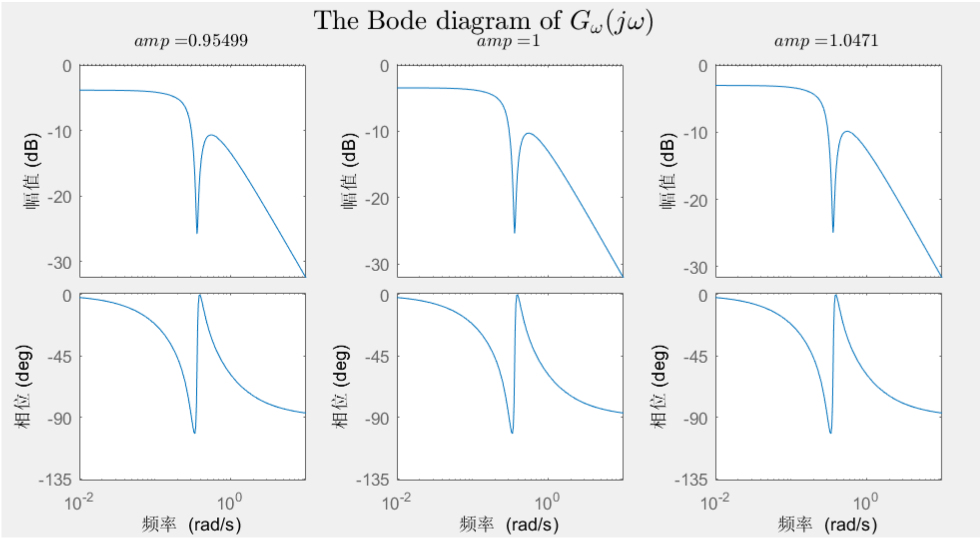
可以发现，在$amp = 0.9, 1, 1.1$时，Nyquist 图不包围$(-1, j0)$，因此闭环系统均为稳定。

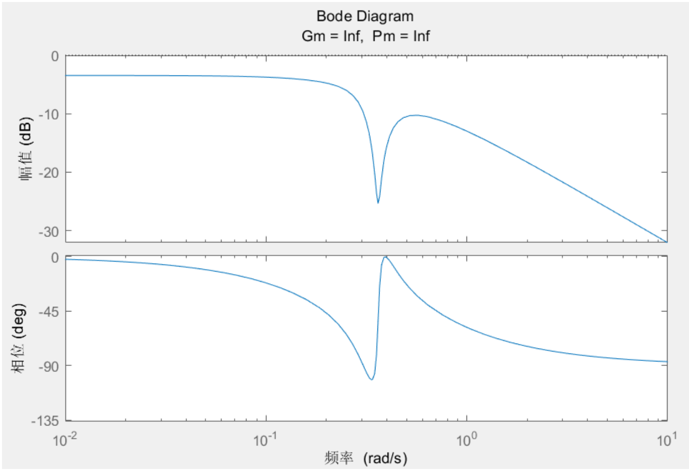
（2）由于一些不可预知的因素，导致开环系统的传递函数与我们的预期存在某种偏差，目前只能确定偏差的幅频特性的大小不超过 0.4

$$G(j\omega) + \Delta(j\omega), |\Delta(j\omega)| \le 0.4$$

第二类扰动既会影响系统的幅频特性，也会影响系统的相频特性，而系统相频特性的影响则无法预料，因此只能通过 Bode 图看幅频特性，如果幅频特性曲线全部在 0dB 线以下，则$\phi(\omega)$穿越$-180°$线时，总有$L(\omega_g) < 0$，闭环系统稳定。

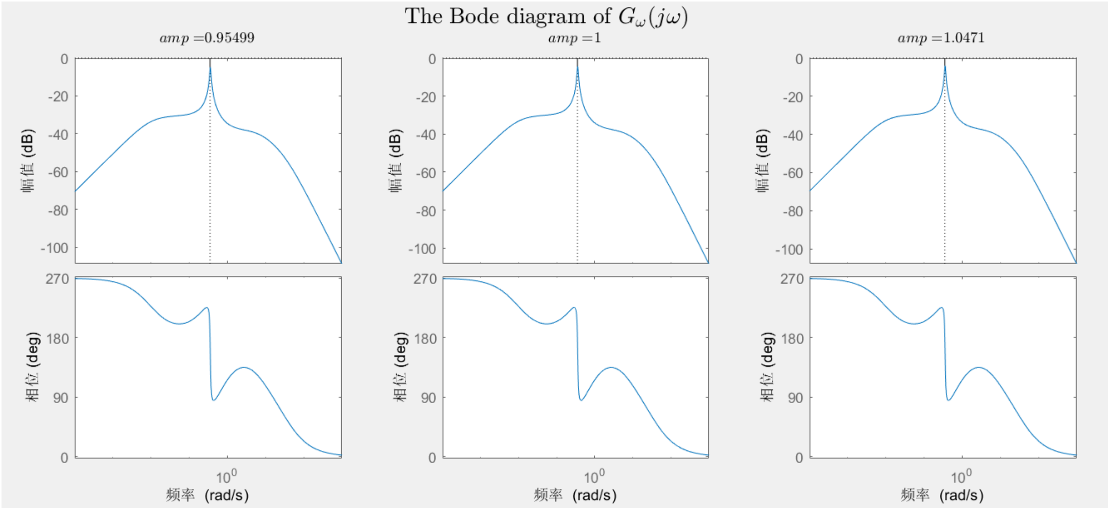
对于只有 AVR 控制的闭环系统：幅频特性大小不超过 0.4，则 AVR 增益最大为$3.3\times 10^{\frac{0.4}{20}}=3.456$。绘制相应的 Bode 图如下：

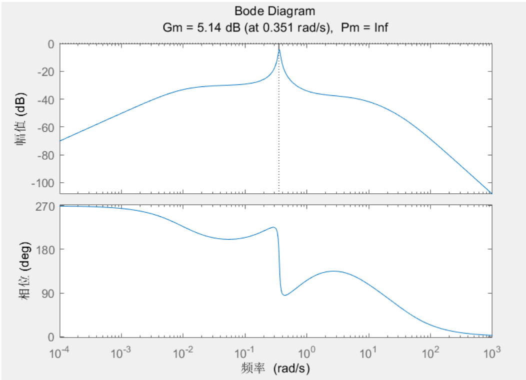


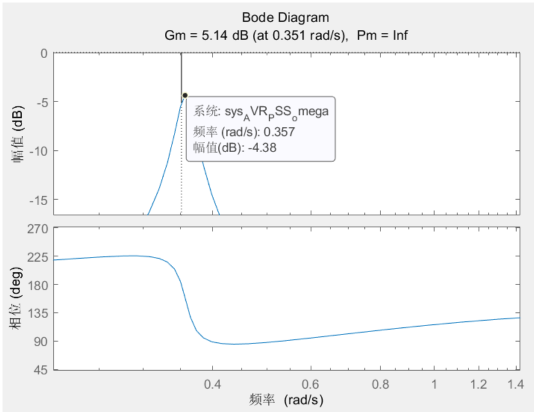


当 amp=1 时，即原系统幅值没有波动，此时幅频特性最大值为-3.45dB，幅频特性波动$\pm 0.4dB$，可以保证幅频特性最大值小于 0，因此可以保证系统的稳定。

对于有 AVR+PSS 控制的闭环系统：







当 amp=1 时，即原系统幅值没有波动，此时幅频特性最大值约为-4.38dB，幅频特性波动$\pm 0.4dB$，可以保证幅频特性最大值小于 0，因此可以保证系统的稳定。

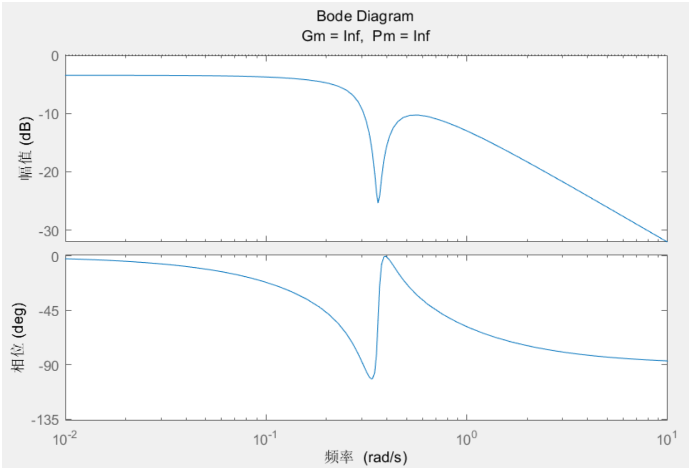
（3）由于一些不可预知的因素，导致开环系统的传递函数与我们的预期存在某种偏差，目前只能确定偏差的幅频特性的大小不超过原系统的 20%

$$G(j\omega)+\Delta(j\omega), |\Delta(j\omega)| \le 0.2|G(j\omega)|$$

第三类扰动和第二类扰动类似，既会影响系统的幅频特性，也会影响系统的相频特性，而系统相频特性的影响则无法预料，因此只能通过 Bode 图看幅频特性，如果幅频特性曲线全部在 0dB 线以下，则$\phi(\omega)$穿越$-180°$线时，总有$L(\omega_g) < 0$，闭环系统稳定。

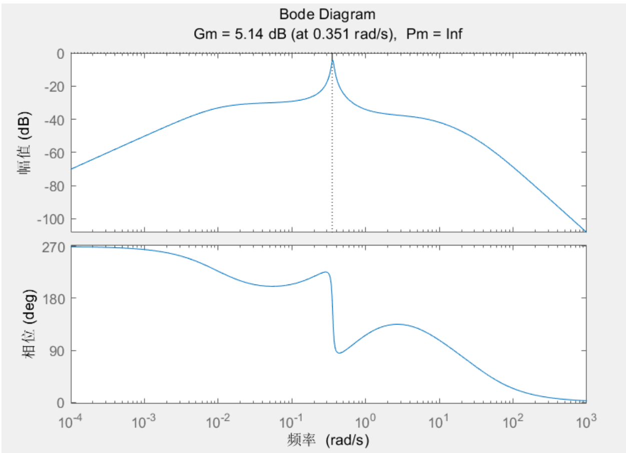
而幅值特性的变化范围是原系统的 0.8~1.2 倍。

对于只有 AVR 控制的闭环系统，绘制相应的 Bode 图如下：



和第二类扰动类似，此时幅频特性最大值为-3.45dB，在 0.8~1.2 的范围内波动可以保证幅频特性最大值小于 0，因此可以保证系统的稳定。

对于有 AVR+PSS 控制的闭环系统：



和第二类扰动类似，此时幅频特性最大值约为-4.38dB（0.6039），在幅值 0.8~1.2 的范围内波动可以保证幅频特性最大值小于 0dB，因此可以保证系统的稳定。

d. 总结

体会一阶惯性环节和纯延时环节在滞后效应刻画上的异同，总结纯延时环节的一般分析方法；

一阶惯性环节是纯延时环节的一阶泰勒展开式。

$$G(s) = e^{-\tau_0 s} \approx \frac{1}{\tau_0 s + 1}$$

惯性环节从输入开始时刻就已有输出，仅由于惯性，输出要滞后一段时间才接近所要求的输出值；而纯延迟环节从输入开始后在前τ_0时间内没有输出，但τ_0之后，输出完全等于输入。

但在近似简化的线性模型中，当延迟时间τ 足够小时，可以直接用一阶惯性环节代替纯延时环节实现延时的效果。

分析体会根轨迹法和 Nyquist 图的优缺点和适用范围；

根轨迹法的 rlocus 命令不能用于具有延迟的连续时间模型，需先对传递函数使用 pade 命令逼近延迟；而 nyquist 图则可以直接画出带有延迟的连续时间模型图。

编程时间：约 7 小时。

撰写报告时间：4 小时。

总结与反馈：😊