2022秋期中概统复习课

主讲人：王晗

物理系 应用物理学 本科

电子系 电子科学与技术 硕士在读

周五复习课 Outline

1. 概统重点难点讲解（附例题）
2. 框架梳理（偏基础）
3. 针对性答疑（根据问卷收集结果）

周日复习课 Outline

1. 第一章
2. 第二章
3. 第三章

7	第二章 感觉就是很奇怪 也弄不清函数和密度函数之间的关系，然后泊松也不太懂，上课助教提到了伽马分布啥的 但感觉上课完全没学过。 还有一些几何类的题（比如投针）真的不会分析啊啊啊
9	证明 一些分布模型运用 二位随机变量相关的计算
19	各个函数理解上还有问题，不清晰，比较混乱。
21	与积分联系的部分

第1题：目前概统这门课你在哪些地方遇到了困难？[填空题]

隐藏词云图

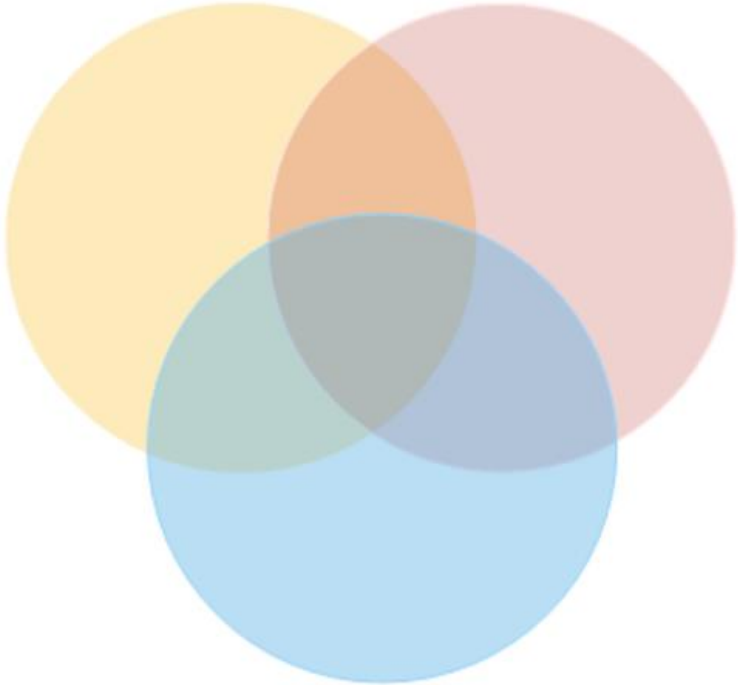
查看详细信息

答卷数据有更新，您可以获取最新分析结果 提交更新

基本概念

1.样本空间

公式不用记，画韦恩图都能搞定



事件的运算定律

交换律 $A\cup B=B\cup A,\ A\cap B=B\cap A$

结合律 $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$

$A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$

分配律 $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$

$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$

德·摩根（De Morgan）律

$$\overline{A\cup B}=\bar{A}\cap\bar{B},\ \overline{A\cap B}=\bar{A}\cup\bar{B}$$

基本概念

2. 概率测度（即概率的计算）

- 古典概型 $\boldsymbol{P(A)=\dfrac{A\text{的事件数}}{\text{总事件数}}}$

- 几何概型 $\boldsymbol{P(A)=\dfrac{A\text{ 的面积}}{\Omega\text{ 的面积}}}$

补充：容斥原理 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

$$
\begin{aligned}
P(A_1\cup A_2\cup A_3)=&P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)\\
&-P(A_1A_2)-P(A_2A_3)-P(A_1A_3)\\
&+P(A_1A_2A_3)
\end{aligned}
$$

排列 & 组合

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)\cdots(n-k+1)$$

排列问题需要考虑排序

$$\binom{n}{k} = C_n^k = \frac{A_n^k}{A_k^k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$
$$= \frac{n(n-1)\cdots(n-k+1)}{k!}$$

组合问题不考虑排序

例题 (考试一般不会考，仅作为兴趣练习)

1. 从4名男生和3名女生中选出3人，分别从事三项不同的工作，若这3人中至少有1名女生，则选派方案共有 186 种

3. 安排7位工作人员在5月1日到5月7日值班，每人值班一天，其中甲、乙二人都不能安排在5月1日和2日，不同的安排方法共有 2400 种

4. 要排出某班一天中语文、数学、政治、英语、体育、艺术6门课各一节的课程表，要求数学课排在前3节，英语课不排在第6节，则不同的排法种数为 288

5. 某工程队有6项工程需要单独完成，其中工程乙必须在工程甲完成后才能进行，工程丙必须在工程乙完成后才能进行，有工程丁必须在工程丙完成后立即进行。那么安排这6项工程的不同排法种数是 ~~30~~ 20.

甲 乙 $\boxed{丙丁}$.

题目来源：黄冈中学习题课

条件概率 (Conditional Probability)

(定义式) Definition: Let A and B be two events with P(B) > 0. The conditional probability of A given B is defined to be

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

公式1

$$P(AB) = P(B|A)P(A)$$

$$= P(A|B)P(B)$$

跟上面是同一个公式，不用记

“A发生且B发生”加上“A发生且B不发生”，包含了“A发生”的所有情况，既不重复也不遗漏

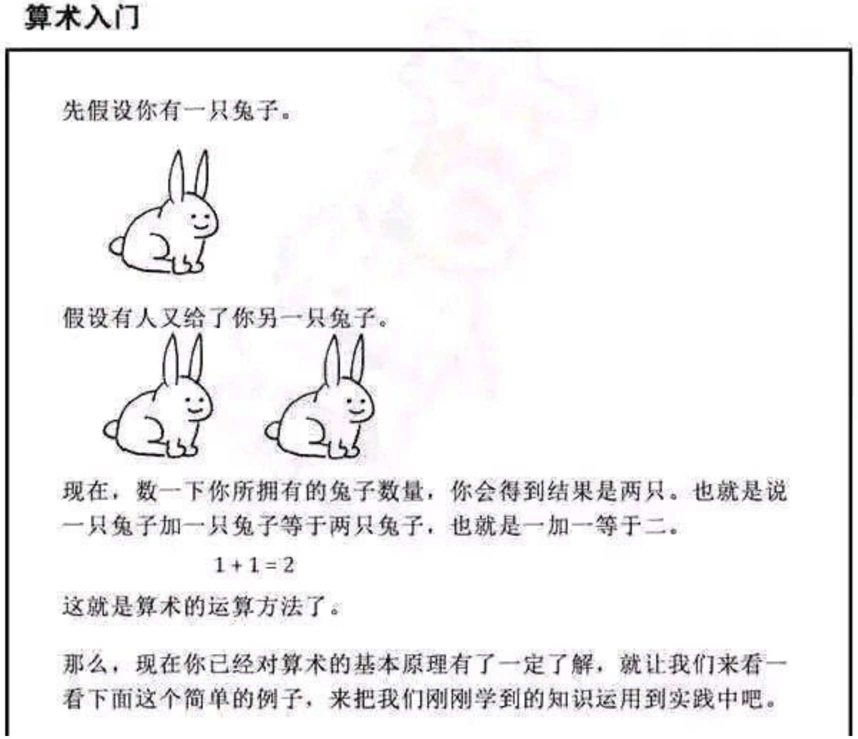
$$P(A) = P(AB) + P(A\bar{B})$$

$$= P(B|A)P(A) + P(\bar{B}|A)P(A)$$

公式2

贝叶斯公式 (Bayes' Rule)

设人群中新冠阳性概率为0.0004。若人为阳性，核酸检测为阳的概率为0.95；若人为阴性，核酸检测为阴性的概率为0.99. 现有一疑似病例核酸结果为阳，那么其确实为阳性的概率为多少？



算术入门

先假设你有一只兔子。

假设有人又给了你另一只兔子。

现在，数一下你所拥有的兔子数量，你会得到结果是两只。也就是说一只兔子加一只兔子等于两只兔子，也就是一加一等于二。

$$1+1=2$$

这就是算术的运算方法了。

那么，现在你已经对算术的基本原理有了一定了解，就让我们来看一看下面这个简单的例子，来把我们刚刚学到的知识运用到实践中吧。

试试看！
例题 1.7

$$\log \Pi(N) = \left(N+\frac{1}{2}\right)\log N - N + A - \int_N^\infty \frac{\overline{B}_1(x)\mathrm{d}x}{x}, \quad A = 1 + \int_1^\infty \frac{\overline{B}_1(x)\mathrm{d}x}{x}$$

$$\log \Pi(s) = \left(s+\frac{1}{2}\right)\log s - s + A - \int_0^\infty \frac{\overline{B}_1(t)\mathrm{d}t}{t+s}$$

设人群中新冠阳性概率为0.0004。若人为阳性，核酸检测为阳的概率为0.95；若人为阴性，核酸检测为阴性的概率为0.99. 现有一疑似病例核酸结果为阳，那么其确实为阳性的概率为多少?

设：$A=\{\text{核酸结果为阳}\}$　　$C=\{\text{此人实际为阳}\}$

翻译条件

则有：$P(A|C)=0.95, P(\bar{A}|\bar{C})=0.99, P(C)=0.0004.$

$$P(C|A)=\frac{P(AC)}{P(A)}=\frac{P(AC)}{P(AC)+P(A\bar{C})}$$

$$=\frac{P(A|C)P(C)}{P(A|C)P(C)+P(A|\bar{C})P(\bar{C})}$$

Bayes' Rule

贝叶斯公式可以由前面的公式1和公式2很自然地推出来，不需要专门去背

2021秋概统期中考试题

1. 学生在做一道有 4 个选项的单项选择题时，如果学生不知道正确答案，就作随机猜测. 现从卷面上看题是答对了，试在以下情况下求学生确实知道正确答案的概率.
   a) 学生知道正确答案和胡乱猜测的概率都是 0.5.
   b) 学生知道正确答案的概率都是 0.2.

   A student needs to select 1 choice from 4 optional choices for answering a question. The student will randomly select a choice if having not got the answer, and of course will select it if having obtained the answer. Now the student's selected choice is the answer, what is the probability that the student has obtained the answer before selecting a choice based on the following scenarios?
   a) The probability of having obtained the answer before selecting a choice is 0.5.
   b) The probability of having obtained the answer before selecting a choice is 0.2.

三门问题

Monty Hall Problem

Monty Hall Problem 源自美国电视娱乐节目，曾在全美引起了相当大的争论。最后以该节目主持人的名字将该问题命名为 **Monty Hall Problem**。

翻译题目

事件A为车在A门后面

事件B为你选了A

事件C为主持人选择B

求$P(A|BC)$

“条件”是什么？

三门问题

一般地，如果 $P(A_1 \cdots A_{n-1}) > 0$,则

$$P(A_1 A_2 \cdots A_n) = P(A_1 A_2 \cdots A_{n-1}) P(A_n | A_1 A_2 \cdots A_{n-1})$$
$$= P(A_1) P(A_2 | A_1) P(A_3 | A_1 A_2) \cdots P(A_n | A_1 A_2 \cdots A_{n-1})$$

翻译题目

事件A为车在A门后面

事件B为你选了A

事件C为主持人选择B

求$P(A|BC)$

“条件”是什么？

独立性 (Independence)

A, B **独立** $\Leftrightarrow P(AB) = P(A)P(B)$

补充概念：不相容 (disjoint)，即不会同时发生

跟独立没什么关系，但课件里放到一起讲了

A, B**不相容** $\Leftrightarrow AB = \Phi$

当$P(A) > 0, P(B) > 0$时，若A与B不相容，则A与B一定不独立

离散变量 & 连续变量，分布函数

离散 (discrete) r. v.

频率函数的几种表示方法

解析式法

$$P\{X=x_k\}=p_k \quad (k=1,2,\cdots)$$

离散 & 连续 (continuous) r. v. 通用

r.v X 的(累积)分布函数

$$F(x)=P\{X\le x\}\ , \ -\infty<x<\infty$$

例题：设随机变量X,Y相互独立，分布函数(CDF)分别为$F_X(x)$和$F_Y(y)$，求$Z=\max(X,Y)$的分布函数。

$$F_Z(z)=P\{Z\le z\}=P\{X\le z,Y\le z\}=P\{X\le z\}\cdot P\{Y\le z\}=F_X(z)\cdot F_Y(z)$$

连续分布的函数

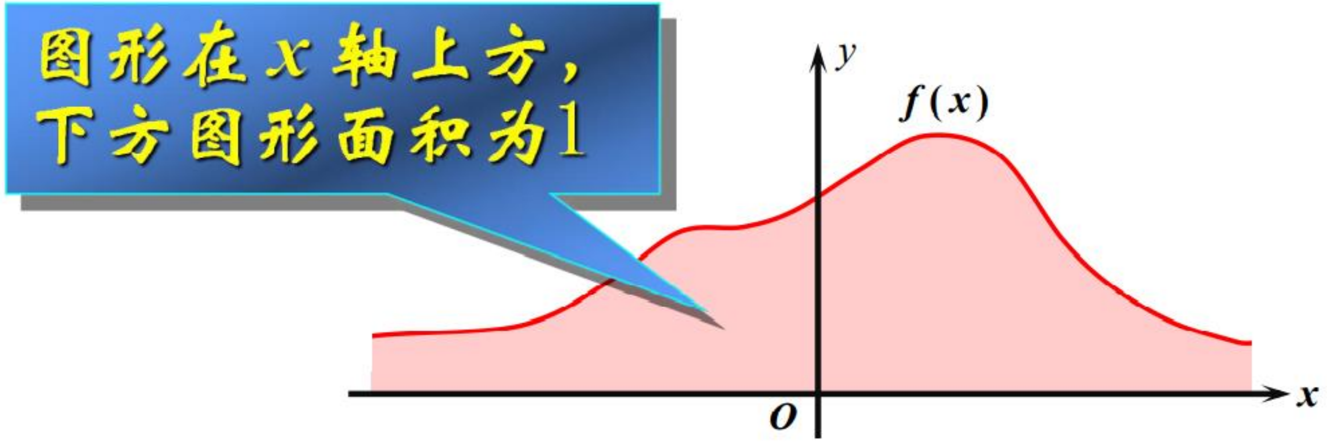
若随机变量X的分布函数$F(x)$可表示为：$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$，其中$f(x)\geq 0.$

则称$f(x)$为X的**概率密度函数**。

在$f(x)$的连续点处有

$$f(x)=F'(x)$$ (通过微积分的性质可以很容易看出来)

$$P\{x_1<X\leq x_2\}=F(x_2)-F(x_1)=\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx$$



$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx=F(\infty)=P(X\leq\infty)=1$$

一些典型的分布(1) ——离散变量篇

- **伯努利分布**

伯努利实验：只产生两个结果$A, \bar{A}$ 的实验

n重伯努利实验：将伯努利实验独立重复进行n次的实验。

令A发生的概率为p，X为事件A发生的次数，则$X \sim b(n, p)$

$$\boldsymbol{P(X=k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}}$$

通过古典概型可得到概率公式

- **泊松分布** (n非常大，p非常小的n重伯努利分布，趋近于泊松分布)

$$\textbf{若} X \sim P(\lambda)\textbf{，则} P\{X=k\}=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}, k=0,1,2,\cdots$$

泊松分布的期望为λ，方差为$\lambda^2+\lambda$（期中不考，期末可能会考）

泊松分布与伯努利分布

伯努利实验：只产生两个结果$A,\bar{A}$ 的实验

n重伯努利实验：将伯努利实验独立重复进行n次的实验。

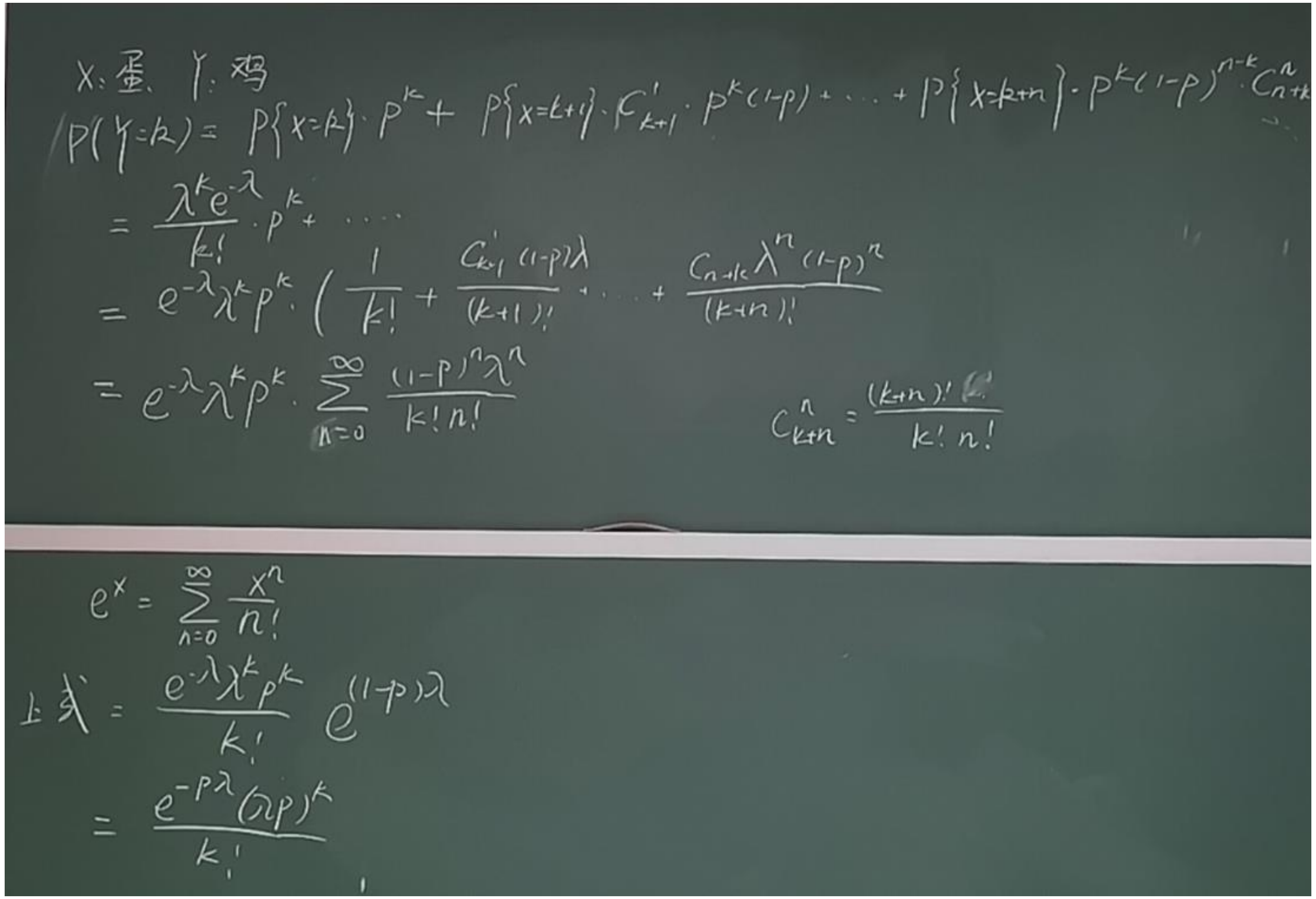
令A发生的概率为p，X为事件A发生的次数，则$X\sim b(n,p)$

n非常大，p非常小的n重伯努利分布，趋近于泊松分布

即: 若$X\sim b(n,p)$, 且$n\rightarrow\infty,p\rightarrow 0$. 则$X\sim P(\lambda)$，$\lambda=np$

2021秋概统期中考试题

3. 若每只母鸡产蛋的个数服从参数为λ的泊松分布，而每个蛋能孵化成小鸡的概率为p. 试证：每只母鸡有k只小鸡的概率服从参数为λp的泊松分布.



一些不怎么考的分布(1) ——离散变量篇

1. 几何分布 (Geometric distribution)：一种特殊的伯努利分布

- 成功概率为p，成功1次就收手，一共实验了k次才成功。

$$P\{X=k\}=(1-p)^{k-1}p,\quad k=1,2,3,\ldots$$

2. 负二项分布 (Negative binomial distribution)：几何分布的plus版

- 成功概率为p，成功r次就收手，一共实验了k次才成功r次。

$$P\{X=k\}=C_{k-1}^{r-1}p^r(1-p)^{k-r}$$

3. 超几何分布 (hypergeometric distribution)：→

高中学过，不多讲了

假设盒中有n个球，其中r个黑球，$n-r$个白球.
从盒中无重复地抽取m个球.
令X表示抽到的黑球个数.

$$P\{X=k\}=\frac{C_r^k C_{n-r}^{m-k}}{C_n^m},\quad k=1,\ldots,m$$

一些典型的分布(2) ——连续变量篇

1. 均匀分布 (Uniform distribution)

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & a<x<b\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

在区间$a<x<b$上概率不变，且满足$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx=1$

2. 指数分布 (Exponential distribution)

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

容易记错公式？算一算$\int_{0}^{\infty} f(x)\,dx$，看是否等于1.

一些典型的分布(2) ——连续变量篇

指数分布的重要性质--无记忆性

设 $X \sim EXP(\lambda), \forall\ s>0, t>0$ 考虑概率

$$P\{X>s+t \mid X>s\} = \frac{P\{X>s+t, X>s\}}{P\{X>s\}}$$

$$= \frac{P\{X>s+t\}}{P\{X>s\}}$$

$$= \frac{e^{-\lambda(s+t)}}{e^{-\lambda s}} = e^{-\lambda t}$$

已经活了s年，再活t年的概率与当前寿命无关

6. 设随机变量 Y 服从参数为 1 的指数分布，a 为常数且大于 0，则 $P\{Y \le a+1 | Y>a\} =$__________.

答案：$1-\frac{1}{e}$

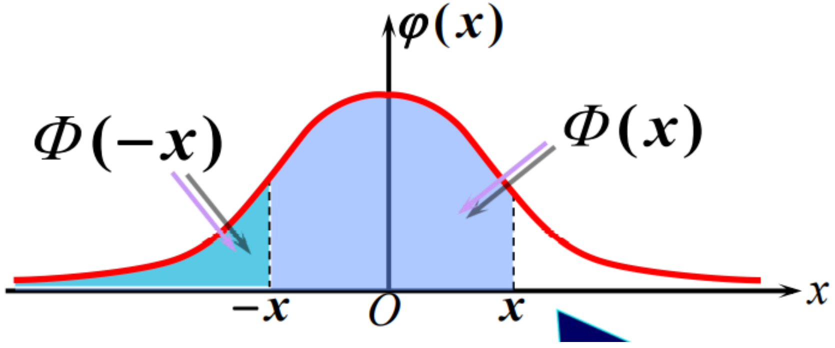
同样不建议记结论，有印象即可。大不了花1分钟推一遍公式

一些典型的分布(2) ——连续变量篇

3. 正态分布 (Normal distribution)： $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < \infty$$

μ：均值，σ：标准差



$\Phi(x)$：标准正态分布中，变量值小于x的概率

例：若$\boldsymbol{X \sim N(\mu, \sigma^2)}$，求$F(1)$

提示：令$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$，

则 $F(1) = P(X \leq 1) = P(Z \leq \mu + \sigma)$，查表找到$\Phi(\mu + \sigma)$即可

一些典型的分布(2) ——连续变量篇

3. 正态分布：$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

若X, Y**相互独立**，且 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N\left(\mu, \sigma_2^2\right)$

则

$$\boxed{\begin{aligned} X + Y &\sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2) \\ aX &\sim N(a\mu_1, a^2\sigma_1^2) \end{aligned}}$$

- 变量相加减：均值相加减，**方差**相加
- 变量乘a：均值乘a，方差乘a^2

5. 设随机变量$X \sim N(-3, 25)$，令$Y = -2(X+3)$，则随机变量Y服从的分布及参数为__________.

（往年期中考试题）

一些不怎么考的分布(2) ——连续变量篇

1. 伽马 (gamma) 分布

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\lambda^r}{\Gamma(r)}x^{r-1}e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

2. 贝塔 (beta) 分布 (期中期末都不考，有缘再讲)

$$f(u)=\frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}u^{a-1}(1-u)^{b-1},\quad 0\le u\le 1$$

随机变量的函数

问题：设$r.v.X$的概率密度函数为$f_X(x)$，随机变量$Y=g(X)$，求Y的概率密度函数$f_Y(y)$.

基本流程：

- ① 求$F_Y(y)=P\{Y\le y\}$
- ② $f_Y(y)=\frac{d}{dy}F_Y(y)$

若$y=g(x)$单调递增且处处可导，则

$$f_Y(y)=F_Y'(y)=f_X\left(g^{-1}(y)\right)\cdot\left[g^{-1}(y)\right]'$$

（自己推一遍）

扎扎实实推公式，避免考试被坑 (比如$g(x)$ 不单调或没有反函数)

二维随机变量的联合分布 (Joint distribution）

随机变量X, Y 的分布函数，

$$F(x, y) = P\{X \leq x, Y \leq y\}$$

若存在函数$f(x, y) \geq 0$，使得对任意实数x, y有，

$$F(x, y) = \int_{-\infty}^{x} \int_{-\infty}^{y} f(x, y) dy dx \quad (\forall (x, y) \in R^2)$$

则$f(x, y)$ is probability density function(概率密度函数) or the joint probability density (联合概率密度函数) of X, Y.

一维

在 $f(x)$ 的连续点处有

$$f(x) = F'(x)$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$$

二维

$$f(x,y) = \frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x \partial y}$$

$$F(x,y) = \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{y} f(x,y)dydx$$

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dy$$

边际密度函数

Marginal density function

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(x)\,dx$$

推导过程

$$F_X(x) = F_X(x,\infty) = \int_{-\infty}^{x}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dydx$$

2. 设二维随机变量(X,Y)的联合概率密度

$$f(x,y)=\begin{cases}3y, & 0<x<2,0<y<\dfrac{x}{2}. \\ 0, & 其他\end{cases}$$

试求边缘密度函数$f_X(x)$和$f_Y(y)$.

6. 设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}ke^{-(x+y)}, & 0<x<1, 0<y<\infty, \\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

a) 确定常数k;

b) 求边际密度函数$f_X(x)$，$f_Y(y)$;

c) 求函数$Z=\max\{X,Y\}$的分布函数.

独立随机变量

A,B 相互独立 $\Leftrightarrow$ $P(AB)=P(A)P(B)$

设A,B分布表示 $\{X \le x\},\ \{Y \le y\}$

A,B 相互独立 $\Leftrightarrow$ $P\{X \le x, Y \le y\} = P\{X \le x\} \cdot P\{Y \le y\}$

$\Leftrightarrow$ $F(x,y) = F_X(x) \cdot F_Y(y)$

$\Leftrightarrow$ $f(x,y) = f_Y(x) \cdot f_Y(y)$

条件分布

$P\{X \le x \mid Y = y\}$ 在$\{Y = y\}$发生的条件下，**X的概率分布**

定义式： $f_{X|Y}(x \mid y) \triangleq \dfrac{f(x, y)}{f_Y(y)}$

定义式的推导：

$\forall\ \varepsilon > 0$, **考虑条件概率**

$$P\{X \le x \mid y < Y \le y+\varepsilon\} = \frac{P\{X \le x, y < Y \le y+\varepsilon\}}{P\{y < Y \le y+\varepsilon\}}$$

$$= \frac{\int_{-\infty}^{x}\int_{y}^{y+\varepsilon} f(u,v)\,dv\,du}{\int_{y}^{y+\varepsilon} f_Y(v)\,dv}$$

$$= \frac{\varepsilon\int_{-\infty}^{x} f(u, y_\varepsilon)\,du}{\varepsilon f_Y(\tilde{y}_\varepsilon)}$$

$$\to \int_{-\infty}^{x} \frac{f(u,y)}{f_Y(y)}\,du \quad (\varepsilon \to 0)$$

称为条件分布

应用积分中值定理

称为条件密度

联合分布随机函数 (举个简单例子)

例1：已知(X, Y)~f(x, y), 求$Z = X + Y$的分布函数和密度函数。

复杂一点的例子见后面的“投针实验”

$$F_Z(z) = P\{Z \le z\} = P\{X + Y \le z\}$$

$$= \iint_{x+y\le z} f(x,y)dxdy$$

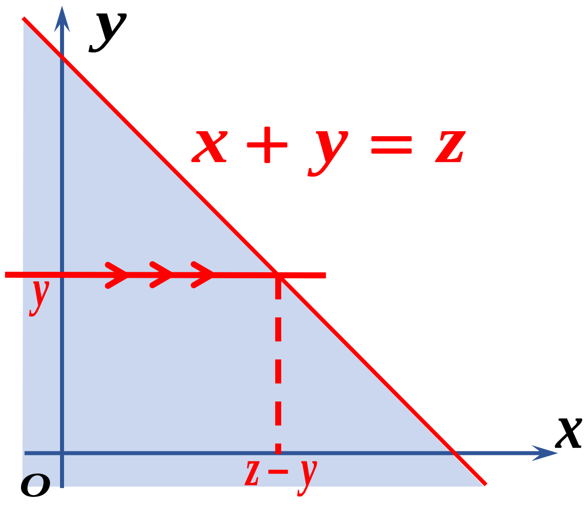
$$= \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{z-y} f(x,y)dx$$

$$\underline{\underline{\text{Let } x = u - y}} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{z} f(u-y,y)dudy$$

$$= \int_{-\infty}^{z}\left[\int_{-\infty}^{\infty} f(u-y,y)dy\right]du$$

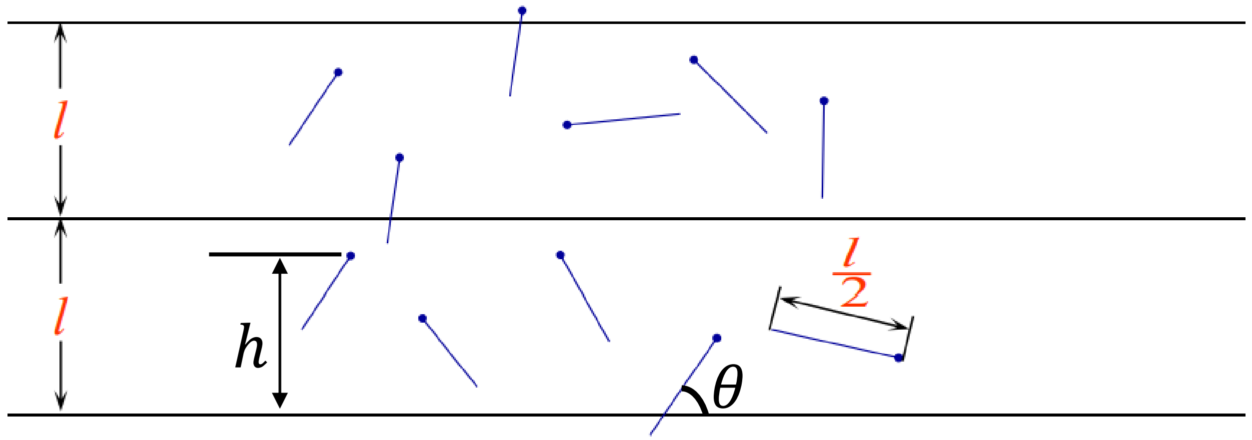
$$\therefore\ f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(z-y,y)dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(x,z-x)dx$$



投针实验 (联合分布的应用)

实例二 “蒲丰投针试验”



记投针的总数为n，针与平行线相交的次数为n_A

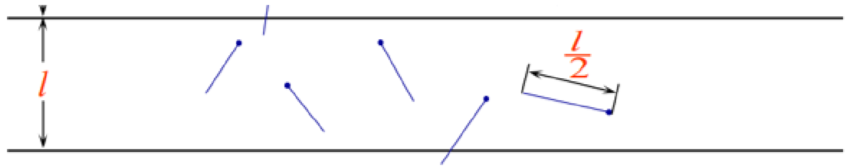
则

$$\frac{n_A}{n} \approx \frac{1}{\pi}$$

$$\therefore \quad \frac{n}{n_A} \approx \pi$$

http://www.math.uah.edu/stat/apps/BuffonNeedleExperiment.html

考虑两条平行线之间的部分



记h为针尾的高度，

θ为针的方向 (与平行线的夹角)

则$h \sim U(0,l), \theta \sim U(0,2\pi)$

记针头高度 $Z = h + \frac{l}{2}\sin\theta$

相交 ⟺ $Z \le 0 \ or \ Z \ge l$

极值和顺序统计量 (1)——极值问题

(一) 极值 $\max(X, Y)$, $\min(X, Y)$ 的分布

① 设 $X \sim F_X(x), Y \sim F_Y(y)$, 且 X, Y 相互独立，则

$$F_{\max}(z) = F_X(z) \cdot F_Y(z)$$

$$F_{\min}(z) = 1 - [1 - F_X(z)] \cdot [1 - F_Y(z)]$$

特别当 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 独立同分布于 $F(x)$ 时有

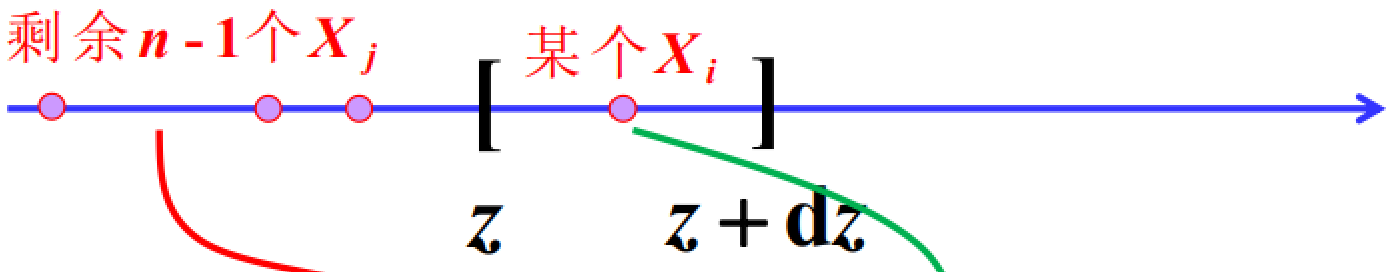
$$F_{\max}(z) = F^n(z)$$

$$F_{\min}(z) = 1 - [1 - F(z)]^n$$

问：求密度函数 $f_{min}(z)$ 和 $f_{max}(z)$. (X, Y 独立同分布)

设 $X_i (i=1,\ldots,n) \sim f(x)$ 且相互独立，怎样求 $Z=\max(X_1,\ldots,X_n)$ 的密度？

微分思路



对于充分小的区间 $[z, z+\mathrm{d}z]$：

$$P\{z \le Z \le z+\mathrm{d}z\} = n[F(z)]^{n-1} f(z)\mathrm{d}z$$

$$= f_{\max}(z)\mathrm{d}z$$

故 $$\boxed{f_{\max}(z) = nf(z)[F(z)]^{n-1}}$$

极值和顺序统计量 (2)——顺序问题

（二）顺序统计量 $X_{(k)}$ 的分布

设 $X_i(i=1,\ldots,n) \sim f(x)$ 是独立同分布的连续型r.v.

将 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ 由小到大排列为 $X_{(1)} \le X_{(2)} \le \ldots \le X_{(n)}$

如何求 $X_{(k)}$ 的密度?

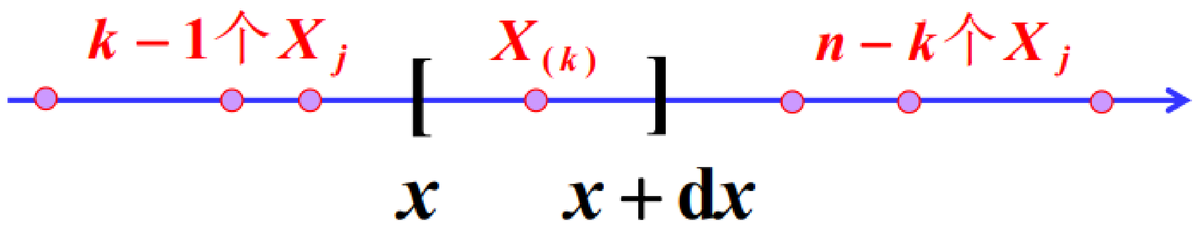
$$求\ P\{x \le X_{(k)} \le x + \mathrm{d}x\}$$

第一步：把n个随机变量分为3组：

- 第一组，共$\boldsymbol{k-1}$个变量：小于x
- 第二组，共**1**个变量：在$(x, x+dx)$区间内
- 第三组，共$\boldsymbol{n-k}$个变量：大于x (和大于$x+dx$是一个意思)

课件上的解答过程

微分思路



对于充分小的区间$[x, x+\mathrm{d}x]$

$$P\{x \le X_{(k)} \le x+\mathrm{d}x\}$$

$$= \frac{n!}{(k-1)!1!(n-k)!} F^{k-1}(x)[1-F(x)]^{n-k} f(x)dx$$

$$= f_k(x)\mathrm{d}x$$

故 $$\boxed{f_k(x) = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} f(x) F^{k-1}(x)[1-F(x)]^{n-k}}$$

框架总结——第一章

- 概率的定义
  - ✓ 独立、相容等事件
- 概率的计算
  - ✓ 古典概型，几何概型
- 计算技巧
  - ✓ 容斥原理
  - ✓ 排列组合公式
- 条件概率
  - ✓ 贝叶斯公式

框架总结——第2、3章

- 把概率“函数化”
  1. 分布函数(CDF) $F(x)$与密度函数(PDF) $f(x)$
  2. 从离散到连续
  3. 从一维$F(x)$到二维$F(x,y)$

$$F(x) = P\{X \le x\}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$$

- 二维会多哪些内容
  1. 边际分布&密度函数 $f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\,dy$
  2. 联合随机分布$Z = G(X,Y)$
     - ➢ $F_Z(z) = P\{Z \le z\}$. 二元积分问题，主要考的是高数…

框架总结——第2、3章

- 连续随机变量会多哪些内容

1. 密度函数 $f(x)$
2. 随机变量函数的分布：已知 $\mathrm{Y} = g(X)$和$f_X(x)$，求$f_Y(y)$
3. 条件分布的密度函数：$f_{X|Y}(x \mid y) \triangleq \dfrac{f(x, y)}{f_Y(y)}$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

框架总结——各种奇怪的分布

离散变量

1. **二项分布（伯努利分布）**
2. **泊松分布**
3. 几何分布
4. 负二项分布
5. 超几何分布

连续变量

1. **均匀分布**
2. **指数分布**
3. **正态分布**
4. 伽马分布
5. 贝塔分布

解题技巧总结 (经历过高考的大家应该都会)

- 解题步骤
  1. 翻译条件：用数学语言表描述题目条件
  2. 翻译所求：用数学语言表描述要求的量

- 复习建议
  1. 考前抱佛脚最高效的方法：做往年题目和quiz、作业题；
  2. 个人建议：能比较容易推出来的公式，就不要背了

2022秋期中概统复习课

祝大家考出好成绩！

有疑问的部分多在群里交流

概率论与数理统计讨...

扫一扫二维码，加入群聊。