3.8 习题

1、利用牛顿－莱布尼茨公式求下列定积分。

（1）

解：

1. （提示： ）

解：



2、利用SciPy中的数值积分常用函数求下列定积分。

（1）

（2）

解：

【代码如下】

>>>from scipy.integrate import quad

>>> fun1=lambda x:(x\*\*2+1/(x\*\*4))

>>>solution=quad(func,1,2)# 调用 quad 积分函数

>>>print(solution)

(2.625, 2.914335439641036e-14)#第二个值为误差

>>>fun2=lambda x:((3\*x\*\*4+3\*x\*\*2+1)/(x\*\*2+1))

>>>solution=quad(fun2,-1,0) # 调用 quad 积分函数

>>>print(solution)

(1.7853981633974483, 1.9821901491273144e-14)

3、利用定积分的定义计算下列极限。

解：将等分，分点为 ，小区间 的长度 ，取。

推导过程如下：

 

因此，

。

4、编程实现上面题目的极限值。

【代码如下】

a,b=0,1

p=0 #为了验证求积分的结果为1/(p+1),分别让p为0,1,2,5,10等

def f(x):

return x\*\*p

def trape(n): # 数值计算 --- 求解定积分的一种算法

h=(b-a)/n

x=a

sum=0

for i in range(1,n):

x2=a+i\*h

sum=sum+(f(x)+f(x2))\*h/2

x=x2

return sum

#验证结果

p=0

print(trape(10))

print(trape(100))

print(trape(1000))

print(trape(10000))

print(trape(100000))

p=2

print(trape(10))

print(trape(100))

print(trape(1000))

print(trape(10000))

print(trape(100000))

p=5

print(trape(10))

print(trape(100))

print(trape(1000))

print(trape(10000))

print(trape(100000))

p=10

print(trape(10))

print(trape(100))

print(trape(1000))

print(trape(10000))

print(trape(100000))

结果如下：

0.8999999999999999

0.9900000000000007

0.9990000000000008

0.9998999999999062

0.9999899999980838

当P=0，接近1

0.24450000000000005

0.3234495

0.3323344994999998

0.33323334499950086

0.33332333344999965

当p=2,接近1/3

0.09130050000000003

0.1569533822505

0.16566957833824753

0.16656669582833383

0.16665666695832765

当p=5, 接近1/6

0.031709497245000016

0.08147050386838017

0.08991490180131936

0.09080914921993018

0.09089909149240165

当p=10,接近1/11