**基于QR分解的检测算法**

**QR分解检测算法**

基于分解的检测算法的思路是：对信道矩阵进行分解，将维信道矩阵分解为的酉矩阵和的上三角矩阵的乘积，即。然后用矩阵的共轭转置矩阵左乘信道模型公式，直接得到转换后的接收向量，利用矩阵的上三角特性，可以顺序求出[1]。具体的数学推导过程如下：

（1）

式中，为上三角矩阵。由于为酉矩阵，新的噪声便还是高斯随机变量，各个分量均值和方差保持不变。为了便于叙述，假设，则上式可以表示为：

（2）

 （3）

（4）

（5）

（6）

式（3）中向量的第个分量只与发射符号有关，与其他发射符号无关，因此可以首先对符号进行检测，运用ML算法，得到其估计值：

（7）

表示对检测信号进行硬判决。假设式（7）中对的判决完全正确，则可以将代入式（4），消除符号的干扰后，得到的估计值：

（8）

以此类推，

（9）

这样，便可以得到所有发射符号的估计值：

（10）

简单概括分解的干扰抵消检测检测过程是：将信道矩阵分解为酉矩阵和上三角矩阵的乘积，利用矩阵的上三角特性，结合串行干扰消除的思想对接收信号逐层进行检测。先检测出一根天线的信号，再从接收信号中抵消掉这根天线对其它天线的干扰。然后检测下一根天线的信号，再抵消，以此类推，直到将所有的信号检测出来。

分解算法采用典型的计算方法有如下几种：

1. 基于Gram-Schmidt正交化的方法，它是对矩阵列向量进行正交变换[3]；
2. 使用变维向量的Householder变换；
3. 基于Givens旋转的方法对矩阵进行变换。

下面，依然利用上几个小结的算法中的例子，基于分解进行检测。在正交变换中我们利用第一种方法：基于Gram-Schmidt正交化。

根据Gram-Schmidt正交化的公式：

（11）

（12）

解得

（13）

（14）

（15）

（16）

（17）

将公式展开，解得

 （18）

经过判决，得到

（19）

分解算法避免了求解过程中信道矩阵广义逆的运算，减小了计算复杂度。但同串行干扰消除一样，这种方法存在的最主要的问题就是误码传播，所以很多文献提出了排序分解算法。

**排序QR分解检测算法**

由于误码传播现象的存在，分解算法中检测的顺序就变得十分重要，不同的检测次序会带来截然不同的检测性能。改变向量中的元素次序与对应信道矩阵中列向量的顺序，可以产生不同的值与值。为了克服误码传播，可以将检测顺序按照各层判决符号的瞬时信噪比由大到小顺序地进行。即，信噪比最高层的符号最先检测，信噪比最低层的符号最后检测。这样可以最大限度克服误码传播现象，提高最终该的检测性能。

为了最大限度地减小检测过程中的误码传播，进一步提高检测性能，与串行干扰消除类似，每一步应该先检测剩余所有层中信噪比SNR最大的层。在分解算法中，第步的信噪比可以这样表示[2]：

（20）

为常数，从上面的公式可以看出，每一步的检测中，信噪比的大小与该步骤对应的上三角矩阵的主对角线上的元素的平方成正比。因此，为达到减小误差传播的目的，可以先对信道矩阵进行列之间的置换，以使分解后的上三角矩阵的主对角线上的元素值从到按照从大到小的顺序排列。

从图1的MIMO信道模型可知，信道矩阵的第列向量表示第根发射天线与全部接收天线之间的传输函数，因此信道矩阵的列范数大小可以用来表示传输信道的强弱。而因为我们已经假设每根发射天线的发射功率均相同，因此信道矩阵的第列的列范数大小亦可表示第个发送信号的接收功率的大小。根据上面的分析，可以通过对求列范数后，将其按照从小到大的顺序对信道进行从弱到强排列，同时引入交换矩阵P，用于记录的列之间的置换顺序。然后对排序后的进行基于Gram-Schmidt变换的分解，再按照传统的分解算法对接收信号逐层进行检测，此时可以保证信号检测的顺序是按照SNR从高到低进行排序的。最后，根据交换矩阵P对判决出的信号做相应的逆交换，得到最终检测结果。由于该算法的检测过程与传统的分解很相似，因此该方法的求解算例这里不再赘述。

然而，在一些研究中，上面介绍的方法仍然存在问题，即该方法是直接对信道矩阵的列向量的所有组合进行分解，分解后根据上三角矩阵置对角线元素的排列，确定最佳检测顺序，这种操作需要进行次分解，运算复杂度比较高。

于是，在一些文献中，人们对排序的分解又提出了新的排序方案。下面简单介绍其中一种方案。

在每一步正交化过程中重新排列矩阵的列向量，同时产生新的值和值。其中矩阵按列从左到右的顺序产生，而矩阵则按行从上到下顺序产生。对于给定的信道矩阵，通过来确定和（）。在接下来计算的过程中，方向上的干扰被抵消，利用来确定、和。以此类推，最后依次计算得到矩阵对角线上的值到，同时也求出矩阵。排序分解方法，在每一步的分解过程中，通过交换信道矩阵的列向量，使得分解后上三角矩阵置对角线元素是最小的。每次分解矩阵对角线元素最小化，并不能保证由大到小排列，因此排序分解算法不是最优的排序算法，但是这种算法运算复杂度非常低，完成发射向量的判决仅需一次QR分解运算。另外，和连续干扰消除算法相比，误码性能损失也非常小。

[1]Wubben D, Bohnke R, Rinas J. Efficient algorithms for decoding layered space-time codes. IEEE Electronics Letters. 2001，Oct, vo1.37. pp. 1348-1350.

[2]王赟，汪晋宽，解志斌 一种改进的排序QR分解MIMO检测算法.信息控制.2008年4月，第37卷第2期.pp.150-154.