**线性检测算法**

线性等效算法是指接收信号与一个转换矩阵直接相乘后得到的估计矢量，之后再对此估计得到的信号矢量进行判定的方法。线性检测算法根据所依据的准则的不同分为迫零（ZF, Zero Forcing）检测以及最小均方误差（MMSE, Maximum Mean Square Error）检测。线性检测算法在次优检测算法中相对于其他检测算法是最简单的，其本质其实就是对信道矩阵进行求逆，鉴于此，需要在发射天线数小于等于接收天线数的前提条件下，用于确保对信道矩阵进行求逆时具有唯一解。

首先，使用转换矩阵对接收信号进行线性转换，得到

（1）

之后再对转换后的向量进行量化，将其对应到调制星座图内最近的点，得到发射信号向量的估计值：

（2）

式中，为量化函数

ZF

对于MIMO系统的接收信号来讲，不同发射天线上的发射信号之间存在着相互的干扰。相对于某一根发射天线上面的信号子流来说，其他发射天线上的信号则被看作干扰，把接收信号乘以一个线性的滤波矩阵，从而使得干扰信号从被检测的信号中给消除掉，这就是“干扰置零”的主要思想。

线性的MIMO检测就是利用“干扰置零”的思想，通过对接收端的信号向量进行线性加权，以满足一定准则的检测方法，把不同发射天线上面发送的信号给分离出来，然后对分离出来的每一路符号进行独立的检测。

迫零检测算法（ZF，Zero Forcing）检测算法是一种线性检测算法，也是最简单的检测算法。其基本思想概括为：用信道矩阵的伪逆诚意接收端收到的信号，所得等结果经判决后作为检测结果。

由最小二乘准则[1]，可将噪声表示为

（1）

若想求解出的极小值解，需使的一阶导数为0、二阶导数大于0，由此就可以计算出ZF算法的加权矩阵，即：

 （2）

式中表示的广义逆矩阵，为单位矩阵。[2]

将左乘式，有

 （3）

由此可得，

 （4）

 （5）

可见ZF检测器将抛弃掉，然后直接对剩余的部分进行量化，即，将信道矩阵非对角线上的元素迫零，消除了信道间干扰。由于噪音向量中各元素间不相关，当与一个正交矩阵相乘时，这种相关性不会被破坏。而在该算法中，由于与相乘，当不为正交矩阵时，将在噪音向量中引入相关性，这使得噪音在某些位置得到放大。因此，在SNR很低的时候，ZF算法的误差较大。[3]

从式（5）中可以看出，ZF检测算法的复杂度相对ML是很低的，只需要简单的矩阵求逆和相乘即可，但是其代价是性能的剧烈下降，尤其是在低信噪比或者信道矩阵病态的情况下。这是因为如上面所述ZF检测算法抛弃了噪声部分，如果不是正交矩阵，那么与相乘会在噪声之间引入相关性，这导致噪声在某些方向上被放大了。抛弃一个比较大的值会引起星座图映射时的误判，从而导致了误符号率(Symbol Error Rate, SER)的上升。另外，即使是正交矩阵，在信噪比很低，即很大时，抛弃仍是很危险的。

下面是ZF检测算法的一个简单的例子：[4]

假如一个MIMO系统参数如下：

信道矩阵经信道估计后得到的矩阵为：

；

发射信号向量为:

 ；

满足正态分布为高斯噪声为:

 ；

根据MIMO系统数学模型得到接收向量:

；

由(2)式得线性估计矩阵为:

；

由(5)式得信号估计值为:

；

经过判决得:。

在实际系统中，信道矩阵都不会是正交的，而是病态的，通信系统也不能总是在高信噪比下工作，例如在移动通信系统中，终端出现在小区边缘时，信噪比就会比较低。由于ZF检测性能太差，难以满足实际系统对错误性能的要求，因此仍不适合在实际系统中应用。

[1]Goliub G H, Van Loan C F. Matrix Computations [M]. The John Hopkins University Press, 1996

[2] 商金花，无线MIMO系统球检测算法的研究[D]，南京邮电大学，2013.2

[3]郭晓龙，多天线系统中检测技术的研究[D]，北京邮电大学，2013.1

[4]王申，MIMO系统的研究[D]，天津大学，2006.1