

[网易云cpp, 背包]20180327_找背包问题有多少种方法

题目如下:

牛牛准备参加学校组织的春游,出发前牛牛准备往背包里装入一些零食,牛牛的背包容量为 w 。

牛牛家里一共有 n 袋零食,第 i 袋零食体积为 $v[i]$ 。

牛牛想知道在总体积不超过背包容量的情况下,他一共有多少种零食放法(总体积为0也算一种放法)。

输入描述:

输入包括两行

第一行为两个正整数 n 和 w ($1 \leq n \leq 30$, $1 \leq w \leq 2 * 10^9$),表示零食的数量和背包的容量。

第二行 n 个正整数 $v[i]$ ($0 \leq v[i] \leq 10^9$),表示每袋零食的体积。

输出描述:

输出一个正整数,表示牛牛一共有多少种零食放法。

示例1

输入

输出一个正整数，表示牛牛一共有多少种零食放法。

示例1

输入

```
3 10  
1 2 4
```

输出

8

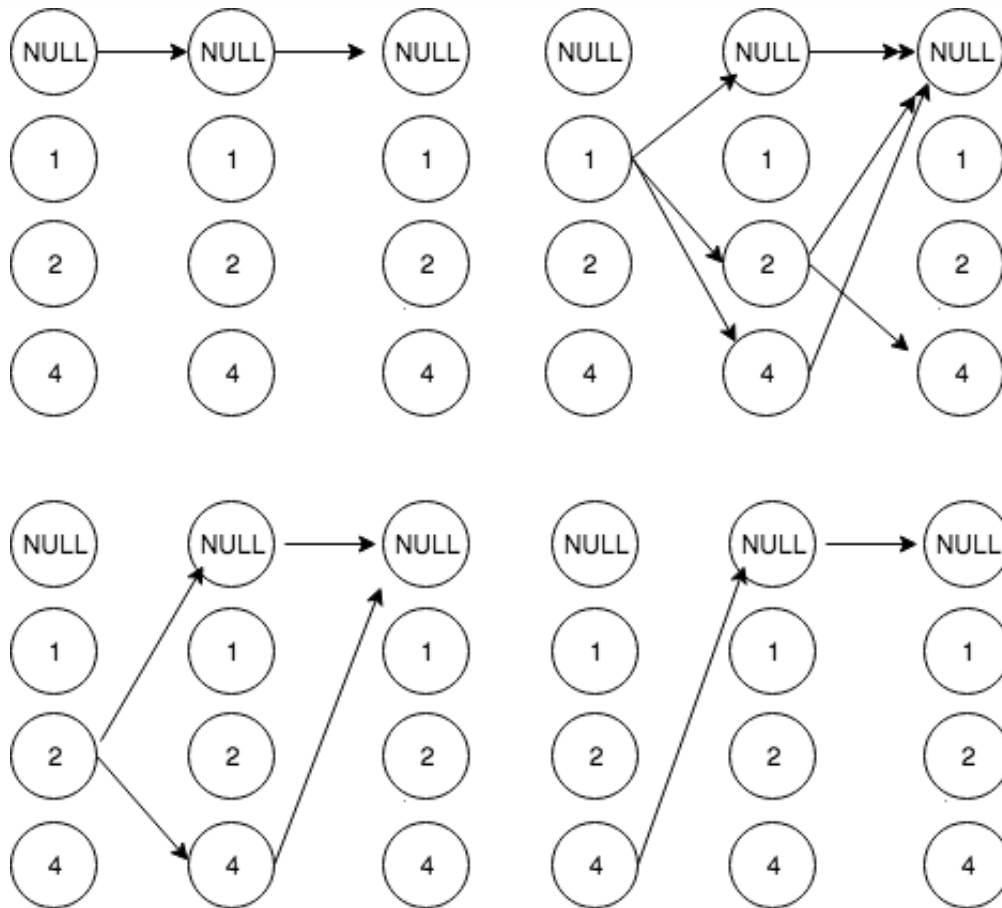
说明

三种零食总体积小于10,于是每种零食有放入和不放入两种情况，一共有 $2*2*2 = 8$ 种情况。

对于背包问题，一般重在找递推公式。

先提供一种递归解法：

对于递归方法，我们总能描述其中的关系



```
int somme(vector<int>& res){
    int sum = 0;
    for(int val: res)
        sum += val;

    return sum;
}

void backPack(int start, int m, vector<int>& A, vector<int>& res, int& gg) {
    if( somme(res) <= m )    /// 初始化res 是空的, 这也是一种解法
        gg++;
    else
        return;

    for( int i=start; i< A.size(); i++ ){
        res.push_back(A[i]);
        backPack(i+1,m,A,res,gg);    //// 刚开始这里是start + 1, 这是不对的, 因为
        res.pop_back();
    }
}

int main(){
    vector<int> vec{1,2,4};
    vector<int> re;
    int gg = 0;
```

```

    backPack(0,10,vec,re,gg);
    cout <<gg;
    return 0;
}

```

对于背包问题，我们一般是对于n种物品，体积为w。

举个实际的例子。

$v = \{1, 2, 4\}$ ，三种糖果的体积，假如背包容量只有3。
请问放法有多少种。

定一个二维数组， $f[n][m]$ ，n代表我有1~n种物品，至于放不放，取决于条件。m表示当前背包的体积。

我们有如下递推公式：

如果第n种糖果不放，那现在的方法 $f[n][m] = f[n-1][m]$ 。背包的体积没有变化，因为此时也没有放；

如果放了： $f[n][m] = f[n-1][m - v[n]]$ 。因为当前已经放了 $v[n]$ 的体积，所以糖果树和背包的体积都要相应的缩小。

综上： $f[n][m] = f[n-1][m] + f[n-1][m - v[n]]$

可以看到 $f[n][m]$ 的值总是依赖于它上一行的结果。所以可以用一个一维数组表示。

$f[m] = f[m] + f[m - v[n]]$

用循环来实现：

```

int f[m+1];

for( int i = 0; i<= m; i++ ){
    f[i] = 1;
}

for( int i = 1; i<=n; i++ ){
    for( int j = m; j >=0; j-- ){
        if( m - v[i-1] >=0 ){          /// 当前放的下
            f[j] = f[j] + f[m-v[i-1]];
        }else                        /// 一个就装满了，不放
            f[j] = f[j];
    }
}
}

```

		M的体积			
f[N][M]		0	1	2	3
N种糖果	0	1	1	1	1
	1	1			
	2	1			
	3	1			

f[0][M]: 当有0种糖果时, 无论背包的体积是多大, 都选择不放

f[N][0]: 当背包体积为0时, 无论有几种糖果, 都选择不放, 所以初始化是0

使用一维数组的求解如下,注意里面的很多坑。

```
#include <iostream>
#include <vector>
using namespace std;

int main()
{
    int m = 3, n = 3;
    int v[3] = {1, 2, 4};
    int f[m+1];

    for( int i = 0; i <= m; i++ ){
        f[i] = 1;
    }

    /// 从0 开始, 因为下面v[i] 第 0 种物品的体积, 是从 0 开始的
    for( int i = 0; i < n; i++ ){
        for( int j = m; j >= 0; j-- ){
            if( j - v[i] >= 0 ){
                f[j] = f[j] + f[j-v[i]];
            }
        }
    }

    cout << f[m] << endl;
    return 0;
}
```

>>>

测试结果：

4

使用二维数组的求解情况如下：

```
#include<iostream>
using namespace std;

int main(){
    int n, w;
    cin >> n >> w;
    int *v = new int[n]();

    for (int i = 0; i < n; i++)
        cin >> v[i];

    long long **dp;
    dp = new long long *[n+1]();
    for (int k = 0; k <= n; ++k) {
        dp[k] = new long long [w+1]();
    }

    for (int i = 0; i <= n; i++)
        dp[i][0] = 1;

    for (int i = 0; i <= w; i++)
        dp[0][i] = 1;

    for (int i = 0; i < n; i++)
        for (int j = 0; j <= w; j++) {
            dp[i+1][j] = dp[i][j] + dp[i][j-v[i]];    /// 还有不太对的地方，如果
            容量不太够？ 也就是j - v[i] 出现< 0 的情况？
        }

    cout << dp[n][w];

    delete [] v;
    delete [] dp;
    return 0;
}
```